MPH-01

June - Examination 2026
M.Sc. (Previous) Examination
PHYSICS
Classical Mechanics and Statistical Physics
चिरसम्मत यांत्रिकी एवं सांख्यिकीय भौतिकी
Paper : MPH-01

[*Time: **3** Hours*] [*Maximum Marks: **80***]

Note :- The question paper is divided into three Sections A, B and C. Write answers as per the given instructions in each section. In case of any discrepancy, the English version will be final for all purposes.

निर्देश :– यह प्रश्न–पत्र 'अ', 'ब' और 'स' तीन खण्डों में विभाजित है। प्रत्येक खण्ड के निर्देशानुसार प्रश्नों के उत्तर दीजिए। किसी भी विसंगति की स्थिति में अंग्रेजी रूप ही अंतिम माना जायेगा।

Section-A **8×2=16**

(Very Short Answer Type Questions)

Note :- Answer **all** questions. As per the nature of the question delimit your answer in one word, one sentence or maximum up to **30** words. Each question carries **2** marks.

खण्ड–'अ'

(अति लघु उत्तरीय प्रश्न)

निर्देश :– **सभी** प्रश्नों के उत्तर दीजिए। आप अपने उत्तर को प्रश्नानुसार एक शब्द, एक वाक्य या अधिकतम **30** शब्दों में परिसीमित कीजिए। प्रत्येक प्रश्न **2** अंक का है।

1. (i) A point particle moves on the surface of a sphere of constant radius. What are generalized coordinates for this motion in spherical coordinates?
एक बिंदु कण एक अचर त्रिज्या के गोले की सतह पर चलता है। गोलीय निर्देशांक में इसकी गति के सामान्य व्यापक निर्देशांक (generalized coordinates) क्या होंगे?

(ii) A particle of mass m moves inside a surface of a cylinder of fixed radius r. Write the expression for kinetic energy of the particle in cylindrical coordinates.
एक कण जिसका द्रव्यमान m है, वह एक अचर त्रिज्या r के बेलन के आंतरिक सतह पर गति करता है। बेलनाकार निर्देशांको में कण की गतिज ऊर्जा का व्यंजक लिखिए।

(iii) In centre of mass frame, momentum of the original particle is zero. It disintegrates into four particles. In centre of mass frame, after disintegration, four particles move with momenta $\vec{p}_1 = 2\hat{i}, \vec{p}_2 = -4\hat{i}, \vec{p}_3 = \hat{j}$ and $\vec{p}_4$. What is the magnitude of $\vec{p}_4$? All units are in SI.
द्रव्यमान केन्द्र निर्देश तंत्र में मूल कण का संवेग शून्य है। यह चार कणों में टूटता है। टूटने के उपरांत द्रव्यमान केन्द्र निर्देश तंत्र में ये चार कण संवेग $\vec{p}_1 = 2\hat{i}, \vec{p}_2 = -4\hat{i}, \vec{p}_3 = \hat{j}$ तथा $\vec{p}_4$ से गति करते हैं। संवेग $\vec{p}_4$ का परिमाण क्या होगा? सभी इकाइयां SI में हैं।

(iv) In central force field, potential energy of a particle in three-dimensional motion is –

$$U = a(x^2 + y^2 + z^2) + \frac{b}{\sqrt{(x^2+y^2+z^2)}}$$

Here a and b are constants. Find the force acting on the particle in spherical coordinates.

केन्द्रीय बल क्षेत्र में, एक कण की त्रिविमीय गति की स्थितिज ऊर्जा निम्न है –

$$U = a(x^2 + y^2 + z^2) + \frac{b}{\sqrt{(x^2+y^2+z^2)}}$$

यहाँ a तथा b अचर है। गोलीय निर्देशांको में कण पर लगने वाला बल ज्ञात करिए।

(v) Consider a particle of mass m, which is suspended by a massless inextensible string of length l at its one end in free space. It forms a simple pendulum. Fixed suspension point (other end of string) is at a height d above the ground. Here, d >1, the straight string makes an angle of θ with the vertical at give instant. Consider the gravitational potential energy is assumed to be zero at ground level. If θ is the instantaneous angular position and p_θ its corresponding canonical momentum, Hamiltonian of the system at that instant is –

$$\frac{p_\theta^f}{2ml^2} + mg(d - e)$$

What is the value of f ? What does e represents in terms of l and θ?

