

**PH-09**

December - Examination 2016

**B.Sc. Pt. III Examination****Elementary Quantum Mechanics & Spectroscopy**

प्रारम्भिक क्वांटम यांत्रिकी एवं स्पेक्ट्रोस्कोपी

**Paper - PH-09****Time : 3 Hours ]****[ Max. Marks :- 50**

**Note:** The question paper is divided into three sections A, B and C.  
Write answers as per the given instructions.

निर्देश : यह प्रश्न-पत्र तीन खण्डों 'अ', 'ब' एवं 'स' में विभाजित है।  
प्रत्येक खण्ड के निर्देशानुसार प्रश्नों के उत्तर दीजिए।

**Section - A****10 × 1 = 10**

(Very Short Answer Type Questions) (Compulsory)

**Note:** Answer **all** questions. As per the nature of the question, delimit your answer in one word, one sentence or maximum upto 30 words. Each question carries 01 mark.

**खण्ड - 'अ'**

(अति लघु उत्तरात्मक प्रश्न) (अनिवार्य)

**निर्देश :** सभी प्रश्नों के उत्तर दीजिए। आप अपने उत्तर को प्रश्नानुसार एक शब्द, एक वाक्य या अधिकतम 30 शब्दों में परिसीमित कीजिये। प्रत्येक प्रश्न 01 अंक का है।

- 1) (i) The work-function of a metal is 1.10 eV. Radiation of wavelength 330 nm is incident on it. Calculate the stopping potential of the electrons from the metal.

एक धातु का कार्य फलन 1.10 eV है। इस धातु पर 330 nm तरंगदैर्घ्य के विकिरण आपाती हैं। धातु से उत्सर्जित इलेक्ट्रॉनों के लिये निरोधी विभव की गणना करें।

- (ii) X-rays with a wavelength of  $\lambda_0 = 0.708 \text{ \AA}$  undergo Compton scattering on paraffin. Find the wavelength of X-rays scattered in the direction  $\frac{\pi}{2}$ .

$\lambda_0 = 0.708 \text{ \AA}$  तरंगदैर्घ्य की X-किरणें पैराफिन से कॉम्पटन प्रकीर्णित होती हैं। प्रकीर्णन कोण  $\frac{\pi}{2}$  दिशा में प्रकीर्णित X-किरणों की तरंगदैर्घ्य का मान ज्ञात कीजिए।

- (iii) The energy operator is

(A)  $\frac{\hbar}{i} \frac{\partial}{\partial t}$       (B)  $i\hbar \frac{\partial}{\partial t}$       (C)  $\frac{\hbar}{i} \nabla$       (D)  $i\hbar \nabla$

ऊर्जा संकारक है:

(A)  $\frac{\hbar}{i} \frac{\partial}{\partial t}$       (B)  $i\hbar \frac{\partial}{\partial t}$       (C)  $\frac{\hbar}{i} \nabla$       (D)  $i\hbar \nabla$

- (iv) Write the complete Schrodinger wave function for the stationary state of a free particle.

मुक्त कण की स्थिर अवस्था के लिये पूर्ण श्रोडिंजर तरंग फलन लिखें।

- (v) Write Planck's radiation law.

प्लांक का विकिरण सूत्र लिखें।

- (vi) Write the value of ground state energy eigenvalue of one dimensional simple harmonic oscillator and the expression of the ground state eigenfunction.

एक विमीय सरल आवर्त दोलित्र के लिये मूल (ग्राउंड) अवस्था के लिये ऊर्जा आइगन मान तथा आइगन फलन लिखें।

(vii) The moment of inertia of a diatomic molecule is  $1.65 \times 10^{-46} \text{ kg m}^2$ .

Determine the rotational energies of the first two energy levels of the molecule. Given  $\hbar = 1.05 \times 10^{-34} \text{ Js}$ .

एक द्विपरमाण्विक अणु का जड़त्व आघूर्ण  $1.65 \times 10^{-46} \text{ kg m}^2$  है। इस अणु के प्रथम दो घूर्णन ऊर्जा स्तरों की घूर्णन ऊर्जा का मान ज्ञात करें। यहाँ  $\hbar = 1.05 \times 10^{-34} \text{ Js}$ .

(viii) What is zero-point energy?

शून्य बिन्दु ऊर्जा क्या है?

