

MPH-02

December - Examination 2017

MSC (Previous) Physics Examination**Mathematical Physics and Numerical Analysis**

गणितीय भौतिकी एवं संख्यात्मक विश्लेषण

Paper - MPH-02**Time : 3 Hours]****[Max. Marks :- 80**

Note: The question paper is divided into three sections A, B and C. Write answers as per the given instructions. Check your paper code and paper title before starting the paper. In case of any discrepancy English version will be final for all purposes.

You are allowed to use a non-programmable calculator, however, sharing of calculators is not allowed.

निर्देश : यह प्रश्न पत्र तीन खण्डों 'अ', 'ब' और 'स' में विभाजित है। प्रत्येक खण्ड के निर्देशानुसार प्रश्नों के उत्तर दीजिए। आपको बिना प्रोग्रामिंग वाले कैलकुलेटर के उपयोग की अनुमति है परन्तु कैलकुलेटर के हस्तांतरण की अनुमति नहीं है।

प्रश्नपत्र शुरु करने के पूर्व प्रश्नपत्र कोड एवं शीर्षक जाँच लें। किसी भी विसंगतता की स्थिति में अंग्रेजी रूप ही अंतिम माना जायेगा।

Section - A

8 × 2 = 16

(Very Short Answer Type Questions (Compulsory))

Note: Answer **all** questions. As per the nature of the question delimit your answer in one word, one sentence or maximum up to 30 words. Each question carries 2 marks.

खण्ड - 'अ'

(अति लघु उत्तरीय प्रश्न)

निर्देश : सभी प्रश्नों के उत्तर दीजिए। आप अपने उत्तर को प्रश्नानुसार एक शब्द, एक वाक्य या अधिकतम 30 शब्दों में परिसीमित कीजिए। प्रत्येक प्रश्न 2 अंकों का है।

- 1) (i) Given $\phi = 2x^3y^2z^4$, Find $\nabla \cdot \nabla\phi$
दिया है $\phi = 2x^3y^2z^4$ ज्ञात करो $\nabla \cdot \nabla\phi$
- (ii) Write the square of the elemental arc length on the surface of a sphere of fixed radius R.
एक अचर त्रिज्या R का एक गोला है इसकी सतह पर सूक्ष्म चाप लम्बाई का वर्ग होगा।
- (iii) Evaluate $\delta_q^p A_s^{qr}$
ज्ञात करो $\delta_q^p A_s^{qr}$
- (iv) Write the laplace transform of $t^5 e^{-t}$
 $t^5 e^{-t}$ का लाप्लास रूपांतर ज्ञात करो।
- (v) Find the residue of the function $\frac{4-3z}{z^2-z}$ at the pole $z=0$
फलन $\frac{4-3z}{z^2-z}$ का ध्रुव $z=0$ पर रेजिड्युए ज्ञात करो।

(vi) Find the Fourier cosine transform of the function.

$$f(x) = \begin{cases} k & \text{if } 0 < x < a \\ 0 & \text{if } x > 0 \end{cases}$$

Here k is constant.

निम्न फलन का फुरेअर कोज्या रूपांतर ज्ञात करो।

$$f(x) = \begin{cases} k & \text{if } 0 < x < a \\ 0 & \text{if } x > 0 \end{cases}$$

यहाँ k अचर है

(vii) What is the full form of the ALU?

ALU का पूर्ण रूप लिखो।

(viii) Write the sum of eigenvalues of the following matrix

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 2 & -5 & 8 \\ 3 & 4 & 3 \end{bmatrix}$$

निम्न मेट्रिक्स का आइगेन मानों का योग लिखो।

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 2 & -5 & 8 \\ 3 & 4 & 3 \end{bmatrix}$$

Section - B

4 × 8 = 32

(Short Answer Questions)

Note: Answer **any four** questions. Each answer should not exceed 200 words. Each question carries 8 marks.