एक कण जिसका द्रव्यमान m है, इसको l लम्बाई वाली एक द्रव्यमान रहित बिना विस्तारित होने वाली रस्सी के एक सिरे पर लटकाया जाता है। यहाँ एक सरल लोलक का रूप बनता है। जमीन से ऊंचाई d पर निलम्बन बिंदु (रस्सी का दूसरा सिरा) होता है। यहाँ d >1 है, दिए गए क्षण पर सीधी रस्सी ऊर्ध्वाधर से θ कोण बनाती है। जमीन स्तर पर गुरुत्वाकर्षण स्थितिज ऊर्जा को शून्य मानिए। यदि θ तात्क्षणिक कोणीय स्थिति है व p_θ संगत केनोनिकल संवेग है, तो इस क्षण निकाय का हेमिल्टोनीयन निम्न है –

$$\frac{p_\theta^f}{2ml^2} + mg(d - e)$$

यहाँ f का मान क्या होगा? l तथा θ के पदों में e क्या प्रदर्शित करता है?

(vi) In statistical physics, entropy S and probability P_r (for state r) has relation –

$$S = k_B \sum_r [X(\log_e P_r)]$$

What does X represent?

सांख्यिकी भौतिकी में एंट्रॉपी S व प्रायिकता P_r (अवस्था r के लिए) निम्न सम्बन्ध है –

$$S = k_B \sum_r [X(\log_e P_r)]$$

यहाँ X क्या प्रदर्शित करता है?

(vii) In statistical physics, a system having N particles, chemical potential μ, Helmholtz free energy A, temperature T, volume V has the following relation -

$$\mu = \left(\frac{\partial A}{\partial X}\right)_{T,V}$$

What does X represent?

सांख्यिकी भौतिकी में एक निकाय में N कण है, रासायनिक विभव μ, हेल्महोल्ट्ज़ मुक्त ऊर्जा A, ताप T, आयतन V के लिए निम्न सम्बन्ध है –

$$\mu = \left(\frac{\partial A}{\partial X}\right)_{T,V}$$

यहाँ X क्या प्रदर्शित करता है?

(viii) Fermi-Dirac distribution function is written as –

$$\frac{n_i}{g_i} = \frac{1}{e^{\beta(\varepsilon_i - E_F)-2Y}}$$

What is the value of Y?

फर्मी डिराक वितरण फलन निम्न तरह से दिया जाता है –

$$\frac{n_i}{g_i} = \frac{1}{e^{\beta(\varepsilon_i - E_F)-2Y}}$$

यहाँ Y का मान क्या होगा?

Section-B 4×8=32

(Short Answer Type Questions)

Note :- Answer **any four** questions. You have to delimit your each answer maximum up to **200** words. Each question carries **8** marks.

खण्ड–'ब'

(लघु उत्तरीय प्रश्न)

निर्देश :– **किन्हीं चार** प्रश्नों के उत्तर दीजिए। आप अपने प्रत्येक उत्तर को अधिकतम **200** शब्दों में परिसीमित कीजिए। प्रत्येक प्रश्न **8** अंक का है।

2. What do you understand by grand canonical ensemble? Explain this.
बृहत् एन्सेम्बल से आपका क्या तात्पर्य है? इसे समझाइए।

3. Obtain the effective cross-section for particle of mass m_1 to strike a sphere of mass m_2 and radius R to which they are attracted in accordance with Newton's law.
एक कण जिसका द्रव्यमान m_1 है जो कि द्रव्यमान m_2 व त्रिज्या R के गोले से टकराता है, तो प्रभावी काट क्षेत्र प्राप्त करिए। यहाँ दोनों न्यूटन के नियम के अनुसार आकर्षित होते हैं।

4. A bead slides on a wire in the shape of the cycloid as given by equations –

$$x = b(\phi - \sin\phi)$$

and $y = b(1 + \cos\phi)$

where y is the height of the bead and $0 \leq \phi \leq 2\pi$

Obtain the Lagrangian and equation of motion for bead. Here g is the acceleration due to gravity.

