

MT-06

December – Examination 2022

B.A./B.Sc. (Part II) Examination

MATHEMATICS

(Numerical Analysis and Vector Calculus)

Paper : MT-06

Time : 3 Hours]

[Maximum Marks : 46

Note :- The question paper is divided into three Sections A, B and C. Write answers as per the given instructions. Use of non-programmable scientific calculator is allowed in this paper.

निर्देश :- यह प्रश्न-पत्र 'अ', 'ब' और 'स' तीन खण्डों में विभाजित है। प्रत्येक खण्ड के निर्देशानुसार प्रश्नों के उत्तर दीजिए। इस प्रश्न-पत्र में नॉन-प्रोग्रामेबल साइंटिफिक कैलकुलेटर के उपयोग की अनुमति है।

Section-A

6×1=6

(Very Short Answer Type Questions)

Note :- Answer all questions. As per the nature of the question delimit your answer in one word, one sentence or maximum up to **30** words. Each question carries 1 mark.

MT-06/8

(1)

TR-296 Turn Over

खण्ड—अ

(अति लघु उत्तरीय प्रश्न)

निर्देश :- सभी प्रश्नों के उत्तर दीजिए। आप अपने उत्तर को प्रश्नानुसार एक शब्द, एक वाक्य या अधिकतम **30** शब्दों में परिसीमित कीजिए। प्रत्येक प्रश्न 1 अंक का है।

1. (i) Find the value of :

$$\Delta^2 f(a + h)$$

मान ज्ञात कीजिए :

$$\Delta^2 f(a + h)$$

(ii) Define Interpolating polynomial.

अन्तर्वेशी बहुपद को परिभाषित कीजिए।

(iii) Show that :

$$2\mu\delta \equiv (E - E^{-1})$$

प्रदर्शित कीजिए :

$$2\mu\delta \equiv (E - E^{-1})$$

(iv) Write Newton-Raphson iteration formula.

न्यूटन-रेफसन पुनरावृत्ति सूत्र लिखिए।

(v) If $\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$ and $r = |\vec{r}|$, then find the value of grad r .

यदि $\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$ व $r = |\vec{r}|$, तब grad r का मान ज्ञात कीजिए।

(vi) Define Irrotational Vector.

अघूर्णीय सदिश को परिभाषित कीजिए।

MT-06/8

(2)

TR-296

Section-B**4×5=20****(Short Answer Type Questions)**

Note :- Answer any *four* questions. Each answer should not exceed **200** words. Each question carries 5 marks.

खण्ड—ब**(लघु उत्तरीय प्रश्न)**

निर्देश :- किन्हीं **चार** प्रश्नों के उत्तर दीजिए। आप अपने उत्तर को अधिकतम **200** शब्दों में परिसीमित कीजिए। प्रत्येक प्रश्न 5 अंक का है।

2. State and prove fundamental theorem of difference calculus.

अन्तर कलन को मूलभूत प्रमेय कथन कर सिद्ध कीजिए।

3. Find the value of :

$$\frac{\Delta^2}{E} \sin(x+h) + \frac{\Delta^2 \sin(x+h)}{E \sin(x+h)}$$

मान ज्ञात कीजिए :

$$\frac{\Delta^2}{E} \sin(x+h) + \frac{\Delta^2 \sin(x+h)}{E \sin(x+h)}$$

4. Find y at $x = 3.75$ by Bessel's formula using following table :

बेसल सूत्र द्वारा निम्न सारणी की सहायता से $x = 3.75$ पर y का मान ज्ञात कीजिए :

x	y
2.5	24145
3	22043
3.5	20225
4.0	18644
4.5	17262
5.0	16047

5. Find $f'(T)$ and $f''(T)$ at $T = 0.3$ from the following table :

निम्न सारणी से $T = 0.3$ पर $f'(T)$ एवं $f''(T)$ का मान ज्ञात कीजिए :

T	$X = f(T)$
0	30.13
0.1	31.62
0.2	32.87
0.3	33.64
0.4	33.94
0.5	33.81
0.6	33.24

6. Find root of equation $2x - \log_e x = 7$ by iterative method.

पुनरावृत्ति विधि द्वारा समीकरण $2x - \log_e x = 7$ का मूल ज्ञात कीजिए।

7. Solve the following system of equation by Jacobi-iterative method :

निम्न समीकरण निकाय का हल जैकॉबी पुनरावृत्ति विधि द्वारा ज्ञात कीजिए :

$$2x - 3y + 20z = 25$$

$$3x + 20y - z = -18$$

$$20x + y - 2z = 17$$

8. Find the value of n for which $r^n \vec{r}$ is solenoidal, where $\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$ and $r = |\vec{r}|$.

