

MPH–04

December – Examination 2022

M.Sc. (Previous) Examination**PHYSICS****(Classical Electrodynamics and Special
Theory of Relativity)**

चिरसम्मत विद्युतगतिकी एवं सापेक्षिकता का सिद्धान्त

Paper : MPH-04

Time : 3 Hours]

[Maximum Marks : 80

Note :- The question paper is divided into three Sections A, B and C. Write answers as per the given instructions. In case of any discrepancy, the English version will be final for all purposes. Calculators are not allowed.

निर्देश :- यह प्रश्न-पत्र 'अ', 'ब' और 'स' तीन खण्डों में विभाजित है। प्रत्येक खण्ड के निर्देशानुसार प्रश्नों के उत्तर दीजिए। किसी भी विसंगति की स्थिति में अंग्रेजी रूप ही अंतिम माना जायेगा। कैलकुलेटर के उपयोग की अनुमति नहीं है।

(Very Short Answer Type Questions)

Note :- Answer all questions. As per the nature of the question delimit your answer in one word, one sentence or maximum up to 30 words. Each question carries 2 marks.

खण्ड—अ

(अति लघु उत्तरीय प्रश्न)

निर्देश :- सभी प्रश्नों के उत्तर दीजिए। आप अपने उत्तर को प्रश्नानुसार एक शब्द, एक वाक्य या अधिकतम 30 शब्दों में परिसीमित कीजिए। प्रत्येक प्रश्न 2 अंक का है।

1. (i) A particle of mass M and charge Q moves along the x axis under the influence of a electrostatics scalar potential $V = x(x - 2)^2$, find the acceleration of the particle.

द्रव्यमान M एवं आवेश Q का एक कण x अक्ष के अनुदिश स्थिरविद्युतकी में अदिश विभव $V = x(x - 2)^2$ के अन्तर्गत गति कर रहा है तो कण का त्वरण ज्ञात कीजिए।

- (ii) Consider the imaginary situation in which electromagnetic wave in medium is given by :

$$\vec{E} = E_0 \cos(3y + 4z - 1.5 \times 10^6 t) \hat{i}$$

What is the speed of wave inside the medium? Here all units are in S.I. ?

एक काल्पनिक स्थिति को मान लीजिए जिसमें माध्यम में विद्युत चुम्बकीय तरंग निम्न है :

$$\vec{E} = E_0 \cos(3y + 4z - 1.5 \times 10^6 t) \hat{i}$$

तरंग की माध्यम में चाल क्या होगी ? यहाँ सभी इकाइयाँ S.I. में हैं।

- (iii) Three charges $q_1 = 1C$, $q_2 = 2C$, $q_3 = 3C$ are placed at $x_1 = 1m$, $x_2 = 2m$, $x_3 = 3m$ respectively. What is dipole moment of this charge distribution about origin ?

तीन आवेशों $q_1 = 1C$, $q_2 = 2C$, $q_3 = 3C$ को क्रमशः $x_1 = 1m$, $x_2 = 2m$, $x_3 = 3m$ पर रखा जाता है। इस आवेश वितरण का द्विध्रुव आघूर्ण कितना है ?

- (iv) If we consider a plane monochromatic electromagnetic wave having electric field

$$\vec{E} = E_0 \sin(kx - \omega t) \hat{j} \quad \text{and magnetic field}$$

$$\vec{B} = \frac{E_0}{c} \sin(kx - \omega t) \hat{k}, \quad \text{then find the Poynting}$$

vector.

यदि एक समतल एकवर्णी विद्युत चुम्बकीय तरंग का

विद्युत क्षेत्र $\vec{E} = E_0 \sin(kx - \omega t) \hat{j}$ तथा चुम्बकीय क्षेत्र

$$\vec{B} = \frac{E_0}{c} \sin(kx - \omega t) \hat{k} \quad \text{है तो पोयंटिंग सदिश ज्ञात}$$

कीजिए।

- (v) Magnetic vector potential is given by

$$\vec{A} = B_0 y \hat{i} - B_0 x \hat{j}. \quad \text{Here } B_0 \text{ is constant. By}$$

writing all steps, check that whether magnetic field is uniform or not.

चुम्बकीय सदिश विभव $\vec{A} = B_0 y \hat{i} - B_0 x \hat{j}$ है। यहाँ B_0 अचर है। यहाँ सभी पदों को लिखते हुए यह जाँचिए कि चुम्बकीय क्षेत्र अचर है अथवा नहीं।

(vi) If magnetic vector potential :

$$\vec{A} = \beta x \hat{i} + 2y \hat{j} - 3z \hat{k}$$

satisfies the Coulomb gauge, then find the value of constant β .