एक चक्रज (cycloid) रूपी एक तार पर एक मनका फिसल रहा है, चक्रज का समीकरण निम्न है –

$$x = b(\phi - \sin\phi)$$

व $y = b(1 + \cos\phi)$

जहाँ y मनके की ऊंचाई है व $0 \leq \phi \leq 2\pi$

मनके का लैग्रंजियन व गति का समीकरण प्राप्त करिए। यहाँ g गुरुत्व के कारण त्वरण है।

5. Check that whether the following transformation is canonical or not canonical –

$$Q = \frac{1}{p^2}, P = \frac{qp^3}{2}$$

निम्न रूपान्तरण को जांचिए कि केनोनिकल है अथवा केनोनिकल नहीं है –

$$Q = \frac{1}{p^2}, P = \frac{qp^3}{2}$$

6. Deduce the equation of motion for two-dimensional isotropic harmonic oscillator using Hamilton's equations in Cartesian coordinates.
कार्तीय निर्देशांकों में हैमिल्टन समीकरणों का उपयोग करते हुए, द्वि–विमीय समदैशिक आवृति दोलित्र के लिए गति के समीकरण निगमित करिए।

7. Obtain the Maxwellian distribution formula using Gibbs distribution formula.
गिब्स वितरण सूत्र की सहायता से मैक्सवेल का वितरण सूत्र प्राप्त करो।

8. Show that in the high-temperature limit the heat capacity of a two level system is proportional to the inverse square of the temperature.
यह दर्शाइए कि उच्च ताप सीमा में दो स्तर निकाय की विशिष्ट ऊष्मा ताप के वर्ग के व्युत्क्रमानुपाती होती है।

9. Explain the Atwood machine using Lagrangian equation.
लैग्रेंजियन समीकरण का उपयोग करते हुए एटवुड मशीन को समझाइए।

Section-C 2×16=32

(Long Answer Type Questions)

Note :- Answer **any two** questions. You have to delimit your each answer maximum up to **500** words. Each question carries **16** marks.

खण्ड–'स'

(दीर्घ उत्तरीय प्रश्न)

निर्देश :– **किन्हीं दो** प्रश्नों के उत्तर दीजिए। आप अपने प्रत्येक उत्तर को अधिकतम **500** शब्दों में परिसीमित कीजिए। प्रत्येक प्रश्न **16** अंक का है।

10. (A) Obtain the angular momentum component M_x and M_z of a particle of mass m in spherical coordinates. (8)
द्रव्यमान m वाले एक कण के कोणीय संवेग घटक M_x तथा M_z को गोलीय निर्देशांक में प्राप्त करिए।

(B) What do you understand by Micro Canonical Ensemble? (8)
माइक्रो केनोनिकल एन्सेम्बल से आपका क्या अभिप्राय है?

11. (A) What do you mean by Generalized co-ordinates? Explain them. Explain Galileo's relativity principle also. (8)
सामान्य (व्यापक) निर्देशांक से आपका क्या तात्पर्य है? इसे समझाइए। गैलीलियो के सापेक्षिकता के सिद्धांत को भी समझाइए।

(B) Obtain the principal moments of inertia of a hollow sphere about a diameter using inertia tensor. (8)
जड़त्व टेन्सर का उपयोग करते हुए, व्यास के सापेक्ष एक खोखले गोले का मुख्य जड़त्व आघूर्ण प्राप्त करिए।

12. (A) For the two particle problem (the reduced mass), obtain the following Lagrangian for the system – (8)

$$L=\frac{1}{2}m\dot{\vec{r}}^{2}-U(r), \quad \text{where } m=\frac{m_1 m_2}{m_1+m_2}$$

दो कण निकाय (समानित द्रव्यमान) के लिए निकाय का निम्न लैग्रेंजियन प्राप्त करिए।

$$L=\frac{1}{2}m\dot{\vec{r}}^{2}-U(r), \quad \text{जहाँ } m=\frac{m_1 m_2}{m_1+m_2}$$

(B) What do you understand by Ensemble Average? (8)
एन्सेम्बल औसत से आपका क्या अभिप्राय है?

13. A rigid body is moving with velocity $\vec{v}$ and rotating with angular velocity $\vec{\omega}$, then prove the following relation where symbol have usual meanings – (16)

$$K.E.=\frac{1}{2}mv^2+\frac{1}{2}\sum m(\vec{\omega}\times\vec{r})^2$$

एक दृढ वस्तु वेग $\vec{v}$ से गति कर रही है तथा उसका कोणीय वेग $\vec{\omega}$ है, तब सामान्य प्रचलित चिन्हों को लेते हुए निम्न सम्बन्ध को सिद्ध करो –

$$K.E.=\frac{1}{2}mv^2+\frac{1}{2}\sum m(\vec{\omega}\times\vec{r})^2$$
