MAPSY 02

वर्धमान महावीर खुला विश्वविद्यालय, कोटा

Statistics and Psychological Measurement

सांख्यिकी एवं मनोवैज्ञानिक मापन

वर्धमान महावीर खुला विश्वविद्यालय, कोटा

पाठ्यक्रम अभिकल्प समिति

संरक्षक	अध्यक्ष
प्रो. अशोक शर्मा	**प्रो. एल.आर. गुर्जर**
कुलपति	निदेशक (अकादमिक)
वर्धमान महावीर खुला विश्वविद्यालय, कोटा	वर्धमान महावीर खुला विश्वविद्यालय, कोटा

संयोजक एवं सदस्य

** संयोजक	* संयोजक
डॉ. अनिल कुमार जैन	**डॉ. रजनी रंजन सिंह**
सह आचार्य एवं निदेशक, शिक्षा विद्यापीठ	सह आचार्य एवं निदेशक, शिक्षा विद्यापीठ
वर्धमान महावीर खुला विश्वविद्यालय, कोटा	वर्धमान महावीर खुला विश्वविद्यालय, कोटा

सदस्य

प्रो. (डॉ) एल.आर. गुर्जर	**प्रो. एच. बी. नंदवाना**
निदेशक (अकादमिक)	निदेशक, सतत शिक्षा विद्यापीठ
वर्धमान महावीर खुला विश्वविद्यालय, कोटा	वर्धमान महावीर खुला विश्वविद्यालय, कोटा
प्रो. विजयलक्ष्मी चौहान (सेवानिवृत्त)	**प्रो.आशा हिंगर (सेवानिवृत्त)**
मनोविज्ञान विभाग	मनोविज्ञान विभाग
मोहनलाल सुखाडिया विश्वविद्यालय, उदयपुर	राजस्थान विश्वविद्यालय, जयपुर
प्रो. दामीना चौधरी (सेवानिवृत्त)	**डॉ. रजनी रंजन सिंह**
शिक्षा विद्यापीठ	सह आचार्य, शिक्षा विद्यापीठ
वर्धमान महावीर खुला विश्वविद्यालय, कोटा	वर्धमान महावीर खुला विश्वविद्यालय, कोटा
डॉ. अनिल कुमार जैन	**डॉ. कीर्ति सिंह**
सह आचार्य, शिक्षा विद्यापीठ	सहायक आचार्य, शिक्षा विद्यापीठ
वर्धमान महावीर खुला विश्वविद्यालय, कोटा	वर्धमान महावीर खुला विश्वविद्यालय,कोटा
डॉ. पतंजलि मिश्र	**डॉ. अखिलेश कुमार**
सहायक आचार्य, शिक्षा विद्यापीठ	सहायक आचार्य, शिक्षा विद्यापीठ
वर्धमान महावीर खुला विश्वविद्यालय, कोटा	वर्धमान महावीर खुला विश्वविद्यालय, कोटा

*डॉ. रजनी रंजन सिंह ,सह आचार्य एवं निदेशक, शिक्षा विद्यापीठ 13.06.2015 तक
** डॉ. अनिल कुमार जैन, सह आचार्य एवं निदेशक, शिक्षा विद्यापीठ 14.06.2015 से निरन्तर

समन्वयक एवं सम्पादक मण्डल

समन्वयक

डॉ. अनिल कुमार जैन
सह आचार्य, शिक्षा विद्यापीठ
वर्धमान महावीर खुला विश्वविद्यालय, कोटा

विषय वस्तु एवं भाषा संबंधीसम्पादन

डॉ. रजनी रंजन सिंह
सह आचार्य, शिक्षा विद्यापीठ
वर्धमान महावीर खुला विश्वविद्यालय, कोटा

डॉ. अनिल कुमार जैन
सह आचार्य, शिक्षा विद्यापीठ
वर्धमान महावीर खुला विश्वविद्यालय, कोटा

इकाई लेखन

1 **डॉ. अनिल कुमार जैन**
(इकाई 1,2,3,7,8,15,16,17,18,19,20)
सह आचार्य, शिक्षा विद्यापीठ
वर्धमान महावीर खुला विश्वविद्यालय, कोटा

2 **डॉ. रजनी रंजन सिंह**
(इकाई सं.4,5,6,9,10,11,21,22,23)
सह आचार्य, शिक्षा विद्यापीठ
वर्धमान महावीर खुला विश्वविद्यालय, कोटा

3 **डॉ. पतंजलि मिश्र**
(इकाई 12,13,14)
सहायक आचार्य, शिक्षा विद्यापीठ
वर्धमान महावीर खुला विश्वविद्यालय, कोटा

आभार

प्रो. विनय कुमार पाठक
पूर्व कुलपति
वर्धमान महावीर खुला विश्वविद्यालय, कोटा

अकादमिक एवं प्रशासनिक व्यवस्था

प्रो. अशोक शर्मा
कुलपति
वर्धमान महावीर खुला विश्वविद्यालय,कोटा

प्रो .एल.आर .गुर्जर
निदेशक (अकादमिक)
वर्धमान महावीर खुला विश्वविद्यालय,कोटा

प्रो. करण सिंह
निदेशक
पाठ्य सामग्री उत्पादन एवं वितरण प्रभाग
वर्धमान महावीर खुला विश्वविद्यालय,कोटा

डॉ. सुबोध कुमार
अतिरिक्त निदेशक
पाठ्य सामग्री उत्पादन एवं वितरण प्रभाग
वर्धमान महावीर खुला विश्वविद्यालय,कोटा

उत्पादन 2015, ISBN : 978-81-8496-506-3

इस सामग्री के किसी भी अंश को व.म.खु.वि.वि., कोटा, की लिखित अनुमति के बिना किसी भी रूप में अन्यत्र पुनः प्रस्तुत करने की अनुमति नहीं है। व.म.खु.वि.वि. , कोटा के लिए कुलसचिव, व.म.खु.वि.वि., कोटा (राजस्थान) द्वारा मुद्रित एवं प्रकाशित।

MAPSY 02

वर्धमान महावीर खुला विश्वविद्यालय, कोटा

अनुक्रमणिका

इकाई सं.	इकाई का नाम	पेज नं.
1	सांख्यिकी: अर्थ एवं इसके उपयोग और मनोवैज्ञानिक मापन में सांख्यिकी की उपयोगिता एवं सार्थकता	1
2	विवरणात्मक सांख्यिकी तथा उसके उपयोग	20
3	अनुमानात्मक सांख्यिकी और उसके उपयोग, विवरणात्मक और अनुमानात्मक सांख्यिकी में अन्तर	41
4	सामान्य सम्भाव्यता वक्र की प्रकृति तथा विशेषताएँ	55
5	सामान्य सम्भाव्यता वक्र के अनुप्रयोग	71
6	असामान्य (असममित) वितरण	107
7	प्रोडक्ट मोमेन्ट सहसंबंध गुणांक, क्रम अन्तर सहसंबंध गुणांक : महत्व एवं उपयोग	131
8	द्वि - क्रम सहसंबंधगुणांक, बिन्दु द्विक्रम सहसंबंधएवं आसंग गुणांक	159
9	क्रान्तिक अनुपात, टी परीक्षण एवं प्रसरण-विश्लेषण	178
10	*काई वर्ग परीक्षण तथा मध्यांक परीक्षण*	216
11	सार्थकता स्तर, स्वतन्त्रता के अंश तथा प्रथम एवं द्वितीय प्रकार की त्रुटि	246
12	मापन का अर्थ एवं उद्देश्य , मापन एवं मूल्यांकन में अंतर	258
13	परिमाणात्मक एवं गुणात्मक मापन	271
14	मनोवैज्ञानिक मापन के स्तर, विभिन्न प्रकार के मापन के स्तर	282
15	परीक्षण रचना के सोपान, पदों का लेखन एवं चयन पद विश्लेषण तकनीक	293
16	कठिनाई स्तर एवं विभेदन शक्ति	310
17	विश्वसनीयता अर्थ एवं प्रकार	319
18	परीक्षण विश्वसनीयता ज्ञात करने की विधियाँ	327
19	वैधता: अर्थ एवं प्रकार	336
20	वैधता आंकलन की विधियाँ	352
21	परीक्षण का मानकीकरण:अर्थ,महत्व एवं विशेषताएँ	362
22	प्रतिमान प्राप्तांकों के प्रकार एवं उपयोग	376
23	मानक के विकास की कसौटियाँ	393

इकाई-1

सांख्यिकी: अर्थ एवं इसके उपयोग और मनोवैज्ञानिक मापन में सांख्यिकी की उपयोगिता एवं सार्थकता

Statistics-Meaning and its uses, utility and significance of statistics in Psychological Measurement

इकाई की रुपरेखा

1.1 प्रस्तावना
1.2 उद्देश्य
1.3 सांख्यिकी का अर्थ
1.4 सांख्यिकी की विशेषताएँ
1.5 मनोवैज्ञानिक मापन : अर्थ
1.6 मनोवैज्ञानिक मापन का प्रारम्भ
1.7 परिमाणात्मक एवं गुणात्मक मापन
1.8 मनोवैज्ञानिक मापन में सांख्यिकी का महत्त्व एवं उपयोगिता
1.9 सारांश
1.10 शब्दावली
1.11 स्वमूल्यांकन हेतु प्रश्न
1.12 सन्दर्भ ग्रन्थ सूची

1.1 प्रस्तावना

मनोविज्ञान के अध्ययन में आप यह समझ चुके होंगे कि यह शास्त्र मानव के व्यवहार की विस्तृत व्याख्या करता है पड़ताल करता है और यह उल्लेख भी करता है कि मानव के व्यक्तित्व को समझने के लिए अनेक आतंरिक एवं बाह्य तत्वों को समझने की आवश्यकता है जिसके लिए अनेक मनोवैज्ञानिक प्रणालियाँ विकसित हुई है जिनसे प्राप्त प्रदतो का विश्लेषण, संश्लेषण, निरूपण एवं व्याख्या जिसके अंतर्गत की जाती है उसे सांख्यिकी कहते हैं | प्रस्तुत इकाई मनोविज्ञान में सांख्यिकी का अर्थ, विशेषताओं, महत्त्व एवं उपयोग पर प्रकाश डाल रही है |

1.2 उद्देश्य

इस इकाई के अध्ययन के पश्चात आप :

- सांख्यिकी का अर्थ समझ सकेगें |
- सांख्यिकी की विशेषताओं को जान सकेगें |
- मनोवैज्ञानिक मापन का अर्थ जान पायेंगे |
- मनोवैज्ञानिक मापन में सांख्यिकी का महत्त्व, उपयोगिता को स्पष्ट कर सकेंगे |

1.3 सांख्यिकी का अर्थ

अंग्रेजी भाषा का शब्द 'Statistics' जर्मन भाषा के शब्द 'Statistik'से मिलता-जुलता है | यह भी कहा जाता है कि 'Statistics' लेटिन भाषा के शब्द 'Status' या इटेलियन भाषी शब्द'Statista' से बना है | इन सभी शब्दों का आशय 'राजनैतिक राज्य' से है | संभवतः इस विषय का प्रयोग सबसे पहले राज्यों द्वारा ही किया गया था | अत: 'Statistics' को 'State' जैसे शब्द द्वारा पुकारा जाने लगा जिसका शाब्दिक अर्थ राजनीति शास्त्र से है | आधुनिक अर्थो में इस शब्द का आशय कुछ विस्तृत रूप से समझा जाता है |

विस्तृत रूप से सांख्यिकी का प्रयोग मुख्यतः दो रूपों में किया जाता है :

(अ) प्रदत्त – बहुवचन के रूप में (Statistics as Data in plural sense)

इस रूप में सांख्यिकी का आशय ऐसे तथ्यों से होता है जिन्हें संख्यात्मक ढंग से व्यक्त किया जाता है | इस संख्यात्मक सांख्यिकी (Descriptive Statistics) भी कहते हैं | जिन संख्यात्मक तथ्यों में कुछ विशेष प्रकार के गुण हो उन्हें 'प्रदत्त' (Data) कहते हैं | **वैबस्टर** ने सांख्यिकी की निम्नलिखित परिभाषा दी है :

'प्रदत्त किसी राज्य के लोगों की परिस्थितियों से सम्बंधित वर्गीकृत तथ्य होते हैं | विशेष रूप से ऐसे तथ्य जिन्हें अंको में या सारणियों में या वर्गीकृत रूप में किया गया हो |' **-वैबस्टर**

"Statistics are classified facts representing the conditions of the people in a State especially those facts which can be stated in numbers as in any other tabular or classified arrangement."-

Webster

उपर्युक्त परिभाषा में सांख्यिकी को केवल राजकीय आंकड़ों तक सीमित किया गया है | समंको की अन्य विशेषताओं के बारे में कुछ भी नहीं कहा गया है |

"किसी अनुसंधान से सम्बंधित ऐसे संख्यात्मक तथ्यों को प्रदत्त कहते हैं जिनमे परस्पर सम्बन्ध बनाया जा सके |" **-बाउले**

"Statistics are numerical statements of facts in any department of enquiry placed in relation to each other."

-Bowley

उपर्युक्त परिभाषा की सांख्यिकी का क्षेत्र विस्तृत है लेकिन समंको की सभी विशेषताओं को नहीं बताया गया है|

प्रोफेसर होरेस सीक्रिस्ट द्वारा दी गयी निम्नलिखित परिभाषा को समंको की एक सर्वागीण परिभाषा माना जा सकता है :

"प्रदत्तों से हमारा आशय तथ्यों के उस समूह से है जो एक पर्याप्त सीमा तक अनेक कारणों से प्रभावित होते हैं, जिन्हें अंको में व्यक्त किया जा सकता है, जिनकी गणना की जाती है अथवा शुद्धता की उचित स्तर के आधार पर अनुमानित किए जाते हैं, जिन्हें पूर्व निश्चित उद्देश्य के लिए एक व्यवस्थित रूप में एकत्रित किया जाता है तथा उनमे परस्पर सम्बन्ध स्थापित किया जाता है |"**-प्रोफेसर होरेस सीक्रिस्ट**

"By Statistics we mean aggregates of fact affected to a marked extent by multiplicity of causes numerically expressed , enumerated or estimated according to reasonable standard of accuracy, collected in a systematic manner for predetermined purpose and placed in relation to each other." **-Prof. Horec Secrist**

(ब) **सांख्यिकी विज्ञान या सांख्यिकीय विधियाँ**– एकवचन के रूप में (Statistics as Science in singular sense) |

इस रूप में सांख्यिकी की परिभाषा एक विज्ञान या शास्त्र के रूप में दी जाती है | इस अर्थ में सांख्यिकी का अध्ययन सांख्यिकी विधियों (Statistical Method)के रूप में भी किया जाता है अर्थात जिस विज्ञान में समंको के एकत्रीकरण एवं उनसे परिणाम निकलने के सम्बन्ध में की जाने वाली विभिन्न क्रियाओं का वर्णन किया जाता है उसे सांख्यिकी कहते हैं | सांख्यिकी की विभिन्न विद्वानों ने अलग-अलग परिभाषाएं दी है जिनका वर्णन नीचे किया जा रहा है | बाउले ने सांख्यिकी की परिभाषा निम्नलिखित तीन प्रकार से दी है :

i. "सांख्यिकी गणना का विज्ञान है |" **-बाउले**

ii. "सांख्यिकी को उचित रूप माध्यो का विज्ञान कहा जा सकता है |" **- बाउले**

iii. "सांख्यिकी सुसंगठित समाज शास्त्र के माप का विज्ञान है, जिसे पूर्ण रूप से सुस्पष्ट माना जाता है |" **- बाउले**

i. "Statistics is the science of counting." **-Bowley**

ii. "Statistics may rightly be called the science of averages."**Bowley**

iii. "Statistics is the measurement of social organism, regarded as a whole in all its manifestations." **Bowley**

उपर्युक्त परिभाषाओं में सांख्यिकी विज्ञान की कुछ ही विशेषताओं का उल्लेख किया गया है | इनमे से कोई भी परिभाषा पूर्ण नहीं है | प्रथम परिभाषा में गणना के लिए की जाने वाली क्रियाओं के सम्बन्ध में कुछ नहीं कहा गया है | सांख्यिकी का क्षेत्र केवल गणना तक ही सीमित नहीं है | द्वितीय परिभाषा में सांख्यिकी को माध्य तक सीमित किया गया है जबकि माध्य सांख्यिकीका एक एक अंग है | सांख्यिकी के और भी अनेक अंग है जैसे विचलनशीलता (Dispersion) , सहसम्बन्ध (Correlation), विषमता (Skewness), वक्रता (Kurtosis) आदि | तृतीय परिभाषा में सांख्यिकी के प्रयोग को केवल समाजशास्त्र तक तक ही सीमित किया गया है जबकि आधुनिक अर्थों में सांख्यिकी का प्रयोग सभी क्षेत्रों में बहुतायत से किया जा रहा है |

"सांख्यिकी विज्ञान सामूहिक, प्राकृतिक एवं सामाजिक घटनाओं के सम्बन्ध में अनुमानों के आधार पर प्राप्त परिणामों द्वारा निर्णय करने की विधि है जो की अनुमानों के विश्लेक्षण या गणना या संकलन से प्राप्त किए जाते हैं |" **-किंग**

"The science of Statistics is the method of judging collective, natural or social phenomenon from the result obtained from the analysis or enumeration or collection of estimates." **-King**

उपर्युक्त परिभाषा में यद्यपि सांख्यिकी की अनेक विशेषताओं का उल्लेख किया गया है लेकिन फिर भी इस परिभाषा में समस्त विशेषताओं का वर्णन नहीं किया गया है | इस परिभाषा में उन विधियों के सम्बन्ध में कुछ नहीं कहा गया है जिनके द्वारा संकलित अनुमानों से परिणाम निकालकर निर्णय लिया जाता है |

"सांख्यिकी वह विज्ञान है जो कि संख्यात्मक तथ्यों के एकत्रीकरण, वर्गीकरण एवं सारणीयन से सम्बंधित है, जिनके आधार पर किसी वस्तु या घटना को स्पष्ट किया जाता है, विवरण दिया जाता है तथा उनकी तुलना की जाती है |" **-लॉविट**

"Statistics is the science which deal with collection, classification and tabulation of numerical facts as the basis for explanation, description and comparison of phenomenon." **-Lovit**

उपर्युक्त परिभाषा में सांख्यिकी को विज्ञान मानकर अनेक क्रियाओं का वर्णन किया गया है |

"सांख्यिकी वह विज्ञान है जो किसी भी क्षेत्र से सम्बंधित अनुसंधान पर कुछ प्रकाश डालने केलिए संकलित संख्यात्मक तथ्यों के एकत्रीकरण, वर्गीकरण, प्रस्तुतीकरण, तुलना एवं निर्वचन करने की विधियों से सम्बन्ध रखता है |" **-सेलिगमैन**

"Statistics is the science which deal with collecting, classifying, presenting, comparing and interpreting numerical data collected to throw some light on any sphere of enquiry." **-Seligman**

उपर्युक्त परिभाषा में भी सांख्यिकी को विज्ञान मानकर उसकी कुछ विशेषताओं का वर्णन किया गया है |

"सांख्यिकी अथवा सांख्यिकीय विधियों को समंको के संकलन, प्रस्तुतीकरण , विश्लेक्षण एवं निर्वचन करने के रूप में परिभाषित किया जा सकता है |"

-क्राक्सटन एवं कॉउडेन

"Statistics or statistical method may be define as the collection, presentation, analysis and interpretation of numerical data."