यदि चुम्बकीय सदिश विभव $\vec{A} = \beta x \hat{i} + 2y \hat{j} - 3z \hat{k}$ है कूलॉम्ब गेज को संतुष्ट करता है तो अचर β का मान ज्ञात कीजिए।

(vii) In magnetostatics, magnetic field is given by

$$\vec{B} = 3\alpha y \hat{j} + 2\beta z \hat{k}. \text{ By using the Ampere's}$$

Law in differential form, find the current density \vec{J} .

यदि स्थिरचुम्बकी में चुम्बकीय क्षेत्र $\vec{B} = 3\alpha y \hat{j} + 2\beta z \hat{k}$ द्वारा दिया जाता है तो ऐम्पियर के नियम के अवकल रूप का उपयोग करते हुए धारा घनत्व \vec{J} ज्ञात कीजिए।

(viii) Electric potential is given (in spherical coordinates) by $V = \frac{2}{r} \cos \theta$. Find the expression for electric field.

गोलीय निर्देशांकों में विद्युत विभव $V = \frac{2}{r} \cos \theta$ है।

विद्युत क्षेत्र का व्यंजक ज्ञात कीजिए।

Section-B

4×8=32

(Short Answer Type Questions)

Note :- Answer any *four* questions. Each answer should not exceed **200** words. Each question carries 8 marks.

खण्ड—ब

(लघु उत्तरीय प्रश्न)

निर्देश :- किन्हीं चार प्रश्नों के उत्तर दीजिए। आप अपने उत्तर को अधिकतम **200** शब्दों में परिसीमित कीजिए। प्रत्येक प्रश्न 8 अंक का है।

2. Obtain the Gauss law in differential form from integral form in electrostatics. Also write the main features of this law.

स्थिरविद्युतकी में गाउस के अवकल रूप को समाकल रूप से प्राप्त कीजिए। इस नियम के मुख्य बिन्दुओं को भी लिखिए।

3. What do you mean by $\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$? Deduce the boundary condition on normal component of magnetic field \vec{B} .

$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$ से आपका क्या तात्पर्य है ? चुम्बकीय क्षेत्र \vec{B} के अभिलम्ब घटक पर परिसीमा प्रतिबन्ध को व्युत्पन्न कीजिए।

4. What do you mean by Lorentz gauge ? Using this introduce D'Alembert's operator.

लॉरेंज गेज से आपका क्या तात्पर्य है ? इसका उपयोग करते हुए डी' अलेम्बर्ट संकारक को निगमित कीजिए।

5. If (x, y, z, t) be the coordinates of an event in S-frame and (x', y', z', t') be the coordinates of the

same event in S'-frame which moves relative to S-frame with a uniform velocity v along x -direction. Show that $ds^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2 - c^2 dt^2$ is invariant under Lorentz transformation.

यदि S निर्देश तंत्र में एक घटना के निर्देशांक (x, y, z, t) हैं, S' निर्देश तंत्र में उसी समान घटना के निर्देशांक (x', y', z', t') है यहाँ S' निर्देश तंत्र x अक्ष के अनुदिश एकसमान वेग v से S निर्देश तंत्र के सापेक्ष गतिमान है। यह दर्शाए कि लॉरेंज रूपांतरण में $ds^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2 - c^2 dt^2$ निश्चर रहता है।

6. A uniform line charge λ is placed on an infinite straight wire, which is at a distance d above a grounded conducting plane. Then, find the potential in the region above the plane.

एकसमान रेखीय आवेश λ अनन्त सीधे तार पर है, यह तार एक भू सम्पर्कित चालक तल के ऊपर d दूरी पर है तो उस तल के ऊपर के क्षेत्र में विभव ज्ञात कीजिए।

7. What do you understand by TE Mode Parameters for the rectangular waveguide ?

एक आयताकार तरंग पथक के लिए TE विधा प्राचल से आप क्या समझते हो ?

8. What do you understand by Electromagnetic four potential ?

विद्युतचुम्बकीय चतुर्विभव से आपका क्या तात्पर्य है ?

9. Show that the self-product of electromagnetic field tensor is given by :

$$F_{\mu\nu}^2 = 2 \left(B^2 - \frac{E^2}{c^2} \right),$$

where B, E and c are magnetic field, electric field and velocity of light.

यह दर्शाइए कि विद्युत चुम्बकीय क्षेत्र प्रदिश का स्वगुणन निम्न है :

$$F_{\mu\nu}^2 = 2 \left(B^2 - \frac{E^2}{c^2} \right)$$

जहाँ B, E तथा c क्रमशः चुम्बकीय क्षेत्र, विद्युत क्षेत्र तथा प्रकाश का वेग हैं।

Section-C

2×16=32

(Long Answer Type Questions)

Note :- Answer any *two* questions. You have to delimit your each answer maximum up to **500** words. Each question carries 16 marks.

