

MSCPH-01

December - Examination 2016

MSc (Previous) Physics Examination**Mathematical Physics and Classical Mechanics**

गणितीय भौतिकी तथा चिरसम्मत यांत्रिकी

Paper - MSCPH-01**Time : 3 Hours]****[Max. Marks :- 80**

Note: The question paper is divided into three sections A, B and C. Write answer as per the given instructions. You are allowed to use a non-programmable calculator, however, sharing of calculators is not allowed. Check your paper code and paper title before starting the paper. In case of any discrepancy English version will be final for all purpose.

निर्देश : यह प्रश्न पत्र तीन खंडों 'अ' 'ब' और 'स' में विभाजित है। प्रत्येक खंड के निर्देशानुसार प्रश्नों के उत्तर दीजिए। आपको बिना प्रोग्रामिंग वाले कैलकुलेटर के उपयोग की अनुमति है परन्तु कैलकुलेटर के हस्तांतरण की अनुमति नहीं है। प्रश्नपत्र शुरू करने के पूर्व प्रश्नपत्र कोड व प्रश्नपत्र शीर्षक जाँचलें। किसी भी विसंगतता की स्थिति में अंग्रेजी रूप ही अन्तिम होगा।

Section - A

8 × 2 = 16

Very Short Answer Type Questions (Compulsory)

Note: Answer **all** questions. As per the nature of the question you delimit your answer in one word, one sentence or maximum up to 30 words. Each question carries 2 marks.

खण्ड - 'अ'

अति लघु उत्तर वाले प्रश्न (अनिवार्य)

निर्देश : सभी प्रश्नों का उत्तर दीजिये। आप अपने उत्तर को प्रश्नानुसार एक शब्द, एक वाक्य या अधिकतम 30 शब्दों में परिसीमित करिए। प्रत्येक प्रश्न 02 अंकों का है।

1) (i) What is the value of $\frac{d}{dx} \{H_3(x) + 5\}$

$\frac{d}{dx} \{H_3(x) + 5\}$ का मान क्या होगा ?

(ii) What is the value of Poisson bracket $[b^3, q]$?

पोइसन ब्रेकिट $[b^3, q]$ का मान क्या होगा ?

(iii) Lagrangian of a particle is given by

$$L = ml^2 (\dot{\theta}^2 + \dot{\phi}^2 r^2 + r \cos^2 \phi)$$

Find the generalized momentum p_ϕ

एक कण का लेग्रेन्जियन निम्न दिया जाता है

$$L = ml^2 (\dot{\theta}^2 + \dot{\phi}^2 r^2 + r \cos^2 \phi)$$

व्यापक संवेग p_ϕ ज्ञात कीजिए।

(iv) Evaluate the integral $\int_0^1 \frac{1}{1+2x} dx$ correct to three decimal

places using Trapezoidal rule for given table.

x	0.0	0.5	1.0
$\frac{1}{1+2x}$	1.000	0.500	0.3333

दी गई सारणी के लिए ट्रेपेजोईडल के नियम से समाकल $\int_0^1 \frac{1}{1+2x} dx$ का मान तीन दशमलव स्थान तक ज्ञात कीजिए।

x	0.0	0.5	1.0
$\frac{1}{1+2x}$	1.000	0.500	0.3333

(v) Find the laplace transform of $(e^{kt} - e^{-kt})$.

फलन $(e^{kt} - e^{-kt})$ का लाप्लास रूपान्तर ज्ञात कीजिए।

(vi) Evaluate $\int_{-1}^1 p_2(x) dx$

Here $p_2(x)$ is Legendre Polynomial.

ज्ञात कीजिए।

$$\int_{-1}^1 p_2(x) dx$$

यहाँ लिगेन्ड्र बहुपद है।

(vii) Write the Laplace equation for scalar function U.

