MT - 09

December - Examination 2015

B.A./B.Sc. Part-III Examination

Mechanics

Paper - MT - 09

Time : 3 Hours] **[Max. Marks :- 66**

Note : The question paper is divided into three Sections A, B, and C. Use of calculator is allowed in this paper.

नोट : प्रश्न पत्र तीन खण्डों अ, ब और स में विभाजित है। इस प्रश्नपत्र में केल्कुलेटर के उपयोग की अनुमति हैं।

Section - A 6 x 1 = 6

Note : Section 'A' contain six (06) Very Short Answer Type Questions. Examinees have to attempt all questions. Each question is of 01 marks and maximum word limit is 30 words.

(खण्ड – अ)

नोट : खण्ड 'अ' में छह (06) अतिलघुउत्तरात्मक प्रश्न हैं, परीक्षार्थियों को सभी प्रश्नों को हल करना हैं। प्रत्येक प्रश्न के 01 अंक है और अधिकतम शब्द सीमा 30 शब्द हैं।

1) (i) Write the formula of Lami's Theorem.

लामी प्रमेय का सूत्र लिखिए।

(ii) Write the formula of frequency of simple Harmonic Motion.
सरल आवृत्ति, गति की आवृत्ति का सूत्र लिखिए।

(iii) Write the definition of apsidal angle.
स्तब्धिका कोण की परिभाषा लिखिए।

(iv) Write the greatest and least resultant of two forces.
दो बलों का अधिकतम एवं न्यूनतम परिणामी लिखिए।

(v) The Co-ordinates of a moving particle at time t are $x = a\cos t$, $y = a\sin t$. Find its path, velocity and acceleration at time t.
यदि t समय पर किसी गतिमान कण के निर्देशांक हो $x = a\cos t$, $y = a\sin t$ तो उसका पथ एवं t समय पर वेग और त्वरण ज्ञात कीजिए।

(vi) Write Hook's law for elastic strings.
प्रत्यास्थ डोरियों के लिए हुक का नियम लिखो।

Section - B

4 x 8 = 32

Note : Section 'B' contain Eight Short Answer Type Questions. Examinees will have to answer any four (04) questions. Each question is of 08 marks. Examinees have to delimit each answer in maximum 200 words.

(खण्ड – ब)

नोट : खण्ड – 'ब' में आठ लघु उत्तर प्रकार के प्रश्न हैं, परीक्षार्थियों को किन्हीं भी चार 04 सवालों के जवाब देना हैं। प्रत्येक प्रश्न 08 अंक का है। परीक्षार्थियों को अधिकतम 200 शब्दों में प्रत्येक जवाब परिसीमित करने है।

2) Two forces P and Q acting at a point have got a resultant R. If Q be doubled R, is doubled. Again if Q be reserved in direction, then also R is doubled. Show that : $P : Q : R = \sqrt{2} : \sqrt{3} : \sqrt{2}$

दो बल P तथा Q का परिणामी R है। यदि Q को दुगुना कर दिया जाये तो R भी दुगुना हो जाता है। और यदि Q को विपरित दिशा में कर दिया जाए तो भी R दुगुना हो जाता है। सिद्ध कीजिए। $P : Q : R = \sqrt{2} : \sqrt{3} : \sqrt{2}$

3) D is the middle point of the side AB of the equilateral triangle ABC, prove that the resultant of two forces represented respectively by AD and AC is represented in magnitude by $\sqrt{7}$ times AD.

एक समबाहु त्रिभुज ABC की भुजा AB का मध्य बिन्दु D है। सिद्ध कीजिए कि AD तथा AC से निरूपित दो बलों का परिणामी परिमाण में $\sqrt{7}$ AD से निरूपित होगा।

4) Two rough particles connected by a light string rest on an inclined plane. If their weights and corresponding coefficients of friction are W_1, W_2 and μ_1, μ_2 respectively. Show that greatest inclination of the plan for equilibrium is $\tan^{-1}\left(\frac{\mu_1 W_1 + \mu_2 W_2}{W_1 + W_2}\right)$

एक भारहीन डोरी द्वारा बंदे हुए W_1 तथा W_2 भार के दो रुक्ष कण जिनके घर्षण गुणांक क्रमशः μ_1 तथा μ_2 है, एक आनत समतल पर रखे हुए है। सिद्ध कीजिए कि संतुलन की अवस्था में तल का धरातल से अधिकतम झुकाव है। $\tan^{-1}\left(\frac{\mu_1 W_1 + \mu_2 W_2}{W_1 + W_2}\right)$

5) A uniform chain of length l, which can just bear a tension of n times of its weight, is stretched between two point in the same horizontal line. Show that the least possible sag in the middle is $l\left\{n-\sqrt{n^2-\frac{1}{4}}\right\}$.

l लम्बाई को एकसमान डोरी को एक क्षैतिज रेखा के दो बिन्दुओं के मध्य लटकाया गया है जो अपने भार के n गुने तनाव को सहन कर सकती है। प्रदर्शित कीजिए कि इसके मध्य में न्यूनतम झोल है। $l\left\{n-\sqrt{n^2-\frac{1}{4}}\right\}$

6) If the radial and transverse velocities of a particle are proportional to each other, show that the paths an equiangular spiral.

यदि एक कण इस प्रकार गमन करता है कि उसका अरीय वेग, अनुप्रस्थ वेग के समानुपाती होता है तो सिद्ध कीजिए इसका वक्र एक समान कोणीक सर्पिल होगा।

7) The earth's attraction on a particle varies inversely as the square of its distance from the earth's centre. A particle whose weight on the surface on the earth is W, falls to the surface of the earth from a height 5a above it.

Show that the work done by the earth's attraction is $\frac{5}{6}aW$; where a is the radius of the earth.