-Croxton and Cowden

उपर्युक्त परिभाषा में सांख्यिकी की विभिन्न क्रियाओं का वर्णन किया गया है तथा सांख्यिकी को विज्ञान न मानकर वैज्ञानिक विधियाँ बताया गया है |

"सांख्यिकी उन तथ्यों का संकलन, सारणीयन, प्रस्तुतीकरण तथा विश्लेक्षण से मिलकर बना है जो विधि पूर्वक संकलित किए जाते हैं , जिनके संकलन में पक्षपात नहीं किया जाता है और जो एक पूर्वनिश्चित उद्देश्य के लिए संकलित किए जाते हैं |

-सटक्लिफ

"Statistics comprise the tabulation, collection, presentation, and analysis of an aggregate of facts collected in a methodical manner, without bias and related to a predetermined purpose."**-Sutclliffe**

उपर्युक्त सभी परिभाषाओं के आधार पर यह कहा जा सकता है की सांख्यिकी वह विज्ञान है जिसमे प्राकृतिक , सामाजिक, सामूहिक , राजनैतिक या अन्य किसी क्षेत्र से सम्बंधित घटनाओं के संख्यात्मक तथ्यों के एकत्रीकरण, सारणीयन, वर्गीकरण, तथ्य सामग्री (data), का प्रस्तुतीकरण एवं सांख्यिकी क्रियाओं के द्वारा विश्लेक्षण तथा तुलना करने की क्रियाएँ सम्मिलित होती है तथा इन सभी क्रियाओं के आधार पर तथ्यों का निर्वचन करके निष्कर्ष निकाला जाता है |

1.4 सांख्यिकी की विशेषताएँ (Characteristics of Statistics)

सांख्यिकी की निम्नलिखित विशेषताएँ है :

1. **सांख्यिकी एक विज्ञान है (Statistics is a Science)** –साधारण शब्दों में विज्ञान का अर्थ किसी विशिष्ट ज्ञान से होता है | विभिन्न परिभाषाओं के आधार पर विज्ञान की निम्नलिखित विशेषताएँ है :
   i. किसी विषय के क्रमबद्ध अध्ययन को विज्ञान कहते हैं |
   ii. विज्ञान कारण एवं निष्कर्षों में सम्बन्ध स्थापित करता है |
   iii. विज्ञान द्वारा कारण एवं निष्कर्षों में सम्बन्ध स्थापित करने के पश्चात निश्चित नियम बनते है |

   सांख्यिकी में भी उपर्युक्त विशेषताएँ पाई जाती है | सांख्यिकी के अंतर्गत किसी भी समस्या से सम्बंधित तथ्यों का क्रमबद्ध अध्ययन किया जाता है | प्रदत्तों के संकलन (Collection of data)से लेकर निर्वचन एवं प्रस्तुतीकरण तक की क्रियाएँ क्रमबद्ध तरीके से की जाती है | सांख्यिकी के द्वारा प्रदत्त-समस्या की घटनाओं के कारण एवं निष्कर्ष में सम्बन्ध स्थापित किए जाते हैं तथा इसके अंतर्गत विभिन्न नियमों का उपयोग भी किया जाता है | लेकिन सांख्यिकी के सम्बन्ध में ये ध्यान रखना चाहिये की यह अन्य प्राकृतिक विज्ञानों जैसे भौतिक विज्ञान, रसायन विज्ञान , जंतु विज्ञान आदि की भांति नहीं है | प्राकृतिक विज्ञानों के नियम सदैव सच्चे होते हैं | किन्तु सांख्यिकी के नियमों में परिस्थितियों के परिवर्तनशील स्वभाव के कारण परिवर्तन हो जाता है | किसी विज्ञान के नियमों की सत्यता की जाँच तथा नियमों का निर्माण सांख्यिकीय विधियों का प्रयोग करने पर ही सम्भव है |

2. **सांख्यिकी कला भी है (Statistics is an Art)**–विज्ञान द्वारा किसी समस्या के स्वरुप का प्रस्तुतीकरण किया जा सकता है किन्तु समस्या का समाधान नहीं किया जा सकता | किसी समस्या का समाधान कला के द्वारा किया जा सकता है | साधारण शब्दों में कला का अर्थ किसी ज्ञान को कार्यान्वित करने की प्रक्रिया है | कला के द्वारा यह ज्ञात

किया जा सकता है कि किसी कार्य को किस प्रकार करना चाहिये एवं किन विधियों का उपयोग करना चाहिये | कला के द्वारा किसी समस्या का व्यावहारिक रूप से समाधान किया जा सकता है |

अंततः उपर्युक्त वर्णन के आधार पर यह कहा जा सकता है कि सांख्यिकी मेविज्ञान एवं कला दोनों के ही गुण पाए जाते हैं |

3. **सांख्यिकी में प्रदत्तों से सम्बंधित विधियों का प्रयोग (Application of Method Related Data in Statistics) :**
सांख्यिकी के अंतर्गत किसी भी क्षेत्र से सम्बंधित अनुसंधान पर कुछ प्रकाश डालने के लिए अनेक सांख्यिकी क्रियाओं का उपयोग किया जाता है जैसे संख्यात्मक तथ्यों संकलन , संपादन वर्गीकरण , सारणीयन , चित्रों एवं रेखाचित्रों द्वारा प्रस्तुतीकरण , सहसम्बंध एवं तुलना , निर्वचन एवं पूर्वानुमान आदि |

1.5 मनोवैज्ञानिक मापन : अर्थ

मानव के व्यवहार का वैज्ञानिक अध्ययन मनोविज्ञान के अंतर्गत आता है | मानव के व्यवहार का अध्ययन करने हेतु अनेक प्रणालियाँ विकसित हुई है इस हेतु अनेक मानकीकृत एवं अमानकीकृत उपकरणों से प्राप्त परिणामों के आधार पर आँकड़ों के रूप में परिवर्तित किया जाता है अर्थात व्यवहार के इस स्वरुप को मापन योग्य कहा जा सकता है |

शिक्षा में मनोविज्ञान के आविर्भाव से एवं प्रगति के साथ साथ मापन का प्रयोग भी बढ़ता जा रहा है |

ई. बी. वैश्ले के अनुसार "मापन मूल्यांकन का वह भाग है जो प्रतिशत, मात्रा, अंको मध्यमान तथा मध्यांक द्वारा व्यक्त किया जाता है|"

स्टीवेंसन के अनुसार – मापन किन्ही निश्चित स्वीकृत नियमों के अनुसार वस्तुओं को अंक प्रदान करने की प्रक्रिया है |

निष्कर्षत: यह कहा जा सकता है कि मनोवैज्ञानिक मापन में किसी गुण विशेष को अंक प्रदान कर उसकी मात्रा का वर्णन किया जाता है |

1.6 मनोवैज्ञानिक मापन का प्रारम्भ (The Beginning of Psychological Measurement)

1850 तक मनोविज्ञान प्राय: दर्शनशास्त्र का ही अंग बना हुआ था | ऐसे समस्त पाठ्यक्रम, जिनके अंतर्गत मानवीय व्यवहार का अध्ययन किया जाता था, दर्शनशास्त्र का ही अंग होते थे | इस समय तक मनोविज्ञान मुख्यत: चिन्तन प्रधान अप्रयोगात्मक तथा मन और आत्मा की समस्या में उलझा

हुआ विषय था | मनोविज्ञान के पूर्णरूपेण अप्रयोगात्मक होने के कारण, इस विचार की, कि प्रतिक्रिया काल कि गति, विस्मृति की मात्रा, तथा बुद्धि का स्तर आदि को मात्रात्मक (Quantitative) रूप से मापा जा सकता है, अधिकांश लोगों द्वारा कटु आलोचना होती थी | प्राय: इस विचार को इतना अमहत्वपूर्ण समझा जाता था कि इसे आलोचना के उपयुक्त भी स्वीकार नहीं किया जाता था और इसी कारण पूर्ण रूप से उपेक्षित कर दिया जाता था | मनोवैज्ञानिक मापन की दृष्टि से इस काल में भौतिक शास्त्रियों तथा नीति शास्त्रियों द्वारा संवेदात्मक विभेदीकरण तथा साधारण प्रतिक्रिया की गति को नापने से सम्बंधित कुछ बिखरे हुए प्रयोग थे |

1900 तक मनोविज्ञान ने भौतिक एवं जैविक विज्ञान के प्रभाव को अनुभव करना प्रारम्भ कर दिया था, तथा स्वयं को एक विज्ञान बनाने की चेष्टा कर रहा था | यह दर्शनशास्त्र से अपने सम्बन्धों को विच्छेद कर रहा था तथा जीवविज्ञानों से नवीन सम्बंध स्थापित करने की चेष्टा कर रहा था | अब मनोविज्ञान ने प्रयोगात्मक विधि को अपना लिया था तथा उसमें मापन की चेतना जागृत हो गई थी | प्रयोग का आधारभूत अस्त्र मापन है और मनोविज्ञान सभी दिशाओं में अपनी मापन विधियों का विकास कर रहा था | 1900 में आज तक का लेखा-जोखा, मानवीय व्यवहार के हर पहलू के मापन के लिए मापन विधियों के विकास एवं समायोजन का लेखा-जोखा है | मनोविज्ञान के मापन आन्दोलन और उसका विस्तार मुख्यत: तीन धाराओं से मिलकर हुआ |

ये तीन धाराएँ थी –

1. उन्नीसवीं शताब्दी में जर्मनी में विकसित होने वाला दैहिक प्रयोगात्मक मनोविज्ञान,
2. डार्विन का जीवविज्ञान,
3. असमायोजित तथा विसामान्य व्यक्तियों के उपचार के लिए किए जाने वाला प्रयास , जिसका प्रारम्भ फ्रांस में हुआ |

1. प्रयोगात्मक मनोविज्ञान का प्रारम्भ (The Beginning of Experimental Psychology) :

जैविक विज्ञानों (Biological Science) में अठारहवीं शताब्दी में ही वैज्ञानिक विधियों और रुचियों के प्रभाव ने अपना प्रभुत्व जमा लिया था | उन्नीसवीं शताब्दी के प्रारम्भ में दैहिक विज्ञान के क्षेत्र में प्रयोगात्मक प्रयोगशालाओं में सक्रिय रूप से अनुसंधान कार्य होने लगा था | जर्मन एवं यूरोप के अन्य देशों में दैहिकशास्त्री संवेदनाओं के कार्य में, विशेष रूप से दृष्टि, श्रवण आदि में रूचि ले रहे थे | दैहिक विज्ञान प्रतिक्रिया काल की गति के मापन में भी रुचि ले रहा था |

1879 में वुंट (Wunt) द्वारा लिपजिग (Leipizig) में प्रथम मनोवैज्ञानिक प्रयोगशाला की स्थापना की गई | प्रारंभिक प्रयोगात्मक मनोवैज्ञानिको की रूचि मुख्य रूप से उन्ही

प्रत्ययों में रही जिनमे कि दैहिकशास्त्री रूचि ले रहे थे | परन्तु उनकी रूचि मनोवैज्ञानिक विषयों की ओर उन्मुख होने लगी, जैसे प्रत्यक्षीकरण के विस्तार (Perceptual span), एकाएक किसी व्यक्ति द्वारा किसी सामग्री को धारण करने की क्षमता आदि के मापन में, तथा सीखने की गति और जटिल मानसिक क्रियाओं का ज्ञान प्राप्त करने में |

इनमे एक मुख्य क्षेत्र, जिसका सम्बंध मनोवैज्ञानिक एवं शैक्षिक मापन से था, मनोभौतिकी थी | प्रयोगात्मक मनोवैज्ञानिक मुख्य रूप से मानसिक और भौतिक प्रत्ययों के संबंधों को ज्ञात करने में रूचि ले रहे थे | इनके अध्ययन के लिए जिन प्रयोगात्मक विधियों का विकास किया गया, वह मनोवैज्ञानिक मापन सम्बंधित अनेक समस्याओं को हल करने में सहायक सिद्ध हुई | इन प्रयोगात्मक विधियों, सांख्यिकीय विधियों तथा अभिकल्पों में से अनेक सामान्य मनोवैज्ञानिक एवं शैक्षिक मापन के लिए उपयोगी सिद्ध हुई |

2. डार्विन का जीवविज्ञान और वैयक्तिक भिन्नताएँ (Darwinian Biology and Individual Differences):

दूसरी धारा, जिसने मनोवैज्ञानिक मापन को योगदान दिया, वह डार्विन जीवविज्ञान है | 1859 में डार्विन (Darwin) की पुस्तक 'Origin of Species' का प्रकाशन हुआ | इस पुस्तक में डार्विन ने मुख्य रूप से जीवों में पाई जाने वाली भिन्नता का उल्लेख किया था, वैयक्तिक भिन्नता के नाम पे जाना जाता है | डार्विन के कार्य इंग्लॅण्ड में मानवीय, कार्य-कलापों पर सर फ्रांसिस गाल्टन द्वारा अध्ययन कर विकसित किया गया | एक ओर जहाँ जर्मन मनोवैज्ञानिक तथ्यों के सामान्यीकरण पर कार्य कर रहे थे वहाँ गाल्टन की मुख्य रूचि वैयक्तिक भिन्नताओं में थी | डार्विन के जन्मजात विशेषताओं के अध्ययन से प्रभावित होकर गाल्टन ने भौतिक और मनोवैज्ञानिक विशेषताओं से सम्बंधित प्रदत्तों का संकलन किया | इन वैयक्तिक भिन्नताओं के अध्ययन के लिए उत्तम सांख्यिकीय विधितों की आवश्यकता थी | अत: ब्रिटिश समूह ने कार्ल पियर्सन ने नेतृत्व में वैज्ञानिक भिन्नताओं सम्बंधी प्रदत्तों के विवरण और विश्लेषण के लिए उपयुक्त विधियों का विकास किया |

इस प्रकार ब्रिटिश समूह के मनोवैज्ञानिक मापन के क्षेत्र में दो मुख्य योगदान दिए है : प्रथम, वैयक्तिक भिन्नताओं के अध्ययन के रूप में द्वितीय, इन अध्ययनों को करने के लिए सांख्यिकीय विधियों के रूप में |

3.उपचारात्मक अध्ययन(Clinical Studies) :

इसी काल में एक तीसरी शाखा शक्तिशाली होती जा रही थी | इन धारा का सम्बंध उन व्यक्तियों से था जो सफलतापूर्वक सामान्य कार्यों को नही कर सकते थे | जड़ बुद्धि लोगों,

असमायोजित तथा विक्षिप्त लोगों के प्रति मानवीय दृष्टिकोण ने उनकी अवस्था सुधारने के लिए अध्ययन प्रारम्भ किए | यह उपचारात्मक विचारधारा फ्रांस में सबसे अधिक शक्तिशाली थी , और यही से इसने मापन को योगदान दिया | विचलित लोगों के बारे में जानने के लिए ये आवश्यक था कि उनके विचलन कि मात्रा का ज्ञान प्राप्त किया जा सके| इसी सन्दर्भ में, उन स्कूली छात्रों के लिए जो उस वातावरण में ठीक से समायोजित नहीं हो पा रहे थे तथा ठीक से अध्ययन नहीं कर पा रहे थे, बिने (Binet) और उनके साथियों ने बौद्धिक कार्यों को मापने की चेष्टा की जो कि बाद में बुद्धि मापन के रूप में सामने आया |

संयुक्त राज्य अमेरिका में विभिन्न विचारधाराओं का मिलाप

(Synthesis of Different Streams in U.S.A.)

