

MSCPH - 02

December - Examination 2015

MSc (Previous) Physics Examination**Statistical Mechanics and Quantum****Mechanics**

सांख्यिकी यांत्रिकी तथा क्वांटम यांत्रिकी

Paper - MSCPH - 02**Time : 3 Hours]****[Max. Marks :- 80**

Note : The question paper is divided into three sections A, B and C. Write answers as per the given instruction. You are allowed to use a non-programmable calculator, however, sharing of calculators is not allowed.

नोट : यह प्रश्नपत्र 'अ' 'ब' तथा 'स' तीन खण्डों में विभाजित है। प्रत्येक खण्ड के निर्देशानुसार प्रश्नों के उत्तर दीजिए। आपको बिना प्रोग्रामिंग वाले केलकुलेटरके उपयोग की अनुमति है परन्तु केलकुलेटर के हस्तांतरण की अनुमति नहीं है।

Section - A

8 x 2 = 16

Very Short Answer Type Question (Compulsory)

Note : Answer all questions. As per the nature of the question you delimit your answer in one word, one sentence or maximum up to 30 words. Each question carries 2 marks.

(खण्ड - अ)

अति लघु उत्तर वाले प्रश्न (अनिवार्य)

नोट : सभी प्रश्नों के उत्तर दीजिए। आप अपने उत्तर को प्रश्नानुसार एक शब्द, एक वाक्य या अधिकतम 30 शब्दों में परिसीमित कीजिए। प्रत्येक प्रश्न 2 अंक का है।

- 1) (i) A gas consist of AB molecules and this gas follows Maxwell Boltzmann statistics at absolute temperature T. This molecule AB has 3 translatory degree of freedom and 2 rotational degrees of freedom. What is the average total energy of the each molecule?

एक गैस AB अणुओं से बनी है तथा यह परम ताप T पर मैक्सवेल बोल्ट्जमान सांख्यिकी का पालन करती है। यह अणु AB स्थान्तरण की 3 तथा घूर्णन की 2 स्वतन्त्रता की कोटि रखता है। प्रत्येक अणु की औसत कुल ऊर्जा का मान क्या होगा ?

- (ii) What is the name of the following operator?

$$\nabla^2 - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2}$$

निम्न संकारक का नाम क्या है ?

$$\nabla^2 - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2}$$

- (iii) A particle of mass m is moving in a region of constant potential energy V_0 . The particle has total energy $\frac{V_0}{2}$, where V_0 is positive number. Find the general solution of time independent Schrodinger equation for this problem.

द्रव्यमान m का एक कण एक अचर स्थितिज उर्जा V_0 क्षेत्र में गति कर रहा है। कण की कुल ऊर्जा $\frac{V_0}{2}$, है जहाँ V_0 एक धनात्मक संख्या है। इस कण के लिए काल अनाश्रित श्रोडिंगर समीकरण का हल ज्ञात करो।

- (iv) An energy eigen wavefunction of a particle in one dimensional potential box is given by $\Psi = \sqrt{\frac{2}{l}} \sin 4\pi x$. If $p = -ih \frac{\partial}{\partial x}$ is momentum operator then what is the energy eigen value of the operator $\frac{p^2}{2m}$?

एक विमीय विभव बॉक्स में एक कण का ऊर्जा आइगन फलन $\Psi = \sqrt{\frac{2}{l}} \sin 4\pi x$ द्वारा दिया जाता है यदि संवेग संकारक $p = -ih \frac{\partial}{\partial x}$ है तो संकारक $\frac{p^2}{2m}$ की उर्जा आइगन मान क्या है?

- (v) A particle follows the statistics in which most probable distribution is given by

$$\frac{n_i}{g_i} = \frac{\exp[-(\alpha + \beta \epsilon_i)]}{1 + \exp[-(\alpha + \beta \epsilon_i)]}$$

Write the name of the above statistics?

एक कण उस सांख्यिकी का पालन करता है जिसमें अधिकतम प्रायिक वितरण निम्न प्रकार दिया जाता है:

$$\frac{n_i}{g_i} = \frac{\exp[-(\alpha + \beta \epsilon_i)]}{1 + \exp[-(\alpha + \beta \epsilon_i)]}$$

उपरोक्त सांख्यिकी का नाम लिखो।

- (vi) A particle of mass m is confined in a three dimensional cubical potential box of width a . What energy is required for excitation of the particle from ground state $(1, 1, 1)$ to $(2, 2, 1)$ state?

चौड़ाई a के एक त्रिविमीय घनाकार विभव बाक्स में m द्रव्यमान का कण परिबद्ध है। इस कण को मूल स्तर $(1, 1, 1)$ से $(2, 2, 1)$ स्तर तक उत्तेजित करने में कितनी ऊर्जा की आवश्यकता होगी?

- (vii) If x and p_x are coordinate and momentum operators respectively, then $[x, p_x^n] = ni \hbar p_x^{n-1}$

What is expression (value) for $[p_x^2, x]$?