खण्ड - ब

(लघु उत्तरीय प्रश्न)

निर्देश : किन्हीं चार प्रश्नों के उत्तर दीजिए। आप अपने उत्तर को अधिकतम 200 शब्दों में परिसीमित कीजिए। प्रत्येक प्रश्न 8 अंकों का है।

- 2) If $\vec{F} = xy\hat{i} - z\hat{j} + x^2\hat{k}$ and C is the curve $x = t^2, y = 2t, z = t^3$ from $t = 0$ to $t = 1$. Evaluate the line integral $\int_C \vec{F} \times d\vec{r}$

यदि $\vec{F} = xy\hat{i} - z\hat{j} + x^2\hat{k}$ तथा C वक्र $x = t^2, y = 2t, z = t^3$ है जो कि $t = 0$ से $t = 1$ तक है निम्न रेखीय समाकल $\int_C \vec{F} \times d\vec{r}$ ज्ञात करो।

- 3) Check that analyticity of the following Complex function

$$w = \frac{y + ix}{x^2 + y^2} - \sinh x \sin y + i \cosh x \cos y$$

$$\text{Where } \cosh x = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$$

निम्न फलन की एनेलिसिटी ज्ञात करो।

$$w = \frac{y + ix}{x^2 + y^2} - \sinh x \sin y + i \cosh x \cos y$$

$$\text{जहाँ } \cosh x = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$$

4) Evaluate $\oint_C \frac{e^{2z}}{(z+1)^4} dz$ where C is the circle $|z| = 3$

ज्ञात $\oint_C \frac{e^{2z}}{(z+1)^4} dz$ करो यदि $|z| = 3$ एक वृत्त C को बताता है।

5) Using Legendre Rodrigues formula obtain the $P_1(x)$ and $P_3(x)$. Also plot the function $f(x) = P_3(x) + P_1(x)$ in the range $-1 < x < 1$

लिंगेद्रे रोड्रिगुए सूत्र का उपयोग करते हुए $P_1(x)$ तथा $P_3(x)$ ज्ञात करो तथा फलन $f(x) = P_3(x) + P_1(x)$ को परास $-1 < x < 1$ में चित्रित करो।

6) Find the Laplace transform of the following function.

(i) $3t^4 - 2t^{3/2} + 6$

(ii) $5\sin 2t - 3\cos 2t$

निम्न का लाप्लास रूपांतर ज्ञात करो।

(i) $3t^4 - 2t^{3/2} + 6$

(ii) $5\sin 2t - 3\cos 2t$

7) Divide the interval into four equal parts and evaluate the following integral using Simpson's 1/3 Rule

$$\int_0^{0.8} f(x) dx$$

Here $f(x) = 0.2 + 25x - 200x^2 + 675x^3 - 900x^4 + 400x^5$

अंतराल को चार बराबर भागो में विभाजित करते हुए समाकल $\int_0^{0.8} f(x) dx$ को सिम्पसन के 1/3 नियम से ज्ञात करो यहाँ

$$f(x) = 0.2 + 25x - 200x^2 + 675x^3 - 900x^4 + 400x^5$$

- 8) Plot the following function $f(t)$ and find the Fourier transform of this function $f(t) = \begin{cases} 0 & ; \text{for } t < 0 \\ e^{-(t/T)} \sin \omega t & ; \text{for } t > 0 \end{cases}$ Here ω and T are constants.

निम्न फलन $f(t)$ को चित्रित करो तथा इस फलन का फुरिअर रूपांतर ज्ञात करो। $f(t) = \begin{cases} 0 & ; \text{for } t < 0 \\ e^{-(t/T)} \sin \omega t & ; \text{for } t > 0 \end{cases}$ यहाँ ω तथा T अचर है

- 9) Using Rodrigue's formula for Hermite function, show that $H_5(x) = -H_5(-x)$
 हर्माईट फलन के लिए रोड्रिग्युज सूत्र का उपयोग करते हुए यह सिद्ध करो कि $H_5(x) = -H_5(-x)$

Section - C

$2 \times 16 = 32$

(Long Answer Questions)

Note: Answer **any two** questions. You have to delimit your each answer maximum up to 500 words. Each question carries 16 marks.