बीसवीं शताब्दी के प्रारम्भ में इन सभी प्रभावों की विचारधारा को संयुक्त राज्य अमेरिका में अनुभव किया जाने लगा | जेम्स मैककिन कैटल (James Mckeen Cattell) जो कि वुंट (Wunt) के साथ जर्मन के कार्य करके आये थे तथा जिन्होंने वहाँ मात्रात्मक तथा प्रयोगात्मक मनोविज्ञान में अच्छा ज्ञान प्राप्त किया था, ने गाल्टन के अध्ययनों का भी अध्ययन किया और वैयक्तिक भिन्नताओं तथा सांख्यिकीय विधियों में अधिक रूचि लेने लगे | जब 1888 में वे अमेरिका वापस आये तो आपने वैयक्तिक भिन्नताओं के सम्बंध में अनुसंधान कार्य प्रारम्भ किया |

ई.एल.थार्नडाइक (E.L. Thorndike), जो कि कैटल का शिष्य था, मानक शैक्षिक परिक्षण के सन्दर्भ में एक शक्तिशाली व्यक्ति था, उसके अपने कार्य ने तथा उसके विद्यार्थियों के बड़े समूह ने शीघ्र ही शिक्षा में वस्तुगत मापन (Objective Measurement)को चर्चा का विषय बना दिया |

बिने (Binet) के कार्य को भी इस देश में शीघ्रता से अपना लिया गया | उनके परीक्षण का अनुवाद किया गया तथा अनेक रूपों में प्रस्तुत किया गया | इनमे से सबसे महत्वपूर्ण 1916 में लेविस टर्मन (Lewis Terman)द्वारा प्रस्तुत स्टेनफोर्ड बिने (Stanford Binet) परीक्षण है | परीक्षण आन्दोलन कदाचित अमेरिकन जनता को सबसे अधिक पसंद आया, और उन लोगों ने उसे इतने उत्साह से स्वीकार किया जिसकी तुलना किसी और स्थान से नहीं की जा सकती |

1.6.1 बीसवीं शताब्दी में मापन (Measurement in the Twentieth Century)

जहाँ तक मनोवैज्ञानिक और शैक्षिक मापन में इतिहास का प्रश्न है, उन्नीसवीं शताब्दी के प्रथम 60 वर्षों को चार बराबर भागों में विभाजित किया जा सकता है :

i. 1900 से 1915 तक,
ii. 1915 से 1930 तक,
iii. 1930 से 1945 तक, तथा
iv. 1945 से 1960 तक

1900 – 1915 :यह काल मापन के क्षेत्र में प्रेरक का काल कहा जा सकता है | यह काल खोज और विधियों के प्रारंभिक विकास का काल है | इसी काल में बिने (Binet) बुद्धि मापनी का निर्माण और उसका अमेरिकन परिवर्तन हुआ | विभिन्न विषयों में मानक उपलब्धि परीक्षणों का उदय भी इसी समय हुआ, उदाहरणार्थ, स्टोन के अंकगणित परीक्षण, बमिंघम का अक्षर-विन्यास परीक्षण, तथा ट्रेब्युज का भाषा परीक्षण आदि | इसी काल में थार्नडाइक (Thorndike) ने अपनी प्रथम हस्तलेखन मापनी का निर्माण किया | ओटिस आदि लोगों ने इसी काल में समूह बुद्धि परीक्षणों का कार्य प्रारम्भ किया है |

1915 – 1930 :अगले पन्द्रह वर्ष अर्थात 1915 – 1930 तक का काल परीक्षण के क्षेत्र में 'वरदान' का समय कहा जा सकता है | प्रेरको ने मार्गदर्शन कर दिया था और उनके अनुयायियों ने इस काल में परीक्षणों की भरमार कर दी | पाठशाला के समस्त क्षेत्रों के लिए मानक परीक्षणों का विकास हुआ | इस काल में 'Achievement Batteries'का उदय हुआ | प्रथम विश्वयुद्ध के आर्मी-एल्फा (Army-Alpha)परीक्षण से प्रारम्भ होकर , अनेक सामूहिक बुद्धि परीक्षणों का निर्माण इसी काल में हुआ | युद्ध काल के परिणाम से निर्मित , वुडवर्थ (Wood-worth)की व्यक्तिगत प्रदत्त सारणी से प्रारम्भ होकर, अनेक व्यक्तिगत परीक्षणों एवं सूचियों एवं प्रपत्रों का विकास इसी काल में हुआ |

1930 - 1945 :परीक्षणों का तीव्र गति से , जो विकास 1915 – 1930 में हुआ, उसी को इस काल में और अधिक बढ़ाया गया | इसी काल में परीक्षको की उत्सुकता न केवल निरिक्षण निर्माण तक ही सीमित रही वरन उस के प्रयोग पर भी बल दिया गया |

बुद्धि परीक्षणों और उपलब्धि परीक्षणों का बिना सोचे समझे विस्तृत रूप से इस काल में प्रयोग किया गया | व्यक्तियों के साथ बार - बार होने वाले अन्याय तथा त्रुटिपूर्ण निर्णयों के क्षेत्र में परीक्षणों के परिणामों को बिना किसी हिचक तथा आलोचना के स्वीकार किया जाता था | वस्तुगत मापन के प्रति अत्यधिक उत्साह होने के कारण , इस काल में बहुत से परीक्षण निर्माता अपने परीक्षणों को आलोचनात्मक दृष्टि से नही देखते थे तथा अपने

परिणामों की उपयुक्त व्याख्या भी नही करते थे | इस प्रकार अतार्किक उपयोगकर्ताओं द्वारा इस काल में मापने के नाम पर बहुत अधिक पाप किए गए |

इसका परिणाम यह हुआ कि पुनः वस्तुगत परीक्षणों और उनके उपयोगों की आलोचना लोगों में सुनाई पड़ने लगी | पर्यावरण और वंशानुक्रम का वाद-विवाद इस काल में बहुत अधिक तीखा बन गया | परीक्षणों से प्राप्त प्रदत्तों (Data) के आधार पर कक्षाओं में समूहबद्ध करके भी विधि की कड़ी आलोचना की गई | नियंत्रित उद्देश्य और सीमित क्षेत्र की दृष्टि से कुछ विशेष परीक्षणों की तीव्र आलोचना की गई | मनोवैज्ञानिक विशेषताओं के लिए अंको का प्रयोग एवं मात्रात्मक विधियों की भी जी भर कर आलोचना की गई | इन कटु आलोचको का परीक्षण सम्प्रदाय पर स्वस्थ प्रभाव पड़ा | जब लोग अपने परीक्षणों को तार्किक रूप से तौलकर तथा समस्या को विस्तृत रूप देकर इस क्षेत्र में कार्य करने लगे | इसी समय व्यक्तित्व को मापने की प्रक्षेपण विधियाँ सामने आई |

1945-1960 :इस काल की विशेषता, परीक्षण बेट्रिज तथा परीक्षण कार्यक्रमों का बहुतायत से प्रयोग किया गया है | द्वितीय विश्व युद्ध में सफलता प्राप्त करने के कारण, इस काल में विशेष योग्यता परीक्षणों तथा अभिवृत्ति परीक्षणों का काफी निर्माण हुआ | इस काल में इनके अतिरिक्त भी अनेक परीक्षणों का मानकीकरण हुआ | यह काल परीक्षणों के प्रशासन और प्रयोग की दृष्टि से परीक्षण के इतिहास में दूसरा स्वर्ण काल था | इसी काल में मरे के व्यक्तित्व-सिद्धांत के आधार पर एडवर्ड्स ने सबसे पहले व्यक्तित्व सूची का निर्माण हुआ | स्टेनफोर्ड-बिने परीक्षण का अंतिम संशोधन भी इसी काल में हुआ |

1961-1975 :इस काल में भी परीक्षणों का निर्माण सतत बना रहा | इस अवधि में नई-नई समस्याओं को लेकर तथा आधुनिक टेक्नोलॉजीकल विकास की दृष्टि में रखकर इस क्षेत्र में कार्य किया गया | इनमे से कुछ का उल्लेख यहाँ करना अप्रासंगिक नहीं होगा | व्यक्तित्व के सामूहिक चलचित्र परीक्षणों का विकास और चलन मुख्यतः इसी काल में प्रारम्भ हुआ | इसके अतिरिक्त यार्न का डेस्कटिरिटी परीक्षण, शेटर का बहुआयामी क्षमता परीक्षण, आर्यर द्वारा निष्पादन की बिंदु मापनी , सिहारा का रंग-गंधता परीक्षण, गोल्डस्टीन का अमूर्त चिन्तन का परीक्षण , वेश्लर की बुद्धि प्राथमिक मापनी, स्मृति मापनी, वेण्डर का गेस्टाल्ट टेस्ट, कैटिल की शिशु बुद्धि मापनी, संस्कृति मापनी I (4 से 8 वर्ष तक के बालकों के लिए) तथा II (8 से 15 वर्ष तक के लोगों के लिए) और इसी मापनी का III प्रारूप 15 वर्ष से अधिक आयु के लोगों के लिए तथाM.A.T., ASQ; NSQ; SPQ; एवं Contact Personality प्रश्नावली आदि इसी काल में विकसित किए गए |

1975 में बिने, शीसोर एवं बेसमैन ने D.A.T. के V तथा W एवं S तथा T का संशोधित रूप प्रदान किया | इसी वर्ष कार्लसन , मेडन तथा गार्डनर ने Adult Basic Learning Examination तथा टामस हेगन ने Survey of School Aptitude की रचना की |

1976 – 1989 : इसी काल के प्रारम्भ में लेडील ब्राउन ने 'क्राईटेरियन टेस्ट ऑफ बेसिक स्किल्स' तथा मेक्गुटरवन ने 'अर्ली स्कूल इन्वेंटरी' का विकास किया | 1978 Adaptive Behavior Inventory (ABI), Stanford Diagnostic Reading Test (SDRT) System of Multi cultured Pluralistic Assessment (SOMPA), तथा Personal Profile Inventory (GPPI) का विकास हुआ |

1979 में मुख्यत: जेस्टक तथा जेस्टक के Wide Range Interest Opinion Test, एवं Meaning and Measures of Mental Test (MMMT) बार्लो, फार, होगन तथा प्रीसकोट के Metropolitan Achievement Test (MAT) ; Gallaspy and Shahett के Diagnostic Analysis of Reading Difficulty आदि परीक्षणों का प्रकाशन हुआ |

1980 मे 1 से 12 वर्ष तक के बालकों के लिए Teaching the Skills of Composition तथा The Skills of Composition की रचना लिण्डहिम तथा लेरीरी रूगलेस द्वारा की गई | 1981 मे गोर्डन ने Gorden Occupational Check Test का संशोधन 8 से 12 वर्ष तक के बालकों के लिए किया गया | 1982 में Otis and Lenon ने ओटिस लेनन स्कूल एबिलिटी टेस्ट (OLSAT) की रचना की | 1983 Stanford Early School Achievement Test का प्रकाशन हुआ |

मनोभौतिकी परम्परा (The Psychophysical Tradition)

मनोभौतिकी की आधारशीला गाल्टन महोदय द्वारा मनोवैज्ञानिक परीक्षण के प्रकट होने से काफी पहले से ही रखी जा चुकी थी | संवेदनात्मक अनुभवों में भिन्नताओं का ज्ञान शताब्दियों से सामान्य ज्ञान बना हुआ था संवेदना की निम्न सीमा (Lower Threshold) का प्रत्यय [(Harbart) (1776-1841)] ने फेकनर (Fechner)के मनोभौतिकी विज्ञान के उद्घोष के बहुत पहले ही दे दिया था | वेबर [(Weber) (1795-1878)] ने भी फेकनर से पूर्व ही 'Just Noticeable Differences' (JND) का प्रत्यय और अपने नियम , JND **उत्तेजना के अनुपात में होता है**, दे दिया था |

फेकनर ने , वेबर के नियम में ही अपने विख्यात मनोभौतिकी-सम्बंधो का आधार पाया था| उनके अनुसार , "The strength of the sensory process is proportional to the logarithm of the stimulus." इस प्रकार लोगरथिरिमिक नियम के मस्तिष्क में

आने पर फेकनर से वस्तुत: महत्वपूर्ण अनुसंधान कार्य प्रारम्भ किया | आपने मनोभौतिकी को इस प्रकार परिभाषित किया "यह वह सही विज्ञान है जो कि शरीर और मस्तिष्क की निर्भरता के कार्यकारी सम्बन्धों को वर्णन करता है |" यह प्रत्यय इतना विस्तृत था की इनमे ना केवल संवेदनात्मक गहनता का मापन सम्मिलित किया जा सकता है वरन प्रत्यक्षीकरण , भावना, क्रिया और अवधान का मात्रात्मक मापन भी सम्भव है | वस्तुत: इनमे किसी भी प्रत्यय को सम्मिलित किया जा सकता है, जिसे उत्तेजना में सह-सम्बंधित किया जा सके | फेकनर ने अपने को मुख्य रूप से संवेदना के अध्ययन तक ही सीमित रखा था हालांकि उसने सौंदर्य और प्रत्यक्षीकरण के क्षेत्र में भी काम किया |

मनोभौतिकी के इस "सही" विज्ञान के मापने के लिए फेकनर को प्रचलित विधियों का प्रयोग करना पड़ा या नवीन विधियों की खोज करनी पड़ी | फेकनर के मुख्य आलोचको में डेलबोफ (Delboeuf), वुंट (Wundt) और जी.ई. मुलर (G. E. Muller) आदि थे जिन्होने स्वयं भी सिद्धांत और विधियों के रूप में काफी योगदान दिया है | मनोभौतिकी के क्षेत्र में नवीनतम योगदान अरबन (Urban), कूलर (Cullar), और थर्सटन (Thurston) आदि का है | थर्सटन (Thurston) के तुलनात्मक निर्णय के नियम (Law of Comparative Judgement) ने मनोभौतिकी के क्षेत्र को काफी विस्तृत किया तथा उसकी समस्याओं को समझने में काफी सहायता प्रदान की |

1.7 परिणात्मक एवं गुणात्मक मापन :

मनोविज्ञान एवं शिक्षा में भी मापन का अत्यंत महत्त्व है | इनका सम्बंध भौतिक मापन से न होकर मानसिक मापन से है | यह एक अत्यंत कठिन तथा जटिल कार्य है , क्योकिं मनोविज्ञान मापन में 'व्यवहार का मापन' सन्निहित है | व्यवहार परिस्थिति एवं उद्दीपक के साथ बदलता रहता है , प्राय: उन्ही परिस्थितियों और उद्दीपको के होते हुए भी कालान्तर के कारण व्यवहार में परिवर्तन आ जाता है | अत: मानसिक मापन कभी निश्चित नहीं हो सकता | ज्ञानोपार्जन, बुद्धि, व्यक्तित्व – ये सभी तथ्य जिनका मनोविज्ञान में मापन होता है, जटिल है | यही कारण है की इस शताब्दी के प्रारम्भ तक इन क्षेत्रों में मापन-विज्ञान अधिक विकसित नहीं था | भौतिक एवं मनोविज्ञान मापन के मुख्य अंतर यह है कि भौतिक मापन मुख्यत: 'परिमाणात्मक' (Quantitative) होता है, जबकि मनोविज्ञान मापन मुख्यत: 'गुणात्मक' (Qualitative) | परिमाणात्मक से अर्थ है – 'ऐसी कोई वस्तु जिसकी भौतिक जगत में सत्ता हो, जिसमे आकार, विषय-वस्तु , परिणाम आदि गुण हो , जिसे देखा जा सके और जिसकी उपस्थिति या अनुपस्थिति को अनुभूत किया जा सके |' इन अर्थों में भौतिक मापन परिमाणात्मक हुआ ; जैसे- दूरी, लम्बाई, क्षेत्रफल, भार, आयतन आदि का मापन | इन मापनो के लिए कुछ

इकाईयों की आवश्यकता पड़ती है ; जैसे 12 इंच =1 फुट या 3 फुट=1 गज | परिमाणात्मक मापन में निम्न गुण है –

1) इन सभी इकाईयों का सम्बंध एक शून्य बिंदु से होता है | इकाई अर्थ होता है – शून्य बिंदु से ऊपर एक निश्चित मूल्य | छ: फीट का अर्थ है '0' से ऊपर छ: फीट |
2) परिमाणात्मक मापन में किसी यंत्र पर समान इकाईयाँ समान परिमाण की होती है ; जैसे – एक फुट के सभी इंच बराबर दूरी के होते हैं , एक मील में सभी गज समान दूरी के होते हैं, आदि |
3) परिमाणात्मक मापन अपने आप में सम्पूर्ण होता है | हम चाहें तो किसी कपड़े के टुकड़े की सारी लम्बाई का मापन कर सकते हैं | इसी प्रकार हम किसी कमरे में सम्पूर्ण आयतन या किसी दुकान में बोरियों में भरी सम्पूर्ण चीनी की मात्रा का मापन कर सकते हैं |
4) किसी वस्तु का मापन स्थिर या निरपेक्ष रहता है, जैसे मांसपेशियों के सिकुड़ने की गति | इन सभी विशेषताओं से ज्ञात होता है कि परिमाणात्मक भौतिक मापन वस्तुनिष्ठ होता है | यह आत्मनिष्ठ मूल्यांकन से प्रभावित नहीं होता |

