

MSCPH-01

December - Examination 2018

MSc (Previous) Physics Examination**Mathematical Physics and Classical Mechanics**

गणितीय भौतिकी तथा चिरसम्मत यांत्रिकी

Paper - MSCPH-01**Time : 3 Hours]****[Max. Marks :- 80**

Note: The question paper is divided into three sections A, B and C. Write answers as per the given instructions. In case of any discrepancy, the English version will be final for all purposes. Check your paper code and paper title before starting the paper. You are allowed to use a non-programmable calculator, however, sharing of calculators is not allowed.

निर्देश : यह प्रश्न पत्र तीन खण्डों 'अ', 'ब' और 'स' में विभाजित है। प्रत्येक खंड के निर्देशानुसार प्रश्नों के उत्तर दीजिए। किसी भी विसंगति की स्थिति में अंग्रेजी रूप ही अंतिम माना जायेगा। प्रश्न पत्र शुरू करने से पूर्व प्रश्न पत्र कोड व प्रश्न पत्र शीर्षक जाँच ले। आपको बिना प्रोग्रामिंग वाले केलकुलेटर के उपयोग की अनुमति है परन्तु केलकुलेटर के हस्तांतरण की अनुमति नहीं है।

Section - A

8 × 2 = 16

(Very Short Answer Questions)

Note: Answer **all** questions. As per the nature of the question delimit your answer in one word, one sentence or maximum up to 30 words. Each question carries 2 marks.

खण्ड - 'अ'

(अति लघु उत्तरीय प्रश्न)

निर्देश : सभी प्रश्नों के उत्तर दीजिए। आप अपने उत्तर को प्रश्नानुसार एक शब्द, एक वाक्य या अधिकतम 30 शब्दों में परिसीमित कीजिए। प्रत्येक प्रश्न 2 अंकों का है।

1) (i) What is the value of Poisson Bracket $[2p, 3p^2q]$?
पोइसन ब्रेकिट $[2p, 3p^2q]$ का मान क्या होगा ?

(ii) Find the $\frac{d}{dx} [P_2(x) + P_1(x) + 5]$ Here $P_2(x)$ and $P_1(x)$ are Legendre Polynomial.

$\frac{d}{dx} [P_2(x) + P_1(x) + 5]$ को ज्ञात करो। यहाँ $P_2(x)$ तथा $P_1(x)$ लिजेंद्रे बहुपद है।

(iii) Write the term $\frac{\partial x^p}{\partial x^q}$ in terms of δ notation.

δ के पदों में $\frac{\partial x^p}{\partial x^q}$ का मान क्या होगा ?

(iv) Lagrangian of a system is $L = ar\dot{\theta}^2 + br\dot{\theta}$

What is the generalised momentum p_θ

निकाय का लेग्रंजियन $L = ar\dot{\theta}^2 + br\dot{\theta}$ है तो व्यापक संवेग p_θ ज्ञात करो।

(v) Write the mathematical form of Hamiltons Principle.

हेमिल्टन सिद्धांत का गणितीय रूप लिखो।

(vi) Write the Laplace transform of $e^{5t} t^3$

$e^{5t} t^3$ का लाप्लास रूपान्तर ज्ञात करो।

(vii) Find the value of $\int_4^{5.2} y dx$ using Trapezoidal rule

x	4.0	4.2	4.4	4.6	4.8	5.0	5.2
y	1.38	1.43	1.48	1.53	1.57	1.60	1.65

ट्रैपेजोइडल नियम का उपयोग करते हुए $\int_4^{5.2} y dx$ का मान ज्ञात करो।

x	4.0	4.2	4.4	4.6	4.8	5.0	5.2
y	1.38	1.43	1.48	1.53	1.57	1.60	1.65

(viii) Write the Laplace equation for potential V.

विभव V के लिए लाप्लास समीकरण लिखो।

Section - B

4 × 8 = 32

(Short Answer Questions)

Note: Answer **any four** questions. Each answer should not exceed 200 words. Each question carries 8 marks.

खण्ड - ब

(लघु उत्तरीय प्रश्न)

निर्देश : किन्हीं चार प्रश्नों के उत्तर दीजिए। आप अपने उत्तर को अधिकतम 200 शब्दों में परिसीमित कीजिए। प्रत्येक प्रश्न 8 अंकों का है।

2) For what values of the parameter α , the following transformation to be canonical.

$$Q = q \cos \alpha - p \sin \alpha$$

$$P = q \sin \alpha + p \cos \alpha$$

प्राचल α के कौनसे मानों के लिए निम्न रूपान्तर संयुग्मी (केनोनिकल) होगी?

$$Q = q \cos \alpha - p \sin \alpha$$

$$P = q \sin \alpha + p \cos \alpha$$

- 3) Obtain the equation of motion for simple pendulum using Hamilton's equations.

