

BMT

December - Examination 2019

BSCP Examination**Mathematics**

गणित

Paper - BMT**Time : 3 Hours]****[Max. Marks :- 80****Note:** The question paper is divided into three sections A, B and C.**निर्देश :** प्रश्न पत्र तीन खण्डों ए, बी, और सी में विभाजित है।**Section - A****8 × 2 = 16**

(Very Short Answer Questions)

Note: Section 'A' contain 08 Very Short Answer Type Questions. Examinees have to attempt all questions. Each question is of 02 marks and maximum word limit is thirty words.**खण्ड - 'ए'**

(अति लघु उत्तरीय प्रश्न)

निर्देश : खण्ड 'ए' में 08 अतिलघुउत्तरात्मक प्रश्न हैं, परीक्षार्थियों को सभी प्रश्नों को हल करना है। प्रत्येक प्रश्न के 02 अंक हैं और अधिकतम शब्द सीमा तीस शब्द हैं।

- 1) (i) Define the complex number?
सम्मिश्र संख्या को परिभाषित कीजिए।

(ii) Write the definition of relation.

सम्बन्ध की परिभाषा लिखिए।

(iii) If $y = u + v$ then find the value of $\frac{dy}{dx}$.

यदि $y = u + v$ हो तो $\frac{dy}{dx}$ का मान ज्ञात कीजिए।

(iv) Write the nth derivative of e^{ax} .

e^{ax} का n वाँ अवकलन लिखिए।

(v) Write the value of $\int e^x [f(x) + f'(x)] dx$.

$\int e^x [f(x) + f'(x)] dx$ का मान लिखिए।

(vi) Write the definition of definite Integral.

निश्चित समाकलन की परिभाषा लिखिए।

(vii) Write the equation on tangent of parabola $y^2 = 4ax$ at the point

(x_1, y_1) .

परवलय $y^2 = 4ax$ के बिन्दु (x_1, y_1) पर स्पर्श रेखा का समीकरण लिखिए।

(viii) Define the zero vector.

शून्य सदिश को परिभाषित कीजिए।

Section - B

$4 \times 8 = 32$

(Short Answer Questions)

Note: Section 'B' contain 08 Short Answer Type Questions. Examinees will have to answer any four (04) questions. Each question is of 08 marks. Examinees have to delimit each answer in maximum 200 words.

(खण्ड - बी)

(लघु उत्तरीय प्रश्न)

निर्देश : खण्ड 'बी' में आठ लघु उत्तर प्रकार के प्रश्न हैं, परीक्षार्थियों को कीन्हीं भी चार (04) सवालों के जवाब देना हैं। प्रत्येक प्रश्न 08 अंक का है। परीक्षार्थियों को अधिकतम 200 शब्दों में प्रत्येक जवाब परिसीमित करने है।

2) If $x + \frac{1}{x} = 2 \cos \theta$ and $y + \frac{1}{y} = 2 \cos \phi$ then prove that :

$$x^m y^{-n} + x^{-m} y^n = 2 \cos(m\theta - n\phi)$$

यदि $x + \frac{1}{x} = 2 \cos \theta$ तथा $y + \frac{1}{y} = 2 \cos \phi$ तब सिद्ध कीजिये :

$$x^m y^{-n} + x^{-m} y^n = 2 \cos(m\theta - n\phi)$$

3) If $f:R \rightarrow R$ and $g:R \rightarrow R$ are defined on the set of real numbers R , where $f(x) = x^2 - 2x \forall x \in R$ and $g(x) = 2x - 5, \forall x \in R$ then find $(go f)(x)$ and $(f o g)(x)$.

यदि $f:R \rightarrow R$ तथा $g:R \rightarrow R$ वास्तविक संख्याओं के समुच्चय R पर परिभाषित फलन हैं। जहाँ: $f(x) = x^2 - 2x \forall x \in R$ तथा $g(x) = 2x - 5, \forall x \in R$ तब $(go f)(x)$ एवं $(f o g)(x)$ ज्ञात कीजिए।

4) If $x^y = e^{x-y}$ then prove that $\frac{dy}{dx} = \frac{\log_e x}{(1 + \log_e x)^2}$

यदि $x^y = e^{x-y}$ हो तो सिद्ध कीजिए कि $\frac{dy}{dx} = \frac{\log_e x}{(1 + \log_e x)^2}$

5) Find the value of $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x e^x - \log(1+x)}{x^2}$

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x e^x - \log(1+x)}{x^2}$ का मान ज्ञात कीजिए ।

6) Find the value of $\int_0^{\pi/2} \frac{dx}{1 + \sqrt{\tan x}}$

$\int_0^{\pi/2} \frac{dx}{1 + \sqrt{\tan x}}$ का मान ज्ञात कीजिए ।

- 7) If e and e' be the eccentricities of a hyperbola and its conjugate hyperbola : then prove that $\frac{1}{e^2} + \frac{1}{e'^2} = 1$
 यदि एक अतिपरवलय तथा इसके संयुग्मी अतिपरवलय की उत्केन्द्रताएँ e तथा e' हो तों सिद्ध करो कि $\frac{1}{e^2} + \frac{1}{e'^2} = 1$.

