

**MSCPH-01**

December - Examination 2019

**MSc (Previous) Physics Examination****Mathematical Physics and Classical Mechanics**

गणितीय भौतिकी तथा चिरसम्मत यांत्रिकी

**Paper - MSCPH-01****Time : 3 Hours ]****[ Max. Marks :- 80**

**Note:** The question paper is divided into three sections A, B and C. Write answers as per the given instructions. In case of any discrepancy, the English version will be final for all purposes. Check your paper code and paper title before starting the paper. You are allowed to use a non-programmable calculator, however sharing of calculators is not allowed.

**निर्देश :** यह प्रश्न पत्र 'अ', 'ब' और 'स' तीन खण्डों में विभाजित है। प्रत्येक खण्ड के निर्देशानुसार प्रश्नों के उत्तर दीजिए। किसी भी विसंगति की स्थिति में अंग्रेजी रूप ही अंतिम माना जायेगा। प्रश्न पत्र शुरू करने से पूर्व प्रश्न पत्र कोड व प्रश्नपत्र शीर्षक जाँच ले। आपको बिना प्रोग्रामिंग वाले केलकुलेटर के उपयोग की अनुमति है, परन्तु केलकुलेटर के हस्तांतरण की अनुमति नहीं है।

**Section - A****8 × 2 = 16**

(Very Short Answer Type Questions)

**Note:** Answer all Questions. As per the nature of the question delimit your answer in one word, one sentence or maximum up to 30 words. Each question carries 2 marks.

## खण्ड - 'अ'

(अति लघु उत्तरीय प्रश्न)

**निर्देश :** सभी प्रश्नों के उत्तर दीजिए। आप अपने उत्तर को प्रश्नानुसार एक शब्द, एक वाक्य या अधिकतम 30 शब्दों में परिसीमित कीजिए। प्रत्येक प्रश्न 2 अंकों का है।

- 1) (i) Find the laplace transform of function  $f(t) = t^2 + 2t + 3$   
 फलन  $f(t) = t^2 + 2t + 3$  का लाप्लास रूपान्तर ज्ञात करो।
- (ii) A wave function is  $\psi = \sin(\pi x) \cos(3y) e^{i4t}$ . Using wave equation (in two dimensional), find the wave speed.  
 तरंग फलन  $\psi = \sin(\pi x) \cos(3y) e^{i4t}$  है। तरंग समीकरण (द्विविमीय) का उपयोग करते हुए तरंग चाल ज्ञात करो।
- (iii) Write the value of Legendre polynomial  $P_1(0)$   
 लिजेंड्रे बहुपद  $P_1(0)$  का मान लिखो।
- (iv) Lagrangian of a particle is  $L = 2x^2 + 3x + 6$  Find the value of generalized momentum.  
 एक कण का लैग्रेंजियन  $L = 2x^2 + 3x + 6$  है तो व्यापक संवेग ज्ञात करिए।
- (v) Evaluate the integral  $\int_0^4 e^x dx$  by simpson's 1/3 rule. Here  $h=1$  and

$x$	0	1	2	3	4
$e^x$	1	2.72	7.39	20.09	54.60

सिम्पसन के 1/3 के नियम से समाकल  $\int_0^4 e^x dx$  का मान ज्ञात करो यहाँ  $h=1$  व

$x$	0	1	2	3	4
$e^x$	1	2.72	7.39	20.09	54.60

- (vi) Given that the linear transformation of a generalized coordinate  $q$  and the corresponding momentum  $p$ .

$$Q = q + 4ap$$

$$P = q + 2p$$

It is canonical, then find the value of the constant “ $a$ ”

दिए गए एक रेखीय रूपान्तरण में व्यापक निर्देशांक  $q$  है तथा संगत संवेग  $p$  है

$$Q = q + 4ap$$

$$P = q + 2p$$

यह रूपान्तरण केनोनिकल है तो अचर “ $a$ ” का मान ज्ञात करो।

- (vii) If potential energy of particle of mass  $m$  in one dimensional motion is

$$U(x) = \alpha x^2 + \beta x$$

Here  $\alpha$  and  $\beta$  are constants. What is the angular frequency of oscillation?

एक कण जिसका द्रव्यमान  $m$  है उसकी एक विमीय गति में स्थितिज ऊर्जा

$U(x) = \alpha x^2 + \beta x$  है जहाँ  $\alpha$  तथा  $\beta$  अचर हैं। इसके दोलन की कोणीय आवृत्ति क्या होगी?

- (viii) Write the term  $\frac{\partial x^p}{\partial x^q}$  in terms of  $\delta$  notation.

$\delta$  के पदों में  $\frac{\partial x^p}{\partial x^q}$  का मान क्या होगा?

