

MT-05

December – Examination 2022

B.A./B.Sc. (Part II) Examination

MATHEMATICS

(Differential Equations)

Paper : MT-05

Time : 3 Hours]

[Maximum Marks : 47

Note :- The question paper is divided into three Sections A, B and C. Use of non-programmable scientific calculator is allowed in this paper.

निर्देश :- यह प्रश्न-पत्र 'अ', 'ब' और 'स' तीन खण्डों में विभाजित है। इस प्रश्न-पत्र में नॉन-प्रोग्रामेबल साइंटिफिक कैलकुलेटर के उपयोग की अनुमति है।

Section-A

7×1=7

(Very Short Answer Type Questions)

Note :- Answer all questions. As per the nature of the question delimit your answer in one word, one sentence or maximum up to 30 words. Each question carries 1 mark.

MT-05/8

(1)

TR-295 Turn Over

खण्ड—अ

(अति लघु उत्तरीय प्रश्न)

निर्देश :- सभी प्रश्नों के उत्तर दीजिए। आप अपने उत्तर को प्रश्नानुसार एक शब्द, एक वाक्य या अधिकतम 30 शब्दों में परिसीमित कीजिए। प्रत्येक प्रश्न 1 अंक का है।

1. (i) Define degree of a differential equation.
अवकल समीकरण की घात को परिभाषित कीजिए।

(ii) Solve :

$$\frac{dx}{dy} + \frac{2x}{y} = \frac{2}{y^2}$$

हल कीजिए :

$$\frac{dx}{dy} + \frac{2x}{y} = \frac{2}{y^2}$$

(iii) Test given equation to be exact :

$$\left[x + \frac{a^2 y}{x^2 + y^2} \right] dx + \left[y - \frac{a^2 x}{x^2 + y^2} \right] dy = 0$$

दिए गए समीकरण यथार्थता की जाँच कीजिए :

$$\left[x + \frac{a^2 y}{x^2 + y^2} \right] dx + \left[y - \frac{a^2 x}{x^2 + y^2} \right] dy = 0$$

MT-05/8

(2)

TR-295

(iv) Solve :

$$p^2(x - a) = y + (y - x)p$$

हल कीजिए :

$$p^2(x - a) = y + (y - x)p$$

(v) Solve :

$$(D^3 - 6D^2 + 11D - 6)y = 0$$

हल कीजिए :

$$(D^3 - 6D^2 + 11D - 6)y = 0$$

(vi) State existence and uniqueness theorem.

अस्तित्व एवं अद्वितीयता प्रमेय का कथन कीजिए।

(vii) Solve :

$$z = xp + qy + \alpha\sqrt{1 + p^2 + q^2}$$

हल कीजिए :

$$z = xp + qy + \alpha\sqrt{1 + p^2 + q^2}$$

Section-B

4×5=20

(Short Answer Type Questions)

Note :- Answer any *four* questions. Each answer should not exceed **200** words. Each question carries 5 marks.

खण्ड—ब

(लघु उत्तरीय प्रश्न)

निर्देश :- किन्हीं चार प्रश्नों के उत्तर दीजिए। आप अपने उत्तर को अधिकतम **200** शब्दों में परिसीमित कीजिए। प्रत्येक प्रश्न 5 अंक का है।

2. Solve :

$$y - x \frac{dy}{dx} = a \left(y^2 + \frac{dy}{dx} \right)$$

हल कीजिए :

$$y - x \frac{dy}{dx} = a \left(y^2 + \frac{dy}{dx} \right)$$

3. Solve :

$$(2ydx + 3xdy) + 2xy(3ydx + 4xdy) = 0$$

हल कीजिए :

$$(2ydx + 3xdy) + 2xy(3ydx + 4xdy) = 0$$

4. Solve :

$$y = x(1 + p) + p^2$$

हल कीजिए :

