782

# MPH-03

## December - Examination 2018

## M.Sc. (Previous)Physics Examination

## Quantum Mechanics

## क्वांटम यांत्रिकी

## Paper - MPH-03

**Time : 3 Hours ]** **[ Max. Marks :- 80**

**Note:** The question paper is divided into three sections A, B and C. Write answers as per the given instructions. In case of any discrepancy, the English version will be final for all purposes. Check your paper code and paper title before starting the paper.

**निर्देश :** यह प्रश्न पत्र तीन खण्डों 'अ', 'ब' और 'स' में विभाजित है। प्रत्येक खंड के निर्देशानुसार प्रश्नों के उत्तर दिजिए। किसी भी विसंगति की स्थिति में अंग्रेजी रूप ही अंतिम माना जायेगा। प्रश्न पत्र शुरु करने से पूर्व प्रश्न पत्र कोड व प्रश्न पत्र शीर्षक जाँच ले।

### Section - A $8 \times 2 = 16$

(Very Short Answer Questions)

**Note:** Answer **all** questions. As per the nature of the question delimit your answer in one word, one sentence or maximum up to 30 words. Each question carries 2 marks.

## खण्ड – 'अ'

(अति लघु उत्तरीय प्रश्न)

**निर्देश :** सभी प्रश्नों के उत्तर दीजिए। आप अपने उत्तर को प्रश्नानुसार एक शब्द, एक वाक्य या अधिकतम 30 शब्दों में परिसीमित कीजिए। प्रत्येक प्रश्न 2 अंकों का है।

1) (i) An electron state is described by the spin as given in the basis as

$$Y = \begin{bmatrix} \frac{4i}{\sqrt{21}} \\ \\ \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{21}} \end{bmatrix}$$

What is the probability that the electron has spin up?

आधार के रुप में एक इलेक्ट्रोन की स्पिन अवस्था निम्न तरह से दी जाती है।

$$Y = \begin{bmatrix} \frac{4i}{\sqrt{21}} \\ \\ \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{21}} \end{bmatrix}$$

इलेक्ट्रोन के स्पिन अप होने की प्रायिकता क्या होगी?

(ii) For Pauli's matrices $\sigma_x$, $\sigma_y$, $\sigma_z$

What is the value of $\sigma_y \sigma_z + \sigma_z \sigma_y$

यहाँ $\sigma_x$, $\sigma_y$, $\sigma_z$ पाउली मेट्रिक्स है तो $\sigma_y \sigma_z + \sigma_z \sigma_y$ का मान क्या होगा?

(iii) What is the value of commutator $\left(\hat{L}_x\, \hat{p}_y - \hat{p}_y\, \hat{L}_x\right)$

Symbols have usual meanings.

क्रम विनिमयक $\left(\hat{L}_x\, \hat{p}_y - \hat{p}_y\, \hat{L}_x\right)$ का मान क्या होगा? यहाँ प्रतीकों के सामान्य अर्थ है।

(iv) Ground state energy of a linear harmonic oscillator is $\frac{hw}{4\pi}$

What is the energy of the oscillator in the second excited energy state.

रेखीय आवर्ती दोलित्र की मूल अवस्था की ऊर्जा $\frac{hw}{4\pi}$ है तो दोलित्र की द्वितीय उत्तेजित अवस्था की ऊर्जा का मान क्या होगा?

(v) Expression $a^+\, a\,|n\rangle = \beta|n\rangle$ here $a$ is annihilation operator and $a^+$ is creation operator. What is the value of β ?

व्यंजक $a^+\, a\,|n\rangle = \beta|n\rangle$ है जहाँ $a$ अनिहिलेशन एवं $a^+$ क्रिएशन संकारक है तो β का मान क्या होगा?

(vi) If spin matrices are $S_x$ and $S_y$ . Here $S_+$ is defined as

$S_+ = S_x + iS_y$ Is matrix $S_+$ Hermitian?

यदि स्पिन मेट्रिक्स $S_x$ तथा $S_y$ है यहाँ $S_+$ इस तरह से परिभाषित है $S_+ = S_x + iS_y$ क्या मेट्रिक्स $S_+$ हर्मिशन है?

(vii) Write the Bohr Somerfield Quantization rule?

बोर सोमरफिल्ड क्वान्तिकरण नियम लिखो।

(viii) What is the value of commutator $\left[y,\, p_y\right]$ ?

संकारक $\left[y,\, p_y\right]$ का मान क्या होगा?

## Section - B $4 \times 8 = 32$

(Short Answer Questions)

**Note:** Answer **any four** questions. Each answer should not exceed 200 words. Each question carries 8 marks.

## खण्ड – ब

(लघु उत्तरीय प्रश्न)

**निर्देश :** किन्हीं **चार** प्रश्नों के उत्तर दीजिए। आप अपने उत्तर को अधिकतम 200 शब्दों में परिसीमित कीजिए। प्रत्येक प्रश्न 8 अंकों का है।

2) Briefly explain the WKB Approximation.
संक्षेप में WKB सन्निकटता को समझाओ।

3) Using Schrodinger wave equation obtain the equation of continuity $\frac{\partial p}{\partial t} + Div\, \vec{J} = 0$ where ρ is the probability density and $\vec{J}$ is the probability current density.
श्रोडिंगर समीकरण का उपयोग करते हुए सांतत्य समीकरण $\frac{\partial p}{\partial t} + Div\, \vec{J} = 0$ को प्राप्त करो जहाँ ρ प्रायिकता घनत्व है तथा $\vec{J}$ प्रायिकता धारा घनत्व है।