परिमाणात्मक मापन के विपरीत, मनोवैज्ञानिक गुणात्मक मापन आत्मनिष्ठ (Subjective) एवं अनिश्चित होता है , जैसे – किसी अध्यापक के कार्य का निर्णय | किसी खिलौने के गुण के सम्बंध में निर्णय करते समय हमें किसी 'प्रतिमान' (Standard) को आधार बनाना पड़ता है और उस प्रतिमान की तुलना में खिलौने को निर्नित्क्ना पड़ता है | इस प्रकार के प्रतिमान की सत्ता मूल्यांकन करने वाले के मन में ही रहती है | आवश्यक नहीं है की यह प्रतिमान उचित ही हो | इसी प्रकार अध्यापक कि विशेषता का मापन या निर्णय करते समय प्रधानाध्यापक या पर्यवेक्षक उसका सारा कार्य नहीं देखता , पर केवल उसका एक 'न्यादर्श' (Sample) ले लेता है | वह उसके बारे में इस प्रकार से निर्णय ले सकता है – श्रेष्ठ , मध्यम, या निम्न – यह कैसे जाना जा सकता है ? इसी प्रकार एक अध्यापक किसी छात्र द्वारा लिखे 'अंग्रेजी कम्पोजीशन' या मूल्यांकन उसकी भाषा, व्याकरण, विषय-वस्तु के आधार पर कर सकता है और तदनुसार उसे अंक दे सकता है | पर विद्यार्थी से किस प्रकार की भाषा, विषय-वस्तु की आशा रखनी चाहिये – इसका कोई निश्चित आदर्श नही है | यह तो केवल अध्यापक के मन में स्थित प्रतिमान पर निर्भर है |इस प्रकार के गुणात्मक मापन की निम्न विशेषताएँ है :

1) इसमें कोई शून्य बिंदु नहीं होता | यदि किसी बुद्धि परीक्षण में किसी बालक की बुद्धि-लब्धि 'शून्य' आ भी जाए तो इसका मतलब यह कदापि नही है कि उस बालक में बुद्धि-लब्धि शून्य है | इसी प्रकार इकाइयों का सम्बंध निरपेक्ष (Absolute) न होकर सापेक्ष (Relative) है | यदि एक बालक की बुद्धि-लब्धि

120 है और दूसरे की 60, तो इसका यह अर्थ नही है की पहले में दूसरे से दुगनी बुद्धि है |

2) मानसिक या गुणात्मक मापन की इकाइयाँ आपस में समान नही है 13 और $13^1/_2$ मानसिक आयु वाले बालकों की मानसिक आयु का अंतर उतना ही नहीं है , जितना 6 और $6^1/_2$ वर्ष की आयु वाले बालकों का | यद्यपि निरपेक्ष अंतर $^1/_2$ वर्ष का है , पर वास्तव में 6 तथा $6^1/_2$ में 13 तथा $13^1/_2$ की अपेक्षा अधिक अंतर है |
3) भौतिक मापन जैसे 80 पोंड या 15 इंच निश्चित परिमाण की ओर संकेत करते हैं | पर मनोवैज्ञानिक मापन ऐसा नहीं है | यदि एक परीक्षार्थी गणित के प्रश्नों में 10 में से 8 ठीक करे तथा लेखन में 200 शब्दों में 50 भूले करे तो हम यह नहीं कह सकते कि वह गणित में होशियार है ओर लेखन में कमजोर | हमें यह देखना पड़ेगा कि गणित के प्रश्न कठिन थे या सरल ; या इसी प्रकार लेखन में बोले गए शब्द कैसे थे | इसके अतिरिक्त अन्य विद्यार्थियों ने कितने प्रश्न हल किए और कितनी भूलें की | अत: गुणात्मक मापन का तुलनात्मक महत्त्व है |
4) गुणात्मक मापन में तुलना का आधार प्राय: 'मानक' (Norms) होते हैं जो सामान्य वितरण में औसत 'निष्पादन' (Performance) के आधार पर बनाये जाते हैं |

ऊपर के विवेचन के आधार पर परिमाणात्मक तथा गुणात्मक मापन में निम्न अंतर है :

परिमाणात्मक मापन	गुणात्मक मापन
1. शून्य बिंदु	1. कोई भी शून्य बिंदु नही है , वरन् एक प्रतिमान या मानक |
2. निश्चित तथा निरपेक्ष मूल्य की इकाइयाँ |	2. अनिश्चित तथा केवल सापेक्ष मूल्य की इकाइयाँ
3. वस्तु की सम्पूर्ण मात्रा या परिमाण का माप सम्भव |	3. वस्तु के किसी आंशिक गुण का ही मापन सम्भव |
4. वस्तुनिष्ठ |	4. प्राय: आत्मनिष्ठ, यद्यपि वस्तुनिष्ठ बनाने के ओर वैज्ञानिको के प्रयास |

1.8 मनोवैज्ञानिक मापन में सांख्यिकी का महत्त्व एवं उपयोगिता (Importance and Utility of Statistics in Psychological Measurement)

मनोविज्ञान का मूल आधार ही सांख्यिकी है | सांख्यिकी द्वारा ही किसी भी क्षेत्र विशेष के प्रदत्त आँकड़ों का अध्ययन करके एवं भूतकालीन तथ्यों का वर्तमान तथ्यों से तुलनात्मक अध्ययन करके भविष्य में होने वाले परिवर्तनों का पूर्वानुमान लगाया जा सकता है | शिक्षाविद यदि बालक एवं

मानव के व्यवहार के अध्ययन में अपनी रूचि बनाये रखना चाहते है तो उन्हें सांख्यिकी विधियों (Statistical Method) का ज्ञान होना अति आवश्यक है |

i. मनोवैज्ञानिक परीक्षणों (Psychological Test) का प्रयोगकरके एवं इनका विश्लेक्षण करने के लिए सांख्यिकी का उपयोग करके शिक्षार्थियों से सम्बंधित अनेक बातों का पता लगाया जा सकता है | किन शिक्षार्थियों में पिछड़ापन (Backwardness) क्यों पाया जाता है ? शिक्षार्थियों में अनुशासनहीनता किन कारणों से होती है ? इत्यादि | इन कारणों का सही समय पर पता लगाने से इनका निवारण उचित तरीके से किया जा सकता है | कक्षा का विभाजन शिक्षार्थियों की प्रतिभानुसार भी किया जा सकता है | शिक्षार्थियों में उत्पन्न निराशा को सही एवं उचित दिशा में मोड़ा जा सकता है |

ii. सांख्यिकी निष्कर्ष निकालने में सहायक होती है | इसके द्वारा निष्कर्षों की वैद्यता (Validity) , विश्वसनीयता (Reliability), प्रमापिकरण (Standardization), एवं सरलता (Simplicity) का निर्धारण निश्चित नियमों के आधार पर होता है | सांख्यिकी द्वारा परिणामों को सार्थक (Meaningful) एवं सरल रूप (Convenient Form) में प्रस्तुत (Present) करने में सहायता मिलती है | आँकड़ों का समूह अपने-आप में निरर्थक एवं उलझाने वाला होता है | इन आँकड़ों से अर्थ प्राप्त करने के लिए इन्हें सांख्यिकीय विधियों द्वारा व्यवस्थित किया जाता है | सांख्यिकी द्वारा तथ्यों का एक सीमा तक सामान्यीकरण किया जा सकता है |

iii. सांख्यिकी अनुसंधानकर्ताओं के चिन्तन एवं विधियों को सही एवं स्पष्ट रखने में सहायक होती है | एकत्रीकरण (Collection) एवं निर्वचन (Interpretation) के समय जो अशुद्धियाँ आँकड़ों में आ गई हो तो उन्हें विश्लेक्षण (Analysis) करके शुद्ध किया जा सकता है | सांख्यिकी द्वारा तथ्यों का विश्लेक्षण करने के साथ साथ ही उन तथ्यों का विभेदकारी मान (Discriminating Value) और सरलता एवं कठिनाई मान (Facility and Difficulty Value) निकालने में सहायता मिलती है |

iv. सांख्यिकी से हमें पूर्वानुमान (Forecasting) लगाने में सहायता मिलती है | पूर्वानुमान कई घटको (Factors) पर आधारित होता है | यदि इन घटको पर ठीक प्रकार से ध्यान दिया जाए तो पूर्वानुमान में त्रुटि स्वीकार्य है | सांख्यिकी ये बताने में सक्षम है कि एक तथ्य या अवस्था किन्ही दिए गए घटको के कारण कितना घट अथवा बढ़ सकता है (चूंकि यह तथ्य संख्यात्मक ही होगा) |सांख्यिकी द्वारा यह भी बताया जा सकता है कि एक पूर्वानुमान या पूर्वकथन पर कितना विश्वास करना उचित हो सकता है | सांख्यिकी के अंतर्गत पूर्वानुमान करने के लिए विभिन्न विधियों का वर्णन किया गया है

v. सांख्यिकी द्वारा एकत्रित तथ्यों का तुलनात्मक अध्ययन (Comparative Study) करने में सहायता मिलती है | तथ्यों की तुलना का कार्य कुछ निश्चित उद्देश्यों से किया जाता

है | सांख्यिकी के अंतर्गत विभिन्न प्रकार के औसत, दर तथा गुण को को ज्ञात किया जाता है इस प्रकार प्राप्त परिणामों से दो या दो से अधिक तथ्यों की तुलना की जाती है |

vi. सांख्यिकी द्वारा दो या दो से अधिक तथ्यों में सम्बंध स्थापित किया जा सकता है | इससे ये ज्ञात किया जा सकता है कि उन तथ्यों में परस्पर कोई सम्बंध है अथवा नहीं , यदि सम्बंध है तो धनात्मक है अथवा ऋणात्मक | यह कार्य सहसम्बंध का गुणांक (Coefficient of Correlation) निकालकर किया जा सकता है | तथ्यों का इस प्रकार अध्ययन करने से बहुत सी महत्वपूर्ण बातों का पता लगाया जा सकता है | उदाहरण के लिए, यदि किसी वस्तु कि मांग (Demand) एवं पूर्ति (Supply) में सम्बंध स्थापित किया जाए तो अनेक महत्वपूर्ण परिणाम ज्ञात किये जा सकते हैं | सांख्यिकी द्वारा अनेक विषयों में सहसम्बंध स्थापित किया जाता है तथा यह ज्ञात किया जाता है कि इन विषयों में परस्पर कितनी समानताएँ एवं असमानताएँ | उदाहरणत: सांख्यिकी एवं गणित, सांख्यिकी एवं अर्थशास्त्र सांख्यिकी एवं अन्य सामाजिक विज्ञान, सांख्यिकी एवं भौतिक विज्ञान आदि में सम्बंध स्थापित किया जा सकता है |

1.9 सारांश

सांख्यिकी वह विज्ञान है जो किसी भी क्षेत्र से सम्बंधित अनुसंधान पर प्रकाश डालने के लिए संकलित संख्यात्मक तथ्यों के एकत्रीकरण, वर्गीकरण, प्रस्तुतीकरण, तुलना एवं निर्वचन करने की विधियों से सम्बंध रखता है |

सांख्यिकी एक विज्ञान औ एक कला भी है, इसमें प्रदत्तों से सम्बंधित विधियों का प्रयोग होता है | इसके अंतर्गत प्रदत्तों का वर्गीकरण एवं सारणीयन भी सम्मिलित है प्रदत्तों का चित्रों एवं रेखाचित्रों द्वारा प्रस्तुतीकरण इसे वर्णात्मक स्वरुप प्रदान करता है |

मनोवैज्ञानिक मापन किन्ही निश्चित स्वीकृत नियमों के अनुसार वस्तुओं को अंक प्रदान की प्रक्रिया है|

1.10 शब्दावली

सांख्यिकी :मानव के व्यक्तित्व को समझने के लिए अनेक आतंरिक एवं बाह्य तत्वों को समझने की आवश्यकता है जिसके लिए अनेक मनोवैज्ञानिक प्रणालियाँ विकसित हुई है जिनसे प्राप्त प्रदतो का विश्लेषण , संश्लेक्षण, निरूपण एवं व्याख्या जिसके अंतर्गत की जाती है उसे सांख्यिकीकहते हैं |

प्रदत्त : जिन संख्यात्मक सांख्यिकी तथ्यों में कुछ विशेष प्रकार के गुण हो उन्हें 'प्रदत्त' कहते हैं

1.11 स्वमूल्यांकन हेतु प्रश्न

1. सांख्यिकी किस शब्द से बना है ?
2. प्रदत्त किसे कहते हैं ?
3. सांख्यिकी का क्या अर्थ है ?
4. सांख्यिकी की प्रमुख विशेषताओं का वर्णन कीजिए |
5. मनोवैज्ञानिक मापन का क्या अर्थ है ?
6. मनोवैज्ञानिक मापन में सांख्यिकी का क्या महत्त्व है ?

1.12 सन्दर्भ ग्रन्थ सूची

- अस्थाना, विपिन (श्रीवास्तव, विजया तथा अस्थाना, निधि) 2009, शैक्षिक अनुसंधान एवं सांख्यिकी, अग्रवाल पब्लिकेशन्स, आगरा- 2
- सिंह लाल, प्रसाद द्वारिका भार्गव महेश (2000) सांख्यिकी के मूल आधार , एच.पी. भार्गव बुक हाउस, आगरा
- गैरेट हेनरी ई (1989) शिक्षा एवं मनोविज्ञान में सांख्यिकी कल्याणी पब्लिशर्स लुधियाना (पंजाब)

इकाई - 2

विवरणात्मक सांख्यिकी तथा उसके उपयोग
Descriptive Statistics and Its uses

इकाई की रूपरेखा

2.1 प्रस्तावना
2.2 उद्देश्य
2.3 सांख्यिकी के रूप
2.4 वर्णनात्मक सांख्यिकी का अर्थ
2.5 केन्द्रीय प्रवृति के माप
  2.5.1 माध्य (Mean)
  2.5.2 माध्यिका (Median)
  2.5.3 बहुलक (Mode)
2.6 विचलनो के माप (Measures of Deviation)
2.7 सारांश
2.8 शब्दावली
2.9 स्वमूल्यांकन हेतु प्रश्न
2.10 सन्दर्भ ग्रन्थ सूची

2.1 प्रस्तावना

इस इकाई के अध्ययन से पूर्व आपने समझ लिया होगा कि सांख्यिकी क्या है , मनोविज्ञान में सांख्यिकी का क्या उपयोग है और मानव व्यवहार से प्राप्त अवलोकनी को किस प्रकार मात्रात्मक रूप में बदला जाता है इसी दौरान हमें प्राप्त आँकड़ों की प्रकृति के बारे में पता चलता है , उनकी विशेषताओं के बारे में पता चलता है जिससे हम यह तय करते हैं कि इन आँकड़ों को लेकर कैसे कार्य किया जा सकता है अत: प्रस्तुत अध्याय कार्य के आधार पर सांख्यिकी के एक प्रमुख प्रकार पर प्रकाश डालता है |

2.2 उद्देश्य

इस इकाई के अध्ययन के पश्चात आप :

- सांख्यिकी के विभिन्न रूपों की जानकारी प्राप्त कर सकेंगे |
- वर्णनात्मक सांख्यिकी का अर्थ जान सकेंगे |
- केन्द्रीय प्रवृति के माप का अर्थ समझ सकेंगे |
- केन्द्रीय प्रवृति के विभिन्न मापों की विशेषताओं को समझ सकेंगे |
- केन्द्रीय प्रवृति के विभिन्न मापों के संख्यात्मक प्रश्नों की समझ विकसित हो सकेगी |
- विचलनो के मापों का अर्थ जान पाएँगे |

- विचलनो के विभिन्न प्रकारों का अर्थ एवं उपयोग समझ सकेंगे |
- विचलनो के विभिन्न प्रकारों के मापों के संख्यात्मक प्रश्नों को हल कर सकेंगे |

2.3 सांख्यिकी के रूप

सांख्यिकी को उनकी आधारभूत मान्यताओं और कार्य के आधार पर निम्नलिखित प्रकार से वर्गीकृत किया जा सकता है |

1. प्रक्रिया की आधारभूत मान्यताओं के आधार पर
   i. प्राचल सांख्यिकी (Parametric Statistics)
   ii. अप्राचल सांख्यिकी (Non-Parametric Statistics)
2. कार्य के अनुसार
   i. वर्णात्मक सांख्यिकी (Descriptive Statistics)
   ii. निष्कर्षात्मक सांख्यिकी (Inferential Statistics)

प्रस्तुत अध्याय में इनमें से वर्णात्मक सांख्यिकी पर प्रकाश डाला गया है |

2.4 वर्णात्मक सांख्यिकी का अर्थ

वह सांख्यिकी जिसमें किसी समूह , वर्ग, प्रतिदर्श अथवा जनसंख्या की विशेषताओं का वर्णन किया जाता है विवरणात्मक या वर्णात्मक सांख्यिकी कहलाती है |

किसी समूह अथवा वर्ग का अंकात्मक वर्णन करने हेतु प्राप्त आँकड़ों को व्यक्तिगत रूप से सारणीबद्ध किया जाता है | यह देखा जाता है , प्राप्त आंकडें किसके इर्द-गिर्द विचरण कर रहे हैं, कौनसा ज्यादा प्रचलित स्वरुप दिखा रहा है , किसका फैलाव मध्यांक से कम है या ज्यादा है ,समूह की मध्य स्थिति क्या है , यदि इस आँकड़ों का आलेखीय चित्रण किया जाए तो यह किस प्रकार समूह की स्थिति को दर्शाते है क्या इनके मध्य कोई तुलना की जा सकती है , इस प्रकार हम कह सकते हैं कि विवरणात्मक सांख्यिकी की मुख्य रूप से तीन प्रमुख वर्गों में चर्चा की जा सकती है |

1. केंद्रीय प्रवृति के माप (Measures of Central Tendency)
2. विचलनो के माप (Measures of deviation)
3. आँकड़ों का आलेखीय निरूपण (Graphical Representation of Data)

