MPH-02

June - Examination 2026
M.Sc. (Previous) Examination
PHYSICS
Mathematical Physics and Numerical Analysis
गणितीय भौतिकी एवं सांख्यिकी विश्लेषण
Paper : MPH-02

[*Time: **3** Hours*] [*Maximum Marks: **80***]

Note :- The question paper is divided into three Sections A, B and C. Write answers as per the given instructions in each section. In case of any discrepancy, the English version will be final for all purposes. **You are Allowed to use a non-programmable calculator, however sharing of calculators is not allowed.**

निर्देश :– यह प्रश्न–पत्र 'अ', 'ब' और 'स' तीन खण्डों में विभाजित है। प्रत्येक खण्ड के निर्देशानुसार प्रश्नों के उत्तर दीजिए। किसी भी विसंगति की स्थिति में अंग्रेजी रूप ही अंतिम माना जायेगा। **आपको बिना प्रोग्रामिंग वाले केलकुलेटर के उपयोग की अनुमति है, परन्तु केलकुलेटर के हस्तांतरण की अनुमति नहीं है।**

Section-A **8×2=16**

(Very Short Answer Type Questions)

Note :- Answer **all** questions. As per the nature of the question delimit your answer in one word, one sentence or maximum up to **30** words. Each question carries **2** marks.

खण्ड–'अ'

(अति लघु उत्तरीय प्रश्न)

निर्देश :– **सभी** प्रश्नों के उत्तर दीजिए। आप अपने उत्तर को प्रश्नानुसार एक शब्द, एक वाक्य या अधिकतम **30** शब्दों में परिसीमित कीजिए। प्रत्येक प्रश्न **2** अंक का है।

1. (i) In the Fourier series corresponding to given function $f(x) = x^3 + 5x + \tan 3x$, out of sine terms and cosine terms, which terms are present?
दिए गए फलन के संगत फोरिअर श्रेणी के लिए sine पदों व cosine पदों में से कौनसे पद उपस्थित होंगे?
$f(x) = x^3 + 5x + \tan 3x$

(ii) For the gamma function, find the value of the following -
गामा फलन के लिए, निम्न का मान ज्ञात करिए –
$$\frac{\Gamma 3\ \Gamma 2.5}{\Gamma 5.5}$$

(iii) Bessel function of the first kind of order n = 0 represented as -
$$J_0(x) = 1 + ax^2 + bx^4 - \frac{x^6}{(2^2)(4^2)(6^2)} + ...$$
Write the values of a and b.
कोटि n = 0 प्रथम प्रकार का बेसल फलन निम्न है –
$$J_0(x) = 1 + ax^2 + bx^4 - \frac{x^6}{(2^2)(4^2)(6^2)} + ...$$
a तथा b के मान लिखिए।

(iv) For square matrices A, B and C, for the trace
trace(ABC) = trace(CXY)
What do represent X and Y here?
वर्गाकार मेट्रिक्स A, B तथा C के लिए ट्रेस
trace(ABC) = trace(CXY)
X तथा Y क्या प्रदर्शित करते हैं?

(v) Assuming that the Fourier series corresponding to $f(x)$ converges uniformly to $f(x)$ in $(-L, L)$, then Parseval's identity
यह मानिए कि $f(x)$ के संगत फोरिअर श्रेणी एक समान रूप से $f(x)$ को $(-L, L)$ में अभिसारित होती है, तो पारसेवल सर्वसमिका निम्न है –

$$D\int_{-L}^{L}\{f(x)\}^2dx=\frac{a_0^2}{2}+\sum_{n=1}^{\infty}\left(a_n^2+b_n^2\right)$$

What does D represents here?
यहाँ D क्या प्रदर्शित करता है?