4) A linear harmonic oscillator is perturbed by $bx^2$. Determine the correction in energy value up to first order using perturbation theory.
एक रेखीय आवर्ती दोलित्र $bx^2$ द्वारा विक्षोभित किया जाता है, विक्षोभ सिद्धांत द्वारा प्रथम कोटि का ऊर्जा में संशोधन ज्ञात करो।

5) Show that any two eigen vectors corresponding to two distinct eigenvalues of a unitary matrix are orthogonal.
यह दर्शाईए कि यूनिटरी मेट्रिक्स के संगत दो विभिन्न आइगेंन मानों के संगत कोई भी दो आइगेंन सदिश लम्बवत होते है।

6) Prove that if A is Hermitian operator, then $e^{iA}$ is unitary operator.
यह दर्शाइए कि यदि A हर्मिशियन संकारक है तो $e^{iA}$ एक यूनिटरी संकारक है।

7) Prove that uncertainty product for linear harmonic oscillator is

$$\Delta x \Delta p = \left(n + \frac{1}{2}\right) \frac{h}{2\pi}$$

यह दर्शाइए की एक रेखीय आवर्ती दोलित्र के लिए अनिश्चितता गुणनफल निम्न होगा।

$$\Delta x \Delta p = \left(n + \frac{1}{2}\right) \frac{h}{2\pi}$$

8) A wavefunction $\psi = A \sin \frac{n\pi x}{L}$ exists in a region $0 < x < L$ , Potential is given by

$$V = \begin{cases} 0 & 0 < x < L \\ \infty & otherwise \end{cases}$$

Here n = 1, 2, 3, 4, .....

By normalization condition determine the constant A.

एक तरंग फलन $\psi = A \sin \frac{n\pi x}{L}$ क्षेत्र $0 < x < L$ में विद्यमान है

विभव निम्न द्वारा दिया जाता है

$$V = \begin{cases} 0 & 0 < x < L \\ \infty & otherwise \end{cases}$$

जहाँ n = 1, 2, 3, 4, .....

प्रसामान्यकरण शर्त द्वारा नियतांक A का मान ज्ञात करो।

9) Evaluate $\left\langle n \left| \left(a + a^{+}\right)^4 \right| n \right\rangle$

व्यंजक $\left\langle n \left| \left(a + a^{+}\right)^4 \right| n \right\rangle$ ज्ञात करो।

## Section - C $2 \times 16 = 32$

(Long Answer Questions)

**Note:** Answer **any two** questions. You have to delimit your each answer maximum up to 500 words. Each question carries 16 marks.

## खण्ड – स

(दीर्घ उत्तरीय प्रश्न)

**निर्देश :** किन्हीं दो प्रश्नों के उत्तर दीजिए। आप अपने उत्तर को अधिकतम 500 शब्दों में परिसीमित कीजिए। प्रत्येक प्रश्न 16 अंकों का है।

10) Explain the time independent perturbation theory and obtain the first order correction term in energy.
काल अनाश्रित विक्षोभ सिद्धांत को समझाओ तथा ऊर्जा में प्रथम कोटि का संशोधन प्राप्त करो।

11) Explain the Stern Gerlach experiment and discuss the quantization of spin angular momentum of electron.
स्टर्न गेर्लेक प्रयोग को समझाओ तथा इलेक्ट्रान के स्पिन के कोणीय क्वान्तिकरण की व्याख्या करो।

12) Solve the Schrodinger wave equation for the case of Hydrogen atom and discuss the $\theta$ and $\phi$ solutions.
हाइड्रोजन परमाणु के लिए श्रोडिंगर समीकरण को हल करो एवं $\theta$ तथा $\phi$ हलो की व्याख्या करो।

13) (i) A particle in an impenetrable potential box with walls at $x = 0$ and $x = a$ has the following wave function at some initial time:

$$\phi(x) = \frac{1}{\sqrt{5a}} \sin \frac{\pi x}{a} + \frac{3}{\sqrt{5a}} \sin \frac{3\pi x}{a}$$

What are the possible results of measurement of energy on the system and with what probability would they occur?

(i) एक कण अभेद्य विभव बाक्स जिसकी दीवारे $x = 0$ तथा $x = a$ है में है तथा उसका किसी प्रारम्भिक समय पर तरंग फलन है–

$$\phi(x) = \frac{1}{\sqrt{5a}} \sin \frac{\pi x}{a} + \frac{3}{\sqrt{5a}} \sin \frac{3\pi x}{a}$$

निकाय की ऊर्जा मापन के संभावित परिणाम क्या होंगे तथा किस प्रायिकता के साथ होंगे?

(ii) Prove that the fundamental commutation relation $\left[x, p_x\right] = \frac{ih}{2\pi}$ remains unchanged under unitary transformation.

(ii) यह दर्शाइए की मुलभुत क्रम विनिमय सम्बन्ध $\left[x, p_x\right] = \frac{ih}{2\pi}$ यूनिटरी रूपांतरण में अपरिवर्तित रहता है।

———