2.5 केंद्रीय प्रवृति के माप

केंद्रीय प्रवृति का उपयोग समंको का विश्लेक्षण करने के लिए दिया जाता है | केंद्रीय प्रवृति को माध्य या औसत भी कहा जाता है | केंद्रीय प्रवृति के माप से अभिप्राय उस इकाई या संख्या की जानकारी लेना है जिसके चारों ओर तथ्य-समूह के अंक परिचलन करते हैं |

सिम्पसन एवं काफका के अनुसार:- "केंद्रीय प्रवृति का माप वह आंकिक मूल्य है जिसके चारों ओर समूह के अंक परिचलन करते हैं अथवा जो उनकी संख्या को आधा करता है |"

रॉस के अनुसार :- "केंद्रीय प्रवृति का मान वह मान है जो सारे वितरण का श्रेष्ठतम प्रतिनिधित्व करता है |"

केंद्रीय प्रवृतियाँ साधारणत: तीन प्रकार की होती है :

i. मध्यक का मध्यमान या औसतांक (Mean or Arithmetic Mean)

ii. मध्यांक या माध्यिका (Median)

iii. बहुलांक या भूयिस्ठक (Mode)

2.5.1 माध्य (Mean)

केंद्रीय प्रवृति के मापों में सर्वाधिक लोकप्रिय , विश्वसनीय एवं स्थिर माप मध्यक है | सामान्यतया माध्य शब्द का अर्थ मध्यक ही समझा जाता है | सिम्पसन एवं काफका के विचारानुसार "जब मदों के योग को मदों की संख्या से भाग दे दिया जाता है तो जो भाग फल प्राप्त होता है उसे मध्यक कहते हैं |"

उदाहरणार्थ, किसी परीक्षा में यदि तीन शिक्षार्थी है क्रमशः 50, 60 एवं 70 अंक प्राप्त किये है तो इनका मध्यक

$$\text{अर्थात , मध्यक} = \frac{50+60+70}{3} = \frac{180}{3} = 60$$

अर्थात, तीनों शिक्षार्थियों ने औसतन 60 अंक प्राप्त किए है |

मध्यक के गुण (Merits of Mean)–मध्यक में निम्नलिखित गुण होते हैं:

1. यह निश्चित एवं स्थिर होता है |
2. यह समझने एवं गणना (Calculate) करने में आसान होता है |
3. सभी मध्यों (Central Tendency) में से मध्यक ही न्यादर्श (Sampling) के बदलाव (Fluctuation) से कम से कम प्रभावित होता है | इसीलिए कहा जाता है कि मध्यक अटल (Stable) होता है |
4. मध्यक सभी इकाइयों पर आधारित होता है अर्थात मध्यक निकालते समय किसी भी मद को छोड़ा नहीं जाता है |
5. मध्यक द्वारा बीजगणितीय क्रियाओं को नियंत्रित किया जाता है | इसके आधार पर मदों कि संख्या या मान को भी ज्ञात किया जा सकता है |

मध्यक के दोष (Demerits of Mean)- मध्यक में निम्नलिखित दोष होते हैं:

1. मध्यक का चरम मूल्यों (Extreme Values) का सर्वाधिक प्रभाव पड़ता है यदि मूल्यों में बहुत अधिक असमानता होती है तो मध्यक वितरण () का अशुद्ध रूप प्रस्तुत करता है और किसी भी प्रकार से वितरण का प्रतिनिधि मूल्य नहीं रहता है |
2. यदि वितरण की केवल एक ही इकाई का मूल्य ज्ञात न हो तो तब भी मध्यक की गणना नहीं की जा सकती है |
3. प्राय: केन्द्रीय प्रवृति के अंतर्गत वितरण का एक ऐसा मध्यक मूल्य (अर्थात प्रतिनिधि मूल्य) निकलता है जो उस वितरण में उपस्थित नहीं होता है |
4. यदि वितरण का कोई भी चरम वर्ग (Extreme Class) खुला हो, जैसे 5 से कम एवं 95 से अधिक, तो मध्यक की गणना नही की जा सकती है |

मध्यक की गणना की विधियाँ

(Method of Computing Mean)

मध्यक निकालने की निम्नलिखित विधियाँ है :

(अ) अव्यवस्थित प्रदत्तों से मध्यक की गणना (Computation of Mean from Ungrouped Data)

i. प्रत्यक्ष विधि (Direct Method)

ii. लघु रीति (Short-cut Method)

(ब) व्यवस्थित प्रदत्तों से मध्यक की गणना (Computation of Mean from Grouped Data)

i. प्रत्यक्ष विधि (Direct Method)

ii. लघु रीति (Short-cut Method)

iii. पद-विचलन विधि (Step Deviation Method)

(अ) अव्यवस्थित प्रदत्तों से मध्यक की गणना (Computation of Mean from Ungrouped Data)

जब प्रदत्त अव्यवस्थित हो तो मध्यक की गणना दो विधियों से की जा सकती है | इन विधियों का उदाहरण सहित वर्णन किया जा रहा है |

i. **प्रत्यक्ष विधि (Direct Method)**–इस विधि के अंतर्गत सबसे पहले सभी अंको का योग किया जाता है | तत्पश्चात इस योग को इकाइयों की संख्या से भाग किया जाता है | इस प्रकार जो मान प्राप्त होता है उसे मध्यक कहते हैं | इस विधि द्वारा गणना करने के लिए निम्नलिखित सूत्र का प्रयोग किया जाता है :

$$\frac{X1 + X2 + X3 \ldots \ldots \ldots . + Xn}{N}$$

अथवा $\bar{X} = \frac{\Sigma x}{N}$

जबकि , X = मध्यक (Arithmetic Mean)

X या X_1 = चर (Variables)

Σ = योग (Summation of)

N = मदों कि संख्या (Number of Items)

उदाहरण 1 : पाँच शिक्षार्थियों ने क्रमशः53, 48, 60, 72, 67 अंक प्राप्त किए | मध्यक ज्ञात कीजिए |

हल : शिक्षार्थियों की संख्या (N) = 5

शिक्षार्थियों के अंको का योग (ΣX) = 53+48+60+72+67

= 300

मध्यक $\bar{X} = \frac{\Sigma X}{N} = \frac{300}{50} = 60$ अंक

ii. प्रत्यक्ष विधि (Direct Method)– इस विधि के अंतर्गत सबसे पहले प्रदत्त के मूल्य को उसकी आवृति से गुणा किया जाता है | तत्पश्चात इन सभी गुणन फलों का योग करके जो मान प्राप्त होता है उसे आवृति के कुल योग से भाग

कर देते हैं | इस प्रकार जो भागफल प्राप्त होता है वही मध्यक है | इस विधि द्वारा गणना के लिए निम्नलिखित सूत्र का प्रयोग किया जाता है :

$$\bar{X} = \frac{\Sigma fX}{N}$$

जबकि ,f = आवृत्ति(Frequency)

X= चर (Variables)

Σ = योग (Summation of)

N = मदों कि संख्या (अर्थात आवृति का योग)

उदाहरण 2 : गणित की परीक्षा में शिक्षार्थियों द्वारा प्राप्त अंको का लेखा-जोखा निम्नलिखित सारणी में दिया गया है | मध्यक ज्ञात कीजिए |

X प्राप्तांक	f आवृति	f X
1	5	5
2	9	18
3	12	36
4	17	68
5	14	70
6	10	60
7	6	42
	N = 73	ΣX = 299

आवृति की संख्या (N) = 73

$$\bar{X} = \frac{\Sigma fX}{N}$$

$$= \frac{299}{73} = 4.09$$

iii. **लघु रीति (Short-cut Method)** –जब प्रदत्तों का मान अधिक होता है तो उनका योग करना कठिन हो जाता है, इस प्रक्रिया में समय भी अधिक लगता है और त्रुटियों की सम्भावना भी अधिक होती है | ऐसी परिस्थिति में लघु रीति का उपयोग सबसे अधिक उपयुक्त है | इस विधि द्वारा गणना करते समय किसी मूल्य को कल्पित मध्यक (Assumed Mean) मान लेते हैं | तत्पश्चात इस मूल्य से सभी मदों अंतर निकाला जाता है | फिर इस अंतर का योग कर के उस

योग को मदों की संख्या से भाग किया जाता है | इस प्रकार जो भाग फल प्राप्त होता है उसे कल्पित मध्यक में समायोजित करने के पश्चात जो मूल्य आता है उसे मध्यक कहते हैं | इस विधि द्वारा गणना करने के लिए निम्नलिखित सूत्र का प्रयोग किया जाता है |

$$\bar{X} = a + \frac{\Sigma d}{N}$$

जबकि, $\bar{X}$ = मध्यक (Arithmetic Mean)

a = कल्पित मध्यक (Assumed Mean)

d = कल्पित मध्यकसे दूरी (Deviation from Assumed Mean)

उदाहरण 3 : वार्षिक परीक्षा में छ: शिक्षार्थियों ने क्रमश: अंक प्राप्त किए मध्यक की गणना कीजिए |

हल : माना कल्पित मध्यक (a) = 310

d = a-X

अर्थात d = 310 – X

कुल अंक X	d = 310 - X
292	18
320	-10
312	-2
295	15
310	0
325	-15
	Σ d = 6

मदों की संख्या (N) = 6

$$\bar{X} = a + \frac{\Sigma d}{N}$$

$$= 310 + \frac{6}{6} = 310+1$$

= 311 अंक

(ब) व्यवस्थित (या वर्गित) प्रदत्तों से मध्यक की गणना (Computation of Mean from Grouped Data)

जब प्रदत्त वर्गित हो , तब मध्यक की गणना निम्नलिखित विधियों से की जा सकती है | इन विधियों के उदाहरण संलग्न है |

(i) प्रत्यक्ष विधि (Direct Method) –इस विधि के अंतर्गत सर्वप्रथम वर्गान्तारों (Class Interval) का मध्य बिंदु (Mid-point) ज्ञात किया जाता है तत्पश्चात इस मध्य बिंदु को उसी वर्गांतर की आवृत्ति (Frequency) से गुणा किया जाता है | सभी इकाईयों के लिए इस प्रक्रिया को दोहराया जाता है , फिर इन गुणनफलों का योग करके उस योग को इकाइयों की संख्या से भाग किया जाता है | इस प्रकार भागफल प्राप्त होता है वही मध्यक कहलाता है | इस विधि द्वारा गणना करने के लिए निम्नलिखित सूत्र का प्रयोग करते हैं :

$$\bar{X} = \frac{\Sigma f x_1}{N}$$

जबकि, $\bar{X}$ = मध्यक(Arithmetic Mean)

Σ = योग (Summation of)

f = आवृत्ति (Frequency)

X_1=वर्गांतरका मध्य बिंदु (Mid-point of Class Interval)

N = कुल आवृत्ति (Total Frequency)

उदाहरण 4 : वार्षिक परीक्षा में कुछ परीक्षार्थीयों द्वारा प्राप्त किए गए अंको का ब्यौरा निम्नलिखित सारणी में दिया गया है | मध्यक की गणना कीजिए |

X वर्गांतर या प्राप्तांक	**F आवृत्ति**	**X_1 मध्य बिंदु**	**f X_1**
0 – 10	12	5	60
10 – 20	18	15	270
20 – 30	27	25	675
30 – 40	20	35	700
40 – 50	17	45	765
50 - 60	6	55	330
	N = 100		f X_1= 2800

$$\bar{X} = \frac{fX1}{N}$$

$$= \frac{2800}{100}$$

= 28 अंक

(ii) **लघुरीति (Short-cut Method)** –इस विधि द्वारा गणना करते समय प्रदत्त में से ही किसी दी गई इकाई को कल्पित मध्यक (Assumed Mean) मान लेते हैं | तत्पश्चात इस इकाई अर्थात कल्पित मध्यक से सभी इकाइयों का अंतर निकाला जाता है | इन अंतरों को क्रमशः उनकी आवृत्तियों से गुणा कर दिया जाता है फिर इन अंतरों का योग करके उस योग को इकाइयों की संख्या से भाग किया जाता है | इस प्रकार जो भागफल प्राप्त होता है उसे कल्पित मध्यक में समायोजित करने के पश्चात जो मूल्य आता है उसे मध्यक कहते हैं | इस विधि द्वारा गणना करने के लिए निम्नलिखित सूत्र का प्रयोग किया जाता है :

$$\bar{X} = a + \frac{\Sigma fd}{N}$$

जबकि , a = कल्पित मध्यक (Assumed Mean)

Σ = योग (Summation of)

f = आवृत्ति (Frequency)

d = कल्पितमध्यकसे विचलन (Deviation from Assumed Mean)

N = कुल आवृत्ति (Total Frequency)

उदाहरण 5 : कुछ व्यक्तियों की आयु सम्बंधी सारणी दी गई है | मध्यक ज्ञात कीजिए |

X आयु (वर्ष में)	**f व्यक्तियों की संख्या**	**d= X-a या d=X-25**	**fd**
5	15	-20	-300
10	12	-15	-180
15	8	-10	-80
20	16	-5	-80

25	20	0	0
30	23	5	115
35	21	10	210
40	18	15	270
45	12	20	240
50	5	25	125
	N = 150		Σfd = 320

उपर्युक्त सारणी में,

माना कल्पित मध्यक (a) = 25

d = **X-a**

अर्थात d = X- 25

अब, $\bar{X} = a + \frac{\Sigma fd}{N}$

$= 25 + \frac{320}{150}$

= 25 + 2.13

= 27.13 वर्ष

(iii) पद-विचलन विधि (Step-Deviation Method) –इस विधि के अंतर्गत सबसे पहले किसी भी इकाई अथवा संख्या को कल्पित मध्यक (Assumed Mean) मान लेते हैं | यदि कल्पित मध्यक आवृत्ति वितरण (Frequency Distribution) के किसी वर्गांतर (Class-interval) में ही माना जाए तो अधिक उपयुक्त होता है | वैसे कल्पित मध्यक किसी भी वर्गांतर में माना जा सकता है | माने गए वर्गांतर का मध्य-बिंदु (Mid-point) ही कल्पित मध्यक होता है | कल्पित मध्यक यदि मध्यवर्त्ती वर्गांतर में ही लिया जाए तो अधिक सुविधा रहती है |

कल्पित मध्यक के पश्चात विचलन (Deviation) लिया जाता है | किसी भी इकाई से मध्यक की दूरी को विचलन कहते हैं | क्योंकि इस विधि में कल्पित मध्यक किसी वर्गांतर का मध्य बिंदु होता है , अत: इस वर्गांतर से हम जितना दूर हटते जाते हैं , विचलन बढ़ता जाता है | यदि यह दूरी कल्पित मध्यक वाले वर्गांतर से कम मूल्य वाले वर्गान्तरों की ओर हो, तब विचलनों का मान ऋणात्मक (Negative) होता है | यदि कल्पित मध्यक वाले वर्गांतर से अधिक मूल्य वाले वर्गान्तरों की ओर बढ़ा जाए, तब विचलनों का मान धनात्मक (Positive) होता है |

यदि सभी विचलनों को वर्गांतर (अर्थात सामान्य मूल्य) से भाग कर दिया जाए तो इस प्रक्रिया को और भी सरल बनाया जा सकता है | यही पद-विचलन कहलाता है

अर्थात इस प्रक्रिया में विचलन के मान को वर्गांतर की लम्बाई से भाग किया जाता है | तत्पश्चात , इस प्रकार प्राप्त विचलन को आवृत्ति से गुणा कर देते हैं | फिर इन गुणाको का योग करके उसे कुल आवृत्तियों की संख्या से भाग किया जाता है | इस प्रकार जो भागफल प्राप्त होता है उसे वर्गांतर से गुणा करने पर सुधार मूल्य ज्ञात होता है | यदि यह मूल्य ऋणात्मक होता है , तब इसे कल्पित मध्यक से जोड़ दिया जाता है | इस प्रकार जो मूल्य आता है उसे मध्यक कहते हैं | इस विधि द्वारा गणना करने के लिए निम्नलिखित सूत्र का प्रयोग किया जाता है :

$$X = a + \frac{\Sigma fd}{N}$$

पद-विचलन (d') = $\frac{d}{i}$

यदि उपर्युक्त सूत्र में पद-विचलन का प्रयोग किया जाए तो सूत्र इस प्रकार बदल जाता है :

$$X = a + \left(\frac{\Sigma fd}{N}\right) x\ i$$

जबकि, a = कल्पित मध्यक (Assumed Mean)

Σ = योग (Summation of)

f = आवृत्ति (Frequency)

d = कल्पितमध्यकसे विचलन (Deviation from Assumed Mean)

d' = (Step-Deviation)

i = (Class-interval)

N = कुल आवृत्ति (Total Frequency)

2.5.2 मध्यांक (माध्यिका) (Median)

मध्यांक दिए गए प्रदत्त के मध्य-बिंदु (Mid-point) को प्रदर्शित करता है | मध्यांक वह मूल्य है जो प्रदत्त के दिए गए मूल्यों को दो बराबर भागों में विभाजित करता है | मध्यक (Mean) की गणना प्रदत्त के प्रत्येक मूल्य को आधार मान कर की जाती है किन्तु मध्यांक (Median) 'स्थिति के अनुसार' या 'स्थानीय' (Positional) माप है | किसी क्रमबद्ध प्रदत्त में मध्यांक बिंदु के ऊपर तथा नीचे अंको की संख्या बराबर होती है अर्थात मध्यांक के ऊपर भी 50% अंक होते हैं और मध्यांक से नीचे भी 50% अंक होते हैं | **प्रोफेसर होरेस सीक्रिस्ट** के विचारानुसार मध्यांक की निम्नलिखित परिभाषा है :

"मध्यांक किसी प्रदत्तमाला के उस मद-अनुमानित या वास्तविक- का मूल्य होता है जो कि क्रमबद्ध किए जाने पर , उस वितरण को दो बराबर भागों में विभक्त करता है |"