(vi) Cylindrical coordinates are (r, θ, z) and spherical coordinates are (r, θ, ϕ). Write the volume element dV in cylindrical coordinates and spherical coordinates.
बेलनाकार निर्देशांक (r, θ, z) तथा गोलीय निर्देशांक (r, θ, ϕ) हैं। बेलनाकार निर्देशांक तथा गोलीय निर्देशांक में आयतन अवयव dV को लिखिए।

(vii) Consider the complex function $z = x + iy$. Write the simplified form of equation $|z - 1| = 2$ in terms of x and y. What types of this path is represented by this equation?
सम्मिश्र फलन $z = x + iy$ को लीजिए। समीकरण $|z - 1| = 2$ को सरलीकृत रूप में x तथा y के पदों में लिखिए तथा इस समीकरण द्वारा किस प्रकार का यह पथ प्रदर्शित होता है?

(viii) Find the Laplace transform of the following -
निम्न का लाप्लास रूपांतर ज्ञात कीजिए –

$$\frac{e^{-at}-e^{-bt}}{b-a}$$

Section-B 4×8=32

(Short Answer Type Questions)

Note :- Answer **any four** questions. You have to delimit your each answer maximum up to **200** words. Each question carries **8** marks.

खण्ड–'ब'

(लघु उत्तरीय प्रश्न)

निर्देश :– **किन्हीं चार** प्रश्नों के उत्तर दीजिए। आप अपने प्रत्येक उत्तर को अधिकतम **200** शब्दों में परिसीमित कीजिए। प्रत्येक प्रश्न **8** अंक का है।

2. Consider the complex number $z = -1 - i$. Write this number in polar form. Also show
this number in Argand diagram (xy-complex plane).
सम्मिश्र फलन $z = -1 - i$ को लीजिए। इसे ध्रुवीय रूप में लिखिए। इस संख्या को अर्गेंद चित्र (xy - सम्मिश्र तल) में चित्रित करिए।

3. Find the divergence of following function $\vec{F}=\vec{C}\,r$ using spherical coordinates. Here $\vec{C}$ is constant vector.
गोलीय निर्देशांक का उपयोग करते हुए फलन $\vec{F}=\vec{C}\,r$ का अपसरण ज्ञात कीजिए। यहाँ $\vec{C}$ एक अचर सदिश है।

4. Evaluate $I=\pi\int_0^1 y^2 dx$ by dividing the range into four equal parts using 1/3 Simpson's Rule. Here

समाकल $I=\pi\int_0^1 y^2 dx$ का मान परास को चार बराबर भागों में बाँटते हुए 1/3 सिम्पसन नियम से ज्ञात करो। यहाँ

x	0.0	0.25	0.5	0.75	1.0
y^2	1.0	0.9793	0.9195	0.8261	0.7081

5. Find the Fourier transform of the Slit function $f(x)$ defined as -
स्लिट फलन $f(x)$ का फुरिअर रूपांतर ज्ञात करो –

$$f(x)=\begin{cases}\frac{1}{\varepsilon} & ; \quad |x|\le\varepsilon\\ 0 & ; \quad |x|>\varepsilon\end{cases}$$

Also determine the limit of this transform as $\lim_{\varepsilon\to 0}$.

इस रूपांतर की सीमा $\lim_{\varepsilon\to 0}$ के लिए ज्ञात करो।

6. Find the coefficient A_k where k = 1, 2, 3,.....
गुणांक A_k ज्ञात करिए जहाँ k = 1, 2, 3,.....

$$x^3=\sum_{k=0}^{\infty}A_k H_k(x)$$

$H_k(x)$ is Hermite polynomial
यहाँ $H_k(x)$ हर्मिट बहुपद है।

7. Solve $\left(\frac{y-z}{yz}\right)p+\left(\frac{z-x}{zx}\right)q=\left(\frac{x-y}{xy}\right)$

Here symbols have usual meaning in Partial Differential Equation.
$\left(\frac{y-z}{yz}\right)p+\left(\frac{z-x}{zx}\right)q=\left(\frac{x-y}{xy}\right)$ हल करें।
यहाँ आंशिक अवकल समीकरण में प्रतीकों के सामान्य प्रचलित अर्थ है।

8. Evaluate the integral $\int_C (z^*)^2 dz$ where $Z^* = x - iy$

Here C is a straight line joining the points z = 0 and z = 1 + 2i.
निम्न समाकल $\int_C (z^*)^2 dz$ को ज्ञात करिए जहाँ $z^* = x - iy$ यहाँ बिन्दुओं $z = 0$ तथा $z = 1 + 2i$ को जोड़ने वाली सरल रेखा C है।

9. If matrix $A=\begin{bmatrix}1 & \sqrt{2}\\ -\sqrt{2} & -1\end{bmatrix}$, then find the matrix $f(A) = 3 - 2A^2 - A^3 - 5A^4 + A^6$.

