

**MT-01**

**December – Examination 2022**

**B.A./B.Sc. (Part I) Examination**

**MATHEMATICS**

**(Discrete Mathematics)**

**Paper : MT-01**

*Time : 3 Hours ]*

*[ Maximum Marks : 47*

**Note** :- The question paper is divided into three Sections A, B and C. Write answers as per the given instructions.

**निर्देश** :- यह प्रश्न-पत्र 'अ', 'ब' और 'स' तीन खण्डों में विभाजित है। प्रत्येक खण्ड के निर्देशानुसार प्रश्नों के उत्तर दीजिए।

**Section-A**

**7×1=7**

**(Very Short Answer Type Questions)**

**Note** :- Answer all questions. As per the nature of the question delimit your answer in one word, one sentence or maximum up to **30** words. Each question carries 1 mark.

*MT-01/7*

( 1 )

**TR-291** Turn Over

**खण्ड—अ**

**(अति लघु उत्तरीय प्रश्न)**

**निर्देश** :- सभी प्रश्नों के उत्तर दीजिए। आप अपने उत्तर को प्रश्नानुसार एक शब्द, एक वाक्य या अधिकतम **30** शब्दों में परिसीमित कीजिए। प्रत्येक प्रश्न 1 अंक का है।

1. (i) Define Inverse function.  
प्रतिलोम फलन को परिभाषित कीजिए।
- (ii) Define an Abelian group.  
आबेली समूह को परिभाषित कीजिए।
- (iii) Define Languages.  
भाषा को परिभाषित कीजिए।
- (iv) Define a complete graph with an example.  
पूर्ण ग्राफ को उदाहरण सहित परिभाषित कीजिए।
- (v) Define a planar graph with an example.  
समतलीय ग्राफ को उदाहरण सहित परिभाषित कीजिए।
- (vi) Define a rooted tree.  
समूल वृक्ष को परिभाषित कीजिए।
- (vii) Define isolate vertex in digraph.  
दिष्ट ग्राफ में वियुक्त शीर्ष को परिभाषित कीजिए।

*MT-01/7*

( 2 )

**TR-291**

**Section-B****4×5=20****(Short Answer Type Questions)**

**Note** :- Answer any *four* questions. Each answer should not exceed **200** words. Each question carries 5 marks.

**खण्ड—ब****(लघु उत्तरीय प्रश्न)**

**निर्देश** :- किन्हीं **चार** प्रश्नों के उत्तर दीजिए। आप अपने उत्तर को अधिकतम **200** शब्दों में परिसीमित कीजिए। प्रत्येक प्रश्न 5 अंक का है।

2. Let  $(L, \leq)$  be a bounded distributive lattice. If element  $a \in L$  has a complement, then prove that it is unique.

माना  $(L, \leq)$  एक परिबद्ध बंटनात्मक जालक है। यदि अवयव  $a \in L$  का पूरक विद्यमान है, तो सिद्ध कीजिए कि वह अद्वितीय है।

3. Prove that  $Z_4 = \{0, 1, 2, 3\}$  is an Abelian group for addition modulo  $+_4$ .

सिद्ध कीजिए कि  $Z_4 = \{0, 1, 2, 3\}$  योग मोड्यूलो  $+_4$  के लिए आबेली समूह है।

4. How many ways are there to seat 10 boys and 10 girls around a circular table if no two boys or girls sit together.

10 लड़के तथा 10 लड़कियों को एक वृत्ताकार मेज के चारों ओर कितने प्रकार से बैठाया जा सकता है, यदि कोई भी दो लड़के या लड़कियाँ साथ नहीं बैठ सकते।

5. In a Boolean algebra  $\langle B, +, \cdot, ' \rangle$ , prove that :

$$a' + b = 1 \Leftrightarrow a + b = b; \quad \forall a, b \in B$$

किसी बूलीय बीजगणित  $\langle B, +, \cdot, ' \rangle$  में सिद्ध कीजिए कि :

$$a' + b = 1 \Leftrightarrow a + b = b; \quad \forall a, b \in B$$

6. Draw the switching circuits for the following Boolean functions :

$$[x(y \cdot z) + (y' \cdot z)] + (x \cdot y' \cdot z)$$

निम्न बूलीय फलन के लिए स्विचन परिपथ खींचिए :

$$[x(y \cdot z) + (y' \cdot z)] + (x \cdot y' \cdot z)$$

7. Let  $a$  and  $b$  are numeric function, where :

$$a_r = \begin{cases} 2^r + 1, & 0 \leq r \leq 3 \\ 2^r + 3, & r \geq 4 \end{cases},$$

$$b_r = \begin{cases} 3^r + 2, & 0 \leq r \leq 2 \\ 3r - 1, & r \geq 3 \end{cases}$$

then find  $a + b$  and  $a \cdot b$ .