खण्ड - स

(दीर्घ उत्तरीय प्रश्न)

निर्देश : किन्हीं दो प्रश्नों के उत्तर दीजिए। आप अपने उत्तर को अधिकतम 500 शब्दों में परिसीमित करना है। प्रत्येक प्रश्न 16 अंकों का है।

- 10) (i) Evaluate $\iint_S \vec{A} \cdot d\vec{S}$ where $\vec{A} = 8z\hat{i} - 12\hat{j} + 3y\hat{k}$ and S is that part of the plane $2x + 3y + 6z = 12$ which is located in the first octant.
- (ii) By using Residue theorem, evaluate $\frac{1}{2\pi i} \oint_C \frac{e^{zt}}{z^2(z^2 + 2z + 2)} dz$ around the circle C with equation $|z| = 3$

(i) $\iint_S \vec{A} \cdot d\vec{S}$ को ज्ञात करो जहाँ $\vec{A} = 8z\hat{i} - 12\hat{j} + 3y\hat{k}$ है तथा तल $2x + 3y + 6z = 12$ का प्रथम अष्टांक में स्थित भाग S है।

(ii) रेजिड्युए प्रमेय की सहायता से समाकल $\frac{1}{2\pi i} \oint_C \frac{e^{zt}}{z^2(z^2 + 2z + 2)} dz$ ज्ञात करो यदि $|z| = 3$ एक वृत्त C को बताता है।

11) (i) A relation is given by $\left| \frac{z-3}{z+3} \right| = 2$.

Represent graphically the above relation in xy plane. Here complex function $z = x + iy$.

(ii) Find the eigenvalue and eigenvectors of the matrix

$$A = \begin{bmatrix} -4.0 & 4.0 \\ -1.6 & 1.2 \end{bmatrix}$$

(i) सम्बन्ध $\left| \frac{z-3}{z+3} \right| = 2$ है इस सम्बन्ध को xy तल में चित्रित करो जहाँ $z = x + iy$ सम्मिश्र फलन है।

(ii) निम्न मेट्रिक्स के आइगें मान तथा आइगें सदिश ज्ञात करो।

$$A = \begin{bmatrix} -4.0 & 4.0 \\ -1.6 & 1.2 \end{bmatrix}$$

12) (i) Expand the $f(x) = x^2$; $0 < x < 2\pi$ in a Fourier series if the period is 2π .

(ii) Use the Trapezoidal rule with $h = 0.5$ to evaluate

$I = \int_0^2 (x^2 - 3x + 4) dx$ and by evaluating the integral exactly examine the error.

(i) फलन $f(x) = x^2$; $0 < x < 2\pi$ को फुरिएर श्रेणी के रूप में विस्तार करो यदि फुरिएर श्रेणी का आवृत्त 2π है।

(ii) $h = 0.5$ के साथ ट्रेपेजोइडल नियम से निम्न ज्ञात करो।

$I = \int_0^2 (x^2 - 3x + 4) dx$ तथा समाकल को यथार्थ रूप से गणना करते हुए त्रुटि ज्ञात करो।

13) (i) Using Newton Rapsion method, find $(10)^{1/3}$

(ii) Using Gamma function evaluate

$$\int_0^2 x^4 (4 - x^2)^{1/2} dx$$

(i) न्यूटन रेफसन सूत्र का उपयोग करते हुए $(10)^{1/3}$ का मान ज्ञात करो।

(ii) गामा फलन का उपयोग करते हुए निम्न ज्ञात करो।

$$\int_0^2 x^4 (4 - x^2)^{1/2} dx$$