

**MPH-03**

December - Examination 2017

**M.Sc. (Previous) Physics Examination****Quantum Mechanics**

क्वांटम यांत्रिकी

**Paper - MPH-03****Time : 3 Hours ]****[ Max. Marks :- 80**

**Note:** The question paper is divided into three sections A, B and C. Write answer as per the given instructions. Check your paper code and paper title before starting the paper. In case of any discrepancy English version will be final for all purposes.

**निर्देश :** यह प्रश्न पत्र तीन खण्डों 'अ', 'ब' और 'स' में विभाजित है। प्रत्येक खण्ड के निर्देशानुसार प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रश्नपत्र शुरू करने के पूर्ण प्रश्नपत्र कोड व प्रश्नपत्र शीर्षक जाँच लें। किसी भी विसंगतता की स्थिति में अंग्रेजी रूप ही अन्तिम माना जायेगा।

**Section - A****8 × 2 = 16**

(Very Short Answer Type Questions)

**Note:** Answer all questions. As per the nature of the question delimit, your answer in one word, one sentence or maximum upto 30 words. Each question carries 2 marks.

## खण्ड - 'अ'

(अति लघु उत्तरीय प्रश्न)

**निर्देश :** सभी प्रश्नों का उत्तर दीजिए। आप अपने उत्तर को प्रश्नानुसार एक शब्द, एक वाक्य या अधिकतम 30 शब्दों में परिसीमित कीजिए। प्रत्येक प्रश्न 2 अंकों का है।

1) (i) Express  $|\beta\rangle\langle\alpha|$  in matrix form.

$|\beta\rangle\langle\alpha|$  को मेट्रिक्स रूप में लिखिए।

(ii) An electron is in a state described by the spinor given in the  $S_z$  basis as

$$X = \begin{pmatrix} \frac{2i}{\sqrt{5}} \\ \frac{1}{\sqrt{5}} \end{pmatrix}$$

What is the probability that the electron has spin up?

एक इलेक्ट्रॉन की अवस्था को आधार  $S_z$  के रूप में निम्न प्रकार व्यक्त किया गया है।

$$X = \begin{pmatrix} \frac{2i}{\sqrt{5}} \\ \frac{1}{\sqrt{5}} \end{pmatrix}$$

इलेक्ट्रॉन के उच्च चक्रण में प्रायिकता क्या है?

(iii) Show that following matrix is unitary.

दर्शाइये की निम्न मेट्रिक्स एकिक है।

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & i \\ i & 1 \end{bmatrix}$$

- (iv) Write Heisenberg form of equation of motion.  
हाईजेन्बर्ग रूप की गति का समीकरण लिखिए।
- (v) Write the Hamiltonian for simple harmonic oscillator in momentum representation.  
संवेग प्रतिनिधित्व में सरल आवर्त दोलक के हामिल्टोनियन को लिखिए।
- (vi) Write down eigen value of  $J^2$ .  
 $J^2$  के आइगेन मान लिखिए।
- (vii) List the quantum numbers L, S and J for symbol  $2D_{\frac{3}{2}}$ .  
 $2D_{\frac{3}{2}}$  प्रतीक में L, S तथा J क्वांटम संख्या के मानों को लिखिए।
- (viii) What do you mean by Perturbation?  
Perturbation से आप क्या समझते हैं?

### Section - B

4 × 8 = 32

(Short Answer Type Questions)

**Note:** Answer any four questions. Each answer should not exceed 200 words. Each question carries 8 marks.

### (खण्ड - ब)

(लघु उत्तरीय प्रश्न)

**निर्देश :** किन्हीं चार प्रश्नों के उत्तर दीजिए। आप अपने उत्तर को अधिकतम 200 शब्दों में परिसीमित कीजिए। प्रत्येक प्रश्न 8 अंकों का है।

- 2) What are main consequences of Stern Gerlach experiment?  
स्ट्रेन गेरल प्रयोग के मुख्य निष्कर्ष लिखिए।
- 3) Define inner product of a bra and ket. Write it's important properties.  
ब्रा एवं केट के आन्तरिक गुणन फल को परिभाषित कीजिए। इसके मुख्य गुणधर्म लिखिए।

- 4) If a set of eigenket  $\{1\alpha\rangle\}$  forms a complete orthonormal set then show that  $\sum_{\alpha} |1\alpha\rangle\langle\alpha| \equiv 1$

यदि आइगनकेट का समूह  $\{1\alpha\rangle\}$  एक सम्पूर्ण आर्थोनोर्मल समूह का निर्माण करता है तो सिद्ध कीजिए कि

$$\sum_{\alpha} |1\alpha\rangle\langle\alpha| \equiv 1$$

- 5) Establish a connection between momentum and coordinate representation of a Ket Vector.

