MT–09

December – Examination 2021

B.A./B.Sc. (Part III) Examination

MATHEMATICS

(Third Paper)

(Mechanics)

Paper : MT-09

Time : 1½ Hours] [*Maximum Marks : **46***

Note :– The question paper is divided into two Sections A and B. Section 'A' contains 8 Very Short Answer Type Questions. Examinees have to attempt any *four* questions. Each question is of 1½ marks and maximum word limit may be **30** words. Section 'B' contains 8 Short Answer Type Questions. Examinees will have to answer any *four* questions. Each question is of 10 marks. Examinees have to delimit each answer in maximum **200** words. Use of non-programmable scientific calculator is allowed in this paper.

निर्देश :- प्रश्न-पत्र दो खण्डों अ और ब में विभाजित है। खण्ड 'अ' में 8 अति लघूत्तरात्मक प्रश्न हैं, परीक्षार्थियों को किन्हीं **चार** प्रश्नों को हल करना है। प्रत्येक प्रश्न का 1½ अंक है और अधिकतम शब्द-सीमा **30** शब्द है। खण्ड 'ब' में 8 लघु उत्तरीय प्रश्न हैं, परीक्षार्थियों को किन्हीं **चार** प्रश्नों के उत्तर देना है। प्रत्येक प्रश्न 10 अंकों का है। परीक्षार्थियों को अधिकतम **200** शब्दों में प्रत्येक जवाब परिसीमित करने हैं। इस प्रश्न-पत्र में नॉन-प्रोग्रामेबल साइंटीफिक कैलकुलेटर के उपयोग की अनुमति है।

Section–A **1½×4=6**

(Very Short Answer Type Questions)

खण्ड—अ

(अति लघु उत्तरीय प्रश्न)

1. (i) Find resultant of forces of weights 5 kg and 9 kg which are active on 120° angle.

5 व 9 किग्रा भार के बलों का परिणामी ज्ञात कीजिए जो 120° कोण पर क्रियाशील है।

(ii) Write converse of Lami's theorem.

लामी के प्रमेय का विलोम लिखिए।

(iii) Write relation between friction angle and coefficient of friction.

घर्षण गुणांक एवं घर्षण कोण के मध्य सम्बन्ध लिखिए।

(iv) Define kinematics and kinetics.

शुद्धगतिकी एवं बलगतिकी को परिभाषित कीजिए।

(v) Define epoch and argument.

आदिकोण तथा कोणांक को परिभाषित कीजिए।

(vi) Write Hooke's law for elastic string.

प्रत्यास्थ डोरियों के लिए हुक का नियम लिखिए।

(vii) Write equation of central orbit in reciprocal polar form.

सकेन्द्र कक्षा की व्युत्क्रम ध्रुवी रूप समीकरण लिखिए।

(viii) Write moment of Inertia of a circular ring about its diameter.

वृत्तीय वलय का व्यास के परितः जड़त्व-आघूर्ण लिखिए।

Section–B **10×4=40**

खण्ड—ब

(Short Answer Type Questions)

(लघु उत्तरीय प्रश्न)

2. The minimum force required to move a load upward along a rough plane is P. Prove that the minimum force acting parallel to the plane which moves the weight up along the plane is $P = \sqrt{(1+\mu^2)}$ where μ is coefficient of friction.

किसी भार को किसी रुक्ष समतल के अनुदिश ऊपर की ओर ले जाने वाला न्यूनतम बल P है। सिद्ध कीजिए कि समतल के समान्तर क्रिया करने वाला न्यूनतम बल, जो भार को समतल के अनुदिश ऊपर की ओर ले जाता है $P = \sqrt{(1+\mu^2)}$ है जहाँ μ घर्षण गुणांक है।

3. A rhombus of the rods is made with smooth grips. In which the weight of each rod is w and the length is l. It is placed symmetrically in such a way that its two upper arms are in contact with two smooth pegs at the same level, the distance between the two pegs is 2α. A load w' is suspended at the lowest point. If the sides of a rhombus make an angle θ with the vertical, then prove that :

$$\sin^3\theta = \left(\frac{\alpha}{l}\right)\left[\frac{4w+w'}{4w+2w'}\right]$$

चिकने कब्जों से छड़ों का एक समचतुर्भुज बनाया जाता है, जिनमें प्रत्येक छड़ का भार w और लम्बाई l है। यह सममितत: इस प्रकार रखा जाता है कि इसकी ऊपर की दो भुजाएँ एक ही स्तर पर स्थित दो चिकनी खूँटियों के सम्पर्क में रहे, दोनों खूँटियों के बीच दूरी 2α है। एक भार w' निम्नतम बिन्दु पर लटकाया जाता है। यदि समचतुर्भुज की भुजाएँ ऊर्ध्वाधर से θ कोण बनाती हैं, तो सिद्ध कीजिए कि :

$$\sin^3\theta = \left(\frac{\alpha}{l}\right)\left[\frac{4w+w'}{4w+2w'}\right]$$

4. A telegraph wire is stretched between two poles. If the distance between the poles is a and the sag in the middle is n, then prove that the tension at the ends will be approximately $w\left(\frac{a^2}{8n}+\frac{7}{6}n\right)$, where w is the weight per unit length.