मध्यांक किसी आरोही (Ascending) तथा अवरोही (Descending) रूप में क्रम-बद्ध प्रदत्तमाला का वह 'स्थानीय' मूल्य होता है जिसके ऊपर तथा नीचे प्रदत्त के आधे-आधे अंक होते हैं |

शिक्षाविद **गैरेट** के मतानुसार , "जब अव्यवस्थित अंक या अन्य माप आकार अथवा मूल्यों के अनुसार क्रमबद्ध हो तो उसके मध्य का अंक मध्यांक होता है |"

मध्यांक निकालने के लिए सबसे पहले प्रदत्तमाला को क्रमबद्ध कर लिया जाता है और फिर बीच वाले मद का मूल्य ज्ञात किया जाता है , यही मध्यांक होता है |

शिक्षाशास्त्री गिलफर्ड के विचारानुसार, "मध्यांक किसी मापनी पर उस बिंदु के रूप में परिभाषित किया जा सकता है जिसके ऊपर ठीक आधे दृष्टांत और नीचे दूसरे आधे दृष्टांत होते हैं |"

दूसरे शब्दों में , प्रदत्तमाला में मध्यांक से बड़े जितने मद होंगे उतने ही छोटे मद भी होंगे |

मध्यांक के गुण (Merits of Median)- मध्यांक में निम्नलिखित गुण होते हैं :

1. यह निश्चित और स्थिर होता है |
2. यह समझने तथा गणना करने में आसान होता है और कई बार सिर्फ देखने भर से ही पता चल जाता है कि मध्यांक क्या है |
3. मध्यांक की गणना तथा प्रस्तुतीकरण रेखाचित्रों के द्वारा भी किया जा सकता है |
4. प्राय: मध्यांक का मूल्य प्रदत्तों के अंको में से ही आता है , अत: यह वास्तविक रूप से प्रदत्तों का प्रतिनिधित्व करता है |
5. मध्यांक को 'स्थिति के अनुसार' या 'स्थानीय' माध्य (Positional Average) भी कहते हैं |
6. यह चरम मूल्यों (Extreme Value) द्वारा बिल्कुल भी प्रभावित नहीं होता है |
7. मध्यांक की गणना उन वितरणों (Distributions) के लिए भी की जा सकती है जिनके वर्ग खुले हो (Open-end Classes) |

मध्यांक के दोष (Demerits of Median) - मध्यांक में निम्नलिखित दोष होते हैं :

1. यदि इकाइयों की संख्या (Number of Observations) एक सम संख्या (Even Number) हो तो मध्यांक का मूल्य तथा तथ्य (Exact) नहीं आता है | ऐसे समय बीच के दो मदों का मध्यक (Mean) ही मध्यांक (Median) होता है |
2. मध्यांक सभी इकाइयों पर आधारित नहीं होता है | उदाहरणार्थ 5, 10, 25, 35 और 40 का मध्यांक 25 है | 5 और 10 मूल्य को हम किसी भी उस संख्या में बदल सकते हैं जो 25 से छोटी हो, इसी प्रकार 35 और 40 को हम किसी भी उस संख्या में बदल सकते हैं जो 25 से बड़ी हो , और ऐसा करने पर ही , मध्यांक 25 ही रहेगा | इसीलिए कहा जाता है कि मध्यांक असंवेदनशील (Insensitive) होता है |

3. मध्यक (Mean) की तुलना में मध्यांक (Median) न्यादर्श के बदलाव (Fluctuation of Sampling) से अधिक प्रभावित होता है |
4. बीजगणितीय क्रियाओं द्वारा मध्यांक को नियंत्रित नहीं किया जा सकता है |

मध्यांक की गणना की विधियाँ
(Methods of Computing Median)

मध्यांक निकालने की निम्नलिखित विधियाँ है :

(अ)**अव्यवस्थित प्रदत्तों से मध्यांक की गणना (Computation of Median from Ungrouped Data)** -मध्यांक की गणना करने से पहले दिए गए अंको को आरोही अथवा अवरोही क्रम में व्यवस्थिति किया जाता है तत्पश्चात इकाइयों की संख्या (Number of Observations) में 1 जोड़ कर जो योग प्राप्त होता है उसे 2 से भाग दे देते हैं | भागफल के रूप में जो संख्या प्राप्त होती है वही मध्यांक का स्थान (Position) होता है | उस स्थान का मूल्य ही मध्यांक होती है | अव्यवस्थित प्रदत्तों को निम्नलिखित दो भागों में विभाजित किया जा सकता है :

(i) **व्यक्तिगत प्रदत्तमाला (Individual Data-series)**–इस प्रकार की प्रदत्तमाला में सबसे पहले प्रदत्तों को आरोही क्रम (Ascending order) में व्यवस्थिति कर लिया जाता है | तत्पश्चात मध्यांक की गणना करने से पहले मध्य मद (Middle Item) का स्थान (Position) ज्ञात कर लेते हैं | इस मध्य मद का मूल्य ही होता है | इस प्रकार की प्रदत्तमाला में गणना करने के लिए निम्नलिखित सूत्र का प्रयोग किया जाता है :

$$Mdn = \left(\frac{N+1}{2}\right)\text{वे मद का मान}$$

$$\text{अर्थात, } Mdn = \text{Value of } \left(\frac{N+1}{2}\right)^{th} \text{ Item}$$

जबकि, Mdn = मध्यांक (Median)

N = मदों की संख्या (Number of Items)

उदाहरण 1 : कुछ मजदूरों की दैनिक आय निम्नांकित प्रदत्तमाला में दी गई है | मध्यांक की गणना कीजिए |

हल : प्रदत्तों को आरोही क्रम (Ascending order) में व्यवस्थित करने पर

6, 7, 9, 10, 11, 14, 16

मदों की संख्या (Number of Items)= N= 7

$$Mdn = \left(\frac{N+1}{2}\right)$$ वे मद का मान

$$= \left(\frac{7+1}{2}\right)$$ वे मद का मान

$$= \left(\frac{8}{2}\right)$$ वे मद का मान

= 4th मद का मान

= 10

क्रमबद्ध मदों को गिनने पर चौथा स्थान (4th Place) पर 10 है , चाहे गिनने की प्रक्रिया बाएँ हाथ से की जाए अथवा दायें हाथ से की जाए |

(ii) खंडित आवृत्ति वितरण (Discrete Frequency Distribution) – खंडित आवृत्ति वितरण में मध्यांक की गणना करने के लिए सर्वप्रथम मूल्यों को क्रमबद्ध कर लिया जाता है तत्पश्चात मूल्यों की संचयी आवृत्ति (Cumulative Frequency) ज्ञात की जाती है | इस प्रकार के वितरण में मध्यांक निकालने के निम्नलिखित पद (Steps) है :

1. आवृत्ति वितरण को आरोही क्रम (Ascending order) में लिखिये |
2. आवृत्तियाँ (Frequencies) का योग कीजिए और उस भाग को N मानिये |
3. N/2 की गणना कीजिए |
4. N/2 से कुछ ही अधिक (Just Greater) संचयी आवृत्ति देखिये |
5. X का सदृश (Corresponding) मान ही मध्यांक है |

उदाहरण -3 : कुछ शिक्षार्थीयों की ऊँचाई निम्नांकित प्रदत्तों में व्यक्त की गई है | मध्यांक की गणना कीजिए |

ऊँचाई (इंच में) Height (in inches)	शिक्षार्थीयों की संख्या (Number of Students)
57	2
58	3
60	6
61	15
62	10
63	5
64	4
65	4

हल :

x ऊँचाई	f आवृत्ति	c.f. संचयी आवृति
57	2	2
58	3	5
60	6	11
61	15	26
62	10	36
63	5	41
64	4	45
65	4	49
	$N = \Sigma f = 49$	

$N = 49$

$N/2 = 49/2 = 24.5$

24.5 से कुछ ही संचयी आवृति 26 है और इस मान के सदृश x का मान 61 है |Mdn = 61

(ब) व्यवस्थित प्रदत्तों से मध्यांक की गणना(Computation of Median from Ungrouped Data)– इस प्रकार के प्रदत्तों से मध्यांक की गणना करने के लिए सर्वप्रथम प्रदत्तमाला को आरोही अथवा अवरोही क्रम में व्यवस्थित कर लिए जाता है | इस प्रकार की प्रदत्तमाला में मध्यांक निकालने के लिए मदों की संख्या में 1 जोड़ने की आवश्यकता नहीं पड़ती |

अखंडित आवृत्ति वितरण(Continuous Frequency Distribution) -अखंडित आवृत्ति वितरण निकालने के लिए निम्नलिखित बातें ध्यान में रखनी चाहिये :

1. दिए गए अखंडित आवृत्ति वितरण को आरोही अथवा अवरोही क्रम में व्यवस्थित कर लेना चाहिये |
2. यदि सम्मिलित आवृत्ति वितरण दिया गया है तो उसमें असम्मिलित रूप में बदल लेना चाहिये |
3. यदि वर्गों के मध्य-मूल्य दिए गए हैं तो उनसे वर्गों की निम्न व उच्च सीमाएं (Lower and Upper limit) ज्ञात कर लेना चाहिये |
4. यदि संचयी आवृत्ति वितरण (Cumulative Frequency Distribution) दिया गया हो, तो उसे सामान्य अखंडित आवृत्ति वितरण में बदल लेना चाहिये |
5. यदि वर्गांतर (Class-Interval) असमान (Unequal) दिए गए हो, तो उन्हें समान (Equal) वर्गान्तारों में बदल लेना चाहिये |

मध्यांक की गणना करने से पहले मध्यांक वर्ग (Median Class) ज्ञात किया जाता है | इस वर्ग को निकालने के लिए निम्नांकित पदों (Steps) का उपयोग किया जाता है |

i. आवृत्ति वितरण के सभी वर्गों की संचयी आवृत्ति ज्ञात कीजिए |
ii. मध्य-पद निम्नलिखित सूत्र की सहायता से निकाला जाता है :

$$m = \left(\frac{N}{2}\right) \text{वा मद}$$

$$\text{अर्थात,} \quad m = \left(\frac{N}{2}\right) \text{thItem}$$

जबकि, m = मध्य पद

अखंडित आवृत्ति वितरण में मध्यांक निकालने के लिए, आवृत्तियों के योग (N) को 2 से भाग कर देते हैं , जबकि अव्यवस्थित प्रदत्तों में मध्यांक निकालने के लिए मदों की संख्या में 1 जोड़ कर जो योग प्राप्त होता है उसे दो भागों में कर दिया जाता है | व्यवस्थित प्रदत्तों में उस बिंदु का पता लगाया जाता है जिसमे एक और आधे तथा दूसरी ओर शेष आधे मद केंद्रित होते हैं अर्थात व्यवस्थित प्रदत्तों में मध्यांक , मध्यक की तरह एक प्रदत्त न होकर , एक बिंदु होता है |

iii. मध्य-पद का पता चलने के बाद उसे संचयी आवृत्तियों में देखा जाता है | जो संचयी आवृत्तियां मध्य-मद से कम होती है उन्हें छोड़ देते हैं तथा इस मध्य-मद के समान संचयी आवृत्ति, या इससे कुछ ही अधिक (अगली बड़ी) संचयी आवृत्ति वाले वर्ग में यह मध्य-मद केंद्रित होता है | यही वर्ग जिसमे मध्य-मद केंद्रित होता है , मध्यांक वर्ग कहलाता है |
मध्य-मद ज्ञात करने के बाद मध्यांक की गणना की जाती है | इसके लिए निम्नलिखित सूत्र का प्रयोग किया जाता है :

$$Mdn = l + \frac{\frac{N}{2} - C}{f} \times i$$

जबकि, Mdn = मध्यांक (Median)

N = आवृत्तियों का योग (Total of Frequencies)

l = उस वर्ग (मध्यांक वर्ग) की निम्न सीमा जिसमे मध्यांक होता है (Lower limit of the Median Class)

f = उस वर्ग (मध्यांक वर्ग) की आवृत्ति जिसमे मध्यांक होता है (Frequency of the Median Class)

C = उस वर्ग (मध्यांक वर्ग) से ऊपर वाले वर्गांतर की संचयी आवृत्ति जिसमे मध्यांक होता है (c.f. of the class preceding of median class)

i = वर्गांतर का आकार (Width of class-interval)

मध्यांक की गणना करने के लिए मध्यांक वर्गकी ऊपरी सीमा () का प्रयोग भी किया जा सकता है , इसके लिए निम्नांकित सूत्र का उपयोग किया जाता है :

$$Mdn = U + \frac{F - \frac{N}{2}}{f} \times i$$

जबकि,U = उस वर्ग (मध्यांक वर्ग) की उच्च सीमा आवृत्ति जिसमे मध्यांक होता है (Upper limit of the Median Class)

F = उस वर्ग (मध्यांक वर्ग) की आवृत्ति जिसमे मध्यांक होता है (c.f. of the class median class)

2.5.3 बहुलक (Mode)

प्रदत्तमाला में सर्वाधिक आवृत्ति वाली संख्या को बहुलक कहते हैं अर्थात सबसे अधिक प्रचलित (Predominant) मूल्य ही बहुलक होता है | बहुलांक द्वारा किसी वितरण में किसी तथ्य, वस्तु या इकाई के प्रचलन का पता चलता है |

ए.एल. बाउले के विचारानुसार, "किसी सांख्यिकीय समूह में वर्गीकृत मात्रा का वह मूल्य (मजदूरी, ऊँचाई या किसी अन्य मापनीय मात्रा का) जहाँ पंजीकृत संख्याएँ सबसे अधिक हो , 'बहुलांक' या 'सर्वाधिक घनत्व का स्थान' या 'सर्वाधिक महत्वपूर्ण मूल्य' कहलाता है |

मध्यांक की तरह बहुलांक भी एक स्थानीय मूल्य (Positional Value) होता है | दूसरे शब्दों में, केन्द्रीय प्रवृत्ति या माध्य, स्थान के आधार पर, दो प्रकार के होते हैं – मध्यांक या बहुलांक | शिक्षाविदों **क्राक्सटन एवं काउडेन** के मतानुसार , "किसी वितरण का बहुलांक वह मूल्य है जिसके चारों ओर सर्वाधिक पद केंद्रित हो | वह मूल्यों की श्रेणी का सबसे अधिक प्रतिरूप माना जा सकता है |"

यदि प्रदत्तों का एक वक्र (Curve) बनाया जाए तो बहुलांक उस वक्र का सबसे ऊपरी बिंदु होता है | शिक्षाशास्त्री **बोडिंगटन** के शब्दों में , बहुलांक महत्वपूर्ण प्रकार, रूप या पद या सबसे अधिक घनत्व की स्थिति के रूप में परिभाषित किया जा सकता है |"

शिक्षाविदों **सिम्पसन एवं काफ्का** के विचारानुसार, "बहुलांक सर्वाधिक उभयनिष्ठ मूल्य, वह मूल्य जो प्रदत्तमाला में कई बार घटित हो, होता है |

वर्गीत प्रदत्तों में बहुलांक प्राय: सबसे अधिक आवृत्ति वाले वर्गांतर का मध्य बिंदु होता है | यह अक्सर ही किसी वितरण के केन्द्र में होता है |

बहुलांक के गुण (Merits of Mode) –बहुलांक में निम्नलिखित गुण होते हैं :

1. बहुलांक गणना करने में सरल होता है | मध्यांक की तरह बहुलांक भी कई बार सिर्फ देखने भर से ही ज्ञात किया जा सकता है |
2. बहुलांक पर चरम मूल्यों (Extreme Values) का बिल्कुल भी प्रभाव नहीं पड़ता है |
3. बहुलांक एक स्थिति के अनुसार (Positional) माध्य है |
4. बहुलांक की गणना उन आवृत्ति वितरणों (Frequency Distributions) के लिए भी की जा सकती है जिनमे वर्गान्तारों का आकार असमान (Unequal) होता है ; किन्तु जिस वर्गांतर में बहुलांक होता है वह, उससे पहले वर्गांतर और उससे अगले वर्गांतर का आकार समान होना चाहिये |
5. बहुलांक की गणना उन वितरणों के लिए भी की जा सकती है जिनके वर्ग खुले (Open end Classes) हो |

बहुलांक के दोष (Demerits of Mode) –बहुलांक में निम्नलिखित दोष होते हैं :

1. बहुलांक सभी इकाईयों (Observations) पर आधारित नहीं होता है |
2. बहुलांक उच्च गणितीय क्रियाओं के लिए सक्षम नहीं होता है |
3. मध्यांक की तुलना में बहुलांक न्यादर्श के बदलाव (Fluctuation and Sampling) से अधिक प्रभावित होता है |
4. बहुलांक अवर्णनीय (Ill-defined) होता है | यह आवश्यक नहीं है कि हमेशा ही एक निश्चित बहुलांक प्राप्त हो | किसी-किसी वितरण से दो बहुलांक भी प्राप्त हो सकते हैं | इस प्रकार के वितरणों को द्वि-बहुलान्कीय (Bi-modal) वितरण कहा जाता है | जिस वितरण से दो से अधिक बहुलांक प्राप्त हो उसे बहु-बहुलान्कीय (Multi-modal) वितरण कहते हैं |

बहुलांक की गणना की विधियाँ

(Methods of Computing Mode)

बहुलांक निकालने के लिए निम्नलिखित विधियाँ है :

