

MT-02

December - Examination 2018

B.A./B.Sc. Pt. I Examination**Calculus and Differential Equations****Paper - MT-02****Time : 3 Hours]****[Max. Marks :- 67**

Note: The question paper is divided into three sections A, B and C. Write answer as per the given instructions.

निर्देश : प्रश्न पत्र तीन खण्डों 'अ', 'ब' और 'स' में विभाजित है। प्रत्येक खण्ड के निर्देशानुसार प्रश्नों के उत्तर दीजिए।

Section - A **$7 \times 1 = 7$**

(Contain seven (07) Very Short Answer Type Questions)

Note: Examinees have to attempt all questions. Each question is of 01 mark and maximum word limit may be thirty words.

खण्ड - 'अ'

(अति लघु उत्तरीय प्रश्न)

निर्देश : खण्ड 'ए' में सात (07) अतिलघुउत्तरात्मक प्रश्न हैं, परीक्षार्थियों को सभी प्रश्नों को हल करना है। प्रत्येक प्रश्न 01 अंक का है और अधिकतम शब्द सीमा तीस शब्द हैं।

- 1) (i) Write Raabe's test for convergence of series.
श्रेणी के अभिसरण के लिए राबी परीक्षण लिखिये।

- (ii) Write Polar formula of derivative of length of an arc.
चाप की लम्बाई के अवकलन का ध्रुवीय सूत्र लिखिये।
- (iii) Write formula for centre of curvature.
वक्रता केन्द्र का सूत्र लिखिये।
- (iv) State Euler's theorem on homogeneous functions.
समघात फलनों पर आयलर के प्रमेय का कथन कीजिए।
- (v) Define point of inflexion.
नति परिवर्तन बिंदु को परिभाषित कीजिये।
- (vi) Write the value of $\left|\frac{1}{3}\right|\frac{2}{3}$.
 $\left|\frac{1}{3}\right|\frac{2}{3}$ का मान लिखिये।
- (vii) Check exactness of differential equation.
अवकल समीकरण की यथार्थता की जाँच कीजिये।
 $y \sin 2x dx - (1 + y^2 + \cos^2 x) dy = 0$

Section - B

4 × 8 = 32

(contain Eight Short Answer Type Questions)

Note: Examinees will have to answer any four (4) questions. Each question is of 08 marks. Examinees have to delimit each answer in maximum 200 words.

खण्ड - ब

(लघु उत्तरीय प्रश्न)

निर्देश : खण्ड 'बी' में आठ लघु उत्तर प्रकार के प्रश्न हैं, परीक्षार्थियों को किन्हीं भी चार (04) सवालों के जवाब देना है। प्रत्येक प्रश्न 08 अंकों का है। परीक्षार्थियों को अधिकतम 200 शब्दों में प्रत्येक जवाब परिसीमित करने हैं।

- 2) Examine convergence of series
श्रेणी के अभिसरण की जाँच कीजिए।

$$\frac{(\log 2)^2}{2^2} + \frac{(\log 3)^2}{3^2} + \frac{(\log 4)^2}{4^2} + \dots \frac{(\log n)^2}{n^2} + \dots$$

- 3) If (यदि)

$$x \sin t + y \cos t = f'(t)$$

$$x \cos t - y \sin t = f''(t)$$

then prove that (तो सिद्ध कीजिये कि)

$$\frac{ds}{dt} = f'(t) + f'''(t)$$

- 4) If $u = \log(x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz)$ then prove that

(यदि $u = \log(x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz)$ तो सिद्ध कीजिये कि)

$$\left(\frac{\partial}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z} \right)^2 u = - \frac{9}{(x + y + z)^2}$$

- 5) Find Asymptotes of following curve :-
(निम्न वक्र की अनन्तस्पर्शियाँ ज्ञात कीजिए।)

$$x^3 - 2y^3 + xy(2x - y) + y(x - y) + 1 = 0$$

- 6) Find envelope of lines which are drawn making right angle at ends of polar lines of curve $r = a(1 + \cos \theta)$

उन रेखाओं का अन्वालोप ज्ञात कीजिये जो कार्डिऑइड $r = a(1 + \cos \theta)$ की ध्रुवान्तर रेखाओं के सिरों से उन पर समकोण बनाती हुई खींची जायें।

- 7) Find natural equation of astroid $x^{2/3} + y^{2/3} = a^{2/3}$ when s is measured from x -axis.