हेमिल्टन समीकरणों का उपयोग करते हुए सरल लोलक की गति के समीकरण को प्राप्त करो।

- 4) By using Bessel function $J_n(x) = \sum_{r=0}^{\infty} \frac{(-1)^r}{r! |n+r+1|} \left(\frac{x}{2}\right)^{n+2r}$

Check that following relation is correct or not

$$\frac{d}{dx} [x^n J_n(x)] = x^n J_{n-1}(x)$$

बेसल फलन $J_n(x) = \sum_{r=0}^{\infty} \frac{(-1)^r}{r! |n+r+1|} \left(\frac{x}{2}\right)^{n+2r}$ का उपयोग करते हुए

जाँच करो की निम्न सम्बन्ध सही है अथवा नहीं:

$$\frac{d}{dx} [x^n J_n(x)] = x^n J_{n-1}(x)$$

- 5) Using Rodrigue's formula evaluate the value of the

$$\int_{-1}^1 [x^2 P_4(x) + 4] dx$$

रोद्रिगुज (Rodriguez) सूत्र का उपयोग करते हुए $\int_{-1}^1 [x^2 P_4(x) + 4] dx$ का मान ज्ञात करो।

- 6) Find the Fourier cosine transform of e^{-x^2}
 e^{-x^2} का फुरिअर कोज्या रूपान्तर ज्ञात करो।

- 7) Cylindrical coordinates are $x = r \cos \theta$, $y = r \sin \theta$, $z = z$ Using the square of the arc length element $ds^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2$, obtain the Metric tensor g_{ij} in cylindrical coordinates.

बेलनाकार निर्देशांक $x = r \cos \theta$, $y = r \sin \theta$, $z = z$ है। चाप लम्बाई अवयव के वर्ग $ds^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2$ का उपयोग करते हुए मीट्रिक प्रदिश g_{ij} का मान बेलनाकार निर्देशांको में ज्ञात करो।

- 8) Find a real root of the equation $xe^x - 1 = 0$ using Newton-Raphson method. Here $e = 2.7182818$

समीकरण $xe^x - 1 = 0$ का वास्तविक मूल न्यूटन-रेफसन विधि द्वारा ज्ञात करो। जहाँ $e = 2.7182818$

- 9) A block of mass m is attached to one end of spring with spring constant K . Block performs simple harmonic oscillation. Obtain time period of oscillations using Lagrangian.

एक ब्लाक जिसका द्रव्यमान m है यह एक स्प्रिंग के एक सिरे से बंधा है, उस स्प्रिंग का स्प्रिंग नियतांक K है। ब्लोक सरल आवृत्त दोलन करता है तो इन दोलनों का दोलनकाल लेग्रेंजियन की सहायता से ज्ञात करो।

Section - C

2 × 16 = 32

(Long Answer Questions)

Note: Answer **any two** questions. You have to delimit your each answer maximum up to 500 words. Each question carries 16 marks.

खण्ड - स

(दीर्घ उत्तरीय प्रश्न)

निर्देश : किन्हीं दो प्रश्नों के उत्तर दीजिए। आप अपने उत्तर को अधिकतम 500 शब्दों में परिसीमित कीजिए। प्रत्येक प्रश्न 16 अंकों का है।

- 10) Evaluate $\int_0^1 \frac{dx}{1+x^2}$ using Simpson's $\frac{1}{3}$ rule by dividing the interval $[0, 1]$ into 6 equal parts.

$\int_0^1 \frac{dx}{1+x^2}$ का मान सिम्पसन के $\frac{1}{3}$ नियम द्वारा अंतराल $[0, 1]$ को बराबर 6 भागों में विभाजित करके ज्ञात करो।

- 11) (i) Explain the principle of least action.
 (ii) Find the Laplace Transform of $5e^{-2t} \cos 8t$
 (i) न्यूनतम कार्य के सिद्धांत को समझाओ।
 (ii) $5e^{-2t} \cos 8t$ का लाप्लास रूपान्तर ज्ञात करो।

- 12) Using Bisection method, determine the real root of the equation
 $f(x) = 8x^3 - 2x - 1 = 0$

द्विविभाजन विधि द्वारा समीकरण $f(x) = 8x^3 - 2x - 1 = 0$ का वास्तविक मूल ज्ञात करो।

- 13) A bead slides on the wire in the shape of the cycloid as given by equations.

$$x = b(\phi - \sin \phi) \text{ And } y = b(1 + \cos \phi)$$

Where y is the height of the bead and $0 \leq \phi \leq 2\pi$ and g is the acceleration due to gravity. Obtain the Lagrangian and equation of motion for bead.

एक चक्रज (cycloid) रूपी एक तार पर एक मनका फिसल रहा है चक्रज का समीकरण निम्न है:-

$$x = b(\phi - \sin \phi) \text{ व } y = b(1 + \cos \phi)$$

जहाँ y मनके की उंचाई है व $0 \leq \phi \leq 2\pi$ तथा g गुरुत्व के कारण त्वरण है तथा मनके का लेग्रंजियन व गति का समीकरण लिखो।