(अ) अव्यवस्थित प्रदत्तों से बहुलांक की गणना
  i. व्यक्तिगत प्रदत्त माला द्वारा (By Individual Series)
  ii. खंडित आवृत्ति वितरण द्वारा (By Discrete Frequency Distribution)
(ब) व्यवस्थित प्रदत्तों से बहुलांक की गणना

  i. अखंडित आवृत्ति वितरण द्वारा (By Continuous Frequency Distribution)
  ii. जब वर्गांतर असमान हो (When Class-interval are Unequal)
(स) जब बहुलांक अवर्णनीय हो | इन विधियों का विस्तार से अध्ययन आप स्नातक स्तर पर कर चुके हैं |

(अ) अव्यवस्थित (अवर्गीत) प्रदत्तों से बहुलांक की गणना (Computation of Mode from Ungrouped Data) – जब प्रदत्त अव्यवस्थित हो तो बहुलांक की गणना निम्नलिखित विधियों से की जा सकती है |

i. व्यक्तिगत प्रदत्त माला द्वारा (By Individual Series) – इस प्रकार की प्रदत्तमाला में सबसे अधिक बार आने वाला मद ही बहुलांक होता है | इस प्रकार के प्रदत्तो में प्राय: प्रत्येक मद की आवृत्ति एक होती है , इसीलिए व्यक्तिगत प्रदत्तमाला में बहुलांक उपस्थित नहीं होता है | बहुलांक का पता अधिकतरनिरीक्षण द्वारा ही लग जाता है |

उदाहरण 1 :निम्नलिखित प्रदत्तमाला में बहुलांक की गणना कीजिए |

x (प्राप्तांक) :	1	2	3	4	5	6
f (आवृत्ति) :	7	12	9	5	16	3

उपर्युक्त प्रदत्तों में सर्वाधिक आवृत्ति (Maximum Frequency) 16 है, और 16 के सदृश (Corresponding) प्राप्तांक 5 है , इसलिए बहुलांक 5 है |

(iii) खंडित आवृत्ति वितरण द्वारा (By Discrete Frequency Distribution) – इस प्रकार की आवृत्ति वितरण में बहुलांक दो विधियों द्वारा ज्ञात किया जा सकता है – यथा **निरीक्षण द्वारा** एवं **समूहीकरण तालिका** (Grouping Table) द्वारा | निरीक्षण द्वारा बहुलांक प्राप्त करने के विधि व्यक्तिगत प्रदत्तमाला की तरह ही है | समूहीकरण तालिका में आवृति के लिए छ: कॉलम बनाये जाते हैं | पहले कॉलम में

प्रश्न में दी गई आवृत्तियों को ज्यों का त्यों रख लेते हैं | **दूसरे कॉलम** में पहली आवृत्ति से शुरू करके दो-दो आवृत्तियों के जोड़े बना लेते हैं | **तीसरे कॉलम** में पहली आवृत्ति को छोड़ कर दो-दो आवृत्तियों के जोड़े बना लेते हैं | **चौथे कॉलम** में पहली आवृत्ति से शुरू करके तीन-तीन आवृत्तियों के जोड़े बना लेते हैं | **पाँचवे कॉलम** में पहली आवृत्ति को छोड़कर **छटे** कॉलम में पहली दो आवृत्तियों को छोड़कर तीन-तीन आवृत्तियों के जोड़े बना लेते हैं |

समूहीकरण तालिका बनाने के पश्चात एक **विश्लेषण तालिका** (Analysis Table) बनायी जाती है , जिसमे उन मदों को दर्शाया जाता है जिनकी आवृत्तियाँ समूहीकरण तालिका के विभिन्न कॉलमों में सबसे अधिक होती है |

(ब) व्यवस्थित (वर्गीत) प्रदत्तों से बहुलांक की गणना(Computation of Mode from Grouped Data) –जब प्रदत्त व्यवस्थितहो तो बहुलांक की गणना निम्नलिखित विधियों से की जा सकती है |

(i) अखंडित आवृत्ति वितरण द्वारा (By Continuous Frequency Distribution)

इस प्रकार के आवृत्ति वितरण में बहुलांक की गणना करने से पहले बहुलांक वर्ग (Model Class) ज्ञात किया जाता है | बहुलांक वर्ग वही होता है जिसकी आवृत्ति सर्वाधिक होती है | निरिक्षण द्वारा या समूहीकरण तालिका द्वारा बहुलांक वर्ग ज्ञात किया जाता है समूहीकरण तालिका का वर्णन पहले ही खंडित आवृत्ति वितरण के अंतर्गत किया जा चुका है |

बहुलांक वर्ग ज्ञात करने के बाद बहुलांक की गणना की जाती है | इसके लिए निम्नलिखित सूत्र का प्रयोग किया जाता है :

$$\frac{\Delta 1 + \Delta 2}{\Delta x}$$

2.6 विचलनों के माप (Measures of Deviation)

केन्द्रीय प्रवृति के मापों का अध्ययन करने पर हमें एक ऐसा मूल्य प्राप्त होता है जो श्रृंखला के समस्त मूल्यों का प्रतिनिधित्व करता है किन्तु कभी कभी ये माप प्रदत्त श्रृंखला के सभी मूल्यों का प्रतिनधित्व नही कर पता जो कि व्यक्तिगत मूल्यों के असामान्य अंतर के कारण होता है | केन्द्रीय प्रवृति के माप उस प्रतिनिधित्व मूल्य के चारों ओर अंको के फैलाव के बारे में कुछ ही नही बताते है | किसी भी समूह की उपर्युक्त विशेषताओं को दर्शाने के लिए विचलन के मापों की आवश्यकता पड़ती है | दूसरे शब्दों में प्रदत्त श्रृंखला की सजातीयता (Homogeneity) या विजातीयता

(Heterogeneity) के सम्बंध में सूचना विचलन मान द्वारा ही प्राप्त होती है , प्रदत्त श्रृंखला के उच्चतम एवं निम्नतम मूल्य का अंतर विचलन होता है |

2.7 सारांश

किसी समूह अथवा वर्ग का अंकात्मक प्रस्तुतीकरण करते हुए उसकी प्रकृति के अनुरूप वर्णन करने कि प्रवृति वर्णात्मक सांख्यिकी में होती है | प्राप्त परिणाम उस गुण की ओर संकेत कर देता है |अत: केन्द्रीय प्रवृति के माप (माध्य , माध्यिका , बहुलक), विचलनों के माप (परास, चतुर्थाथ विचलन , माध्य विचलन , मानक विचलन) इसके अन्तर्गत आते हैं | प्राप्त आकंडों पर कोई सांख्यिकी का प्रयोग न करें तो केवल ग्राफीय निरूपण (आयत चित्र, दण्ड चित्र, आवृति बहुभुज) से भी वर्णन किया जा सकता है इसीलिए इसे वर्णात्मक सांख्यिकी कहा जाता है|

2.8 शब्दावली

- **विस्तार (Range) :** किसी भी श्रृंखला के उच्चतम एवं निम्नतम अंको के मध्य की दूरी को विस्तार कहते हैं |
- **चतुर्थाश (Quartile)** : प्रथम चतुर्थाश वह मूल्य होता है जिसके नीचे प्रदत्त श्रृंखला के 25% अंक होते हैं, तृतीय चतुर्थाश वह मूल्य होता है जिसके नीचे प्रदत्त श्रृंखला के 75% अंक होते हैं |
- **माध्य विचलन (Mean Deviation) :** श्रृंखला में मदों की माध्य से दूरी के औसत धनात्मक मान को माध्य विचलन कहते हैं |

$$MD = \frac{\Sigma|X-M|}{N}$$

- **मानक विचलन (Standard Deviation)** : श्रृंखला में मदों की माध्य से दूरी के वर्गों के औसत का वर्गमूल मानक विचलन कहलाता है |

$$\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma\,(X-M)^2}{n}}$$

2.9 स्वमूल्यांकन हेतु प्रश्न

अति लघुतरात्मक प्रश्न

1) केन्द्रीय प्रवृति के माप कितने होते हैं ?
2) परास का सूत्र बताओ |
3) माध्य का सूत्र बताओ |

लघुतरात्मक प्रश्न :-

1) माध्य के उपयोग बताइए |
2) माध्यिका के उपयोग बताइए |
3) बहुलक के उपयोग बताइए |

निबंधात्मक प्रश्न:-

1) वर्णात्मक सांख्यिकी किसे कहते हैं ? इसके कितने प्रकार होते हैं उदाहरण सहित सविस्तार वर्णन कीजिए |

2.10 सन्दर्भ ग्रन्थ सूची

- अस्थाना, विपिन (श्रीवास्तव, विजया तथा अस्थाना, निधि) 2009, शैक्षिक अनुसंधान एवं सांख्यिकी, अग्रवाल पब्लिकेशन्स, आगरा- 2 |
- सिंह लाल, प्रसाद द्वारिका भार्गव महेश (2000) सांख्यिकी के मूल आधार , एच.पी. भार्गव बुक हाउस, आगरा |
- गैरेट हेनरी ई (1989) शिक्षा एवं मनोविज्ञान में सांख्यिकी कल्याणी पब्लिशर्स लुधियाना (पंजाब) |

इकाई - 3

अनुमानात्मक सांख्यिकी और उसके उपयोग

Inferential Statistics and its uses

इकाई की रूपरेखा

3.1 प्रस्तावना

3.2 उद्देश्य

3.3 अनुमानात्मक सांख्यिकी का अर्थ

3.4 प्रक्रिया की आधारभूत मान्यताओं के आधार पर सांख्यिकी के रूप

3.5 विवरणात्मक एवं अनुमानात्मक सांख्यिकी में अंतर

3.6 अनुमानात्मक सांख्यिकी के उपयोग

3.7 सारांश

3.8 शब्दावली

3.9 स्वमूल्यांकन हेतु प्रश्न

3.10 संदर्भ ग्रंथ सूची

3.1 प्रस्तावना

पिछले अध्याय में आपने विवरणात्मक सांख्यिकी का अर्थ एवं उसके प्रमुख प्रकारों के बारे में समझा था आपने यह भी जाना था कि विवरणात्मक सांख्यिकी सम्पूर्ण आँकड़ों से प्राप्त प्रतिदर्श की प्रमुख विशेषताओं का वर्णन करती है जिससे केन्द्रीय प्रवृत्ति के प्रमुख मान माध्यिका, बहुलक प्रमुख है लेकिन सांख्यिकी का एक दूसरा भी पहलू है जो अनुमानात्मक पर भी दृष्टिपात करता है। इस पहलू को भी समझना आवश्यक है।

इस इकाई का अध्ययन करने से आपको अनुमानात्मक सांख्यिकी क्या है तथा इसका किन परिस्थितियों में और कहां उपयोग होता है की जानकारी प्राप्त हो सकेगी साथ ही आप इसकी तुलना विवरणात्मक सांख्यिकी से भी कर सकेंगे।

3.2 उद्देश्य

इस इकाई का अध्ययन करने के पश्चात आप -

- अनुमानात्मक सांख्यिकी के अर्थ को समझ सकेंगे।
- प्राचल एवं अप्राचल सांख्यिकी का अर्थ समझ सकेंगे।
- विवरणात्मक एवं अनुमानात्मक सांख्यिकी में अन्तर स्पष्ट कर सकेंगे।
- अनुमानात्मक सांख्यिकी का उपयोग स्पष्ट कर सकेंगे।
- अनुमानात्मक सांख्यिकी की प्रमुख विधियों के बारे में जान पायेंगे।

3.3 अनुमानात्मक सांख्यिकी का अर्थ

अनुमानात्मक सांख्यिकी को निष्कर्षात्मक सांख्यिकी के नाम से भी जाना जाता है। किसी भी शोधकर्ता के लिए अपने अनुसंधान के अंतर्गत सम्पूर्ण समष्टि का अध्ययन करना संभव नहीं है। उसे अपने उद्देश्यों के अनुरूप जनसंख्या में से ऐसे तत्वों का चयन करना होता है जो उस समष्टि की विशेषताओं को रखता है इस आधार पर वह समष्टि की विशेषताओं का अनुमान लगाता है।

सांख्यिकी की जिस भाषा में प्रतिदर्श से प्राप्त परिणामों के आधार पर समष्टि की समस्त विशेषताओं का अनुमान लगाया जाता है। उसे निष्कर्षात्मक /अनुमानात्मक सांख्यिकी कहते हैं।

3.4 प्रक्रिया की आधारभूत मान्यताओं के आधार पर सांख्यिकी के रूप

प्रक्रिया के आधार पर सांख्यिकी के दो रूप प्रचलित है-

अ) प्राचल सांख्यिकी ब) अप्राचल सांख्यिकी

3.4.1 प्राचल सांख्यिकी (Paramtric statistics) - प्राचल का अर्थ होता है सम्पूर्ण जनसंख्या के किसी तत्व विशेष का ज्ञान। इस प्रकार की सांख्यिकी में यह मान कर चला जाता है कि जिस समूह का अध्ययन किया जा रहा है उसकी कुछ निश्चित विशेषताएं होती है। प्राचल सांख्यिकी का प्रयोग निम्नलिखित परिस्थितियों में ही किया जा सकता है -

1 प्राप्त आंकड़ों का स्वरूप सामान्य वितरण के अनुरूप हो।

2 विचलन समजातीय हो

3 प्रतिदर्श अनियमित हो

इस सांख्यिकी के अन्तर्गत निम्नलिखित सांख्यिकी का प्रयोग किया जाता है।

1- टी परीक्षण

2- एफ-परीक्षण

3- क्रान्तिक अनुपात

3.4.1 टी परीक्षण

यदि स्वतंत्र चर पर केवल समूहों की रचना की गई है अर्थात स्वतंत्र चर का प्रहस्तन (manipulation) केवल दो श्रेणियो में किया गया है तथा केवल इन को समूहों की ही तुलना आश्रित चर पर की जानी है तो उस स्थिति में टी टेस्ट का प्रयोग किया जाता है।

टी टेस्ट प्राचलीय परीक्षा है तथा उसमें एक ही स्वतंत्र चर होता है जिसका दो या दो से अधिक श्रेणियों में प्रहस्तन किया जाता है। इस प्रकार के अनुसंधान को एकल चर आकल्प (Single variable design) कहते हैं।

इस दृष्टिकोण से टी टेस्ट दो प्रकार के होते हे -

1- स्वतंत्र समूहाधारी

2- सह-संबंधीअथवा पुनर्मापधारी

स्वतंत्र समूह की स्थिति में दोनों समूहों की इकाइयां भिन्न होती है जबकि सहसंबंधी समूहों की स्थिति में इकाइयों के एक ही समूह को दो उपचारो के आधीन रखा जाता है।

यदि इकाइयों को समानीकृत करके दोनों समूहो से वितरित किया जाता हे तो समूहों की इकाइयां भिन्न होते हुए भी उन्हें सहसंबंधीही समझा जाता है।

एक दूसरे दृष्टिकोण से उपरोक्त दोनों प्रकारो की टी परीक्षाओं के दो रूप होते हैं।

1- लघुन्यादर्शीय

2- वृहद न्यादर्शीय

इस प्रकार टी परीक्षा के कुल चार प्रकार होते हैं।

1- वृहद न्यादर्श स्वतंत्र समूह

2- वृहद न्यादर्श सहसंबंधीसमूह

3- लघु न्यादर्श स्वतंत्र समूह
4- लघु न्यादर्श सहसंबंधीसमूह

प्रत्येक का अलग अलग विस्तार से संख्यात्मक उदाहरणों के साथ वर्णन इकाई में किया गया है।

3.4.1.2 टी टेस्ट से संबंधितकुछ अभिधारणाएं

1- जनसंख्या में चरों के वितरण का सम होना
2- न्यादर्शों की जनसंख्याओं के विचरण का समरूप होना।

इनकी सांख्यिकीय विधियों द्वारा जाँच भी की जा सकती है । फिर भी महत्वपूर्ण बात यह है कि टी टेस्ट एक शक्तिशाली सांख्यिकीय परीक्षण है तथा उसके परिणाम उपरोक्त अभिधारणाओं के भंग होने पर भी अधिक कुप्रभावित नहीं होते परन्तु भिन्न भिन्न (N) आकार वाले स्वंतत्र समूहों की स्थिति इसका अपवाद है । उस स्थिति में यदि विचरण की सजातिता (homogeneity of variance) की शर्त पूरी नहीं होती तो परिणाम अवांछनीय रूप से प्रभावित हो सकते हैं । अत: इस स्थिति में उपरोक्त अभिधारणा की जाँच अवश्य की जानी चाहिए। यदि यह शर्त पूरी नहीं होती है तो टी परीक्षा का प्रयोग नहीं करना चाहिए।

वृहद न्यादर्श की स्थिति मे इन शर्तों के पूरा न होने पर विशेष अन्तर नहीं पड़ता परन्तु लघु न्यादर्शों की स्थिति में विचरण की समानता का अभाव परिणामों को प्रभावित करता है परन्तु इस स्थिति में भी यदि न्यादर्शों के परिणाम (Ns) समान हो तो समस्या कुछ कम हो जाती है लघु न्यादर्शों की स्थिति में टी परीक्षा का उपयोग करने से पहले विचरण सजातीयता की जाँच अवश्यक की जानी चाहिए।

3.4.1.3 टी टेस्ट की संवेदनशीलता बढ़ाना

टी टेस्ट की संवेदनशीलता का अर्थ है स्वतंत्र चर अथवा उपचारों के आश्रित चर पर पड़े प्रभाव को उभारकर प्रस्तुत करने की उसकी क्षमता अर्थात उसकी प्रभाविकता (कार्यदक्षता)। कई ऐसे उपाय है जिनके द्वारा टी परीक्षा की इस संवेदनशीलता को बढ़ावा जा सकता है । इसका उल्लेख आगे किया गया है -

