

MT-08

December – Examination 2020

B.A./B.Sc. (Part III) Examination

MATHEMATICS

(Second Paper)

Complex Analysis

Paper : MT-08

Time : 2 Hours]

[Maximum Marks : 47

Note :- The question paper is divided into two Sections A and B. Write answers as per the given instructions.

निर्देश :- यह प्रश्न-पत्र 'अ' और 'ब' दो खण्डों में विभाजित है। प्रत्येक खण्ड के निर्देशानुसार प्रश्नों के उत्तर दीजिए।

Section-A

7×1=7

(Very Short Answer Type Questions)

Note :- Section 'A' consists of seven Very Short Answer Type Questions. Examinees have to attempt all

questions. Each question is of 1 mark and maximum word limit may be 30 words.

खण्ड—अ

(अति लघु उत्तरीय प्रश्न)

निर्देश :- खण्ड 'अ' में सात अति लघूत्तरात्मक प्रश्न हैं। परीक्षार्थियों को सभी प्रश्नों को हल करना है। प्रत्येक प्रश्न का 1 अंक है और अधिकतम शब्द-सीमा 30 शब्द है।

1. (i) Write formula for radius R of convergence of a power series :

$$\sum a_n z^n$$

घात श्रेणी $\sum a_n z^n$ की अभिसरण त्रिज्या R ज्ञात करने के लिए सूत्र लिखिए।

- (ii) Define Cross-cut.

क्रॉस-कट को परिभाषित कीजिए।

(iii) Write necessary condition for a conformal mapping representation.

अनुकोण प्रतिचित्रण के निरूपण के लिए आवश्यक प्रतिबन्ध लिखिए।

(iv) Define Poles.

अनन्तक को परिभाषित कीजिए।

(v) State Gauss mean value theorem.

गॉस माध्य मान प्रमेय का कथन कीजिए।

(vi) State Liouville's theorem.

ल्यूविले प्रमेय का कथन कीजिए।

(vii) Find radius of convergence of power series :

$$\sum \frac{z^n}{n^n}$$

घात श्रेणी $\sum \frac{z^n}{n^n}$ की अभिसरण त्रिज्या ज्ञात कीजिए।

Section-B

4×10=40

(Short Answer Type Questions)

Note :- Section 'B' consists of eight Short Answer Type Questions. Examinees will have to answer any *four* questions. Each question is of 10 marks. Examinees have to delimit each answer in maximum **200** words.

खण्ड—ब

(लघु उत्तरीय प्रश्न)

निर्देश :- खण्ड 'ब' में आठ लघु उत्तरीय प्रश्न हैं। परीक्षार्थियों को किन्हीं चार प्रश्नों का उत्तर देना है। प्रत्येक प्रश्न 10 अंकों का है। परीक्षार्थियों को अधिकतम **200** शब्दों में प्रत्येक उत्तर परिसीमित करना है।

2. Prove that any open subset S of set of complex numbers C is connected if and only if for any *two* points *a* and *b* in S there exists a polygon which lie entirely in S.

सिद्ध कीजिए कि सम्मिश्र संख्याओं का समुच्चय C का एक अरिक्त विवृत्त उपसमुच्चय S सम्बद्ध है यदि और केवल यदि S के किन्हीं दो बिन्दुओं a, b के लिए a से b तक एक ऐसा बहुभुज विद्यमान है। जो पूर्णतया S में स्थित है।

3. Prove that :

$$\lim_{z \rightarrow z_0} \frac{3z^4 - 2z^3 + 8z^2 - 2z + 5}{z - i} = 4 + 4i$$

सिद्ध कीजिए कि :

$$\lim_{z \rightarrow z_0} \frac{3z^4 - 2z^3 + 8z^2 - 2z + 5}{z - i} = 4 + 4i$$

4. Show that function is not analytic $f(z) = \sqrt{|xy|}$ at origin although Cauchy–Riemann equations are satisfied at origin.

प्रदर्शित कीजिए कि फलन $f(z) = \sqrt{|xy|}$ मूलबिन्दु पर कोशी-रीमान समीकरणों को सन्तुष्ट करता है परन्तु इस बिन्दु पर विश्लेषिक नहीं है।

5. State and prove Cauchy integral theorem.

कोशी के समाकलन प्रमेय का कथन कर सिद्ध कीजिए।

6. Prove that every function having only poles as singularities in extended complex plane is rational function.

सिद्ध कीजिए कि प्रत्येक फलन, जिसकी विस्तारित सम्मिश्र तल में विचित्रताएँ केवल अनन्तक ही हैं, परिमेय फलन है।

7. Find all these bilinear transformations which maps circle $|z| \leq r$ into circle $|w| \leq R$.

वह समस्त द्विरैखिक रूपान्तरण ज्ञात कीजिए जो वृत्त $|z| \leq r$ को वृत्त $|w| \leq R$ में प्रतिचित्रित करे।

8. Evaluate :

$$\int_0^\pi \frac{a d\theta}{a^2 + \sin^2 \theta}, (a > 0)$$

मान ज्ञात कीजिए :

$$\int_0^\pi \frac{a d\theta}{a^2 + \sin^2 \theta}, (a > 0)$$

9. Explain the following :

(a) Analytic continuation along a chain of domains

(b) Analytic continuation by a power series

निम्नलिखित को समझाइए :

(अ) प्रांतों की शृंखला के अनुदिश विश्लेषिक सांतत्य

(ब) घात श्रेणी द्वारा विश्लेषिक सांतत्य