MT-06

December - Examination 2017

B.A. / BSc. Pt. II Examination

Numerical Analysis & Vector Calculus

Paper - MT-06

Time : 3 Hours] **[Max. Marks :- 66**

Note: The question paper is divided into three sections A, B and C. Write answers as per the given instructions.

निर्देश : प्रश्न पत्र तीन खण्डों 'अ', 'ब' और 'स' में विभाजित है। प्रत्येक खण्ड के निर्देशानुसार प्रश्नों के उत्तर दीजिए।

Section - A $6 \times 1 = 6$

(Very Short Answer Type Questions)

Note: Answer **all** questions. As per the nature of the question delimit your answer in one word, one sentence or maximum up to 30 words. Each question carries 1 mark.

खण्ड – 'अ'

(अति लघु उत्तरीय प्रश्न)

निर्देश : सभी प्रश्नों के उत्तर दीजिए। आप अपने उत्तर को प्रश्नानुसार एक शब्द, एक वाक्य या अधिकतम 30 शब्दों में परिसीमित कीजिए। प्रत्येक प्रश्न 1 अंक का है।

1) (i) Prove that $E^n = (1+\Delta)^n$

सिद्ध कीजिये। $E^n = (1+\Delta)^n$

(ii) Describe the difference between Gauss-Jacobi and Gauss-Seidel method.

गौस जकोबी तथा गौस सीडेल विधि में अन्तर बताइये।

(iii) What is vector point function?

सदिश बिन्दु फलन क्या होते हैं?

(iv) Write the value of ∇^2

∇^2 का मान बताइये।

(v) Write the formula of normal at $P(x_0, y_0, z_0)$ for the function $\phi(x, y, z) = c$

फलन $\phi(x, y, z) = c$ के बिन्दु $P(x_0, y_0, z_0)$ पर अभिलम्ब का समीकरण दीजिये।

(vi) Find $\Delta^4 f(x)$ for $f(x) = x^3 - 5x^2 + x - 2$.

$\Delta^4 f(x)$ का मान बताइये यदि $f(x) = x^3 - 5x^2 + x - 2$.

Section - B $\quad 4 \times 8 = 32$

(Short Answer Questions)

Note: Answer **any four** questions. Each answer should not exceed 200 words. Each question carries 8 marks.

खण्ड – ब

(लघु उत्तरीय प्रश्न)

निर्देश : किन्हीं **चार** प्रश्नों के उत्तर दीजिए। आप अपने उत्तर को अधिकतम 200 शब्दों में परिसीमित कीजिए। प्रत्येक प्रश्न 8 अंकों का है।

2) Population of a country is given as

Year	1921	1931	1941	1951	1961
Pop^n (lakh)	46	66	81	93	101

Find the population in 1955.

किसी देश की जनसंख्या विभिन्न वर्षों में निम्नानुसार है:–

वर्ष	1921	1931	1941	1951	1961
जनसंख्या (लाखमें)	46	66	81	93	101

दिये गये आकड़ों से वर्ष 1955 की जनसंख्या ज्ञात कीजिये।

3) Find $f(10)$. Using lagrange inter polation formula:-

x	5	6	9	11
$f(x)$	12	13	14	16

निम्न सारणी से $f(10)$ का मान लंग्राज सूत्र द्वारा ज्ञात कीजिये।

x	5	6	9	11
$f(x)$	12	13	14	16

4) Prove that

$$\Delta \equiv \frac{\delta^2}{2} + \delta\left[1 + \frac{\delta^2}{4}\right]^{\frac{1}{2}}$$

सिद्ध कीजिये।

$$\Delta \equiv \frac{\delta^2}{2} + \delta\left[1 + \frac{\delta^2}{4}\right]^{\frac{1}{2}}$$

5) Find the value of $\frac{dy}{dx}$ at $x = 1.2$ from the following table:-

x	1.0	1.2	1.4	1.6	1.8	2.0	2.2
y	2.7183	3.3201	4.0552	4.9530	6.0496	7.3891	9.0250

निम्नलिखित सारणी से $x = 1.2$ पर $\frac{dy}{dx}$ का मान ज्ञात कीजिये।

x	1.0	1.2	1.4	1.6	1.8	2.0	2.2
y	2.7183	3.3201	4.0552	4.9530	6.0496	7.3891	9.0250

6) Integrate $\int_{0.2}^{1.4}\left(\sin x - \log_e x + e^x\right)dx$ using Weddle's Rule.