पृथ्वी का कण पर आकर्षी बल पृथ्वी के केन्द्र से कण की दूरी के वर्ग का व्युत्क्रमानुपाती है। कण जिसका पृथ्वी पर भार W है, पृथ्वी से 5a ऊँचाई से पृथ्वी पर गिरता है। सिद्ध कीजिए कि पृथ्वी के आकर्षी बल द्वारा इस विस्थापन में किया गया कार्य $\frac{5}{6}aW$ है, जहाँ a पृथ्वी की त्रिज्या है।

8) Find the moment of inertia of an arc of a circle about a line through mid point of arc and along the axis perpendicular to its plane.

वृत्त के चाप का इसके मध्यबिन्दु से गुजरने वाली इसके तत्व के लम्बवत्–अक्ष के सापेक्ष जड़त्व–आघूर्ण ज्ञात कीजिए।

9) Two light elastic string are fastened to a particle of mass m and their other ends are attached to two fixed points so that the strings are taut. The modulus of elasticity of each is λ, the tension T and lengths a and b. Show that the period of oscillation along the line of the strings is,

$$2\pi\sqrt{\frac{mab}{(T+\lambda)(a+b)}}$$

दो हल्की प्रत्यास्थ डोरियाँ m द्रव्यमान के एक कण से बंधी है और उनके दूसरे सिरे बिन्दुओं से इस प्रकार बंधे है कि डोरी तनी रहे। यदि प्रत्येक का प्रत्यास्थ गुणांक λ, तनाव T तथा लम्बाई a तथा b है तो सिद्ध कीजिए कि डोरी के अनुदिश एक दोलन का समय होगा।

$$2\pi\sqrt{\frac{mab}{(T+\lambda)(a+b)}}$$

Section - C

2 x 14 = 28

Note : Section 'C' contain 4 Long Answer Type Questions. Examinees will have to answer any two (02) questions. Each question is of 14 marks. Examinees have to delimit each answer in maximum 500 words.

(खण्ड – स)

नोट : खण्ड 'सी' में 4 निबन्धात्मक प्रश्न हैं। परीक्षार्थियों को कीन्ही भी दो (02) सवालों के जवाब देना हैं। प्रत्येक प्रश्न 14 अंकों का हैं, परीक्षार्थियों को अधिकतम 500 शब्दों में प्रत्येक जवाब परिसीमित करने हैं।

10) The velocity at any point of a central orbit is $\frac{1}{n}$th of what it would be for a circular orbit at the same distance. Show that central force varies as $\frac{1}{r^{2n^2+1}}$ and that the equation of the orbit is $r^{n^2-1} = a^{n^2-1}\cos(n^2-1)\theta$.

सकेन्द्र कक्षा के किसी बिन्दु पर वेग एक वृत्तीय सकेन्द्र कक्षा के एक बिन्दु जिसकी ध्रुव से दूरी उतनी है जितनी की पहले बिन्दु की है, के वेग के $\frac{1}{n}$ भाग के बराबर है तो सिद्ध कीजिए कि केन्द्रीय बल $\frac{1}{r^{2n^2+1}}$ के समानुपाती है तथा केन्द्रीय कक्षा का समीकरण निम्न है $r^{n^2-1} = a^{n^2-1}\cos(n^2-1)\theta$

11) Describe the motion of particle in resisting medium when resistance of medium is proportional to square of velocity of particle.

प्रतिरोधी माध्यम में कण कि गति की विवेचना कीजिये जबकि माध्यम का प्रतिरोध कण के वेग के समानुपाती हैं।

12) A particle moves with a central acceleration which varies inversely as the cube of the distance. If it be projected from an apse at a distance a from the origin with velocity which is $\sqrt{2}$ times the velocity for a circle of radius a, show that the equation to its path is $r\cos\left(\frac{\theta}{\sqrt{2}}\right) = a$.

एक कण केन्द्रीय त्वरण, जो कि दूरी के घन का व्युत्क्रमानुपाती है, से गतिशील है। यदि इसे मूल बिन्दु से a दूरी पर स्तब्धिका से ऐसे वेग से फेंका जाता है जो कि a त्रिज्या वाले वृत्त के लिए वेग का $\sqrt{2}$ गुणा है तब प्रदर्शित करो कि पथ का समीकरण $r\cos\left(\frac{\theta}{\sqrt{2}}\right) = a$ है।

13) (i) A heavy elastic string whose natural length is $2\pi a$ is placed round smooth cone whose axis is vertical and whose semi vertical angle is α. If W be the weight and λ the modulus of elasticity of the string. Prove that it will be in equilibrium when in the form of a circle whose radius is $a\left(1 + \frac{w}{2\pi\lambda}\cot\alpha\right)$

एक भारी प्रत्यास्थ डोरी जिसकी स्वाभाविक लम्बाई $2\pi a$ है, एक चिकने शंकु के चारों ओर लपेटी गई है। शंकु का अक्ष ऊध्वार्धर तथा अर्धशीर्ष कोण α है। यदि डोरी का भार W तथा प्रत्यास्थता मापांक λ हो तो सिद्ध कीजिए कि डोरी जब सन्तुलन में है तब उसकी वृत्ताकार आकृति की त्रिज्या होगी– $a\left(1 + \frac{w}{2\pi\lambda}\cot\alpha\right)$

(ii) A particle moves in simple harmonic motion with amplitude a. Find its velocity at any point. How much distance from centre its velocity is half of maximum velocity?

एक कण सरल आवर्त गति से जिसका आयाम a है, गतिमान है। किसी बिन्दु पर इसका वेग ज्ञात कीजिए। केन्द्र से कितनी दूरी पर इसका वेग अधिकतम वेग का आधा होगा?

———