**Section - B****4 × 8 = 32**

(Short Answer Type Questions)

**Note:** Answer any four question. Each answer should not exceed 200 words. Each question carries 8 marks.

**(खण्ड - ब)**

(लघु उत्तरीय प्रश्न)

**निर्देश :** किन्ही चार प्रश्नों के उत्तर दीजिए। आप अपने उत्तर को अधिकतम 200 शब्दों में परिसीमित कीजिए। प्रत्येक प्रश्न 8 अंको का है।

2) Using Rodrigues formula for Legendre polynomial  $P_n(x)$

Determine the final expression of following function.

$$f(x) = 2P_3(x) + 3P_1(x)$$

लिजेंद्रे बहुपद  $P_n(x)$  के लिए रोद्रिगुएस सूत्र का उपयोग करते हुए निम्न फलक के लिए अंतिम व्यंजक ज्ञात करो।

$$f(x) = 2P_3(x) + 3P_1(x)$$

3) Find the Laplace transform of  $f(t)$

$$f(t) = \begin{cases} 3 & ; 0 < t < 2 \\ -1 & ; 2 < t < 4 \\ 0 & ; t \geq 4 \end{cases}$$

$f(t)$  का लाप्लास रूपान्तर ज्ञात करिए।

$$f(t) = \begin{cases} 3 & ; 0 < t < 2 \\ -1 & ; 2 < t < 4 \\ 0 & ; t \geq 4 \end{cases}$$

- 4) Divide the interval into four equal parts and evaluate the following integral using Simpson's 1/3 rule

$$\int_0^{0.8} f(x) dx$$

$$\text{Here } f(x) = 0.2 + 25x - 200x^2 + 675x^3 - 900x^4 - 400x^5$$

अंतराल को चार बराबर भागों में विभाजित करते हुए समाकल  $\int_0^{0.8} f(x) dx$  को सिम्पसन को 1/3 नियम से ज्ञात करिए यहाँ

$$f(x) = 0.2 + 25x - 200x^2 + 675x^3 - 900x^4 - 400x^5$$

- 5) Using Newton Rapsion method, find  $(10)^{1/3}$   
न्यूटन रेफसन सूत्र का उपयोग करते हुए  $(10)^{1/3}$  का मान ज्ञात करो।
- 6) Find the fourier cosine transform of  $e^{-b^2 x^2}$  where b is constant.  
 $e^{-b^2 x^2}$  का फुरिएर कोज्या रूपान्तर ज्ञात करीए जहाँ b अचर है।
- 7) Obtain the Lagrangian equation from Hamilton's principle.  
लैंग्रेंजियन समीकरण को हेमिल्टन सिद्धान्त से प्राप्त कीजिए।
- 8) Using poisson bracket, check whether following transformation is canonical or not?

$$Q = (e^{-2q} - p^2)^{1/2}$$

$$P = \cos^{-1}(pe^q)$$

पोइसन ब्रेकिट का उपयोग करते हुए यह बताए कि निम्न रूपान्तरण केनोनिकल है अथवा नहीं?

$$Q = (e^{-2q} - p^2)^{1/2}$$

$$P = \cos^{-1}(pe^q)$$

- 9) Using Lagrangian equation find the time period of compound pendulum.  
पिंड लोलक का आवर्तकाल लेंग्रंजियन समीकरण का उपयोग करते हुए ज्ञात करो।

**Section - C**

**2 × 16 = 32**

(Long Answer Type Questions)

**Note:** Answer any two questions. You have to delimit your each answer maximum upto 500 words. Each question carries 16 marks.

**(खण्ड - स)**

(दीर्घ उत्तरीय प्रश्न)

**निर्देश :** किन्हीं दो प्रश्नों के उत्तर दीजिए। अपने उत्तर अधिकतम 500 शब्दों में परिसीमित कीजिए। प्रत्येक प्रश्न 16 अंको का है।

- 10) Using Bisection method, determine the real root of the equation

$$f(x) = 8x^3 - 2x - 1 = 0$$

द्विविभाजन विधि द्वारा समीकरण  $f(x) = 8x^3 - 2x - 1 = 0$  का वास्तविक मूल ज्ञात करो।

- 11) (i) Solve Harmonic oscillator problem by Hamilton Jacobi method.

- (ii) The Lagrangian of a particle of mass  $m$  moving in one dimension

is  $L = e^{at} \left[ \frac{m\dot{x}^2}{2} - \frac{bx^2}{2} \right]$  where  $a, m, b$  are constants.

Find the equation of motion of the particle.

- (i) हेमिल्टन जेकोबी विधि द्वारा सरल आवर्त दोलित्र के लिए हल प्राप्त कीजिए।

- (ii) एक विमीय गति में  $m$  द्रव्यमान के कण का लेंग्रंजियन  $L = e^{at} \left[ \frac{m\dot{x}^2}{2} - \frac{bx^2}{2} \right]$  है जहाँ  $a, m, b$  अचर है कण की गति का समीकरण ज्ञात करिए।

12) (i) Using Rodrigues formula obtain  $H_3(x)$ , then show that

$$H_3(-x) = -H_3(x)$$

(ii) Find the Laplace transform of  $\cos at$  where  $a$  is constant.

(i) रोड्रिगु सूत्र की सहायता से  $H_3(x)$  का मान ज्ञात करिए तथा यह दर्शाइए कि  $H_3(-x) = -H_3(x)$

(ii)  $\cos at$  का लाप्लास रूपान्तर ज्ञात कीजिए जहाँ  $a$  अचर है।

13) (i) Use Trapezoidal rule with  $h = 0.5$  to evaluate

$$I = \int_0^2 (x^2 - 3x + 4) dx \text{ and by evaluating the integral exactly examine the error.}$$

(ii) Find the fourier sine transform of  $\frac{e^{-bx}}{x}$  where  $b$  is constant.

(i)  $h = 0.5$  के साथ ट्रेपेजोइडल नियम से निम्न ज्ञात करिए।

$$I = \int_0^2 (x^2 - 3x + 4) dx \text{ तथा समाकल को यथार्थ रूप से गणना करते हुए त्रुटि ज्ञात कीजिए।}$$

(ii) फलन  $\frac{e^{-bx}}{x}$  का ज्या फोरिएर रूपान्तर ज्ञात करो। जहाँ  $b$  अचर है।