$$y = x(1 + p) + p^2$$

5. Solve :

$$(D^2 + a^2)y = \tan ax$$

हल कीजिए :

$$(D^2 + a^2)y = \tan ax$$

6. Solve :

$$(x^2D^2 + 4xD + 2)y = e^x$$

हल कीजिए :

$$(x^2D^2 + 4xD + 2)y = e^x$$

7. Solve :

$$x^4 \frac{d^2y}{dx^2} + x^2(x-1) \frac{dy}{dx} + xy = x^3 - 4$$

हल कीजिए :

$$x^4 \frac{d^2y}{dx^2} + x^2(x-1) \frac{dy}{dx} + xy = x^3 - 4$$

8. Solve by method of variation of parameters :

$$\frac{d^2y}{dx^2} + (\tan x - 3 \cos x) \frac{dy}{dx} + 2y \cos^2 x = \cos^4 x$$

प्राचल विचरण विधि से हल कीजिए :

$$\frac{d^2y}{dx^2} + (\tan x - 3 \cos x) \frac{dy}{dx} + 2y \cos^2 x = \cos^4 x$$

9. Solve :

$$z^2(p^2 + q^2) = x^2 + y^2$$

हल कीजिए :

$$z^2(p^2 + q^2) = x^2 + y^2$$

Section-C

2×10=20

(Long Answer Type Questions)

Note :- Answer any *two* questions. You have to delimit your each answer maximum up to **500** words. Each question carries 10 marks.

खण्ड-स

(दीर्घ उत्तरीय प्रश्न)

निर्देश :- किन्हीं दो प्रश्नों के उत्तर दीजिए। आप अपने उत्तर को अधिकतम **500** शब्दों में परिसीमित कीजिए। प्रत्येक प्रश्न 10 अंक का है।

10. (a) Solve :

$$\left(\frac{dy}{dx}\right) + x \sin 2y = x^3 \cos^2 y$$

हल कीजिए :

$$\left(\frac{dy}{dx}\right) + x \sin 2y = x^3 \cos^2 y$$

(b) Solve :

$$p^2 - (x^2 + xy + y^2)p + xy(x + y) = 0$$

हल कीजिए :

$$p^2 - (x^2 + xy + y^2)p + xy(x + y) = 0$$

11. (a) Solve :

$$(D^2 - 2D + 5)y = e^{2x} \sin x$$

हल कीजिए :

$$(D^2 - 2D + 5)y = e^{2x} \sin x$$

(b) Solve :

$$(5D + 4)y - (2D + 1)z = e^{-x}$$

$$(D + 8)y - 3z = 5e^{-x}$$

हल कीजिए :

$$(5D + 4)y - (2D + 1)z = e^{-x}$$

$$(D + 8)y - 3z = 5e^{-x}$$

12. (a) Solve :

$$\frac{d^2 y}{dx^2} - 4x \frac{dy}{dx} + (4x^2 - 1)y = -3e^{-x^2} \sin 2x$$

हल कीजिए :

$$\frac{d^2 y}{dx^2} - 4x \frac{dy}{dx} + (4x^2 - 1)y = -3e^{-x^2} \sin 2x$$

(b) Solve :

$$x(y^2 - z^2)p - (x^2 + z^2)yq = (x^2 + y^2)z$$

हल कीजिए :

$$x(y^2 - z^2)p - (x^2 + z^2)yq = (x^2 + y^2)z$$

13. (a) Solve by Charpit method :

$$q - (z^2 + p^2x^2 + 2pzx) = 0$$

चारपिट विधि से हल कीजिए :

$$q - (z^2 + p^2x^2 + 2pzx) = 0$$

(b) Solve :

$$(D^2 - DD' - 2D'^2)z = (2x^2 + xy - y^2)\sin xy - \cos xy$$

हल कीजिए :

$$(D^2 - DD' - 2D'^2)z = (2x^2 + xy - y^2)\sin xy - \cos xy$$