

MPH-01

December - Examination 2016

MSC (Previous) Physics Examination**Classical Mechanics and Statistical Physics**

चिरसम्मत यांत्रिकी एवं सांख्यिकी भौतिकी

Paper - MPH-01**Time : 3 Hours]****[Max. Marks :- 80**

Note: The question paper is divided into three sections A, B and C. Write answers as per the given instructions. Check your paper code and paper title before starting the paper. In case of any discrepancy. English Version will be final for all purposes. For paper MPH-01 calculators are not allowed.

निर्देश : यह प्रश्न पत्र तीन खण्डों 'अ' 'ब' और 'स' में विभाजित है। प्रत्येक खण्ड के निर्देशानुसार प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रश्नपत्र शुरू करने से पूर्व प्रश्नपत्र कोड एवं प्रश्नपत्र शीर्षक जाँच लें। किसी भी विसंगतता की स्थिति में अंग्रेजी रूप ही अन्तिम होगा। पेपर MPH-01 के लिए कैलकुलेटर की अनुमति नहीं है।

Section - A**8 × 2 = 16**

Very Short Answer Type Questions (Compulsory)

Note: Answer all questions as per the nature of the question. Delimit your answer in one word, one sentence or maximum up to 30 words. Each question carries 02 marks.

खण्ड - 'अ'

अति लघु उत्तर वाले प्रश्न (अनिवार्य)

निर्देश : सभी प्रश्नों के उत्तर दीजिए। आप अपने उत्तर को प्रश्नानुसार एक शब्द, एक वाक्य या अधिकतम 30 शब्दों में परिसीमित कीजिए। प्रत्येक प्रश्न 02 अंकों का है।

1) (i) Write the Lagrangian of a free particle in spherical polar coordinates (r, θ, ϕ) .

एक मुक्त कण का लेगरेन्जियन गोलीय निर्देशांक (r, θ, ϕ) में लिखें।

(ii) If Lagrangian is $L = a\dot{\theta} + b\dot{\phi}^2 \cos \theta$ then find conjugate momentum p_ϕ .

यदि लेग्रेन्जियन $L = a\dot{\theta} + b\dot{\phi}^2 \cos \theta$ है तो संयुग्मी संवेग p_ϕ ज्ञात करें।

(iii) Write the Hamiltonian of a one-dimensional harmonic oscillator.

एक विभीय सरल आवर्त दोलित्र का हेमिल्टोनियन लिखें।

(iv) Which conservation law follows from the isotropy of space?

आकाश की समदैशिकता से व्युत्पन्न संरक्षण नियम क्या है?

(v) If the Poisson bracket $\{x, p\} = -1$, then find the Poisson bracket $\{x^2 + p, p\}$.

यदि पॉशॉ ब्रेकेट $\{x, p\} = -1$, है तो पॉशॉ ब्रेकेट $\{x^2 + p, p\}$ का मान क्या होगा?

(vi) State Liouville's theorem.

लियोविले प्रमेय की परिभाषा दें।

(vii) What is the relationship between the entropy of a state and probability?

ऐंट्रॉपी एवम् प्रायिकता में संबंध क्या है?

(viii) Define partition function.

पार्टीशन फंक्शन को परिभाषित करें।

Section - B

4 × 8 = 32

Short Answer Questions

Note: Answer **any four** questions. Each answer should not exceed 200 words. Each question carries 8 marks.

(खण्ड - ब)

लघु उत्तरीय प्रश्न

निर्देश : किन्हीं चार प्रश्नों के उत्तर दीजिये। आप अपने उत्तर को अधिकतम 200 शब्दों में परिसीमित कीजिए। प्रत्येक प्रश्न 8 अंकों का है।

2) Obtain Lagrange's equations using Hamilton's principle of least action. Deduce the Lagrangian of a simple pendulum oscillating in uniform gravitational field of intensity g .

हेमिल्टन के न्यूनतम एक्शन सिद्धान्त से लेगरेंजी समीकरण प्राप्त करें। एक सरल लोलक जो कि गुरुत्वीय क्षेत्र जिसकी तीव्रता g है, में दोलन करता है। इस सरल लोलक का लेग्रेन्जियन प्राप्त करें।

3) Deduce the law of conservation of energy from the principle of homogeneity of time.

काल की समांगता के सिद्धान्त से ऊर्जा संरक्षण नियम प्राप्त करें।

- 4) Define the effective scattering cross-section. Determine the effective cross-section for scattering of particles from a perfectly rigid sphere of radius a (i.e. When the interaction is such that $U = \infty$ for $r < a$ and $U = 0$ for $r > a$).

