

MPH-02

December - Examination 2019

MSC (Previous) Physics Examination**Mathematical Physics and Numerical Analysis**

गणितीय भौतिकी एवं सांख्यिकी विश्लेषण

Paper - MPH-02**Time : 3 Hours]****[Max. Marks :- 80**

Note: The question paper is divided into three sections A, B and C. Write answers as per the given instructions. In case of any discrepancy, the English version will be final for all purposes. Check your paper code and paper title before starting the paper. You are allowed to use a non-programmable calculator, however sharing of calculators is not allowed.

निर्देश : यह प्रश्नपत्र तीन खंडों 'अ', 'ब' एवं 'स' में विभाजित है। प्रत्येक खण्ड के निर्देशानुसार प्रश्नों के उत्तर दीजिए। किसी भी विसंगति की स्थिति में अंग्रेजी रूप ही अंतिम माना जायेगा। प्रश्न पत्र शुरू करने से पूर्व पेपर कोड व प्रश्नपत्र शीर्षक जाँच ले। आपको बिना प्रोग्रामिंग वाले केलकुलेटर के उपयोग की अनुमति है, परन्तु केलकुलेटर के हस्तांतरण की अनुमति नहीं है।

Section - A**8 × 2 = 16**

(Very Short Answer Type Questions)

Note: Answer all Questions. As per the nature of the question delimit your answer in one word, one sentence or maximum up to 30 words. Each question carries 2 mark.

खण्ड - 'अ'

(अति लघु उत्तरीय प्रश्न)

निर्देश : सभी प्रश्नों के उत्तर दीजिए। आप अपने उत्तर को प्रश्नानुसार एक शब्द, एक वाक्य या अधिकतम 30 शब्दों में परिसीमित कीजिए। प्रत्येक प्रश्न 2 अंक का है।

- 1) (i) Write the complex number $\sqrt{2} i$ in polar form?
ध्रुवीय रूप में समिश्र संख्या $\sqrt{2} i$ को लिखो।
- (ii) Find the unit vector normal to the surface $x^2 y + 2xz = 4$ at the point $(2, -2, 3)$.
सतह $x^2 y + 2xz = 4$ के लम्बवत इकाई सदिश बिंदु $(2, -2, 3)$ पर ज्ञात कीजिए।
- (iii) If $\delta_x^y A_s^{qr} = A_s^{yr}$ What does letter x represents in terms of letters y, q, r, s ?
यदि $\delta_x^y A_s^{qr} = A_s^{yr}$ है तो अक्षर x , अक्षरों y, q, r, s के रूप में क्या व्यक्त करता है?

(iv) Evaluate $\frac{\left(\frac{5}{2}\right)}{\left(\frac{1}{2}\right)}$

ज्ञात $\frac{\left(\frac{5}{2}\right)}{\left(\frac{1}{2}\right)}$ कीजिए।

- (v) Bessel function is given by $J_0(x) = 1 - \frac{x^2}{a} + \frac{x^4}{64} - \dots$
What is the value of a ?

बेसल फलन निम्न है $J_0(x) = 1 - \frac{x^2}{a} + \frac{x^4}{64} - \dots$ तो a का मान क्या होगा?

(vi) Evaluate the integral $\int_0^1 \frac{1}{1+x} dx$ by Trapezoidal rule up to 3

decimals Here $h=0.25$ and

x	0	0.25	0.50	0.75	1.00
$\frac{1}{1+x}$	1	0.8	0.667	0.571	0.5

त्रेपेजोइअदल के नियम से समाकल $\int_0^1 \frac{1}{1+x} dx$ का मान ज्ञात करो
यहाँ $h=0.25$ व

x	0	0.25	0.50	0.75	1.00
$\frac{1}{1+x}$	1	0.8	0.667	0.571	0.5

(vii) Evaluate the value of the $\int_{-1}^1 [2P_0(x)] dx$

Where is $P_0(x)$ Legendre polynomial.

$\int_{-1}^1 [2P_0(x)] dx$ का मान ज्ञात करो।

जहाँ $P_0(x)$ लिजेंद्रे बहुपद है

(viii) Find the Laplace transform of function $t e^t$

फलन $t e^t$ का लाप्लास रूपांतर ज्ञात करो।

Section - B

$4 \times 8 = 32$

(Short Answer Type Questions)

Note: Answer any four question. Each answer should not exceed 200 words. Each question carries 8 marks.

(खण्ड - ब)

(लघु उत्तरीय प्रश्न)

निर्देश : किन्ही चार प्रश्नों के उत्तर दीजिए। आप अपने उत्तर को अधिकतम 200 शब्दों में परिसीमित कीजिए। प्रत्येक प्रश्न 8 अंको का है।

- 2) Construct an analytic function $f(z) = u(x,y) + iv(x,y)$ where $v(x,y) = 6xy - 5x + 3$ Express the result as a function of z .

निम्न फलन को एनेलिटिक फलन के रूप में बनाइए

$f(z) = u(x,y) + iv(x,y)$ जहाँ $v(x,y) = 6xy - 5x + 3$ परिणाम को फलन z के रूप में व्यक्त करिए।

- 3) Use Newton Gregory forward difference interpolation formula to compute $y(3.62)$ from the following table.

x	3.60	3.65	3.70	3.75
y	36.598	38.475	40.447	45.521

न्यूटन ग्रेगोरी अग्रतर अंतर्वेशन सूत्र का प्रयोग कर निम्न सारणी से $y(3.62)$ की गणना कीजिए।

x	3.60	3.65	3.70	3.75
y	36.598	38.475	40.447	45.521

- 4) Verify Stoke's theorem for $\vec{A} = (2x - y)\hat{i} - yz^2\hat{j} - y^2z\hat{k}$ where S is the upper half surface of the sphere $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ and C is its boundary.

