

**MSCPH-02**

December - Examination 2016

**MSc (Previous) Physics Examination****Statistical Mechanics and Quantum Mechanics**

सांख्यिकी यांत्रिकी तथा क्वांटम यांत्रिकी

**Paper - MSCPH-02****Time : 3 Hours ]****[ Max. Marks :- 80**

**Note:** The question paper is divided into three sections A, B and C. Write answers as per the given instructions. Check you paper code and paper title before starting the paper. In case of any discrepancy English version will be final.

**निर्देश :** यह प्रश्न पत्र 'अ', 'ब' और 'स' तीन खण्डों में विभाजित है। प्रत्येक खण्ड के निर्देशानुसार प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रश्नपत्र शुरू करने से पूर्व अपना प्रश्नपत्र कोड व प्रश्नपत्र शीर्षक जाँच लें। केलकुलेटर की अनुमति नहीं है। किसी भी विसंगतता की स्थिति में अंग्रेजी रूप अन्तिम होगा।

**Section - A****8 × 2 = 16**

(Very Short Answer Questions (Compulsory))

**Note:** Answer **all** questions. As per the nature of the question. Delimit your answer in one word, one sentence or maximum up to 30 words. Each question carries 2 marks.

## खण्ड - 'अ'

(अति लघु उत्तरीय प्रश्न)

**निर्देश :** सभी प्रश्नों के उत्तर दीजिए। आप अपने उत्तर को प्रश्नानुसार एक शब्द, एक वाक्य या अधिकतम 30 शब्दों में परिसीमित कीजिए। प्रत्येक प्रश्न 2 अंकों का है।

1) (i) If C and D are two hermitian operators then the combination CD + DC is

- (A) hermitian                      (B) anti hermitian  
(C) unitary                          (D) purely imaginary

यदि C तथा D दो हर्मिशियन संकारक हैं तो CD + DC होगा

- (A) हर्मिशियन                      (B) ऐंटी हर्मिशियन  
(C) यूनिटरी                          (D) काल्पनिक

(ii) What is the value of the commutator  $[x^2, P_x]$  us  
क्रम-विनिमयक  $[x^2, P_x]$  का मान क्या है?

(iii) An electron is in a state described by the spinor given in the  $S_z$  basis as

$$x = \begin{bmatrix} i/\sqrt{5} \\ 2/\sqrt{5} \end{bmatrix}$$

What is the probability that the electron has spin up?

- (A) 4/5                                  (B) 3/5  
(C) 2/5                                  (D) 1/5

एक इलेक्ट्रॉन का स्पिन तरंगफलन बेसिस में निम्न फलन से परिभाषित

$$x = \begin{bmatrix} i/\sqrt{5} \\ 2/\sqrt{5} \end{bmatrix}$$

इस इलेक्ट्रॉन की 'स्पिन अप' में पाये जाने की प्रायिकता क्या है?

(A) 4/5 (B) 3/5

(C) 2/5 (D) 1/5

(iv) Find the value of the commutator  $[L_x, P_y]$ .

क्रमविनिमयक  $[L_x, P_y]$  का मान ज्ञात कीजिए।

(v) If  $\sigma_x, \sigma_y,$  and  $\sigma_z$  are the Pauli matrices, then obtain final matrix  $\sigma_x \sigma_y \sigma_z$

यदि  $\sigma_x, \sigma_y,$  तथा  $\sigma_z$  पॉली मैट्रिक्स प्रदर्शित करते हों तो अन्तिम मैट्रिक्स  $\sigma_x \sigma_y \sigma_z$  को प्राप्त कीजिए।

(vi) What is the relationship between the entropy of a state and probability?

किसी स्टेट (अवस्था) की एंट्रॉपी तथा उस स्टेट की प्रायिकता में क्या संबंध है?

(vii) Define partition function.

संवितरण फलन (पार्टीशन फंक्शन) को परिभाषित करें।

(viii) State Boltzmann equipartition theorem.

बोल्ट्जमान का ऊर्जा समविभाजन नियम को परिभाषित कीजिए।

### Section - B

4 × 8 = 32

(Short Answer Questions)

**Note:** Answer any four questions. Each answer should not exceed 200 words. Each question carries 8 marks.

## (खण्ड - ब)

(लघु उत्तरीय प्रश्न)

**निर्देश :** किन्हीं चार प्रश्नों के उत्तर दीजिए। आप अपने उत्तर को अधिकतम 200 शब्दों में परिसीमित कीजिए। प्रत्येक प्रश्न 8 अंकों का है।

2) Obtain Maxwellian distribution formula and use it to find root mean square speed of molecules.

मेक्सवेल का वितरण नियम सूत्र प्राप्त करें तथा इस नियम की सहायता से अणुओं की वर्गमाध्यमूल वेग का व्यंजक प्राप्त करें।

3) Consider a system of harmonic oscillators in thermal equilibrium. Find the partition function  $Q$ , free energy  $F$ , and average energy of the system of oscillators.