यदि मेट्रिक्स $A=\begin{bmatrix}1 & \sqrt{2}\\ -\sqrt{2} & -1\end{bmatrix}$ है, तो मेट्रिक्स $f(A) = 3 - 2A^2 - A^3 - 5A^4 + A^6$ ज्ञात करिए।

Section-C 2×16=32

(Long Answer Type Questions)

Note :- Answer **any two** questions. You have to delimit your each answer maximum up to **500** words. Each question carries **16** marks.

खण्ड–'स'

(दीर्घ उत्तरीय प्रश्न)

निर्देश :– **किन्हीं दो** प्रश्नों के उत्तर दीजिए। आप अपने प्रत्येक उत्तर को अधिकतम **500** शब्दों में परिसीमित कीजिए। प्रत्येक प्रश्न **16** अंक का है।

10. (A) Find the eigenvalues and eigenvectors of matrix -
मेट्रिक्स के आइगेन मान तथा आइगेन सदिश ज्ञात करिए –

$$A=\begin{bmatrix}0 & -1\\ 2 & 3\end{bmatrix}$$

(B) Check that whether following function is irrotational or not?
यह जॉच करिए कि फलन अघूर्णी है अथवा नहीं?

$$\vec{A} = (y\sin z - \sin x)\hat{i} + (x\sin z + 2yz)\hat{j} + (xy\cos z + y^2)\hat{k}$$

11. (A) Solve $2 - e^x = 0$ by Newton Raphson method.
न्यूटन रेफ्सन विधि द्वारा $2 - e^x = 0$ हल करिए।

(B) Find the Fourier series of the following resulting periodic function of period 2π.
निम्न परिणामी आवृत्ति फलन जिसका आवर्त 2π है।इस फलन के लिए फुरिअर श्रेणी ज्ञात करिए –

$$f(x) = \begin{cases}0 & \text{if} \quad -\pi < x < 0\\ 1 & \text{if} \quad 0 < x < \pi\end{cases}$$

12. (A) Using Newton's divided difference method, then find $f(x)$ as a polynomial in x for the given table -
न्यूटन की विभाजित अंतर विधि का उपयोग करते हुए दी गई टेबल के लिए बहुपद $f(x)$ का मान x के पदों में ज्ञात कीजिए।

x	***f*(x)**
–1	3
0	–6
3	39
6	822
7	1611

(B) Find the residue at $z = -\frac{1}{2}$ for function $f(z) = \frac{z}{(2z+1)(5-z)}$

Also find the residue at $z = i$ for function $\frac{\sin z}{(1-z^4)}$.

$z = -\frac{1}{2}$ पर सम्मिश्र फलन $f(z) = \frac{z}{(2z+1)(5-z)}$ का रेसिड्यू ज्ञात करिए।

$z = i$ पर सम्मिश्र फलन $\frac{\sin z}{(1-z^4)}$ का भी रेसिड्यू ज्ञात करिए।

13. (A) Using beta and gamma functions evaluate the following -
बीटा व गामा फलन का उपयोग करते हुए निम्न ज्ञात करिए –

$$\int_0^2 \frac{x^2}{\sqrt{2-x}}dx$$

Here you can assume $x = 2\nu$.
यहाँ आप $x = 2\nu$ मान सकते हैं।

(B) Check that whether complex function $f = (x + iy)^3$ is analytic or not?
यह जाँच करिए कि सम्मिश्र फलन $f = (x + iy)^3$ अनेलिटिक है अथवा नहीं?
