

MT-06

December - Examination 2019

B.A. / BSc. Pt. II Examination**Numerical Analysis & Vector Calculus****Paper - MT-06****Time : 3 Hours]****[Max. Marks :- 46**

Note: The question paper is divided into three sections A, B and C. Write answers as per the given instructions. Use of non-programmable scientific calculator is allowed in this paper.

निर्देश : प्रश्न पत्र तीन खण्डों 'अ', 'ब' और 'स' में विभाजित है। प्रत्येक खण्ड के निर्देशानुसार प्रश्नों के उत्तर दीजिए। इस प्रश्नपत्र में नॉन-प्रोग्रामेबल साइंटिफिक कैल्कुलेटर के उपयोग की अनुमति हैं।

Section - A**6 × 1 = 6**

(Very Short Answer Type Questions)

Note: Answer all Questions. As per the nature of the question delimit your answer in one word, one sentence or maximum up to 30 words. Each question carries 1 mark.

खण्ड - 'अ'

(अति लघु उत्तरीय प्रश्न)

निर्देश : सभी प्रश्नों के उत्तर दीजिए। आप अपने उत्तर को प्रश्नानुसार एक शब्द, एक वाक्य या अधिकतम 30 शब्दों में परिसीमित कीजिए। प्रत्येक प्रश्न 1 अंक का है।

- 1) (i) Define first backward difference.
प्रथम पश्चांतर को परिभाषित कीजिये।
- (ii) Define interpolation.
अन्तर्वेशन को परिभाषित कीजिये।
- (iii) Write Relation between \in, ∇ and δ .
संकारक \in, ∇ तथा δ में संबंध लिखिये।
- (iv) Find divergence of a constant vector \vec{a} .
अचर सदिश \vec{a} का अपसरण ज्ञात कीजिये।
- (v) Find the value of Curl (grad ϕ), where ϕ is a scalar function.
Curl (grad ϕ) का मान ज्ञात कीजिये, जहाँ ϕ एक अदिश फलन हैं।
- (vi) State Stoke's theorem.
स्टोक्स प्रमेय का कथन कीजिये।

Section - B

4 × 5 = 20

(Short Answer Type Questions)

Note: Answer any four question. Each answer should not exceed 200 words. Each question carries 5 marks.

(खण्ड - ब)

(लघु उत्तरीय प्रश्न)

निर्देश : किन्ही चार प्रश्नों के उत्तर दीजिए। आप अपने उत्तर को अधिकतम 200 शब्दों में परिसीमित कीजिए। प्रत्येक प्रश्न 5 अंको का है।

2) Prove that (सिद्ध कीजिये) :- $\Delta \left[\frac{f(x)}{g(x)} \right] = \frac{g(x)\Delta f(x) - f(x)\Delta g(x)}{g(x+h)g(x)}$

- 3) Find $f(3.5)$ from following table

निम्न आकड़ों से $f(3.5)$ का मान ज्ञात कीजिये:

| | | | | | |
|------|---|----|----|-----|-----|
| X | 3 | 5 | 7 | 9 | 11 |
| f(x) | 6 | 24 | 58 | 108 | 174 |

- 4) Find $f(128)$ from following table using Gauss forward difference formula.

निम्नलिखित सारणी से गॉस अग्र अन्तर्वेशन सूत्र के प्रयोग द्वारा $f(128)$ का मान ज्ञात कीजिए:

| | | | | | |
|------|-------|-------|-------|-------|-------|
| X | 120 | 125 | 130 | 135 | 140 |
| f(x) | 49225 | 48316 | 47236 | 45926 | 44306 |

- 5) Find one root of equation $f(x)=0$ using Lagrange's inverse interpolation formula given.

समीकरण $f(x)=0$ का एक मूल ज्ञात करने के लिये प्रतिलोम अन्तर्वेशन के लग्रांज सूत्र का प्रयोग कीजिये जबकि दिया हुआ है:

$$f(30) = -30, f(34) = -13, f(38) = 3, f(42) = 18.$$

- 6) Find the root of following equation by iteration method.