स्टोक की प्रमेय $\vec{A} = (2x - y)\hat{i} - yz^2\hat{j} - y^2z\hat{k}$ के लिए सत्यापित करिए जहाँ S गोले $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ की उपरी अर्ध सतह है तथा C इसकी परिसीमा है।

- 5) Represent the vector $\vec{A} = z\hat{i} - 2x\hat{j} - y\hat{k}$ in cylindrical coordinates. Thus determine A_ρ , A_ϕ and A_z .

सदिश $\vec{A} = z\hat{i} - 2x\hat{j} - y\hat{k}$ को बेलनाकार निर्देशांको में व्यक्त कीजिए तथा A_ρ , A_ϕ और A_z का निर्धारण कीजिए।

- 6) (a) Using Gamma function evaluate $\int_0^\infty \sqrt{y} e^{-y^3} dy$
 (b) Using Gamma function evaluate $\int_0^\infty 3^{-4z^2} dz$

[Marks 4+4]

(a) गामा फलन का उपयोग करते हुए $\int_0^\infty \sqrt{y} e^{-y^3} dy$ ज्ञात करें।

(b) गामा फलन का उपयोग करते हुए $\int_0^\infty 3^{-4z^2} dz$ ज्ञात करें।

- 7) Find the eigen values and eigen vectors of the following matrix

$$\begin{bmatrix} 2 & 0 & -2 \\ 0 & 4 & 0 \\ -2 & 0 & 5 \end{bmatrix}$$

निम्न मैट्रिक्स के आइगें मान तथा आइगें सदिश ज्ञात करें।

$$\begin{bmatrix} 2 & 0 & -2 \\ 0 & 4 & 0 \\ -2 & 0 & 5 \end{bmatrix}$$

- 8) Find the Laplace transform of function $\left(\frac{e^{at} - e^{-at}}{2}\right)\sin at$ here a is constant.

फलन $\left(\frac{e^{at} - e^{-at}}{2}\right)\sin at$ का लाप्लास रूपांतर ज्ञात करो। यहाँ a अचर है।

- 9) Find the poles and residues at the poles for the following function

$$\frac{z + 1}{z^2 - 2z}$$

फलन $\frac{z + 1}{z^2 - 2z}$ के ध्रुव तथा ध्रुवों पर रेजिड्यु ज्ञात करिए।

Section - C

$2 \times 16 = 32$

(Long Answer Type Questions)

Note: Answer any two questions. You have to delimit your each answer maximum upto 500 words. Each question carries 16 marks.

(खण्ड - स)

(दीर्घ उत्तरीय प्रश्न)

निर्देश : किन्हीं दो प्रश्नों के उत्तर दीजिए। अपने उत्तर अधिकतम 500 शब्दों में परिसीमित कीजिए। प्रत्येक प्रश्न 16 अंको का है।

- 10) (a) Using Residues etc. find the value of

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x^2}{(1 + x^2)^2 (2 + 2x + x^2)} dx$$

(b) Solve $\left(\frac{y-z}{yz}\right)p + \left(\frac{z-x}{zx}\right)q = \left(\frac{x-y}{xy}\right)$

Here symbols have usual meaning in partial differential equation.

[Marks 4+4]

(a) रेजिड्युए आदि का उपयोग करते हुए निम्न ज्ञात करे।

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x^2}{(1+x^2)^2(2+2x+x^2)} dx$$

(b) $\left(\frac{y-z}{yz}\right)p + \left(\frac{z-x}{zx}\right)q = \left(\frac{x-y}{xy}\right)$ हल करे।

यहाँ आंशिक अवकल समीकरण में प्रतीको के सामान्य प्रचलित अर्थ है।

11) (a) Using Newton Rapson method, find $(12)^{1/3}$

(b) Verify the Cayley Hamilton theorem for matrix $\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ -1 & 4 \end{bmatrix}$

[Marks 4+4]

(a) न्यूटन रेफसन सूत्र का उपयोग करते हुए $(12)^{1/3}$ का मान ज्ञात करो।

(b) मैट्रिक्स $\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ -1 & 4 \end{bmatrix}$ के लिए केलि हेमिल्टन प्रमेय सत्यापित करिए।

12) (a) Find the Fourier transform of the function

$$f(x) = \begin{cases} 1 & ; |x| < a \\ 0 & ; |x| > a \end{cases}$$

(b) Graph for $f(x)$ and its Fourier transform for $a = 3$.

[Marks 4+4]

(a) निम्न फलन का फुरिअर रूपांतर ज्ञात करिए

$$f(x) = \begin{cases} 1 & ; |x| < a \\ 0 & ; |x| > a \end{cases}$$

(b) मान $a = 3$ के लिए फलन $f(x)$ का ग्राफ तथा इसके फुरिअर रूपांतर का ग्राफ बनाइए।

13) Find the Fourier coefficients corresponding to the function

$$f(x) = \begin{cases} 0 & ; -\pi < x \leq 0 \\ \frac{\pi x}{4} & ; 0 < x \leq \pi \end{cases}$$

Also write the corresponding Fourier series.

निम्न फलन के संगत फुरिअर गुणांक ज्ञात करें

$$f(x) = \begin{cases} 0 & ; -\pi < x \leq 0 \\ \frac{\pi x}{4} & ; 0 < x \leq \pi \end{cases}$$

तथा उसके संगत फुरिअर श्रेणी भी ज्ञात करें।