

MT-08

December - Examination 2016

B.A./B.Sc. Pt. III Examination**Complex Analysis****Paper - MT-08****Time : 3 Hours]****[Max. Marks :- 67**

Note: The question paper is divided into three sections A, B and C.
Write answer as per the given instructions.

निर्देश : प्रश्न पत्र तीन खण्डों 'ए', 'बी' और 'सी' में विभाजित हैं। प्रत्येक खण्ड के निर्देशानुसार प्रश्नों के उत्तर दीजिए।

Section - A**7 × 1 = 7**

(Very Short Answer Questions)

Note: Section 'A' contain seven (07) Very Short Answer Type Questions. Examinees have to attempt all questions. Each question is of 01 mark and maximum word limit may be thirty words.

खण्ड - 'अ'

(अति लघु उत्तरीय प्रश्न)

निर्देश : खण्ड 'ए' में (07) अतिलघुउत्तरात्मक प्रश्न हैं, परीक्षार्थियों को सभी प्रश्नों को हल करना है। प्रत्येक प्रश्न का 01 अंक है और अधिकतम शब्द सीमा तीस शब्द है।

- 1) (i) Write general form of a straight line in a complex plane.
सम्मिश्र समतल में सरल रेखा का व्यापक समीकरण लिखिए।
- (ii) Write mapping which represents rotation.
घूर्णन को व्यक्त करनेवाला प्रतिचित्रण लिखिए।
- (iii) State Bolzano-Weierstrass theorem.
बॉलजानो-वाइस्ट्रास प्रमेय का कथन लिखें।
- (iv) Define cross cut.
क्रॉस कट को परिभाषित करें।
- (v) Write necessary condition for a conformal mapping.
अनुकोण प्रतिचित्रण के लिए आवश्यक प्रतिबंध लिखिए।
- (vi) Write statement of Morera's Theorem.
मोरेरा प्रमेय का कथन लिखिए।
- (vii) Define removable singularity.
अपनेय विचित्रता को परिभाषित कीजिए।

Section - B

4 × 8 = 32

(Short Answer Questions)

Note: Section 'B' contain eight short answer type questions. Examinees will have to answer any four (04) questions. Each question is of 08 marks. Examinees have to delimit each answer in maximum 200 words.

(खण्ड - ब)

(लघु उत्तरीय प्रश्न)

निर्देश : खण्ड 'बी' में आठ लघु उत्तर प्रकार के प्रश्न हैं, परीक्षार्थियों को किन्हीं भी चार (04) सवालों के जवाब देना है। प्रत्येक प्रश्न 08 अंकों का है। परीक्षार्थियों को अधिकतम 200 शब्दों में प्रत्येक जवाब परिसीमित करने हैं।

- 2) Prove that $f(z)$ is analytic at z_0 than it is necessarily continuous at z_0 . Also show that the converse is not true by giving an example.

सिद्ध कीजिए यदि $f(z)$, z_0 पर आवश्यक रूप से संतत होगा। उदाहरण द्वारा प्रदर्शित कीजिए कि इसका विलोम सत्य होना आवश्यक नहीं है।

- 3) Show that $\int_c \frac{dz}{z-a} = 2\pi i$ where c is $|z-a| = \delta$.

सिद्ध कीजिए कि $\int_c \frac{dz}{z-a} = 2\pi i$ जहाँ वक्र c $|z-a| = \delta$ है।

- 4) Prove that / सिद्ध कीजिए।

$$\int_0^{2\pi} \frac{d\theta}{a + b \sin \theta} = \frac{2\pi}{\sqrt{a^2 - b^2}}, |a| > |b|$$

- 5) State and prove Cauchy Sutegral Theorem.

कॉशी समाकल प्रमेय का प्राक्कथन लिखें एवं सिद्ध करें।

- 6) Describe various types of singularities.

विभिन्न वियुक्त विचित्रताओं के प्रकारों की विवेचना कीजिए।

- 7) Expand $\cos z$ in the neighbourhood of $z = \pi/2$.

बिंदु $z = \pi/2$ के सामीप्य में $\cos z$ का प्रसार कीजिए।

- 8) Find the residue at $z = -3$ of $\frac{z^2 + 16}{(z-i)^2(z+3)}$

$z = -3$ पर $\frac{z^2 + 16}{(z-i)^2(z+3)}$ का अवशेष ज्ञात कीजिए।

- 9) Find the bilinear-transformation which transforms points $z = 0, i, \infty$ into the points $w = \infty, i, 0$

वह द्वि रैखिक रूपान्तरण ज्ञात कीजिए जो बिंदुओं $z = 0, i, \infty$ को $w = \infty, i, 0$ में प्रतिचित्रण करें।

Section - C

$2 \times 14 = 28$

(Long Answer Questions)

Note: Section 'C' contain 4 Long Answer Type Questions. Examinees will have to answer any two (02) questions. Each question is of 14 marks. Examinees have to delimit each answer in maximum 500 words. Use of non-programmable scientific calculator is allowed in this paper.

(खण्ड - स)

(दीर्घ उत्तरीय प्रश्न)

निर्देश : खण्ड 'सी' में 4 निबन्धात्मक प्रश्न हैं। परीक्षार्थियों को कीन्हीं भी दो (02) सवालों के जबाब देना है। प्रत्येक प्रश्न 14 अंकों का है, परीक्षार्थियों को अधिकतम 500 शब्दों में प्रत्येक जवाब परिसीमित करने हैं। इस प्रश्नपत्र में नॉन-प्रोग्रामेबल साइंटीफिक केलकुलेटर के उपयोग की अनुमति है।

- 10) (i) State and prove maximum modulus Theorem.
महत्तम मापांक प्रमेय का कथन कीजिए एवं सिद्ध कीजिए।

- (ii) Find the locus of z for which $\text{amp} \left[\frac{z-1}{z+1} \right] = \pi/3$.

z का बिंदुपथ ज्ञात कीजिए जबकि $\text{amp} \left[\frac{z-1}{z+1} \right] = \pi/3$

11) (i) State and prove Rouché's Theorem.

रूशे प्रमेय लिखिए एवं सिद्ध कीजिए।

(ii) Find points of discontinuity for $\frac{2z-3}{z^2+2z+2}$

फलन $\frac{2z-3}{z^2+2z+2}$ के असातत्य बिंदु ज्ञात कीजिए।

12) Expand $\frac{z^2-4}{(z+1)(z+4)}$ which are valid in the following region.

फलन $\frac{z^2-4}{(z+1)(z+4)}$ का प्रसार कीजिए जो कि निम्नलिखित क्षेत्रों

के लिए वैध हो।

(i) $|z| < 1$,

(ii) $1 < |z| < 4$,

(iii) $|z| > 4$

13) State and prove sufficient condition for $f(z)$ to be analytic.

विश्लेषिक फलन होने का पर्याप्त प्रतिबंध लिखिए व सिद्ध कीजिए

—————