अदिश फलन U के लिए लाप्लास समीकरण लिखिए।

(viii) Find the fourier transform of $f(t)$ if

$$f(t) = 5 \text{ if } 0 < t < b$$

$$f(t) = 0 \text{ otherwise}$$

फलन $f(t)$ का फुरिअर रूपान्तर ज्ञात कीजिए यदि

$$f(t) = 5 \text{ यदि } 0 < t < b \text{ अन्यथा}$$

$$f(t) = 0$$

Section - B

4 × 8 = 32

Short Answer Questions

Note: Answer **any four** questions. Each answer should be given in 200 words. Each question carries 08 marks.

(खण्ड - ब)

लघु उत्तर वाले प्रश्न

निर्देश : किन्हीं चार प्रश्नों के उत्तर दीजिये। आप अपने उत्तर को अधिकतम 200 शब्दों में परिसीमित कीजिए। प्रत्येक प्रश्न 08 अंकों का है।

2) By using Rodriguez formula for Hermite polynomial obtain $H_4(x)$.

हर्मिट बहुपद के लिए रोड्रिग्ज सूत्र का उपयोग करते हुए $H_4(x)$ ज्ञात कीजिए।

3) By using appropriate steps, state whether transformation

$Q = p \cot q$, $p = \log\left(\frac{\sin q}{p}\right)$ is canonical or not canonical?

उचित पदों का उपयोग करते हुए बताइए कि रूपान्तरण $Q = p \cot q$,

$p = \log\left(\frac{\sin q}{p}\right)$ केनोनिकल है अथवा नहीं?

4) (a) Find the Laplace transform of

$$f(t) = e^{-3\pm}(1 + \cos 4 \pm)$$

(b) Find the inverse Laplace transform of

$$\left\{ \frac{s^2 + 2s^3 + 3s + 3}{s^4} \right\}$$

(अ) निम्न फलन का लाप्लास रूपान्तर ज्ञात कीजिए।

$$f(t) = e^{-3\pm}(1 + \cos 4 \pm)$$

(ब) निम्न फलन का व्युत्क्रम लाप्लास रूपान्तर ज्ञात कीजिए।

$$\left\{ \frac{s^2 + 2s^3 + 3s + 3}{s^4} \right\}$$

- 5) Kinetic energy of a particle is $K.E. = C\dot{\theta}^2 \sin^2 \theta + e \dot{\theta}^2 \cos^2 \theta$ and potential energy is $U = f \sin \theta$. Here c, e, f are constants. Obtain the equation of motion using lagrangian.

एक कण की गतिज ऊर्जा $K.E. = C\dot{\theta}^2 \sin^2 \theta + e \dot{\theta}^2 \cos^2 \theta$

तथा गतिज ऊर्जा $U = f \sin \theta$ है, यहाँ c, e, f अचर हैं

लेग्रेजियन का उपयोग करते हुए गति का समीकरण ज्ञात कीजिए।

- 6) A particle is moving along x direction with kinetic energy.

$$\frac{1}{2}m\dot{x}^2 + ax^2\dot{x} + bxx + cx \text{ and potential energy } fx.$$

Here m, a, b, c, f are constants

Find the Hamiltonian of the particle

एक कण x अक्ष के अनुदिश गतिज ऊर्जा

$$\frac{1}{2}m\dot{x}^2 + ax^2\dot{x} + bxx + cx \text{ तथा स्थितिज ऊर्जा } fx \text{ है।}$$

यहाँ m, a, b, c, f अचर हैं। कण का हेमिल्टोनियन ज्ञात कीजिए।

- 7) If $y = x^3 + 5x - 7$, Calculate the values of y for $x = -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5$ and form the forward difference table.

यदि $y = x^3 + 5x - 7$, हो तो $x = -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5$ के लिए y के मान की गणना कीजिए तथा अग्रान्तर सारणी बताइए।

- 8) Using the Lagrange's formula, find the form of the function given by the following table.

x	3	2	1	-1
y	3	12	15	-21

लेग्रेज सूत्र की सहायता से निम्न सारणी से फलन का रूप ज्ञात करो।

x	3	2	1	-1
y	3	12	15	-21

- 9) Cylindrical coordinates are $x = r \cos \theta$, $y = r \sin \theta$, $z = z$
Using the square of the arc length element $ds^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2$,
obtain the metric tensor g_{ij} in cylindrical coordinates.