एक टेलीग्राफ तार दो खम्बों के मध्य तना हुआ है। यदि खम्भों के मध्य दूरी a तथा मध्य में झोल n है, तो सिद्ध कीजिए कि सिरों पर तनाव लगभग $w\left(\frac{a^2}{8n}+\frac{7}{6}n\right)$ होगा, जहाँ w प्रति इकाई लम्बाई भार है।

5. If λr^2 and $\mu\theta^2$ are radial and transversal velocities of a particle, then prove that the path equation of path of particle is $\frac{\lambda}{\theta}=\frac{\mu}{2r^2}+C$. Also, components of acceleration are $2\lambda^2 r^3-\frac{\mu^2\theta^4}{r}$ and $\lambda\mu r\theta^2+2\mu^2\frac{\theta^3}{r}$.

किसी कण के अरीय तथा अनुप्रस्थ वेग क्रमशः λr^2 व $\mu\theta^2$ हैं। सिद्ध कीजिए कि कण के पथ का समीकरण $\frac{\lambda}{\theta}=\frac{\mu}{2r^2}+C$ होगा और उसके त्वरण के घटक $2\lambda^2 r^3-\frac{\mu^2\theta^4}{r}$ एवं $\lambda\mu r\theta^2+2\mu^2\frac{\theta^3}{r}$ होंगे।

6. A particle is projected with a velocity U into a vertically resisting medium. If the resistance of the medium is proportional to the square of the velocity v, then prove that the particle will return to the point of launch with velocity $\frac{UV}{\sqrt{U^2+V^2}}$ after a time $\frac{V}{g}\left[\tan^{-1}\frac{U}{V}+\tan^{-1}\frac{v}{V}\right]$. Where V is final velocity.

एक कण को U वेग से ऊर्ध्वाधर प्रतिरोधी माध्यम में प्रक्षेपित किया जाता है। यदि माध्यम का प्रतिरोध, वेग v के वर्ग के समानुपाती है, तो सिद्ध कीजिए कि कण प्रक्षेपण बिन्दु पर $\frac{UV}{\sqrt{U^2+V^2}}$ वेग से $\frac{V}{g}\left[\tan^{-1}\frac{U}{V}+\tan^{-1}\frac{v}{V}\right]$ समय पश्चात् लौटेगा जहाँ V अन्तिम वेग है।

7. An elastic string of the same length as the length of the identical rod is attached to the two ends of the rod and suspended from the mid-point of the string. Prove that the angle θ made by the string with the horizontal in equilibrium is expressed by the following equation :

$$\cot^3\frac{\theta}{2}-\cot\frac{\theta}{2}=2n$$

समरूप छड़ की लम्बाई के समान लम्बाई की प्रत्यास्थ डोरी को छड़ के दोनों सिरों पर संलग्न करके डोरी के मध्य बिन्दु से लटकाया जाता है। सिद्ध कीजिए कि साम्यावस्था में डोरी द्वारा क्षैतिज से बनाया गया कोण θ निम्न समीकरण द्वारा व्यक्त होता है :

$$\cot^3\frac{\theta}{2}-\cot\frac{\theta}{2}=2n$$

8. A heavy particle is suspended from a point by a string of length a and then projected horizontally with a velocity u, where $u^2=\left(2+\sqrt{3}\right)ag$. Prove that the string will be loose when it covers an angle $\cos^{-1}\left(\frac{-1}{\sqrt{3}}\right)$ with the vertical.

एक भारी कण a लम्बाई की डोरी द्वारा किसी बिन्दु से लटकाया जाता है और फिर क्षैतिज दिशा में u वेग से, जहाँ, $u^2=\left(2+\sqrt{3}\right)ag$ प्रक्षिप्त किया जाता है। सिद्ध कीजिए कि डोरी उस समय ढीली होगी जब वह ऊर्ध्वाधर से $\cos^{-1}\left(\frac{-1}{\sqrt{3}}\right)$ कोण तय कर चुकेगा।

9. Find the moment of inertia of a right circular solid cone of mass M, height h and radius of the base is a.

M द्रव्यमान, h ऊँचाई और आधार की a त्रिज्या वाले लम्बवृत्तीय ठोस शंकु का इसके सापेक्ष जड़त्व-आघूर्ण ज्ञात कीजिए।