(ix) The magnitude of orbital angular momentum can take only

- (A) half integral values of  $\hbar$
- (B) integral values of  $\hbar$
- (C) both integral and half integral values of  $\hbar$
- (D) continuous values

कक्षीय कोणीय संवेग का मान है:

- (A)  $\hbar$  का अर्द्धपूर्णांक
- (B)  $\hbar$  का पूर्णांक
- (C)  $\hbar$  का अर्द्धपूर्णांक एवम् पूर्णांक दोनों ही
- (D) सतत मान

(x) Is  $\psi(x) = \exp(-x^2)$  a well behaved Schrodinger wave function?

Answer 'Yes' or 'No' with your reasons.

क्या  $\psi(x) = \exp(-x^2)$  सुव्यवहारित तरंग फलन है? अपना उत्तर कारण सहित 'हाँ' या 'नहीं' में दीजिए।

**Section - B****4 × 5 = 20**

(Short Answer Questions)

**Note:** Answer **any four** questions. Each answer should not exceed 200 words. Each question carries 05 marks.

**(खण्ड - ब)**

(लघु उत्तर वाले प्रश्न)

**निर्देश :** किन्हीं चार प्रश्नों के उत्तर दीजिये। आप अपने उत्तर को अधिकतम 200 शब्दों में परिसीमित कीजिये। प्रत्येक प्रश्न 05 अंकों का है।

2) State Heisenberg's uncertainty principle. Use it to estimate the Bohr radius and the ground state energy of the hydrogen atom.

हेंजिनबर्ग का अनिश्चितता के सिद्धान्त को परिभाषित कीजिये। इस नियम की सहायता से हाइड्रोजन परमाणु की बाहर त्रिज्या तथा निम्नतम ऊर्जा का व्यंजक प्राप्त करें।

3) Give the physical significance of the Schrodinger's wavefunction. Write down the Schrodinger's time dependent and time independent equation. Show that the probability density  $\rho$  and probability current

density  $\vec{j}$  satisfy the equation of continuity  $\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div } \vec{j} = 0$

श्रोडिंजर तरंगफलन की भौतिक सार्थकता की व्याख्या करें। श्रोडिंजर समीकरण समय पर निर्भर करनेवाला तथा समय पर निर्भर न करनेवाला दोनों को ही लिखें। यह भी सिद्ध करें कि प्रायिकता घनत्व  $\rho$  तथा प्रायिकता धारा घनत्व  $\vec{j}$  सततता समीकरण  $\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div } \vec{j} = 0$  को सन्तुष्ट करते हैं।

4) What is Compton effect? Give an explanation of the Compton effect on the basis of quantum nature of radiation. Deduce an expression for the Compton shift.

कॉम्पटन प्रभाव क्या है? विकिरण के क्वान्टम सिद्धान्त के आधार पर कॉम्पटन प्रभाव की व्याख्या करें तथा कॉम्पटन विस्थापन के लिये व्यंजक भी प्राप्त करें।

- 5) A particle is confined in a one dimensional infinitely deep potential box of length  $a$ . Solve Schrodinger's equation to find energy eigenvalues and energy eigenfunctions of the particle.

एक कण एक विभीय अनन्त गहराई के विभव बाक्स जिसकी लम्बाई  $a$  है में निहित है। श्रोडिंजर समीकरण को हल करके कण के ऊर्जा आङ्गनमान तथा ऊर्जा आङ्गन फलन को ज्ञात करें।

- 6) Define a Hermitian operator. Prove that for any operator  $A$  that  $A + A^+$  and  $i(A - A^+)$  are hermitian.

हर्मिशियन संकारक की परिभाषा दें। किसी संकारक  $A$  के लिये सिद्ध करें की  $A + A^+$  तथा  $i(A - A^+)$  हर्मिशियन होंगे।

- 7) (i) Find the value of the commutator  $(\hat{x} \hat{p}_x - \hat{p}_x \hat{x})$   
 (ii) A proton is confined in a one dimensional potential box of length 1 Angstrom. The minimum energy of the proton is  $1.93 \times 10^{-2} \text{eV}$ . Calculate other energy eigenvalues of this proton.

- (i) क्रम विनिमयक  $(\hat{x} \hat{p}_x - \hat{p}_x \hat{x})$  का मान ज्ञात करें।  
 (ii) एक प्रोटोन एक विभीय विभव बाक्स जिसकी लम्बाई  $1 \text{ \AA}$  है में निहित है। प्रोटोन की न्यूनतम ऊर्जा का मान  $1.93 \times 10^{-2} \text{eV}$  है। प्रोटोन की अन्य ऊर्जा मानों के मान ज्ञात करें।

- 8) Describe Frank and Hertz experiment to demonstrate the existence of discrete energy levels of an atom.