खण्ड—स

(दीर्घ उत्तरीय प्रश्न)

निर्देश :- किन्हीं दो प्रश्नों के उत्तर दीजिए। आप अपने उत्तर को अधिकतम **500** शब्दों में परिसीमित कीजिए। प्रत्येक प्रश्न 16 अंक का है।

10. (a) What do you understand by Poynting vector and Poynting's theorem ?

पोइंटिंग सदिश व पोइंटिंग प्रमेय से आप क्या समझते हो ?

(b) Volume charge density inside the sphere having radius R is $\rho = \alpha r^2 + 2\beta$, where α , β is constant and r is the distance from the centre of the sphere. Determine the electric field inside the sphere.

R त्रिज्या के एक गोले में आयतन आवेश घनत्व $\rho = \alpha r^2 + 2\beta$ द्वारा दिया जाता है, जहाँ α, β अचर हैं तथा r गोले के केन्द्र से दूरी है। गोले के भीतर विद्युत क्षेत्र ज्ञात कीजिए। (8+8)

11. (a) Determine the effective cross-section for scattering of an elliptically polarized wave by a free charge.

एक मुक्त आवेश द्वारा दीर्घवृत्तीय ध्रुवित तरंग के विक्षेपण के लिए प्रभावी काट क्षेत्र निर्धारण कीजिए।

- (b) Using Maxwell equation (with Ampere's correction), find the curl of magnetic field \vec{B} in a space where volume current density is $\left(a\hat{i} + b\hat{j} \right) \sin(\omega t - kz)$ and electric field $\left(c\hat{i} + d\hat{j} \right) \cos(\omega t - kz)$, where a, b, c, d, k, ω are constants.

मैक्सवेल समीकरण (ऐम्पियर के संशोधन युक्त) उस चुम्बकीय क्षेत्र \vec{B} का कर्ल ज्ञात कीजिए जहाँ आयतन

धारा घनत्व $\left(a\hat{i} + b\hat{j} \right) \sin(\omega t - kz)$ है एवं विद्युत क्षेत्र

$\left(c\hat{i} + d\hat{j} \right) \cos(\omega t - kz)$ है जहाँ a, b, c, d, k, ω

अचर हैं। (8+8)

12. (a) The yz plane is a grounded conductor. Charge $+2q$ lies at $x = +3a$ and charge $+q$ lies at $x = +a$. Find the electrostatics force on the charge $+q$ using image method.

yz तल एक भूसम्पर्कित चालक है। $+2q$ आवेश स्थिति $x = +3a$ पर एवं आवेश $+q$ स्थिति $x = +a$ पर है। प्रतिबिम्ब विधि का उपयोग करते हुए आवेश $+q$ पर स्थिर विद्युत बल ज्ञात कीजिए।

(b) Magnetization (magnetic moment per unit volume) in a medium is :

$$\vec{M} = -3y\hat{i} + x\hat{j} + 2x\hat{k}$$

Determine the bound current density and also determine bound surface current density at the surface. Here unit vector normal to the plane of surface is $\hat{n} = \hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k}$.

एक माध्यम का प्रति इकाई आयतन चुम्बकीय आघूर्ण निम्न है :

$$\vec{M} = -3y\hat{i} + x\hat{j} + 2x\hat{k}$$

बद्ध धारा घनत्व का निर्धारण कीजिए एवं बद्ध सतह धारा घनत्व को भी सतह पर ज्ञात कीजिए। यहाँ सतह के तल के लम्बवत् इकाई सदिश $\hat{n} = \hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k}$ है। (8+8)

13.(a) Electric potential is given (in spherical coordinates) by :

$$V = \frac{2a}{r} \sin \phi \cos \theta$$

where a is constant. Find the expression for electric field. Also calculate the electric field at point :

$$\left(1, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}\right)$$

Here :

$$\text{grad} \equiv \left(\hat{r} \frac{\partial}{\partial r} + \hat{\theta} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} + \hat{\phi} \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \phi} \right)$$

गोलीय निर्देशांकों में विद्युत विभव :

$$V = \frac{2a}{r} \sin \phi \cos \theta$$

है, जहाँ a अचर है। विद्युत क्षेत्र का व्यंजक ज्ञात कीजिए तथा बिन्दु :

$$\left(1, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}\right)$$

पर भी विद्युत क्षेत्र ज्ञात कीजिए। यहाँ :

$$\text{grad} \equiv \left(\hat{r} \frac{\partial}{\partial r} + \hat{\theta} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} + \hat{\phi} \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \phi} \right)$$

(b) Show that the Lagrangian function of the charged particle in an electromagnetic field is given by :

$$L = \frac{1}{2}mv^2 - q(\phi - \vec{v} \cdot \vec{A})$$

यह दर्शाए कि विद्युतचुम्बकीय क्षेत्र में आवेशित कण का लेग्रान्जियन निम्न द्वारा दिया जाता है :

$$L = \frac{1}{2}mv^2 - q(\phi - \vec{v} \cdot \vec{A}) \quad (8+8)$$