एक केट सदिश के संवेग तथा निर्देशांक प्रारूपों के मध्य सम्बन्ध ज्ञात कीजिए।

- 6) What are creation ( $a^+$ ) and annihilation ( $a$ ) operators? Show that

$$[a, a^+] = 1$$

निर्माण ( $a^+$ ) एवं विनाश ( $a$ ) संकारक क्या हैं? सिद्ध कीजिए। कि

$$[a, a^+] = 1$$

- 7) Evaluate the position-momentum uncertainly product for the  $n^{\text{th}}$  state of a linear harmonic oscillator.

एक रेखीय सरल आवृत्त दोलित्र की  $n$  वीं अवस्था में स्थिति-संवेग की अनिश्चितता का गुणनफल ज्ञात कीजिए।

- 8) Calculate the size ie.  $\langle r^2 \rangle$  for the hydrogen atom in a ground state.

हाईड्रोजन परमाणु के मूलअवस्था में आकार  $\langle r^2 \rangle$  का मान ज्ञात कीजिए।

- 9) Define W.K.B. approximation method and give an application of this method.

W.K.B. अनुमानित विधि को परिभाषित कीजिए। तथा इस विधि का एक उदाहरण दीजिए।

## Section - C

2 × 16 = 32

(Long Answer Type Questions)

**Note:** Answer any two questions. You have to delimit your each answer maximum upto 500 words. Each question carries 16 marks.

(खण्ड - स)

(दीर्घ उत्तरीय प्रश्न)

**निर्देश :** किन्ही दो प्रश्नों के उत्तर दीजिए। आपको अपने उत्तर को अधिकतम 500 शब्दों में परिसीमित करना है। प्रत्येक अंक 16 अंकों का है।

10) A certain observable in quantum mechanics has  $3 \times 3$  matrix representation as follows.

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Find the normalized eigenvectors of the observable and corresponding eigenvalues. Is there any degeneracy?

क्वांटम यांत्रिकी में एक प्रेक्षण योग्य को निम्न  $3 \times 3$  मैट्रिक्स के द्वारा व्यक्त किया गया है।

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

इस प्रेक्षण योग्य के आइगन सदिश का प्रसामान्यीकरण, तथा आइगन मान ज्ञात कीजिए। क्या कोई अपभ्रष्टता है?

- 11) Show that the operator of infinitely small translation in space can be expressed as

$$T(\vec{ax}) = 1 - i \frac{\vec{p}}{\hbar} dx$$

न्यून स्थानान्तरण के संकारक को दिक् में निम्नप्रकार से व्यक्त किया जा सकता है।

$$T(\vec{ax}) = 1 - i \frac{\vec{p}}{\hbar} dx$$

- 12) Discuss the particle in one dimensional potential box. Potential is given by

$$v = \begin{cases} 0 & ; 0 < x < a \\ \infty & \text{otherwise} \end{cases}$$

Obtain the eigenfunction and eigenvalues of the particle in the box.

निम्न एक विमिय विभव बॉक्स में कण की गति की व्याख्या करें।

$$v = \begin{cases} 0 & ; 0 < x < a \\ \infty & \text{otherwise} \end{cases}$$

कण के बॉक्स में आर्गन फलन तथा आर्गनमान ज्ञात कीजिए।

- 13) Solve the schrodinger wave equation for the case of hydrogen atom and discuss its radial wave equation.

हाईड्रोजन परमाणु के लिए श्रोडिन्जर तरंग समीकरण का हल ज्ञात कीजिए।

तथा त्रिज्य तरंग समीकरण की विवेचना कीजिए।