MPH-03

June - Examination 2026
M.Sc. (Previous) Examination
PHYSICS
Quantum Mechanics
क्वाण्टम यांत्रिकी
Paper : MPH-03

[*Time: **3** Hours*] [*Maximum Marks: **80***]

Note :- The question paper is divided into three Sections A, B and C. Write answers as per the given instructions in each section. In case of any discrepancy, the English version will be final for all purposes.

निर्देश :– यह प्रश्न–पत्र 'अ', 'ब' और 'स' तीन खण्डों में विभाजित है। प्रत्येक खण्ड के निर्देशानुसार प्रश्नों के उत्तर दीजिए। किसी भी विसंगति की स्थिति में अंग्रेजी रूप ही अंतिम माना जायेगा।

Section-A **8×2=16**

(Very Short Answer Type Questions)

Note :- Answer **all** questions. As per the nature of the question delimit your answer in one word, one sentence or maximum up to **30** words. Each question carries **2** marks.

खण्ड–'अ'

(अति लघु उत्तरीय प्रश्न)

निर्देश :– **सभी** प्रश्नों के उत्तर दीजिए। आप अपने उत्तर को प्रश्नानुसार एक शब्द, एक वाक्य या अधिकतम **30** शब्दों में परिसीमित कीजिए। प्रत्येक प्रश्न **2** अंक का है।

1. (i) Consider wave function $\psi(x) = \psi_1(x) + \psi_2(x)$
Probability of finding
$P(x) = Z + |\psi_1(x)|^2 + a$ {Real part of $[\psi_1^*(x)\ \psi_2(x)]$}
What do represent Z and a?
तरंग फलन $\psi(x) = \psi_1(x) + \psi_2(x)$ को लीजिए।
पाने की प्रायिकता
$P(x) = Z + |\psi_1(x)|^2 + a$ {Real part of $[\psi_1^*(x)\ \psi_2(x)]$}
Z तथा a क्या प्रदर्शित करते हैं?

(ii) Plot the wave function for state n = 5 for one dimensional harmonic oscillator.
एक विमीय आवर्ती दोलित्र के लिए n = 5 अवस्था के लिए तरंग फलन बनाइए।

(iii) For one dimensional harmonic oscillator n^{th} state is given as $|u_n\rangle$. What is the value of $\langle u_1|u_2\rangle$?
एक विमीय आवृति दोलित्र के लिए nवी अवस्था $|u_n\rangle$ है। $\langle u_1|u_2\rangle$ का मान क्या होगा?

(iv) The energy operator Hamiltonian is $\hat{H}$.

Here $\hat{H}|\psi\rangle = i\frac{h}{2\pi}\frac{\partial}{\partial t}|\psi\rangle$

Obtain the value of the commutator $[\hat{H}, t]$

ऊर्जा संकारक हेमिल्तोनियन $\hat{H}$ है।

यहाँ $\hat{H}|\psi\rangle = i\frac{h}{2\pi}\frac{\partial}{\partial t}|\psi\rangle$

क्रम विनिमयक $[\hat{H}, t]$ का मान प्राप्त करिए।

(v) Eigen functions of the angular momentum operator L is spherical harmonics $Y_{lm}(\theta, \phi)$. Plot Y_{00} on xz-plane.

कोणीय संवेग संकारक L के आइगेन फलन गोलीय प्रसंवादी $Y_{lm}(\theta, \phi)$ है। Y_{00} को xz- तल में चित्रित करिए।

(vi) Pauli matrices are given by σ_x , σ_y , σ_x .Write the final form of $6\sigma_x\sigma_y + 3\sigma_y\sigma_x$ in the terms of Pauli matrix.

$\sigma_x, \sigma_y, \sigma_x$ पाउली मेट्रिक्स है।$6\sigma_x\sigma_y + 3\sigma_y\sigma_x$ के अंतिम रूप को पाउली मेट्रिक्स के रूप में लिखिए।

(vii) An electron of mass m moves inside the infinitely deep one dimensional potential box having width from $x = -\frac{a}{2}$ to $x = \frac{5a}{2}$, then write the expression for ground state energy of the electron?

अनन्त विभव के एक विमीय विभव बॉक्स में एक द्रव्यमान का इलेक्ट्रोन है बॉक्स की चौड़ाई $x = -\frac{a}{2}$ से $x = \frac{5a}{2}$ है, तब इलेक्ट्रोन की मूल अवस्था के लिए ऊर्जा लिखिए।

(viii) Write the solution of ϕ equation for hydrogen atom for magnetic quantum number of value of 4.

हाइड्रोजन परमाणु के लिए चुम्बकीय क्वांटम संख्या 4 के लिए ϕ समीकरण का हल लिखिए।

Section-B

4×8=32

(Short Answer Type Questions)

Note :- Answer **any four** questions. You have to delimit your each answer maximum up to **200** words. Each question carries **8** marks.

खण्ड–'ब'

(लघु उत्तरीय प्रश्न)

निर्देश :– **किन्हीं चार** प्रश्नों के उत्तर दीजिए। आप अपने प्रत्येक उत्तर को अधिकतम **200** शब्दों में परिसीमित कीजिए। प्रत्येक प्रश्न **8** अंक का है।

2. What do you mean by creation, annihilation and number operators in operator?
संकारक में creation, annihilation तथा number संकारकों से आप क्या समझते हो?