यदि कोई सरल आवर्ती दोलित्रों का निकाय तापीय साम्य में हो तो इस निकाय का पार्टिशन फंक्शन  $Q$ , मुक्त ऊर्जा (फ्री-इनर्जी)  $F$ , तथा औसत ऊर्जा का मान प्राप्त करें।

4) State and prove the Ehernfest's theorem:

$$m\dot{\vartheta} = -\nabla U$$

एहरेंफेस्ट की प्रमेय को परिभाषित कर निम्न नियम को स्थापित करें:

$$m\dot{\vartheta} = -\nabla U$$

5) A particle in an impenetrable potential box with walls at  $x = 0$  and  $x = a$  has the following wave function at some initial time:

$$\psi(x) = \frac{1}{\sqrt{5a}} \sin \frac{\pi x}{a} + \frac{1}{\sqrt{5a}} \sin \frac{3\pi x}{a}$$

What are the possible results of the measurement of energy on the system and with what probability would they occur?

एक कण एक अभेद्य बॉक्स की दीवारें  $x = 0$  तथा  $x = a$  के मध्य निहित है। इस कण का तरंगफलन किसी प्रारंभिक समय पर

$$\psi(x) = \frac{1}{\sqrt{5a}} \sin \frac{\pi x}{a} + \frac{1}{\sqrt{5a}} \sin \frac{3\pi x}{a} \text{ है।}$$

इस कण की नावने पर संभावित ऊर्जाओं का मान तथा उनकी प्रायिकता क्या होगी?

- 6) Define C.G. coefficients. Find C. G. coefficients in the addition of two angular momenta  $j_1 = \frac{1}{2}$ , and  $j_2 = \frac{1}{2}$ .

C.G. गुणकों को परिभाषित कीजिए। कौणीय संवेग  $j_1 = \frac{1}{2}$ ,  $j_2 = \frac{1}{2}$  के युग्मन में C.G. गुणकों की गणना करें।

- 7) If  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$ , and  $\sigma_z$  are the Pauli matrices, then prove the identity.

$$\sigma_x \sigma_y + \sigma_y \sigma_x = 0$$

यदि  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$ ,  $\sigma_z$  पाँउली मैट्रिक्स प्रदर्शित करते हो तो निम्न आइडेंटिरी स्थापित करें:  $\sigma_x \sigma_y + \sigma_y \sigma_x = 0$

- 8) A particle is confined in a one dimensional infinitely deep potential box of length  $a$ . Solve Schrodinger's equation to find energy eigenvalues and energy eigenfunctions of the particle.

एक कण एक वित्तीय अनन्त गहरे विभव बाक्स जिसकी लम्बाई  $a$  है के मध्य निहित है। श्रोडिंजर समीकरण की सहायता से इस कण के ऊर्जा आइगनमान तथा आइगनफलन की गणना करें।

- 9) Determine the reflection coefficient of a particle from a rectangular potential wall defined by

$$U(x) = 0, x < 0$$

$$U(x) = U_0, x \geq 0 ; \text{ the energy of the particle is } E > U_0.$$

एक आयताकार विभव दीवार निम्न प्रकार से परिभाषित है:

$$U(x) = 0, x < 0$$

$$U(x) = U_0, x \geq 0 ;$$

इस दीवार पर एक कण जिस की ऊर्जा  $E$  है तथा  $E > U_0$ , आपाती है। इस कण का दीवार से परावर्तन गुणांक ज्ञात कीजिए।

### Section - C

2 × 16 = 32

(Long Answer Questions)

**Note:** Answer **any two** questions. You have to delimit your each answer maximum up to 500 words. Each question carries 16 marks.

(खण्ड - स)

(दीर्घ उत्तरीय प्रश्न)

**निर्देश :** किन्हीं दो प्रश्नों के उत्तर दीजिए। अपने उत्तर को अधिकतम 500 शब्दों में परिसीमित करना है। प्रत्येक प्रश्न 16 अंकों का है।

10) Obtain the K.G. equation for a free particle. Construct the four current  $j_\mu$  and show that it satisfies the equation of continuity. What difficulty one encounters in interpreting the probability density.

एक मुक्तकण के लिये क्लीन-गार्डन समीकरण प्राप्त करें। चतुर्धारा  $j_\mu$  प्राप्त करें तथा यह भी स्थापित करें कि K.G. समीकरण सततता का समीकरण संतुष्ट करता है। प्राथिकता घनत्व की व्याख्या में इस समीकरण से प्राप्त बाधाओं का उल्लेख करें।

- 11) Derive wave equation for a spin 1/2 particle in the presence of electromagnetic field in covariant form.  
स्पिन 1/2 कण के लिए विद्युत चुम्बकीय क्षेत्र की उपस्थिति में तरंग समीकरण कोबेरिऐंट रूप में प्राप्त करें।
- 12) Explain the Fermi Dirac statistics and Deduce the Fermi distribution function of a completely degenerate electron gas.  
फर्मी डिराक सांख्यिकी को समझाइए तथा पूर्ण अपभृष्ट इलेक्ट्रॉन गैस के लिए फर्मी वितरण फलन प्राप्त करें।
- 13) State and prove Liouville's theorem. Draw phase trajectory of one-dimensional simple harmonic oscillator on  $x - p_x$  graph.  
लियोविले प्रमेय को परिभाषित करो तथा इसे सिद्ध कीजिए। एक विभीय सरल आवर्त दोलित्र का कला-पथ  $x - p_x$  ग्राफ पर प्रदर्शित कीजिए।
-