MT-02

June - Examination 2026
B.A./B.Sc. (Part-I) Examination
MATHEMATICS
Calculus and Differential Equations
कलन एवं अवकलन समीकरण
Paper : MT-02

[*Time: **3** Hours*] [*Maximum Marks: **70***]

Note :- The question paper is divided into three Sections A, B and C. Write answers as per the given instructions in each section. Use of non-programmable scientific calculator is allowed in this paper.

निर्देश :– यह प्रश्न–पत्र 'अ', 'ब' और 'स' तीन खण्डों में विभाजित है। प्रत्येक खण्ड के निर्देशानुसार प्रश्नों के उत्तर दीजिए। इस प्रश्न–पत्र में नॉन–प्रोग्रामेबल साइंटिफिक कैलकुलेटर के उपयोग की अनुमति है।

Section-A **7×2=14**

(Very Short Answer Type Questions)

Note :- Answer **all** questions. As per the nature of the question delimit your answer in one word, one sentence or maximum up to **30** words. Each question carries **2** marks.

खण्ड–'अ'

(अति लघु उत्तरीय प्रश्न)

निर्देश :– **सभी** प्रश्नों के उत्तर दीजिए। आप अपने उत्तर को प्रश्नानुसार एक शब्द, एक वाक्य या अधिकतम **30** शब्दों में परिसीमित कीजिए। प्रत्येक प्रश्न **2** अंक का है।

1. (i) Write Cauchy's n^{th} root test.
कॉशी का nवां मूल परीक्षण लिखिए।

(ii) Define centre of curvature.
वक्रता केन्द्र को परिभाषित कीजिए।

(iii) Write formula for angle between radius vector and tangent.
ध्रुवान्तर रेखा तथा स्पर्श रेखा के मध्य कोण का सूत्र लिखिए।

(iv) If $f(x, y) = \frac{x^4 + y^4}{x^2 - y^2}$, then find the value of $x\frac{\partial f}{\partial x} + y\frac{\partial f}{\partial y}$
यदि $f(x, y) = \frac{x^4 + y^4}{x^2 - y^2}$ है, तो $x\frac{\partial f}{\partial x} + y\frac{\partial f}{\partial y}$ को ज्ञात कीजिए।

(v) Define Gamma function.
गामा फलन को परिभाषित कीजिए।

(vi) Solve : $e^y \frac{dy}{dx} = e^x + x^2$
हल कीजिए : $e^y \frac{dy}{dx} = e^x + x^2$

(vii) Evaluate : $\left|\frac{-1}{2}\right|$
मान ज्ञात कीजिये : $\left|\frac{-1}{2}\right|$

Section-B 4×7=28

(Short Answer Type Questions)

Note :- Answer **any four** questions. You have to delimit your each answer maximum up to **200** words. Each question carries **7** marks.

खण्ड–'ब'

(लघु उत्तरीय प्रश्न)

निर्देश :– **किन्हीं चार** प्रश्नों के उत्तर दीजिए। आप अपने प्रत्येक उत्तर को अधिकतम **200** शब्दों में परिसीमित कीजिए। प्रत्येक प्रश्न **7** अंक का है।

2. Test the convergence of series $x + \frac{2^2x^2}{\lfloor 2} + \frac{3^3x^3}{\lfloor 3} + \frac{4^4x^4}{\lfloor 4} + ...$

   श्रेणी $x + \frac{2^2x^2}{\lfloor 2} + \frac{3^3x^3}{\lfloor 3} + \frac{4^4x^4}{\lfloor 4} + ...$ के अभिसरण का परीक्षण कीजिए।