एस्ट्रॉइड $x^{2/3} + y^{2/3} = a^{2/3}$ का नैज समीकरण ज्ञान कीजिए जबकि s , x - अक्ष पर कस्प से नापा गया हो।

- 8) Evaluate following integral by changing into polar co-ordinates.
निम्न समाकल को ध्रुवी निर्देशांकों में परिवर्तित कर मान ज्ञात कीजिए।

$$\int_0^{\infty} \int_0^{\infty} e^{-(x^2+y^2)} dx dy$$

- 9) Prove that (सिद्ध कीजिये कि):-

$$\sqrt{m} \sqrt{m + \frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{\pi}}{2^{2m-1}} \sqrt{2m}$$

Section - C

2 × 14 = 28

(Long Answer Type Questions)

Note: Examinees will have to answer any two (02) questions. Each question is of 14 marks. Examinees have to answer in maximum 500 words. Use of non-programmable scientific calculator is allowed in this paper.

खण्ड - स

(दीर्घ उत्तरीय प्रश्न)

निर्देश : खण्ड 'स' में 4 निबन्धात्मक प्रश्न हैं। परीक्षार्थियों को किन्हीं भी दो (02) सवालों के जवाब देना है। प्रत्येक प्रश्न 14 अंकों का है। परीक्षार्थियों को अधिकतम 500 शब्दों में प्रत्येक जवाब परिसीमित करने हैं। इस प्रश्नपत्र में नॉन-प्रोग्रामेबल साइंटिफिक केलकुलेटर के उपयोग की अनुमति है।

- 10) (i) Find Lagrange's and Cauchy's remainder after n terms of function $(1+x)^{-1}$.

फलन $(1+x)^{-1}$ के प्रसार में n पदों के पश्चात् लाग्रान्ज तथा कोशी शेष पद प्राप्त कीजिए।

- (ii) Find radius of curvature, centre of curvature and circle of curvature at point $(0, 1)$ of curve $y = x^3 + 2x^2 + x + 1$
वक्र $y = x^3 + 2x^2 + x + 1$ के बिन्दु $(0, 1)$ के लिए वक्रता त्रिज्या, वक्रता केन्द्र तथा वक्रता वृत्त का समीकरण ज्ञात कीजिए।

- 11) (i) Find a point within the triangle such that sum of square of its angular distance from vertices is minimum.

एक त्रिभुज के अन्दर एक ऐसा बिन्दु ज्ञात करो कि इसकी तीनों शीर्ष बिन्दुओं से कोणीय दूरियों के वर्गों का योगफल निम्निष्ठ हो।

- (ii) Trace the curve

(वक्र का अनुरेखन कीजिये।):- $r^2 = a^2 \cos 2\theta$

- 12) (i) Find total area of loop of the curve $a^2 y^2 = x^3 (2a - x)$

वक्र $a^2 y^2 = x^3 (2a - x)$ के लूप का सम्पूर्ण क्षेत्रफल ज्ञात कीजिये।

- (ii) Find the surface of solid of revolution when cardioids

$r = a(1 + \cos \theta)$ is revolving about initial line.

कार्डिऑइड $r = a(1 + \cos \theta)$ को प्रारम्भिक रेखा के सापेक्ष घुमाने पर बने ठोस का पृष्ठ ज्ञात कीजिए।

- 13) (i) Find the mass of sphere $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$ lies in first octant whose density at any point (x, y, z) is $p = kxyz$.

गोले $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$ के घनात्मक अष्टांशक के रूप में ठोस का द्रव्यमान ज्ञात कीजिये जिसके किसी बिन्दु (x, y, z) पर घनत्व $p = kxyz$ है।

- (ii) Solve (हल कीजिये):- $\frac{dy}{dx} + x \sin 2y = x^3 \cos^2 y$.
-