बेलनाकार निर्देशांक $x = r \cos \theta$, $y = r \sin \theta$, $z = z$

यहां चाप लम्बाई के अवयव के वर्ग $ds^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2$, के उपयोग से मीट्रिक प्रदिश g_{ij} का मान बेलनाकार निर्देशांक में ज्ञात कीजिए।

Section - C

2 × 16 = 32

Long Answer Questions

Note: Answer **any two** questions. You have to delimit your each answer maximum up to 500 words. Each question carries 16 marks.

(खण्ड - स)

दीर्घ उत्तर वाले प्रश्न

निर्देश : किन्हीं दो प्रश्नों के उत्तर दीजिये। आप अपने उत्तर को अधिकतम 500 शब्दों में परिसीमित कीजिए। प्रत्येक प्रश्न 16 अंकों का है।

10) Find the Fourier transform of the function

$$f(x) = \begin{cases} 1 + \frac{x}{a} & ; (-a < x < 0) \\ 1 - \frac{x}{a} & ; (0 < x < a) \\ 0 & ; \text{otherwise} \end{cases}$$

निम्न फलन का फूरुअर रूपान्तर ज्ञात कीजिए।

$$f(x) = \begin{cases} 1 + \frac{x}{a} & ; (-a < x < 0) \\ 1 - \frac{x}{a} & ; (0 < x < a) \\ 0 & ; \text{otherwise} \end{cases}$$

11) By using Newton Raphson's method, find the root of $x^4 - x - 10 = 0$, which is near to $x = 2$ corrects to three places of decimal.

न्यूटन रेफसन विधि द्वारा निम्न का मूल ज्ञात कीजिए $x^4 - x - 10 = 0$ जो की यह मूल $x = 2$ के समीप है तथा दशमलव के तीन स्थानों तक ज्ञात कीजिए।

12) (a) Use Simpson's $\frac{1}{3}$ rule to evaluate $\int_0^{16} y dx$ from the following data.

x	0	2	4	6	8	10	12	14	16
y	0	4	7	9	12	15	14	8	3

(b) Using Rodrigues's formula, prove the following relation

$$x^3 = \frac{2p_3 + 3p_1}{5}$$

Here P is Legendne polynomials.

(अ) सिम्पसन के $\frac{1}{3}$ नियम से निम्न आकड़ों के लिए समाकल $\int_0^{16} y dx$ ज्ञात करो।

x	0	2	4	6	8	10	12	14	16
y	0	4	7	9	12	15	14	8	3

(ब) रोड्रिग्यु सूत्र की सहायता से निम्न सम्बन्ध सिद्ध करो।

$$x^3 = \frac{2p_3 + 3p_1}{5}$$

यहाँ P लिगेन्ड्रे बहुपद है।

13) (a) Find the Laplace transform of the periodic function

$$f(t) = \frac{k}{T} \pm \quad \text{for } 0 < t < T$$

Here $f(x + T) = f(t)$

(b) A bead slides on the wire. Which has the shape of cycloid as given below $x = a(0 - \sin \theta)$ and $y = a(1 + \cos \theta)$ and potential energy of bead is mgy . Obtain the lagrangian.

(अ) निम्न आवर्त फलन का लाप्लास रूपान्तर ज्ञात कीजिए।

$$f(t) = \frac{k}{T} \pm \quad \text{जहाँ } 0 < t < T$$

यहाँ $f(x + T) = f(t)$

(ब) एक मनका एक तार पर फिसल रहा है जिसकी आकृति चक्रज के रूप में निम्नानुसार है

$$x = a(0 - \sin \theta) \quad \text{तथा} \quad y = a(1 + \cos \theta)$$

यहाँ मनके की स्थितिज ऊर्जा mgy है तो लेग्रेन्जियन प्राप्त कीजिए।