3. Find pedal equation of parabola $y^2 = 4a(x + a)$.

   परवलय $y^2 = 4a(x + a)$ का पदिक समीकरण ज्ञात कीजिए।

4. Trace the curve : $x = a(\theta + \sin\theta)$, $y = a(1 - \cos\theta)$

   वक्र का अनुरेखण कीजिए : $x = a(\theta + \sin\theta)$, $y = a(1 - \cos\theta)$

5. Show that the function $f(x) = (3 - x)e^{2x} - 4xe^x - x$ is neither maximum nor minimum at $x = 0$.

   दर्शाइए कि फलन $f(x) = (3 - x)e^{2x} - 4xe^x - x$ के लिए $x = 0$ पर न तो उच्चिष्ठ है ना ही निम्निष्ठ।

6. Find the area of loop of curve $x = a \sin 2t$, $y = a \sin t$.

   वक्र $x = a \sin 2t$, $y = a \sin t$ के लूप का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

7. Evaluate the following integral by changing into polar co-ordinates -

   $$\int_0^\infty \int_0^\infty e^{-(x^2+y^2)} dxdy$$

   निम्न समाकल को ध्रुवी निर्देशांकों में परिवर्तित कर मान ज्ञात कीजिए –

   $$\int_0^\infty \int_0^\infty e^{-(x^2+y^2)} dxdy$$

8. Prove that : $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{1-x^3}} = \frac{\left(\lfloor\frac{1}{3}\right)^3}{2^{\frac{4}{3}}\sqrt{3\pi}}$

   सिद्ध कीजिए : $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{1-x^3}} = \frac{\left(\lfloor\frac{1}{3}\right)^3}{2^{\frac{4}{3}}\sqrt{3\pi}}$

9. Solve : $\frac{dy}{dx} = \sin(x + y) + \cos(x + y)$

   हल कीजिए : $\frac{dy}{dx} = \sin(x + y) + \cos(x + y)$

Section-C 2×14=28

(Long Answer Type Questions)

Note :- Answer **any two** questions. You have to delimit your each answer maximum up to **500** words. Each question carries **14** marks.

खण्ड–'स'

(दीर्घ उत्तरीय प्रश्न)

निर्देश :– **किन्हीं दो** प्रश्नों के उत्तर दीजिए। आप अपने प्रत्येक उत्तर को अधिकतम **500** शब्दों में परिसीमित कीजिए। प्रत्येक प्रश्न **14** अंक का है।

10. State and prove Taylor's Theorem with Cauchy's form of remainder.

कॉशी रूप के शेष के साथ टेलर प्रमेय का कथन देकर सिद्ध कीजिए।

11. (i) Find the height of a cone of maximum volume made in a sphere of radius r.

r त्रिज्या वाले एक गोले में बनाए गए अधिकतम आयतन के शंकु की ऊँचाई ज्ञात कीजिए।

(ii) Find asymptotes of the following curve -

$4x^3 - x^2y - 4xy^2 + y^3 + 3x^2 + 2xy - y^2 - 7 = 0$

निम्न वक्र की अनन्त स्पर्शियाँ ज्ञात कीजिए –

$4x^3 - x^2y - 4xy^2 + y^3 + 3x^2 + 2xy - y^2 - 7 = 0$

12. Find the value of $\iiint_V x^2 dx\, dy\, dz$ where V is the region bounded by the planes $x = 0, y = 0, z = 0$ and $x + y + z = a$.

मान ज्ञात कीजिए $\iiint_V x^2 dx\, dy\, dz$ जहाँ क्षेत्र V, तलों $x = 0, y = 0, z = 0$ तथा $x + y + z = a$ से घिरा हुआ है।

13. (i) Find the volume of solid surrounded by cylinders $x^2 + y^2 = a^2$ and $x^2 + z^2 = a^2$ in first octant.

बेलनों $x^2 + y^2 = a^2$ तथा $x^2 + z^2 = a^2$ से घिरे हुए प्रथम अष्टांशक में ठोस का आयतन ज्ञात कीजिए।

(ii) Solve : $(xy \sin xy + \cos xy)\, ydx + (xy \sin xy - \cos xy)\, xdy = 0$.

हल कीजिए : $(xy \sin xy + \cos xy)\, ydx + (xy \sin xy - \cos xy)\, xdy = 0$.