समाकलित कीजिये (वैडल नियम द्वारा)

$\int_{0.2}^{1.4}\left(\sin x - \log_e x + e^x\right)dx$

7) Using Bisection method, find the root of equation $x^4 + 2x^3 - x - 1 = 0$ in the interval [0,1]

द्विभाजन विधि का प्रयोग करते हुए अन्तराल [0,1] में समीकरण $x^4 + 2x^3 - x - 1 = 0$ का वास्तविक मूल ज्ञात कीजिये।

8) Prove that a vector $\vec{F}(t)$ has constant magnitude if and only if.

$\vec{F} \cdot \frac{d\vec{F}}{Dt} = 0$

सिद्ध कीजिये कि फलन $\vec{F}(t)$ का परिमाण अचर होगा यदि और केवल यदि

$\vec{F} \cdot \frac{d\vec{F}}{Dt} = 0$

9) Find $\iint_S \vec{F}.\hat{n}\, ds$ where $F = 4zx\hat{i} - y^2\hat{j} + yz\hat{k}$ and S is the surface of cube $x = 0, x = 1, y = 0, y = 1$ and $z = 0, z = 1$

$\iint_S \vec{F}.\hat{n}\, ds$ का मान ज्ञात कीजिये जहॉ $F = 4zx\hat{i} - y^2\hat{j} + yz\hat{k}$ तथा S घन $x = 0, x = 1, y = 0, y = 1, z = 0, z = 1$ द्वारा परिबद्ध पृष्ठ है।

Section - C $2 \times 14 = 28$

(Long Answer Type Questions)

Note: Answer **any two** questions. You have to delimit your each answer maximum up to 500 words. Each question carries 14 marks.

खण्ड – स

(दीर्घ उत्तरीय प्रश्न)

निर्देश : किन्हीं दो प्रश्नों के उत्तर दीजिए। आप को अपने उत्तर को अधिकतम 500 शब्दों में परिसीमित करना है। प्रत्येक प्रश्न 14 अंकों का है।

10) Solve using Gauss - Jacobi method:

$$10x + y - z = -2$$
$$3x + 20y - 6z = 16$$
$$4x - 5y + 10z = 30$$

निम्न समीकरणों को गाउस जैकोबी पुनरावृत्ति द्वारा हल कीजिये।

$$10x + y - z = -2$$
$$3x + 20y - 6z = 16$$
$$4x - 5y + 10z = 30$$

11) Prove that

(i) Curl $(\vec{f} \times \vec{g}) = \vec{f}\ div\ \vec{g} - \bar{g}\ div\ \vec{f} + (\bar{g}.\nabla)\vec{f} - (\vec{f}.\nabla)\vec{g}$

(ii) Curl $\left(\phi\bar{f}\right) = \phi\ curl\ \vec{f} + grad\ \phi \times \bar{f}$

सिद्ध कीजिये:–

(i) Curl $(\vec{f} \times \vec{g}) = \vec{f}\ div\ \vec{g} - \bar{g}\ div\ \vec{f} + (\bar{g}.\nabla)\vec{f} - (\vec{f}.\nabla)\vec{g}$

(ii) Curl $\left(\phi\bar{f}\right) = \phi\ curl\ \vec{f} + grad\ \phi \times \bar{f}$

12) Evaluate $\iint_S \vec{F}.\hat{n}ds$ where $\vec{F} = 4x\hat{i} - 2y^2\,\hat{j} + z^2\hat{k}$ and S is the surface of cylinder $x^2 + y^2 = 4$, $z = 0, z = 3$

समाकल $\iint_S \vec{F}.\hat{n}ds$ का मान ज्ञात कीजिये यदि $\vec{F} = 4x\hat{i} - 2y^2\,\hat{j} + z^2\hat{k}$ तथा S बेलन $x^2 + y^2 = 4$, $z = 0, z = 3$ द्वारा निरुपित पृष्ठ है।

13) Using Stoke's theorem, prove that $\int_C (ydx + zdy + xdz) = -2\sqrt{2}\,\pi a^2$ where C is a curve $x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2ay = 0,\ x + y = 2a$ which is started from $(2a, 0, 0)$ and end to $(2a, 0, 0)$ below xy plane.

स्टॉक की प्रमेय का प्रयोग करते हुए सिद्ध कीजिये कि

$$\int_C (ydx + zdy + xdz) = -2\sqrt{2}\,\pi a^2$$

जहाँ वक्र C का समीकरण $x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2ay = 0,\ x + y = 2a$ है जो बिन्दु $(2a, 0, 0)$ से प्रारम्भ होकर xy समतल के नीचे पुन: $(2a, 0, 0)$ पर पहुँचता है।