BMT

December - Examination 2015

BSCP Examination

Mathematics

Paper - BMT

Time : 3 Hours] **[Max. Marks :- 80**

Note : The Question paper is divided into three sections A, B and C.

नोट : यह प्रश्नपत्र 'अ' 'ब' तथा 'स' तीन खण्डों में विभाजित है।

Section - A 8 x 2 = 16

Note : Section 'A' contain 08 very short answer type questions. Examinees have to attempt all questions. Each question is of 02 marks and maximum word limit is 30 words.

(खण्ड – अ)

नोट : खण्ड 'अ' में 08 अतिलघुउत्तरात्मक प्रश्न हैं, परीक्षार्थियों को सभी प्रश्नों को हल करना हैं। प्रत्येक प्रश्न के 02 अंक है और अधिकतम शब्द सीमा 30 शब्द है।

1) (i) If $z = (-3, 0)$ then find the vlaue of $\overline{Z}$.

यदि $z = (-3, 0)$ तो $\overline{Z}$ का मान ज्ञात कीजिए।

(ii) Find the value of log (i).

log (i) का मान ज्ञात कीजिये।

(iii) Write the definition of relation

सम्बन्ध की परिभाषा लिखिए।

(iv) Write the definition of Identity function.

तत्समक फलन की परिभाषा लिखिए।

(v) If $y = uv$ then find the value of $\frac{dy}{dx}$.

यदि $y = uv$ हो तो $\frac{dy}{dx}$ का मान ज्ञात कीजिए।

(vi) Write the n^{th} derivative of e^{ax}.

e^{ax} का n वाँ अवकलन लिखिए।

(vii) Write the definition of definite Integral.

निश्चित समाकलन की परिभाषा लिखिए।

(viii) Write the definition of parabola.

परवलय की परिभाषा लिखिए।

Section - B 4 x 8 = 32

Note : Section 'B' contain 8 short answer type questions. Examinees will have to answer any four 04 questions. Each question is of 08 marks Examinees have to delimit each answer in maximum 200 words.

(खण्ड – ब)

नोट : खण्ड 'ब' में आठ लघु उत्तर प्रकार के प्रश्न हैं, परीक्षार्थियों को किन्ही भी चार (04) सवालों कें जवाब देना हैं। प्रत्येक प्रश्न 08 अंक का है। परीक्षार्थियों को अधिकतम 200 शब्दों में प्रत्येक जवाब परिसीमित करने है।

2) If z_1, z_2 are two complex number then prove that:

(i) $|z_1 - z_2| \geq |z_1| - |z_2|$

(ii) $|z_1 + z_2| \geq |z_1| - |z_2|$

यदि z_1, z_2 दो सम्मित्र संख्याए हों तब सिद्ध कीजिये।

(i) $|z_1 - z_2| \geq |z_1| - |z_2|$

(ii) $|z_1 + z_2| \geq |z_1| - |z_2|$

3) Find the value of limit $\lim_{x \to \infty} \left(1 + \frac{n}{x}\right)^x$

सीमा $\lim_{x \to \infty} \left(1 + \frac{n}{x}\right)^x$ का मान ज्ञात कीजिये।

4) Find the differential coefficient of a^x from first principle.

a^x का प्रथम सिद्धान्त से अवकल गुणांक ज्ञात कीजिए।

5) Find the value of $\lim_{x \to 0} \left(\frac{1}{x^2} - \frac{1}{\sin^2 x}\right)$.

$\lim_{x \to 0} \left(\frac{1}{x^2} - \frac{1}{\sin^2 x}\right)$ का मान ज्ञात कीजिये।

6) Find the value of $\int \sin^3 x \cos^4 x \, dx$

$\int \sin^3 x \cos^4 x \, dx$ का मान ज्ञात कीजिए।

7) Prove that the locus of the middle points of the focal chords of parabola $y^2 = 4ax$ is $y^2 = 2a(x - a)$.