n का वह मान ज्ञात कीजिए जिसके लिए $r^n \vec{r}$ परिनालिकीय हो, जहाँ $\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$ व $r = |\vec{r}|$ ।

9. Find equation of tangent plane and normal to surface $xyz = 4$ at point $(1, 2, 2)$.

पृष्ठ $xyz = 4$ के बिन्दु $(1, 2, 2)$ पर स्पर्शतल और अभिलम्ब के समीकरण ज्ञात कीजिए।

Section-C

2×10=20

(Long Answer Type Questions)

Note :- Answer any *two* questions. You have to delimit your each answer maximum up to **500** words. Each question carries 10 marks.

खण्ड—स

(दीर्घ उत्तरीय प्रश्न)

निर्देश :- किन्हीं दो प्रश्नों के उत्तर दीजिए। आप अपने उत्तर को अधिकतम **500** शब्दों में परिसीमित कीजिए। प्रत्येक प्रश्न 10 अंक का है।

10. (a) Profit of a firm is as following :

Year	Profit in Lac
1998	80
2000	86
2002	96
2004	104
2006	114

Approximate profit in year 2003 from these data.

एक फर्म का लाभ निम्नानुसार है :

वर्ष	लाभ (लाखों में)
1998	80
2000	86
2002	96
2004	104
2006	114

इन आँकड़ों से वर्ष 2003 में हुए लाभ का अनुमान लगाइए।

(b) Prove that :

$$\Delta x^{(-n)} = -nhx^{(-n+1)}$$

सिद्ध कीजिए कि :

$$\Delta x^{(-n)} = -nhx^{(-n+1)}$$

11. (a) Use Lagrange's formula for inverse interpolation to find a root of equation $f(x) = 0$, given $f(30) = -30$, $f(34) = -13$, $f(38) = 3$, $f(42) = 18$.

समीकरण $f(x) = 0$ का एक मूल ज्ञात करने के लिए प्रतिलोम अन्तर्वेशन के लैंग्राजे सूत्र का प्रयोग कीजिए जबकि दिया हुआ है : $f(30) = -30$, $f(34) = -13$, $f(38) = 3$, $f(42) = 18$ ।

(b) Find approximate value of $\int_{-3}^3 x^4 dx$ by using Simpson's one-third rule, given $h = 1$.

सिम्पसन के एक-तिहाई सूत्र की सहायता से $\int_{-3}^3 x^4 dx$ के सन्निकट मान की गणना कीजिए। दिया गया है, $h = 1$ ।

12. (a) Use Euler's modified method. Find y at $x = 0.1$, by taking $h = 0.05$, given

$$\frac{dy}{dx} = x^2 + y; y(0) = 1.$$

आयलर की अपरिवर्तित विधि द्वारा $h = 0.05$ लेते हुए $x = 0.1$ पर y का मान ज्ञात कीजिए, जबकि दिया है

$$\frac{dy}{dx} = x^2 + y; y(0) = 1।$$

(b) If \vec{a} and \vec{b} are constant vectors, then prove that :

$$\text{div} [\vec{r} \times (\vec{a} \times \vec{r})] = -2(\vec{r} \cdot \vec{a})$$

यदि \vec{a} और \vec{b} अचर सदिश हो, तो सिद्ध कीजिए कि :

$$\text{div} [\vec{r} \times (\vec{a} \times \vec{r})] = -2(\vec{r} \cdot \vec{a})$$

13. Verify Stokes' theorem for vector point function :

$$\vec{F} = 3y\hat{i} - xz\hat{j} + yz^2\hat{k},$$

where S is paraboloid $x^2 + y^2 = 4$, $z = 2$ and C is its boundary.

सदिश फलन $\vec{F} = 3y\hat{i} - xz\hat{j} + yz^2\hat{k}$ के लिए स्टोक की प्रमेय का सत्यापन कीजिए, जहाँ S परवलयज $x^2 + y^2 = 4$, $z = 2$ तथा C इसकी परिसीमा है।