प्रभावी प्रकीर्णन काटक्षेत्र को परिभाषित करें। a त्रिज्या के पूर्ण दृढ़ गोले से कणों के प्रकीर्णन के लिए प्रभावी काट-क्षेत्र की गणना करें। अन्योन्य क्रिया निम्न रूप से परिभाषित है:

$$U = \infty \text{ यदि } r < a$$

$$U = 0 \text{ यदि } r > a$$

- 5) What are canonical transformations? Obtain canonical transformations involving generating functions which depend on the variables q and Q , or q and P . Also show that the difference between the new Hamiltonian and the old Hamiltonian is equal to the partial derivative of the generating function with respect to time.

कैनोनीकल रूपांतरण क्या होते हैं? उन कैनोनीकल रूपांतरणों को ज्ञात करो जिनके जैनेरेटिंग फंक्शन q तथा Q पर निर्भर करते हों या q और p पर. यह भी सिद्ध करें कि कैनोनीकल रूपांतरण के अन्तर्गत नया हेमिल्टोनियन तथा पुराना हेमिल्टोनियन का अन्तर जैनेरेटिंग फंक्शन के समय के सापेक्ष आंशिक अवकलज के तुल्य होगा।

- 6) Obtain Maxwellian distribution formula using Gibbs distribution formula.

गिब्स के डिस्ट्रीब्यूशन फंक्शन का उपयोग करते हुए मेक्सवेल वितरण नियम प्राप्त करें।

7) Prove the thermodynamic relation $E = - T^2 \left(\frac{\partial}{\partial T} \left(\frac{F}{T} \right) \right)$, where E is the internal energy, and F is the free energy.

ऊष्मगतिक संबंध $E = - T^2 \left(\frac{\partial}{\partial T} \left(\frac{F}{T} \right) \right)$ स्थापित करें। E आन्तरिक ऊर्जा है तथा F फ्री-इंजर्जी है।

8) Deduce the Fermi distribution function of a completely degenerate electron gas. Show that the pressure of a Fermi gas at absolute zero is proportional to the $\frac{5}{3}$ power of its density.

पूर्ण अपभ्रष्ट इलेक्ट्रॉन गैस के लिए फर्मी वितरण फलन प्राप्त करें। सिद्ध करें कि फर्मी गैस का परमशून्य ताप पर दाब कणों की संख्या घनत्व के $\frac{5}{3}$ घात के समानुपाती है।

9) Consider a system of harmonic oscillators in thermal equilibrium. Find the partition function Q , free energy F , and average energy of the system of oscillators.

तापीय-साम्य में सरल आवर्त दोलित्रों के निकाय के पार्टिशन फंक्शन Q , फ्री इंजर्जी F , एवम् औसत ऊर्जा को ज्ञात करें।

Section - C

2 × 16 = 32

Long Answer Questions

Note: Answer **any two** questions. You have to delimit your each answer maximum up to 500 words. Each question carries 16 marks.

(खण्ड - स)

दीर्घ उत्तरीय प्रश्न

निर्देश : किन्हीं दो प्रश्नों के उत्तर दीजिये। आप अपने उत्तर को अधिकतम 500 शब्दों में परिसीमित कीजिए। प्रत्येक प्रश्न 16 अंकों का है।

- 10) Express kinetic energy of rotation of a symmetrical top in terms of Eulerian angular velocities Hence discuss the free rotation of a symmetrical top.

एक सममित लट्टू (टॉप) की गतिज ऊर्जा का व्यंजक आयलीरियन कोणीय वेगों के रूप में व्यक्त करें। अतः सममित लट्टू के मुक्त घूर्णन की व्याख्या करें।

- 11) What are normal coordinates?

Determine the normal coordinates and eigen frequencies of normal oscillations of a system with two degrees of freedom whose Lagrangian is

$$L = \frac{1}{2}(\dot{x}^2 + \dot{y}^2) - \frac{1}{2}w_0^2(x^2 + y^2) + \alpha xy$$

Note it is two identical one-dimensional systems of eigenfrequency w_0 coupled by an interaction $-\alpha xy$.

नार्मल कोऑर्डिनेट क्या होते हैं? एक निकाय जिसकी मुक्तचर संख्या दो है तथा जिसका लेगरेंजियन $L = \frac{1}{2}(\dot{x}^2 + \dot{y}^2) - \frac{1}{2}w_0^2(x^2 + y^2) + \alpha xy$ है, इसके नार्मल कोऑर्डिनेट तथा आइगन आवृत्तियों की गणना करें।

नोट: यह दो एक समान एक विमिय निकाय की आइगेन आवृत्ति w_0 वाले निकाय का युग्मन $-\alpha xy$ अन्तर्क्रिया के तुल्य है।

- 12) Apply Bose-Einstein statistics to photons and obtain the Planck law of black-body radiation.

फोटोनों के लिए बोस-आइन्स्टीन स्टेटिस्टिक्स का उपयोग करते हुए प्लांक के नियम का व्यंजक प्राप्त करें।

- 13) What is degenerate Bose gas? Explain the phenomenon of Bose-Einstein condensation.

अपभृष्ट बोस गैस क्या होती है? बोस-आइन्स्टीन संघनन की व्याख्या करें।