सिद्ध करो कि परवलय $y^2 = 4ax$ की नाभीय जीवाओं के मध्य बिन्दुओं का बिन्दुपथ भी परवलय $y^2 = 2a(x - a)$ होता है।

8) By the distance formula prove that points (1, 2, 3), (–1, –1, –1) and (3, 5, 7) are collinear.

दूरी के सूत्र से सिद्ध कीजिये कि बिन्दु (1, 2, 3), (–1, –1, –1) एवं (3, 5, 7) समरेख है।

9) If in a straight line motion distance s, velocity v and time t have a relation $2s = vt$, then find the nature of acceleration.

यदि सरल रेखीय गति में दूरी s तथा वेग v तथा समय t में सम्बन्ध $2s = vt$, है तो त्वरण की प्रकृति बताइये।

Section - C

2 x 16 = 32

Note : Section 'C' contain 04 Long answer type questions. Examinees will have to answer any two (02) questions. Each question is of 16 marks. Examinees have to delimit each answer in maximum 500 words.

(खण्ड – स)

नोट : खण्ड 'स' में 4 निबन्धात्मक प्रश्न हैं। परीक्षार्थियों को किन्ही भी दो (02) सवालों कें जवाब देना हैं। प्रत्येक प्रश्न 16 अंक का है। परीक्षार्थियों को अधिकतम 500 शब्दों में प्रत्येक जवाब परिसीमित करने है।

10) (i) Find the value of $\int_0^{\pi/2} \log \sin x \, dx$.

$\int_0^{\pi/2} \log \sin x \, dx$ का मान ज्ञात कीजिये।

(ii) If $\vec{a} = 3\hat{i} - \hat{j} + 2\hat{k}$, $\vec{b} = 2\hat{i} + \hat{j} - \hat{k}$, $\vec{c} = \hat{i} - 2\hat{j} + 2\hat{k}$ then prove that

$|\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c})| \neq |(\vec{a} \times \vec{b}) \times \vec{c}|$

यदि $\vec{a} = 3\hat{i} - \hat{j} + 2\hat{k}$, $\vec{b} = 2\hat{i} + \hat{j} - \hat{k}$, $\vec{c} = \hat{i} - 2\hat{j} + 2\hat{k}$ तो सिद्ध कीजिये।

$|\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c})| \neq |(\vec{a} \times \vec{b}) \times \vec{c}|$

11) (i) Prove that by the vector method in a triangle ABC.
सदिश विधि से त्रिभुज ABC में सिद्ध कीजिये।

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

(ii) Find the direction cosines of lines having following relation:
उन रेखाओं की दिक्कोज्याएं ज्ञात कीजिये जिनमे निम्न सम्बन्ध हैं:

$$1 - 5m + 3n = 0,\ 7l^2 + 5m^2 - 3n^2 = 0$$

12) (i) If line $y = x + c$ touches the ellipse $2x^2 + 3y^2 = 6$ then find the C.

यदि रेखा $y = x + c$ दीर्घवृत $2x^2 + 3y^2 = 6$ को स्पर्श करती है तो C का मान ज्ञात कीजिए।

(ii) If $y = a \cos(\log_e x) + b \sin(\log_e x)$ then prove that

$$x^2 y_{n+2} + (2n+1)\, x\, y_{n+1} + (n^2+1)\, y_n = 0$$

यदि $y = a \cos(\log_e x) + b \sin(\log_e x)$ हो तो सिद्ध कीजिए कि

$$x^2 y_{n+2} + (2n+1)\, x\, y_{n+1} + (n^2+1)\, y_n = 0$$

13) (i) If $y = \tan^{-1}\left(\frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x}}\right)$ then find $\frac{dy}{dx}$

यदि $y = \tan^{-1}\left(\frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x}}\right)$ हो तो $\frac{dy}{dx}$ ज्ञात कीजिए।

(ii) Prove that $\log \tan\left(\frac{\pi}{4} + \frac{i\theta}{2}\right) = i \tan^{-1}(\sin h\, \theta)$

सिद्ध कीजिये कि $\log \tan\left(\frac{\pi}{4} + \frac{i\theta}{2}\right) = i \tan^{-1}(\sin h\, \theta)$