पुनरावृत्ति विधि द्वारा निम्न समीकरण का मूल ज्ञात कीजिए।

$$f(x) = x^3 + x^2 - 1$$

- 7) If $\frac{dy}{dx} = \frac{y-x}{y+x}$ where $y(0)=1$, $h = 0.02$ then find approximate value of y at $x = 0.1$ by Euler's method.

यदि $\frac{dy}{dx} = \frac{y-x}{y+x}$, जहाँ $y(0) = 1$, $h = 0.02$ तब आयलर की विधि द्वारा $x = 0.1$ पर y का सन्निकट मान ज्ञात कीजिये।

8) Prove that (सिद्ध कीजिये):- $\nabla \left(\vec{a} \cdot \frac{\vec{r}}{r^n} \right) = \frac{a^n}{r^n} - \frac{n}{r^{n+2}} (\vec{a} \cdot \vec{r}) \vec{r}$

9) Find angle of intersection of surface $x^2 + y^2 + z^2 = 29$ and

$$x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 6y - 8z - 47 = 0 \text{ at point } (4, -3, 2).$$

पृष्ठों $x^2 + y^2 + z^2 = 29$ व $x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 6y - 8z - 47 = 0$ के बिन्दु $(4, -3, 2)$ पर प्रतिच्छेदन कोण ज्ञात कीजिए।

Section - C

2 × 10 = 20

(Long Answer Type Questions)

Note: Answer any two questions. You have to delimit your each answer maximum upto 500 words. Each question carries 10 marks.

(खण्ड - स)

(दीर्घ उत्तरीय प्रश्न)

निर्देश : किन्हीं दो प्रश्नों के उत्तर दीजिए। अपने उत्तर अधिकतम 500 शब्दों में परिसीमित कीजिए। प्रत्येक प्रश्न 10 अंको का है।

10) (i) Prove that (सिद्ध कीजिये):- $x^{(-n)} = \frac{1}{(x + nh)^{(n)}}$

(ii) Prove that values of divided differences are independent of order of values of variable.

सिद्ध कीजिये कि विभाजित अन्तर के मान चर के मानों के क्रम से स्वतंत्र होते हैं।

- 11) (i) Find the value of $\frac{dy}{dx}$ at $x = 7.5$ from following data :

निम्न आकड़ों से $x = 7.5$ के लिए $\frac{dy}{dx}$ का मान ज्ञात कीजिए।

| | | | | | | | |
|------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| X | 7.47 | 7.48 | 7.49 | 7.50 | 7.51 | 7.52 | 7.53 |
| f(x) | 0.193 | 0.195 | 0.198 | 0.201 | 0.203 | 0.260 | 0.208 |

- (ii) Show that using Simpson's one third rule.

सिम्पसन के एक तिहाई नियम के प्रयोग से प्रदर्शित कीजिए।

$$\int_0^1 \frac{dx}{1+x} = \log 2 = 0.69315$$

- 12 (i) Solve following system of equation by Gauss-Seidal method (3 Iterations).

निम्न समीकरण निकाय को गॉस-सीडेल विधि द्वारा (तीन पुनरावृत्ति) हल करो।

$$27x + 6y - z = 85$$

$$6x + 15y + 2z = 72$$

$$x + y + 54z = 110$$

(ii) Prove that magnitude of any vector function $\vec{F}(t)$ is constant if and only if

सिद्ध कीजिये कि किसी सदिश फलन $\vec{F}(t)$ का परिमाण अचर होगा यदि और केवल यदि

$$\vec{F} \frac{d\vec{F}}{Dt} = 0$$

13) Verify Gauss's divergence theorem for function $\vec{F} = (2x - z)\hat{i} + x^2y\hat{j} - xz^2\hat{k}$ over the region bounded by planes $x = 0, x = 1, y = 0, y = 1, z = 0, z = 1$.

समतलों $x = 0, x = 1, y = 0, y = 1, z = 0, z = 1$ द्वारा परिबद्ध क्षेत्र पर फलन $\vec{F} = (2x - z)\hat{i} + x^2y\hat{j} - xz^2\hat{k}$ के लिये गॉस-अपसरण प्रमेय का सत्यापन कीजिये।

—————