

MT-06**December - Examination 2018****B.A. / BSc. Pt. II Examination****Numerical Analysis & Vector Calculus****Paper - MT-06****Time : 3 Hours]****[Max. Marks :- 66**

Note: The question paper is divided into three sections A, B and C. Use of non-programmable scientific calculator is allowed in this paper.

निर्देश : प्रश्न पत्र तीन खण्डों 'अ', 'ब' और 'स' में विभाजित है। इस प्रश्नपत्र में नॉन-प्रोग्रामेबल साइंटीफिक कैल्कुलेटर के उपयोग की अनुमति है।

Section - A **$6 \times 1 = 6$**

(Very Short Answer Type Questions)

Note: Section 'A' contain six (06) Very Short Answer Type Questions. Examinees have to attempt all questions. Each question is of 01 mark and maximum word limit may be thirty words.

खण्ड - 'अ'

(अति लघु उत्तरीय प्रश्न)

निर्देश : खण्ड 'ए' में ४ (06) अतिलघुउत्तरात्मक प्रश्न हैं, परीक्षार्थियों को सभी प्रश्नों को हल करना है। प्रत्येक प्रश्न के 01 अंक है और अधिकतम शब्द सीमा तीस शब्द हैं।

1) (i) Find the value of / मान ज्ञात कीजिये।

$$\Delta^2 f(a+h)$$

(ii) Define interpolation.

अन्तर्वेशन को परिभाषित कीजिये।

(iii) Define divided difference.

विभाजित अन्तर को परिभाषित कीजिये।

(iv) Write Bessel's central interpolation formula.

बेसल केन्द्रीय अन्तर्वेशन सूत्र लिखिये।

(v) Define irrotational vector.

आघूर्णीय सदिश को परिभाषित कीजिये।

(vi) State Gauss divergence theorem.

गास अपसरण प्रमेय का कथन कीजिये।

Section - B

$4 \times 8 = 32$

(Short Answer Type Questions)

Note: Section 'B' contain Eight Short Answer type Questions. Examinees will have to answer any four (4) question. Each question is of 08 marks. Examinees have to delimit each answer in maximum 200 words.

(खण्ड - ब)

(लघु उत्तरीय प्रश्न)

निर्देश : खण्ड 'बी' में आठ लघु उत्तर प्रकार के प्रश्न हैं, परीक्षार्थियों को किन्हीं भी चार (04) सवालों के जवाब देना हैं। प्रत्येक प्रश्न 08 अंकों का है। परीक्षार्थियों को अधिकतम 200 शब्दों में प्रत्येक जवाब परिसीमित करने हैं।

- 2) State and prove fundamental theorem of difference calculus.

अन्तर कलन का मूलभूत प्रमेय कथन कर सिद्ध कीजिये।

- 3) Find value of y at $x = 23$ from following data.

निम्नलिखित आकड़ों की सहायता से $x = 23$ पर y का मान ज्ञात कीजिये।

X	10	20	30	40	50	60	70	80
$Y = f(t)$	1	8	27	64	125	216	343	512

- 4) Prove that / सिद्ध कीजिए।

$$(i) (E + 1) \delta \equiv 2(E - 1) \mu$$

$$(ii) \Delta \nabla \equiv \Delta - \nabla \equiv \delta^2$$

- 5) Find $f'(T)$ and $f''(T)$ at $T = 0.3$ from following table

निम्न सारणी में $T = 0.3$ पर $f'(T)$ एवं $f''(T)$ का मान ज्ञात कीजिये।

T	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6
$X = f(x)$	30.13	31.62	32.87	33.64	33.94	33.81	33.24

- 6) Find root of equation $2x - \log_e x = 7$ by iterative method.

पुनरावृति विधि द्वारा समीकरण $2x - \log_e x = 7$ का मूल ज्ञात कीजिये।

- 7) Find the value of / मान ज्ञात कीजिये।

$$\int \vec{a} \cdot \left(\vec{f} \times \frac{d^2 \vec{f}}{dt^2} \right) dt$$

Where \vec{a} is a constant vector.