- 8) Find the equation of the plane passing through the point $(2, -3, 1)$ which is normal of the line joining points $(3, 4, -1)$ and $(2, -1, 5)$.
 बिन्दु $(2, -3, 1)$ से गुजरने वाले उस समतल का समीकरण ज्ञात कीजिये जो बिन्दुओं $(3, 4, -1)$ एवं $(2, -1, 5)$ को मिलाने वाली रेखा के अभिलम्ब हो।

- 9) Prove that the volume of the tetrahedron forming by the vertices $A(0, 1, 2)$, $B(3, 0, 1)$, $C(4, 3, 6)$ and $D(2, 3, 2)$ is 6 unit.
 सिद्ध करो कि शीर्षों $A(0, 1, 2)$, $B(3, 0, 1)$, $C(4, 3, 6)$, $D(2, 3, 2)$ से निर्मित चतुष्फलक का आयतन 6 इकाई है।

Section - C

$2 \times 16 = 32$

(Long Answer Questions)

Note: Section 'C' contain 04 Long Answer Type Questions. Examinees will have to answer any two (02) questions. Each question is of 16 marks. Examinees have to delimit each answer in maximum 500 words.

(खण्ड - सी)

(दीर्घ उत्तरीय प्रश्न)

निर्देश : खण्ड 'सी' में 4 निबन्धात्मक प्रश्न हैं। परीक्षार्थियों को कीन्हीं भी दो (02) सवालों के जवाब देना हैं। प्रत्येक प्रश्न 16 अंकों का हैं, परीक्षार्थियों को अधिकतम 500 शब्दों में प्रत्येक जवाब परिसीमित करने हैं।

10) (i) Find all roots equation $x^9 - x^5 + x^4 - 1 = 0$.

समीकरण $x^9 - x^5 + x^4 - 1 = 0$ के सभी मूल ज्ञात कीजिये।

(ii) Find derivative of $\sin^{-1} x$ by first principle of derivative.

अवकलन के प्रथम सिद्धांत से $\sin^{-1} x$ का अवकलन ज्ञात कीजिये।

11) (i) If $y = [x + \sqrt{x^2 - 1}]^m$ then prove that :

$$(x^2 - 1)y_2 + xy_1 - m^2y = 0$$

यदि $y = [x + \sqrt{x^2 - 1}]^m$ हो तो सिद्ध कीजिए कि

$$(x^2 - 1)y_2 + xy_1 - m^2y = 0$$

(ii) Examine the continuity of the function :

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 4}{x - 2}, & x \neq 2 \\ 4, & x = 2 \end{cases} \text{ at } x = 2$$

$$\text{फलन } f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 4}{x - 2}, & x \neq 2 \\ 4, & x = 2 \end{cases} \text{ की } x = 2 \text{ पर सांतत्यता की}$$

जांच कीजिये।

12) (i) Find the value of $\lim_{x \rightarrow 0} \left[\frac{1}{x^2} - \frac{1}{\sin^2 x} \right]$

$\lim_{x \rightarrow 0} \left[\frac{1}{x^2} - \frac{1}{\sin^2 x} \right]$ का मान ज्ञात कीजिए।

(ii) Find the value of $\int \sin^4 x \cdot \cos^2 x dx$

$\int \sin^4 x \cdot \cos^2 x dx$ का मान ज्ञात कीजिए।

13) (i) Prove that by the vector method in a triangle ABC.

सदिश विधि से त्रिभुज ABC में सिद्ध कीजिये कि

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

(ii) A particle starting from the origin moving in a plane xoy that the velocity parallel to the x -axis is proportional to y and the velocity parallel to the y -axis is constant then find the path of the particle.

एक कण मूल बिन्दु से खाना होकर समतल xoy में इस प्रकार गतिमान है कि x - अक्ष के समान्तर वेग y के समानुपाति है तथा y - अक्ष के समान्तर वेग अचर है। कण का पथ ज्ञात कीजिए।

—————