

MT-06

December – Examination 2021

B.A./B.Sc. (Part II) Examination

MATHEMATICS

(Third Paper)

Numerical Analysis and Vector Calculus

Paper : MT-06

Time : 1½ Hours]

[Maximum Marks : 46

Note :- The question paper is divided into two Sections A and B. Section 'A' contains 8 Very Short Answer Type Questions. Examinees have to attempt any *four* questions. Each question is of 1½ marks and maximum word limit may be 30 words. Section 'B' contains 8 Short Answer Type Questions. Examinees will have to answer any *four* questions. Each question is of 10 marks. Examinees have to delimit each answer in maximum 200 words. Use of non-programmable scientific calculator is allowed in this paper.

निर्देश :- यह प्रश्न-पत्र दो खण्डों 'अ' और 'ब' में विभाजित है। खण्ड 'अ' में 8 अति लघु उत्तरात्मक प्रश्न हैं। परीक्षार्थियों को किन्हीं चार प्रश्नों को हल करना है। प्रत्येक प्रश्न 1½ का अंक है और अधिकतम शब्द-सीमा 30 शब्द है। खण्ड 'ब' में 8 लघु उत्तरीय प्रश्न हैं। परीक्षार्थियों को किन्हीं चार प्रश्नों के उत्तर देना है। प्रत्येक प्रश्न 10 अंकों का है। परीक्षार्थियों को अधिकतम 200 शब्दों में प्रत्येक उत्तर परिसीमित करने हैं। इस प्रश्न-पत्र में नॉन-प्रोग्रामेबल साइंटिफिक कैलकुलेटर के उपयोग की अनुमति है।

Section-A

4×1½=6

(खण्ड—अ)

Very Short Answer Type Questions

(अति लघु उत्तरीय प्रश्न)

1. (i) Write the relation between operators μ , δ and E.

संकारकों μ , δ व E के मध्य सम्बन्ध लिखिए।

(ii) State fundamental theorem of difference calculus.

अन्तर कलन मूलभूत प्रमेय का प्राक्कथन लिखिए।

(iii) Define reciprocal factorial.

व्युत्क्रम क्रमगुणित को परिभाषित कीजिए।

(iv) Write Newton's divided difference formula.

न्यूटन के विभाजित अन्तर सूत्र लिखिए।

(v) How do we divide the interval while using Simpson's $\frac{3}{8}$ rule for numerical integration.

सिम्पसन $\frac{3}{8}$ नियम से संख्यात्मक समाकलन ज्ञात करते समय दिए गए अन्तराल को किस प्रकार विभाजित करते हैं ?

(vi) What would be value of grad ϕ at point $(1, -2, 1)$ if $\phi(x, y, z) = 3x^2y - y^3z^2$?

यदि $\phi(x, y, z) = 3x^2y - y^3z^2$ हो तो बिन्दु $(1, -2, 1)$ पर grad ϕ का मान क्या होगा ?

(vii) If $\vec{f} \cdot d\vec{f} = 0$, then show that f is a constant vector.

यदि $\vec{f} \cdot d\vec{f} = 0$ हो, तो प्रदर्शित कीजिए कि f एक अचर सदिश है।

(viii) If

$$\vec{F} = xy^2 \hat{i} + xz \hat{j} + 2z^2 \hat{k}$$

then find $\text{curl } \vec{F}$.

यदि :

$$\vec{F} = xy^2 \hat{i} + xz \hat{j} + 2z^2 \hat{k}$$

हो तो $\text{curl } \vec{F}$ का मान ज्ञात कीजिए।

Section-B

4×10=40

(खण्ड—ब)

Short Answer Type Questions

(लघु उत्तरीय प्रश्न)

2. Prove that :

सिद्ध कीजिए :

$$D \equiv \frac{1}{h} \left[\nabla - \frac{\nabla^2}{2} + \frac{\nabla^3}{3} - \frac{\nabla^4}{4} + \dots \right]$$

3. Find the missing value of y in the table given below :

निम्नलिखित सारणी में y के विलुप्त मान की गणना कीजिए :

| x | y |
|-----|-----|
| 0 | 1 |
| 1 | 3 |
| 2 | 9 |
| 3 | ? |
| 4 | 81 |

4. Find the function whose first difference is e^x .
वह फलन ज्ञात कीजिए जिसका प्रथम अन्तर e^x है।
5. Prove that the sum of Lagrange's coefficients in Lagrange's interpolation formula is always one.
सिद्ध कीजिए कि लैग्रांज अन्तर्वेशन सूत्र में लाग्रांज गुणांकों का योग सदैव एक होता है।

6. Find the value of the following integral using Simpson's $\frac{1}{3}$ rule :

$$\int_{0.2}^{1.4} (\sin x - \log_e x + e^x) dx$$

- सिम्पसन $\frac{1}{3}$ नियम के उपयोग से निम्नांकित समाकल का मान ज्ञात कीजिए :

$$\int_{0.2}^{1.4} (\sin x - \log_e x + e^x) dx$$

7. Find the real roots of the equation $x^3 - 2x - 5 = 0$ using false position method.
मिथ्या स्थिति विधि द्वारा $x^3 - 2x - 5 = 0$ का वास्तविक मूल ज्ञात कीजिए।

8. If $\frac{d\bar{a}}{dt} = \bar{c} \times \bar{a}$ and $\frac{d\bar{b}}{dt} = \bar{c} \times \bar{b}$, then prove that :

$$\frac{d}{dt}(\bar{a} \times \bar{b}) = \frac{d\bar{a}}{dt} \times \bar{b} + \bar{a} \times \frac{d\bar{b}}{dt}$$

- यदि $\frac{d\bar{a}}{dt} = \bar{c} \times \bar{a}$ तथा $\frac{d\bar{b}}{dt} = \bar{c} \times \bar{b}$ हैं, तो सिद्ध कीजिए कि :

$$\frac{d}{dt}(\bar{a} \times \bar{b}) = \frac{d\bar{a}}{dt} \times \bar{b} + \bar{a} \times \frac{d\bar{b}}{dt}$$

9. Find the work done by the force $\vec{F} = (2x - y + z)\hat{i} + (x + y - z^2)\hat{j} + (3x - 2y + 4z)\hat{k}$ in completing a complete round of circle $c : x^2 + y^2 = 9$ in xy -lane.

बल $\vec{F} = (2x - y + z)\hat{i} + (x + y - z^2)\hat{j} + (3x - 2y + 4z)\hat{k}$ द्वारा xy -समतल में वृत्त $c : x^2 + y^2 = 9$ का पूरा चक्कर काटने में किया गया कार्य ज्ञात कीजिए।