फ्रेंक एवम् हर्ट्ज प्रयोग का वर्णन करें तथा इस प्रयोग के द्वारा किसी परमाणु के ऊर्जा स्तरों की विविक्तता को प्रदर्शित करें।

9) Explain the rotational spectrum of a diatomic molecule.

किसी द्विपरमाण्विक अणु के घूर्णन ऊर्जा स्तरों से प्राप्त स्पेक्ट्रम की व्याख्या करें।

### Section - C

2 × 10 = 20

(Long Answer Questions)

**Note:** Answer **any two** questions. You have to delimit your each answer maximum upto 500 words. Each question carries 10 marks.

(खण्ड - स)

(दीर्घ उत्तरीय प्रश्न)

**निर्देश :** किन्हीं दो प्रश्नों के उत्तर दीजिये। आप अपने उत्तर को अधिकतम 500 शब्दों में परिसीमित कीजिये। प्रत्येक प्रश्न 10 अंकों का है।

10) Write down Schrodinger's equation for a one-dimensional simple harmonic oscillator. Solve it to determine energy eigenvalues and eigenfunctions of the same. Plot the eigenfunctions for the ground and first excited state.

एक विभीय सरल आवर्तदोलित्र के लिये श्रोडिंजर समीकरण लिखें। इसे हल करके ऊर्जा आइगन मान तथा आइगन फलन प्राप्त करें। मूल (ग्राउंड) अवस्था तथा प्रथम उत्तेजित अवस्था के आइगन फलन को ग्राफ द्वारा प्रदर्शित करें।

11) Determine the transmission coefficient of a particle having energy  $E < V_0$  for a rectangular potential barrier defined by

$$V(x) = 0 \text{ for } x < 0 \text{ and for } x > a$$

$$V(x) = V_0 \text{ for } 0 < x < a. \text{ Explain Tunnel effect.}$$

एक आयताकार विभव प्राचीर निम्न रूप से परिभाषित है:

$$V(x) = 0, \quad x < 0 \text{ तथा } x > a$$

$V(x) = V_0$  यदि  $0 < x < a$ , इस विभव प्राचीर पर एक कण आपाती है, जिसकी ऊर्जा  $E$  है तथा  $E < V_0$  है। पारगमन गुणांक की गणना करें। 'टनल प्रभाव' (सुरंगन प्रभाव) क्या है?

- 12) What is the probability of finding the electron in the ground state of the hydrogen atom between  $r$  and  $r + dr$ ? Prove that the most probable distance of the electron is Bohr radius. Given that the radial wave function of the electron in the ground state is  $R_{10}(r) = \frac{2}{\sqrt{a^3}} e^{-r/a}$ .

हाइड्रोजन परमाणु में इलेक्ट्रॉन की  $r$  तथा  $r + dr$  के मध्य मूल अवस्था में पाये जाने की प्रायिकता क्या है? यह भी सिद्ध करें कि इलेक्ट्रॉन के पाये जाने की सबसे अधिक संभावित दूरी बोर त्रिज्या है। यहाँ इलेक्ट्रॉन का मूल अवस्था (ग्राउंड स्टेट) में त्रिज्यीय तरंगफलन  $R_{10}(r) = \frac{2}{\sqrt{a^3}} e^{-r/a}$  है।

- 13) (i) What is spin-orbit interaction? Explain fine structure of spectral lines on the basis of L – S interaction.
- (ii) The two p-levels sodium atom are separated by 0.00214 eV. Estimate the wavelength difference of the doublet  $D_1$  and  $D_2$  spectral lines of the sodium atom.
- (i) स्पिन-कक्षीय अन्योन्य क्रिया क्या है? स्पेक्ट्रमी रेखाओं की L – S युग्मन के आधार पर सूक्ष्म संरचना की व्याख्या करें।
- (ii) सोडियम परमाणु दो p-ऊर्जा स्तरों का ऊर्जा अन्तराल 0.00214 eV है। सोडियम परमाणु से उत्पन्न  $D_1$  तथा  $D_2$  रेखाओं के मध्य तरंगदैर्घ्य अन्तर ज्ञात करें।