जहाँ \vec{a} एक अचर सदिश राशि है।

8) Find the value of n for which $r^n \vec{r}$ is Solenoidal, Where

$$\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k} \text{ and } r = |\vec{r}|$$

n का वह मान ज्ञात कीजिये जिसके लिए $r^n \vec{r}$ परिनालिकीय हो जहाँ $\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$ व $r = |\vec{r}|$

9) Find value of integral $\iint_S \vec{F} \cdot \hat{n} ds$ where $\vec{F} = 2xy\hat{i} - yz\hat{j} + x^2\hat{k}$ and S

is total surface of cube $x = 0, x = a, y = 0, y = a, z = 0, z = a$

समाकल $\iint_S \vec{F} \cdot \hat{n} ds$ का मान ज्ञात कीजिये, जहाँ $\vec{F} = 2xy\hat{i} - yz\hat{j} + x^2\hat{k}$

तथा S, घन $x = 0, x = a, y = 0, y = a, z = 0, z = a$ का सम्पूर्ण पृष्ठ है।

Section - C

$2 \times 14 = 28$

(Long Answer Type Questions)

Note: Section 'C' contain four Long Answer type Questions. Examinees will have to answer any two (02) questions. Each question is of 14 marks. Examinees have to answer in maximum 500 words.

(खण्ड - स)

(दोईं उत्तरीय प्रश्न)

निर्देश : खण्ड 'सी' में 4 निबन्धात्मक प्रश्न हैं। परीक्षार्थियों को किन्हीं भी दो (02) सवालों के जवाब देना हैं। प्रत्येक प्रश्न 14 अंकों का है। परीक्षार्थियों को अधिकतम 500 शब्दों में प्रत्येक जवाब परिसीमित करने हैं।

10) (i) Prove that :

सिद्ध कीजिये कि :

$$\Delta x^{(-n)} = -nhx^{(-n+1)}$$

- (ii) If $f(x)$ is a polynomial of degree n then prove that it's n^{th} divided difference is a constant and divided differences of order greater than n are zero.

यदि $f(x)$ एक n घात का बहुपद है तो इसका n वां विभाजित अचर होगा एवं n से अधिक क्रम के विभाजित अन्तर शून्य होंगे।

- 11) (i) Use Lagrange's formula for inverse interpolation to find a root of equation $f(x) = 0$ given $f(30) = -30$, $f(34) = -13$, $f(38) = 3$, $f(42) = 18$.

समीकरण $f(x) = 0$ का एक मूल ज्ञात करने के लिये प्रतिलोम अन्तर्वेशन के लगांज सूत्र का प्रयोग कीजिये जबकि दिया हुआ है: $f(30) = -30$, $f(34) = -13$, $f(38) = 3$, $f(42) = 18$,

- (ii) Evaluate using Simpson's one - third rule by dividing range into 4 equal parts.

परास को 4 बराबर भागों में बांट कर सिम्पसन एक - तिहाई नियम से मान ज्ञात कीजिये।

$$\int_0^4 e^x dx$$

- 12) Solve following system of equation by Gauss-Seidal method.

निम्न समीकरण निकाय का हल गॉस-सीडेल विधि द्वारा ज्ञात कीजिए।

$$\begin{aligned} 10x_1 - 2x_2 - x_3 - x_4 &= 3 \\ -2x_1 - 10x_2 - x_3 - x_4 &= 15 \\ -x_1 - x_2 - 10x_3 - 2x_4 &= 27 \\ -x_1 - x_2 - 2x_3 + 10x_4 &= -9 \end{aligned}$$

- 13) Verify Stoke's theorem for vector point function $\vec{F} = 3y\hat{i} - xz\hat{j} + yz^2\hat{k}$ where S is paraboloid $x^2 + y^2 = 4$, $z = 2$ and C is its boundary.

सदिश फलन $\vec{F} = 3y\hat{i} - xz\hat{j} + yz^2\hat{k}$ के लिये स्टोक की प्रमेय का सत्यापन कीजिये, जहाँ, परवलयज $x^2 + y^2 = 4$, $z = 2$ तथा C इसकी परिसीमा है।