माना  $a$  तथा  $b$  संख्यांक फलन हैं, जहाँ :

$$a_r = \begin{cases} 2^r + 1, & 0 \leq r \leq 3 \\ 2^r + 3, & r \geq 4 \end{cases},$$

$$b_r = \begin{cases} 3^r + 2, & 0 \leq r \leq 2 \\ 3r - 1, & r \geq 3 \end{cases}$$

तब  $a + b$  तथा  $a \cdot b$  ज्ञात कीजिए।

8. Prove that  $K_{3,3}$  is not planar graph.

सिद्ध कीजिए कि  $K_{3,3}$  समतलीय ग्राफ नहीं है।

9. Prove that every non-trivial tree contains at least two pendant vertices.

सिद्ध कीजिए कि प्रत्येक अतुच्छ वृक्ष में कम-से-कम दो निलम्बी शीर्ष होते हैं।

Section-C

2×10=20

(Long Answer Type Questions)

**Note :-** Answer any *two* questions. You have to delimit your each answer maximum up to **500** words. Each question carries 10 marks.

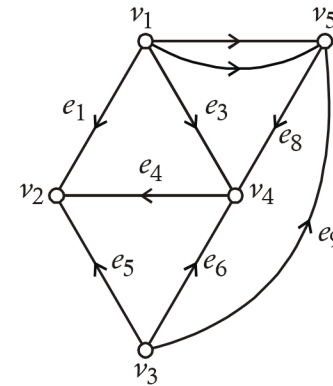
खण्ड-स

(दीर्घ उत्तरीय प्रश्न)

**निर्देश :-** किन्हीं दो प्रश्नों के उत्तर दीजिए। आप अपने उत्तर को अधिकतम **500** शब्दों में परिसीमित कीजिए। प्रत्येक प्रश्न 10 अंक का है।

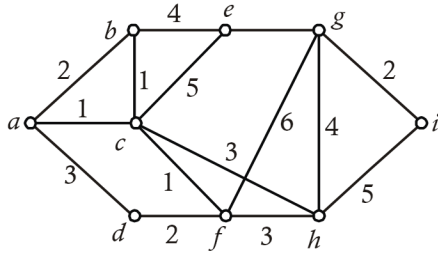
10. Define an incidence matrix of a directed graph and find it for the following graph :

दिष्ट ग्राफ का आपतन आव्यूह परिभाषित कीजिए तथा निम्न ग्राफ के लिए भी ज्ञात कीजिए :



11. Find the shortest path from the vertex  $a$  to vertex  $i$  in the following graph :

निम्न ग्राफ में शीर्ष  $a$  से शीर्ष  $i$  तक लघुत्तम पथ ज्ञात कीजिए :



12. Solve the following recurrence relation by the method of generating function :

$$a_{r+2} - 2a_{r+1} + a_r = 2^r, r \geq 0$$

निम्नलिखित पुनरावृत्ति सम्बन्ध की जनक फलन भी विधि से हल कीजिए :

$$a_{r+2} - 2a_{r+1} + a_r = 2^r, r \geq 0$$

13. Find the disjunctive normal form (D.N.F.) of the Boolean function :

$$f(x_1, x_2, x_3) = (x_1 \cdot x_2 + x_1' \cdot x_3)' \cdot (x_1 + x_2 + x_3)$$

निम्नलिखित बूलिय फलन का वियोजी प्रसामान्य रूप ज्ञात कीजिए :

$$f(x_1, x_2, x_3) = (x_1 \cdot x_2 + x_1' \cdot x_3)' \cdot (x_1 + x_2 + x_3)$$