

MT-08

December - Examination 2018

B.A./B.Sc. Pt. III Examination**Complex Analysis****Paper - MT-08****Time : 3 Hours]****[Max. Marks :- 67**

Note: The question paper is divided into three sections A, B and C. Use of non-programmable scientific calculator is allowed in this paper.

निर्देश : प्रश्न पत्र तीन खण्डों 'अ', 'ब' और 'स' में विभाजित है। इस प्रश्नपत्र में नॉन-प्रोग्रामेबल साइंटिफिक कैल्कुलेटर के उपयोग की अनुमति है।

Section - A**7 × 1 = 7**

(Contain seven (07) Very Short Answer Type Questions)

Note: Section 'A' contains Very short Answer Type Questions. Examinees have to attempt all questions. Each question is of 01 marks and maximum word limit may be thirty words.

खण्ड - 'अ'

(अति लघु उत्तरीय प्रश्न)

निर्देश : खण्ड 'अ' में सात (07) अतिलघुउत्तरात्मक प्रश्न हैं, परीक्षार्थियों को सभी प्रश्नों को हल करना है। प्रत्येक प्रश्न को 01 अंक है और अधिकतम शब्द सीमा तीस शब्द है।

1) (i) Represent number $2 + 2\sqrt{3}i$ in polar form.

सम्मिश्र संख्या $2 + 2\sqrt{3}i$ को ध्रुवीय रूप में व्यक्त कीजिए।

- (ii) Define analytic function.
विश्लेषिक फलन को परिभाषित कीजिये।
- (iii) Define isogonal mapping.
तुल्यकोणी रूपान्तरण को परिभाषित कीजिये।
- (iv) Define Jordan arc.
जोर्डन चाप को परिभाषित कीजिये।
- (v) State Morera's theorem.
मोरेरा प्रमेय का कथन कीजिये।
- (vi) State Liouville's Theorem
ल्यूवेल प्रमेय का कथन कीजिये।
- (vii) Define isolated singularities of analytic function.
विश्लेषिक फलन की वियुक्त विचित्रताएं को परिभाषित कीजिये।

Section - B

4 × 8 = 32

(contain Eight Short Answer Type Questions)

Note: Section 'B' contain 08 short Answer Type Questions. Examinees will have to answer any four (4) question. Each question is of 08 marks. Examinees have to delimit each answer in maximum 200 words.

खण्ड - ब

(लघु उत्तरीय प्रश्न)

निर्देश : खण्ड 'ब' में आठ लघु उत्तर प्रकार के प्रश्न हैं, परीक्षार्थियों को किन्हीं भी चार (04) सवालों के जवाब देना हैं। प्रत्येक प्रश्न 08 अंकों का है। परीक्षार्थियों को अधिकतम 200 शब्दों में प्रत्येक जवाब परिसीमित करने हैं।

- 2) Prove that any open subset S of set of complex numbers C is connected if and only if for any two points a and b in S there exists a polygon which lies entirely in S .

सिद्ध कीजिये की सम्मिश्र संख्याओं का समुच्चय C का एक अरिक्त विवृत्त उपसमुच्चय S सम्बद्ध है यदि और केवल यदि S के किन्हीं दो बिन्दुओं a, b के लिए a से b तक एक ऐसा बहुभुज विद्यमान है, जो पूर्णतया S में स्थित है।

- 3) State and prove Cauchy - Hadamard theorem for power series.

घात श्रेणी के लिए कोशी-हाडामार्ड प्रमेय का कथन कर सिद्ध कीजिये।

- 4) Find corresponding area in w -plane of infinite strip $\frac{1}{4} < y < \frac{1}{2}$ under the transformation $w = \frac{1}{z}$.

रूपान्तरण $w = \frac{1}{z}$ के अन्तर्गत अनन्त पट्टी $\frac{1}{4} < y < \frac{1}{2}$ का, w -समतल में समवर्ती क्षेत्र ज्ञात कीजिए।

- 5) State and prove Cauchy integral theorem.

कोशी का समाकलन प्रमेय का कथन कर सिद्ध कीजिये।

- 6) Prove that every function having only poles as singularities in extended complex plane is rational function.

सिद्ध कीजिये की प्रत्येक फलन, जिसकी विस्तारित सम्मिश्र तल में विचित्रताएँ केवल अनन्तक ही हैं, परिमेय फलन है।

- 7) Describe the transformation $w = z^2$

रूपान्तरण $w = z^2$ की व्याख्या कीजिये।

- 8) Evaluate (मान ज्ञात कीजिये) $\int_0^{\pi} \frac{a d\theta}{a^2 + \sin^2 \theta}, (a > 0)$

9) Explain the following (निम्न को समझाइए):-

- (i) Analytic continuation along a chain of domains
(प्रांतों की शृंखला के अनुदिश विश्लेषिक सांतत्य)
- (ii) Analytic continuation by a power series
घात श्रेणी द्वारा विश्लेषिक सांतत्य

Section - C

2 × 14 = 28

(Contain 4 Long Answer Type Questions)

Note: Section 'C' contains Four Long Answer Type Questions. Examinees will have to answer any two (02) questions. Each question is of 14 marks. Examinees have to answer in maximum 500 words.

खण्ड - स

(दीर्घ उत्तरीय प्रश्न)

निर्देश : खण्ड 'सी' में 4 निबन्धात्मक प्रश्न हैं। परीक्षार्थियों को किन्हीं भी दो (02) सवालों के जवाब देना हैं। प्रत्येक प्रश्न 14 अंकों का हैं। परीक्षार्थियों को अधिकतम 500 शब्दों में प्रत्येक जवाब परिसीमित करने हैं।

10) (i) Prove that if $f(z)$ is continuous in a compact set S then it is uniformly continuous in S .

सिद्ध कीजिये की यदि $f(z)$ एक संहत समुच्चय S में संतत हो तो वह S में एकसमान संतत होता है।

(ii) Prove that bilinear transformation transforms circle and straight lines into circles and straight lines.

सिद्ध कीजिये की द्विरैखिक रूपान्तरण, वृत्तों एवं सरल रेखाओं को वृत्तों या रेखाओं में प्रतिचित्रित करता है।

- 11) Explain Milne Thomson Construction Method to find analytic function $f(z)$ If $u + v = \frac{2 \sin 2x}{(e^{2y} + e^{-2y} - 2 \cos 2x)}$ and $f(z) = u + iv$ is

an analytic function then represent $f(z)$ in terms of z .

विश्लेषिक फलन $f(z)$ को ज्ञात करने कि मिलिन-टॉमसन रचना विधि समझाइए। यदि $u + v = \frac{2 \sin 2x}{(e^{2y} + e^{-2y} - 2 \cos 2x)}$ तथा $f(z) = u + iv$

एक विश्लेषिक फलन हो तो $f(z)$ को z के पदों में ज्ञात कीजिए।

- 12) (i) Evaluate (मान ज्ञात कीजिये):- $\int_{|z|=1} \frac{\sin^6 z}{\left[z - \left(\frac{\pi}{6}\right)\right]^3} dz$

(ii) Prove that polynomial $z^5 + z^3 + 2z + 3$ has only one zero in first quadrant of complex plane.

सिद्ध कीजिए की बहुपद $z^5 + z^3 + 2z + 3$ का सम्मिश्र तल के प्रथम चतुर्थांश में केवल एक ही शून्य है।

- 13) State and prove maximum modulus theorem.

महत्तम मापांक प्रमेय का कथन कर सिद्ध कीजिये।