यदि x तथा p_x क्रमशः स्थिति तथा संवेग संकारक हैं तथा $[x, p_x^n] = ni \hbar p_x^{n-1}$ है, तो $[p_x^2, x]$ का मान (व्यंजक) क्या होगा?

- (viii) If total angular momentum quantum number J is $\frac{5}{2}$, then write the possible values of magnetic quantum number m .

यदि कुल कोणीय क्वांटम संख्या J का मान $\frac{5}{2}$ है, तो चुम्बकीय क्वांटम संख्या m के सम्भावित मान क्या होंगे?

(Short Answer Questions)

Note : Answer any 4 questions. Each answer should not exceed 200 words. Each question carries 8 marks.

(खण्ड - ब)

(लघुउत्तर वाले प्रश्न)

नोट : किन्हीं 4 प्रश्नों के उत्तर दीजिए। आप अपने उत्तर को अधिकतम 200 शब्दों में परिसीमित कीजिये प्रत्येक प्रश्न 8 अंकों का है।

2) Write the Boltzmann equipartition theorem of energy and give its proof.

ऊर्जा समविभाजन की वोल्टजमेंन प्रमेय लिखो तथा इसे सिद्ध करो।

3) For Pauli matrices prove that

$$(i) [\sigma_x, \sigma_y] = 2i\sigma_z \quad (ii) \quad \sigma_x \sigma_y \sigma_z = \begin{bmatrix} i & 0 \\ 0 & i \end{bmatrix}$$

पाउली के मैट्रिक्स के लिए निम्न सिद्ध करो:

$$(i) [\sigma_x, \sigma_y] = 2i\sigma_z \quad (ii) \quad \sigma_x \sigma_y \sigma_z = \begin{bmatrix} i & 0 \\ 0 & i \end{bmatrix}$$

4) Prove the Ehrenfest theorem $m \frac{d\langle x \rangle}{dt} = \langle p_x \rangle$

निम्नरेन्फेस्ट प्रमेय को सिद्ध करो: $m \frac{d\langle x \rangle}{dt} = \langle p_x \rangle$

5) Write the postulate of equal a priori probability and obtain the thermal equilibrium condition.

समान पूर्व प्रायिकता के अभिगृहीत लिखो तथा उष्मीय साम्यवस्था शर्त प्राप्त करो।

- 6) Prove that any two eigenfunctions of Hermitian operator that belong to different eigenvalues are orthogonal.

यह सिद्ध करो की हर्मिशीयन संकारक के आइगन फलन लम्बवत होंगे यदि इनके संगत आइगन मान अलग होते हैं।

- 7) Compare the Maxwell-Boltzmann, Bose-Einstein, Fermi - Dirac statistics and compare them.

मेक्सवेल वोल्टेजमेंन, बोस आइंस्टीन, फर्मी डिराक सांख्यिकी की तुलना करो।

- 8) What do you mean by partition function? How is this useful in calculating Helmholtz energy F , Gibbs potential G , pressure P ?

संवितरण फलन से आपका क्या अभिप्रायः है? हेल्महोल्टज ऊर्जा F , गिब्ज विभव G तथा दाब P की गणना के लिए यह किस प्रकार उपयोगी है?

- 9) Explain Fermi Golden Rule.

फ़र्मी गोल्डन नियम को समझाओ।

(Long Answer Questions)

Note : Answer any 2 questions. Each answer should not exceed in 500 words. Each question carries 16 marks.

(खण्ड - स)

(दीर्घ उत्तरीय प्रश्न)

नोट : किन्ही 2 प्रश्नों के उत्तर दीजिये। आप अपने उत्तर को अधिकतम 500 शब्दों में परिसीमित कीजिये। प्रत्येक प्रश्न 16 अंकों का है।

10) By using time independent Schrodinger equation obtain the angular and radial equations for hydrogen atom.

हाइड्रोजन परमाणु के लिए कोणीय तथा त्रिज्यीय समीकरणों को काल अनाश्रित श्रोडिंगर समीकरण की सहायता से प्राप्त करो।

11) Explain the potential well problem on the basis of WKB method.

विभव कूप समस्या को WKB के आधार पर समझाओ।

12) (i) Using Klein Gordon equation, explain the positive and negative probability density values.

क्लाइन गोर्डन समीकरण का उपयोग करते धनात्मक तथा ऋणात्मक प्रायिकता घनत्व मानो को समझाओ।

(ii) What do you understand by phase space? Explain it.

कला आकाश से आप क्या समझते हो? इसे समझाओ।

13) A potential well is given by

$$V(x) = 0 \text{ if } -a < x < a$$

$$V(x) = \infty \text{ if } |x| > a$$

Solve the Schrodinger equation for a particle inside the given well and obtain the eigen function and eigen values of energy of the particle.

एक विभव कूप निम्न प्रकार से दिया जाता है:

$$V(x) = 0 \text{ यदि } -a < x < a$$

$$V(x) = \infty \text{ यदि } |x| > a$$

तो दिए विभव कूप में कण के लिए श्रोडिन्जर समीकरण का हल करो तथा कण के आइगेन फलन तथा ऊर्जा के आइगेन मान ज्ञात करो।

—————