3. Use the W.K.B. method to calculate the transmission coefficient for the potential barrier -

$$V(x) = \begin{cases} V_0 - ax & ; x > 0 \\ 0 & ; x < 0 \end{cases}$$

विभव अवरोध के लिए W.K.B. विधि द्वारा पारगमन गुणांक ज्ञात करिए –

$$V(x) = \begin{cases} V_0 - ax & ; x > 0 \\ 0 & ; x < 0 \end{cases}$$

4. Using the matrices A and B, for the trace show that Tr(AB) = Tr(BA)

मेट्रिक्स A तथा B को लीजिए, ट्रेस के लिए सिद्ध करिए Tr(AB) = Tr(BA)

$$A = \begin{bmatrix} 8-2i & 4i & 0 \\ 1 & 0 & 1-i \\ -8 & i & 6i \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} -i & 2 & 1-i \\ 6 & 1+i & 3i \\ 1 & 5+7i & 0 \end{bmatrix}$$

5. Write the fundamental properties of well-behaved wave function.

सुव्यव्हारित तरंग फलन के मूलभूत गुणों को लिखिए।

6. Briefly explain the Thomas-Fermi Statistical Model and Hartee's Self-Consistent Field Method under Central Field Approximation.

केन्द्रीय क्षेत्र सन्निकटता के अंतर्गत संक्षेप में थोमस–फर्मी सांख्यिकीय मॉडल और हर्तरी स्वतः क्षेत्र मॉडल समझाइए।

7. Let a wave package be described at time t = 0 by

$$\psi(x, 0) = A \exp\left(-\frac{x^2}{2a^2} + i\, k_0 x\right)$$

Express $\psi(x, 0)$ as a superposition of plane waves.

यह मानिए कि तरंग पैकेट समय t = 0 पर निम्न तरह से दिया जाता है

$$\psi(x, 0) = A \exp\left(-\frac{x^2}{2a^2} + i\, k_0 x\right)$$

समतल तरंगों के अध्यारोपण के रूप में $\psi(x, 0)$ को व्यक्त कीजिए।

8. Show that Hermitian operator remains its Hermitian character under a Unitary Transformation.

यह दर्शाओ कि यूनिटरी रूपान्तरण के अंतर्गत हर्मिशियन संकारक हर्मिशियन लक्षण रहता है।

9. Evaluate $\langle n|(a + a^+)^4|\, n\rangle$

निम्न $\langle n|(a + a^+)^4|\, n\rangle$ ज्ञात कीजिए।

Section-C

2×16=32

(Long Answer Type Questions)

Note :- Answer **any two** questions. You have to delimit your each answer maximum up to **500** words. Each question carries **16** marks.

खण्ड–'स'

(दीर्घ उत्तरीय प्रश्न)

निर्देश :– **किन्हीं दो** प्रश्नों के उत्तर दीजिए। आप अपने प्रत्येक उत्तर को अधिकतम **500** शब्दों में परिसीमित कीजिए। प्रत्येक प्रश्न **16** अंक का है।

10. (A) Consider two operators $\hat{O}_1$ and $\hat{O}_2$ defined by the following operations – [8]
दो संकारक को लीजिए जो निम्न तरह से परिभाषित हैं –

$$\hat{O}_1\psi(x) = \psi(x) + x$$

$$\hat{O}_2\psi(x) = \frac{d\psi(x)}{dx} + 2\psi(x)$$

Check for the linearity of each operator $\hat{O}_1$ and $\hat{O}_2$.
प्रत्येक संकारक $\hat{O}_1$ तथा $\hat{O}_2$ के लिए रैखिकता की जाँच कीजिए।

(B) Prove that, the fundamental commutation relation $[x, p_x] = \frac{ih}{2\pi}$ remains unchanged under unitary transformation. [8]
यह सिद्ध कीजिए, कि मूलभूत विनिमय संबंध $[x, p_x] = \frac{ih}{2\pi}$ यूनिटरी रूपान्तरण में बिना परिवर्तित हुए रहता है।

11. (A) Calculate the probability current density for the wave function $\psi(x) = u(x)\exp[i\phi(x)]$. Where u, ϕ are real. [8]
तरंग फलन $\psi(x) = u(x)\exp[i\phi(x)]$ के लिए प्रायिकता धारा घनत्व ज्ञात कीजिए। यहाँ u, ϕ वास्तविक हैं।

(B) Prove that, if the wave function in coordinate space is normalized, the momentum wave function is also normalized. [8]
सिध्द कीजिए, यदि आकाश निर्देशांक में तरंग फलन प्रसामान्यीकृत है, संवेग तरंग फलन भी प्रसामान्यीकृत है।

12. (A) Find the simplified form of the following operator products writing all steps by operating on wave function : [8]

(i) $\left(\frac{d}{dx} + x\right)\left(\frac{d}{dx} + x\right)$ and (ii) $\left(\frac{d}{dx} + x\right)\left(\frac{d}{dx} - x\right)$

तरंग फलन पर संकारित करते हुए सभी पदों को लिखते हुए निम्न संकारक गुणनों का सरलीकृत रूप लिखिए :

(i) $\left(\frac{d}{dx} + x\right)\left(\frac{d}{dx} + x\right)$ तथा (ii) $\left(\frac{d}{dx} + x\right)\left(\frac{d}{dx} - x\right)$

(B) What does mean by Stark-Effect? Briefly explain the First Order Stark Effect in ground state of hydrogen atom. [8]
स्टार्क प्रभाव से क्या तात्पर्य है? हाइड्रोजन परमाणु की मूल अवस्था के लिए प्रथम कोटि स्टार्क प्रभाव को संक्षेप में समझाइए।

13. Describe the Stern-Gerlach Experiment. Also discuss the important results of this experiment. [16]
स्टर्न गेरलक प्रयोग को समझाइए। इस प्रयोग के प्रमुख परिणाम भी बताइए।
