

MT-02

December – Examination 2021

B.A./B.Sc. (Part I) Examination

MATHEMATICS

(Second Paper)

Calculus and Differential Equation

Paper : MT-02

Time : 1½ Hours]

[Maximum Marks : 47

Note :- The question paper is divided into two Sections A and B. Section-A contains 8 Very Short Answer Type Questions. Examinees have to attempt any *four* questions. Each question is of 1.75 marks and maximum word limit may be **30** words. Section-B contains 8 Short Answer Type Questions. Examinees will have to answer any *four* questions. Each question is of 10 marks. Examinees have to

delimit each answer in maximum **200** words. Use of non-programmable scientific calculator is allowed in this paper.

निर्देश :- यह प्रश्न-पत्र दो खण्डों 'अ' और 'ब' में विभाजित है। खण्ड-अ में 8 अति लघु उत्तरात्मक प्रश्न हैं। परीक्षार्थियों को किन्हीं **चार** प्रश्नों को हल करना है। प्रत्येक प्रश्न का 1.75 अंक है और अधिकतम शब्द-सीमा **30** शब्द है। खण्ड-ब में आठ लघु उत्तर प्रकार के प्रश्न हैं। परीक्षार्थियों को किन्हीं **चार** प्रश्नों को हल करना है। प्रत्येक प्रश्न 10 अंकों का है। परीक्षार्थियों को अधिकतम **200** शब्दों में प्रत्येक उत्तर परिसीमित करना है। इस प्रश्न-पत्र में नॉन-प्रोग्रामेबल साइंटिफिक कैलकुलेटर के उपयोग की अनुमति है।

Section-A

(खण्ड—अ)

Very Short Answer Type Questions

(अति लघु उत्तरीय प्रश्न)

1. (i) Write Leibnitz's test for alternating series.
एकान्तर श्रेणी के लिए लेबनीज का परीक्षण लिखिए।

(ii) Write another form of Lagrange's mean value theorem.

लैग्रांज के माध्य मान प्रमेय का दूसरा रूप लिखिए।

(iii) Write polar formula of derivative of length of arc.

चाप की लम्बाई अवकलज का ध्रुवीय सूत्र लिखिए।

(iv) Write mathematical definition of maximum value.

उच्चिष्ठ मान की गणितीय परिभाषा लिखिए।

(v) Define Envelop.

अन्वालोप को परिभाषित कीजिए।

(vi) Write formula of rectification for parametric equations.

प्राचलिक समीकरणों के लिए चापकलन का सूत्र लिखिए।

(vii) State Pappus theorem.

पेपस के प्रमेय का कथन कीजिए।

(viii) Find the value of $\sqrt{-\frac{5}{2}}$.

$\sqrt{-\frac{5}{2}}$ का मान ज्ञात कीजिए।

Section-B

(खण्ड—ब)

Short Answer Type Questions

(लघु उत्तरीय प्रश्न)

2. Find pedal equation curve $r = a(1 + \cos \theta)$.

वक्र $r = a(1 + \cos \theta)$ का पदिक समीकरण ज्ञात कीजिए।

3. Find equation of circle of curvature at point

(0, 1) of curve $y = x^3 + 2x^2 + x + 1$.

वक्र $y = x^3 + 2x^2 + x + 1$ के बिन्दु (0, 1) पर वक्रता का समीकरण ज्ञात कीजिए।

4. Prove that if $x = \xi \cos \alpha - \eta \sin \alpha$ and

$y = \xi \sin \alpha + \eta \cos \alpha$, then :

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial \eta^2}$$

when α is a constant.

सिद्ध कीजिए कि यदि $x = \xi \cos \alpha - \eta \sin \alpha$ तथा $y = \xi \sin \alpha + \eta \cos \alpha$ हो, तो :

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial \eta^2}$$

जबकि α एक अचर राशि है।

5. Prove that asymptotes of cubic curve :

$$x^3 - 2y^3 + xy(2x - y) + y(x - y) + 1 = 0$$

cut again curve at three points which are lies on straight line $x + y + 1 = 0$.

सिद्ध कीजिए कि त्रिपद वक्र $x^3 - 2y^3 + xy(2x - y) + y(x - y) + 1 = 0$ के अनन्तस्पर्शी वक्र को तीन बार काटते हैं तथा रेखा $x + y + 1 = 0$ पर स्थित है।

6. Trace the curve :

$$x = a(\theta + \sin \theta), y = a(1 - \cos \theta)$$

वक्र का अनुरेखन कीजिए :

$$x = a(\theta + \sin \theta), y = a(1 - \cos \theta)$$

7. Find area of loop of curve $x = a \sin 2t$, $y = a \sin t$.

वक्र $x = a \sin 2t$, $y = a \sin t$ के लूप का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

8. Solve the following double integral by changing order of integration :

$$\int_0^a \int_{\sqrt{ax}}^a \frac{y^2}{\sqrt{y^4 - a^2 x^2}} dx dy$$

समाकलन के क्रम परिवर्तन से निम्न द्विसमाकलन को हल कीजिए :

$$\int_0^a \int_{\sqrt{ax}}^a \frac{y^2}{\sqrt{y^4 - a^2 x^2}} dx dy$$

9. Prove that :

$$\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{1-x^3}} = \frac{\left(\frac{1}{3}\right)^3}{2^{4/3} \sqrt{3\pi}}$$

सिद्ध कीजिए कि :

$$\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{1-x^3}} = \frac{\left(\frac{1}{3}\right)^3}{2^{4/3}\sqrt{3\pi}}$$