1 कोलाहल के स्तर को घटाना - इस संदर्भ में कोलाहल का अर्थ है अनियंत्रित चरों का प्रभाव। ये प्रभाव अनेक रूपों में उपस्थित होते हैं । प्रयोगात्मक आकल्पों के नियमों एवं विभिन्न प्रकारों के अन्तर्गत इनका वर्णन किया जा चुका है । मुख्य रूप से इनके स्रोत होते हैं -

1 अनुसंधानाधीन व्यक्तियों को दिये गये निर्देश
2 अध्ययननेत्तर चरों का अपूर्ण नियंत्रण

3 अध्ययन की व्यवस्था एवं परिस्थितियों पर नियंत्रण न होना,

4 शोधकर्ता की अभिनति तथा

5 अनुसंधानाधीन व्यक्तियों की मानसिक स्थिति।

अत: इनके कारण उत्पन्न हुये ''कोलाहल'' (प्रभाव) को नियंत्रित करने का हर संभव प्रयास करना चाहिये जिससे प्रयोगात्मक प्रभाव जो स्वतंत्र चर अथवा उपचारों के कारण प्रत्याशित होते हैं, उभरकर सामने आ सकें।

2 न्यादर्श के परिमाप को बढ़ाना - टी परीक्षा की संवेदनशीलता को बढ़ाने का वह दूसरा उपाय है । ऐसा करने से समसंभावित त्रुटि कम हो जाती है तथा टाईप 1 और टाईप 2 त्रुटियां भी घट जाती है । इस प्रकार स्वतंत्र चर का प्रभाव अधिक स्पष्ट हो जाता है तथा टी परीक्षा की संवेदनशीलता बढ़ जाती है ।

3 ''फर्श'' एवं ''छत'' के प्रभाव को दूर करना - इसका अर्थ है कि चरो के मापन हेतु प्रयुक्त परीक्षायें न तो बहुत सरल होनी चाहियें और न बहुत कठिन। यदि वे बहुत सरल होगी तो अधिकतर व्यक्तियों के अंक बहुत ऊंचे होगें, शत-प्रतिशत भी हो सकते हैं । उस स्थिति मे कुछ परीक्षा पर और ऊंचे जाने की संभावना घट जायेगी। परिणामस्वरूप उपचारों द्वारा उत्पन्न अन्तर कम हो जायेंगे। इसी स्थिति को ''छत से टकराकर नीचे फर्श की ओर आने की घटना कहा जाता है । इसी प्रकार यदि परीक्षा बहुत कठिन है तो बहुत से व्यक्ति (प्राप्तांकों के दृष्टिकोण से) फर्श से ही ऊपर नही उठ पायेंगे। इसे फर्श का प्रभाव कहा जाता है । इस स्थिति में भी उपचारों के प्रभाव स्पष्ट नहीं हो पाते। अत: परीक्षायें न तो अधिक कठिन होनी चाहिये और न अधिक सरल, तभी टी टेस्ट की संवेदनशीलता अधिक हो सकती है ।

4 मापांको की विश्वसनीयता बढ़ाना - ऐसा मनोवैज्ञानिक परीक्षणों की विश्वसनीयता बढ़ाने, एक बार की बजायें कई बार मापन करके तथा उनका औसत लेकर एवं मापन परिस्थितियों एवं व्यवस्था की अच्छी तरह नियंत्रित करके किया जा सकता है ।

5 अधिक उपयुक्त आकल्प का चयन - बहुत से प्रयोगात्मक आकल्पों का उल्लेख किया गया है। इनमें स्वतंत्र समूह आकल्प, समानीकृत समूह, आकल्पों सहसंबंधी पुनर्मापाधारी समूह आकल्प भी आते हैं । टी परीक्षा की संवेदनशीलता पुनर्मापाधारी समूह आकल्प में सबसे अधिक होती है, उससे कम समानीकृत समूह आकल्प में तथा सबसे कम स्वतंत्र समूह आकल्प में होती है । ऐसा अध्ययनेतर चरों के कम एवं अधिक नियंत्रण के फलस्वरूप होता है । स्वतंत्र समूह आकल्प में यह नियंत्रित सबसे कम होता है । अत: उसकी स्थिति में टी परीक्षा की संवेदनशीलता भी अन्य दो की अपेक्षा कम होती है । अत: टी परीक्षा की संवेदनशीलता बढ़ाने का एक उपाय यह भी है कि उस आकल्प का चयन किया जाये जिसमें टी परीक्षा की संवेदनशीलता सबसे अधिक होती है । परन्तु

सदैव ऐसा संभव नहीं होता। अत: प्रत्येक के गुण दोषों एवं उसकी प्रयुक्तता को ध्यान में रखना भी आवश्यक होता है तो भी यदि अनुसंधान की परिस्थिति में संभव हो तो उसी आकल्प का चयन करना चाहिये जो टी परीक्षा की सबसे अधिक संवेदनशील को धारण करता है।

3.4.1.4 एक पुच्छीय एवं द्वि पुच्छीय परीक्षण

यहां केवल यह बताना है कि एक छोरीय परीक्षा की स्थिति में तालिका का टी मान कैसे देखते है। एक पुच्छीय अथवा एक छोरीय अथवा सदिश परीक्षा के लिये तालिका मे .05 स्तर पर .10 स्तम्भ पर .02 स्तम्भ में टी का मान देखा जाता है। यदि द्वि छोरीय परीक्षा के आधार पर कोई प्राप्त टी मान किसी सार्थकता स्तर पर सार्थक नहीं आता है। तो एक छोरीय परीक्षा का प्रयोग करने पर वह अथवा द्वि पुच्छ का प्रयोग किया जायेगा, अनुसंधान की सामग्री एकत्र करने से पूर्व नियोजन स्तर पर ही लिया जाना चाहिये।

3.4.1.5 एफ परीक्षण (F-test)

चरिता विश्लेषण सांख्यिकी की एक महत्वपूर्ण प्रविधि है। इसका विकास आर.ए. फिशर ने (1923) में किया था इसलिए इसको ''एफ परीक्षण'' (F-test) भी कहते हैं। यह प्रविधि टी परीक्षण (t-test) पर सुधार के रूप में विकसित की गई। दो समूहों की तुलना के लिये उनके मध्यमानों के अन्तर की सार्थकता टी परीक्षण से कर सकते हैं परन्तु दो दो मध्यमानों के युगल (pairs) में सार्थकता की जाँच की जा सकती है इस प्रकार कई टी परीक्षण प्रयुक्त करने होंगे। चरिता विश्लेषण से एक साथ अनेक समूहों के मध्य अन्तर की सार्थकता की जाँच की जाती है। यह प्रविधि मितव्ययी तथा अधिक शुद्ध मानी जाती है। इस प्रविधि की समझने से पूर्व 'चरिता' का अर्थ एवं विशेषताओं की जानकारी आवश्यक है।

चरिता का अर्थ (Meaning of Variance)

चरिता विचलन का एक महत्वपूर्ण माप है इसका प्रयोग मापन तथा शोध कार्यों में सबसे अधिक किया जाता है। यह प्रमाणिक विचलन का वर्ग होता है। दूसरे शब्दो में प्रमाणिक विचलन माप चरिता माप का वर्गमूल होता है। सूत्र के रूप में व्याख्या इस प्रकार है -

चरिता (Variance) = [प्रमाणिक विचलन = (S.D.)]2

$$= \frac{\sum (X - M)^2}{N}$$

जबकि,

प्रमाणिक विचलन $S.D. = \frac{\sqrt{\sum (X - M)^2}}{N} = \sqrt{\text{pfjrk(Variance)}}$

चरिता प्रत्येक प्रदत्त और मध्यमान के विचलन को वर्ग करके योग कर लेते हैं और इस योग में समूह की आवृत्तियों से भाग करके प्राप्त होती है। इस प्रकार चरिता औसत वर्गान्तर होती है।

The variance is the avergre of sum of square of deviations from the mean.

चरिता और प्रमाणिक विचलन में अन्तर यह है कि प्रमाणिक विचलन एक दिशायुक्त रेखा पर लम्बाई व चौड़ाई है जबकि चरिता वर्ग होने के कारण क्षेत्रफल है जिसमें दिशा या धन/ऋण का कोई प्रश्न नहीं उठता है। सामान्य वक्र (N.P.C.) की 'क' अक्ष पर धन/ऋण में प्रा. वि. में अंकित किये जाते हैं परन्तु उसके क्षेत्रफल में धन/ऋण नहीं होता है।

इस अन्तर से स्पष्ट होता है कि चरिता एक राशि है जिसमें अन्य राशियों को जोडा या घटाया जा सकता है। चरिता की विशेषता को इसकी धनात्मकता कहा जाता है। यदि समूहों का प्रा.वि. ज्ञात है तो सम्मिलित समूह की चरिता सरलता से निकाल सकते हैं।

	समूह (1)		समूह (2)		समूह (1+2)
प्रा.वि.	7	+	9	=	?
चरता	49	+	81	=	130

प्रमाणिक विचलन का योग नहीं कर सकते हैं जबकि चरिता में योग किया जाता है यदि पूर्ण समूह की चरिता 106 है और उसमें एक समूह की चरिता 25 है तब समूह की चरिता (106-25) = 25 है तब दूसरे समूह की चरिता (106-25) = 81 होगी।

चरिता की विशेषतायें (Characteristics of Variance)

प्रमाणिक विचलन तथा चरिता दोनों समूह के विचलन मान है परन्तु दोनों के गुणो में अन्तर है जैसा उपरोक्त उदाहरण से विदित होता है कि चरिता का गुण धनात्मकता/ऋणात्मकता है। इसी प्रकार यदि किसी समूह के प्रदत्तों में से किसी संख्या को जोडा जाये या घटाया जाये तो चरिता नहीं बदलती है। इस गुण को उदाहरण से स्पष्ट किया गया है।

समूह	10,	12,	14,	16,	18	मध्यमान = 14
विचलन	(10-14),		(12-14),		(14-14),	(10-14), 18-14)

	-4,	-2,	-0,	+2,	+4,	d
(विचलन)^2	6,	4,	0,	4,	16,	d^2

चरिता $= \frac{40}{5} = 8 = \frac{(\sum X - M)^2}{N} = \frac{\sum d^2}{N}$ चरिता = 8

यदि इस समूह के प्रत्येक प्राप्तांक में से 10 घटा देने पर

समूह के प्राप्तांक	0	2	4	6	8	मध्यमान 14
d^2	-4	-2	0	+2	+4	
(विचलन)^2	16	+4	+0	+4	+16	$\sum d^2 = 40$

चरिता $\frac{40}{5} = 8 = \frac{\sum (X - M)^2}{N} = \frac{\sum d^2}{N}$ = चरिता = 8

चरिता पर कोई प्रभाव नहीं होता है किसी एक संख्या को प्रत्येक प्राप्तांक से जोड़ने पर भी चरिता पर भी चरिता नहीं बदलती है।

दो या दो से अधिक समूहों की तुलना में उनके मध्य अन्दर की सार्थकता की जाँच करती है जबकि टी परीक्षण मे दो समूहों के मध्य के अन्तर की सार्थकता की परख करती है। उनके अन्दर के अन्तर की सार्थकता का परीक्षण नहीं करती है। यहां उदाहरण से इस गुण को स्पष्ट किया है -

समूह (अ)	10	12	14	16	18	मध्यमान 14
समूह (ब)	14	14	14	14	14	मध्यमान 14

इन दोनों समूहों के मध्य अन्तर नहीं है क्योंकि दोनों का मध्यमान 14 है परन्तु उनमें अन्तर दिखाई देता है। समूह अ की चरिता 8 और समूह ब की चरिता शून्य है। उनके अन्दर चरिता में अन्तर है जबकि उनके मध्य कोई अन्तर नहीं है।

सारांश में चरिता की प्रमुख विशेषताएं अधोलिखित है -

1 चरिता का मान धनात्मक अथवा ऋणात्मक होता है।

2 चरिता के मान पर किसी स्थिर संख्या के जोड़ने या घटाने का प्रभाव नहीं होता है।

3 चरिता समूहों के मध्य तथा अन्दर के अन्तर को प्रकट करती है।

4 चरिता वर्ग होने से क्षेत्रफल के समान है जबकि प्रमाणिक विचलन दिशायुक्त लम्बाई /चौड़ाई के समान है।

चरिता विश्लेषण

चरिता विश्लेषण को एक परीक्षण कहते हैं यह प्रविधि आर.ए. फिशर ने विकसित की थी इसीलिए एफ परीक्षण नाम दिया गया ह। एफ वितरण को प्रदर्शित करता है। जैसे टी वितरण तथ कार्यों की उपयोगिता की दृष्टि से अधिक महत्वपूर्ण तथा शक्तिशाली प्रविधि है। यह प्रविधि एफ वितरण योग कर लेते हैं पर आधारित है। एफ वितरण एक प्रतिनिधित्व न्यादर्श का होता है, जिसमें टेढापन धनात्मक होता है। परन्तु न्यादर्श का आकार बढ़ने से वितरण सामान्य हो जाता है।

3.4.1.6 क्रान्तिक अनुपात

क्रान्तिक अनुपात परीक्षण का उपयोग तब किया जाता है जब दो बड़े समूहों के मध्यमानों के बीच की सार्थकता की जाँच करनी होती है। इनकी जाँच का आधार क्रान्तिक अनुपात का मान होता है जिसकी गणना संबंधितसमूहों के मानक विचलनों अथवा मानक त्रुटियों के आधार पर की जाती है।

इस परीक्षण के अन्तर्गत दोनों मध्यमानों के अन्तर को दोनों समूहों की अन्तर की मानक त्रुटि (Standard Error or Difference or Secord) से विभाजीत करने पर जो मान प्राप्त होता है वह क्रान्तिक अनुपात कहलाता है।

जिस प्रकार से अपने प्रतिदर्श के प्रति 1.96 का मान महत्वपूर्ण होता है ठीक इसी प्रकार दो मध्यमानों के अन्तर की सार्थकता की जाँच में क्रान्तिक अनुपात का मान होता है दूसरे शब्दों में जब क्रान्तिक अनुपात का मान 1.96 Sem हो जाता है तब यह मान निरर्थक न रहकर क्रान्तिक कहलाता है क्योंकि अब दोनों प्रतिदर्शों के मध्यमानों का अन्तर एक ऐसी स्थिति में पहुंच जाता है जबकि ऐसे अन्तर को संयोगजन्य (Due to chance) या फिर प्रतिदर्श की त्रुटियों के कारण उत्पन्न हुआ नहीं कहा जा सकता है।

यहां पर अन्तर की मानक त्रुटि (Set) की गणना का आधार दोनों प्रतिदर्शों के मध्यमानों के मानक त्रुटियों के मान होते हैं।

क्रान्तिक अनुपात (Critical Ratio) का सूत्र

$$= \frac{M_1 - M_2}{SEd}$$

जहां $SE_d = \sqrt{SE^2{}_{M_1} + SE^2{}_{M_2}}$

$$SE_{M_1} = \frac{S.D._1}{\sqrt{N_1}} \quad SE_{M_2} = \frac{S.D._2}{\sqrt{N_2}}$$

3.4.2 अप्राचल सांख्यिकी (Non-prametric statistics)

जहां प्राचल सांख्यिकी की आधारभूत मान्यताओं का पालन नहीं हो पाता वहां ऐसी स्थिति में अप्राचल सांख्यिकीय विधियों का अनुप्रयोग किया जाता है इस प्रकार की सांख्यिकी में किसी प्रकार की मान्यताओं का प्रतिबंध दृढ़ नहीं होता है अत: इसे वितरण मुक्त सांख्यिकी भी कहा जाता है अप्राचलय सांख्यिकी में निम्नलिखित परीक्षणों का प्रयोग किया जाता है।

1 मध्यांक
2 चिन्ह परीक्षण
3 चिन्ह क्रम परीक्षण
4 काई-वर्ग परीक्षण
5 स्पीयर मैन का सहसंबंध

3.4.2.1 अप्रचलीय परीक्षाओं की शर्त

अप्रचालीय परीक्षायें मापांको के वितरण के संबंधमें सम वितरण जैसी किसी अभिधारणा का बंधन नहीं लगाती। अत: इस दृष्टिकोण से उन्हें वितरणमुक्त परीक्षायें कहा जाता है। इसी प्रकार मापांको की अखण्डता एवं उनके सम अन्तराली होने की शर्त भी ये नहीं लगाती। इन परीक्षाओं का प्रयोग बहुत छोटे न्यादार्शों की स्थिति में भी किया जा सकता है। अत: इन्हें लघु न्यादर्शी परीक्षायें भी कहा जाता है। बहुत छोटे न्यादर्श की स्थिति में प्राचलीय परीक्षाओं का प्रयोग नहीं किया जा सकता है

अप्राचालीय परीक्षाओं का प्रयोग निम्नलिखित परिस्थितियों में किया जाता है -

1 जब शोध सामग्री अर्थात श्रेणियों जैसे I, II, III अथवा अनुस्थिति (Ranks)के रूप हो।

2 जब मापांको का वितरण अत्यन्त विषयम (skewed)हो अथवा वितरण कैसा होगा इसका अनुमान लगा सकना संभव न हो।

3 जब न्यादर्श का परिमाण बहुत छोटा हो।

4 जब शोध सामग्री, अखण्ड मापांको में न होकर केवल प्रवृत्तियों के रूप में उपलब्ध हों।

उपरोक्त वर्णन से स्पष्ट है कि सांख्यिकीय परीक्षा का चयन करते समय उपरोक्त बहुत सी बातों को ध्यान में रखना पड़ता है। विशेष रूप से -

1 परीक्षा की शक्ति

2 परीक्षा की आधारभूत अभिधारणायें।

3 उपलब्ध मापांको का स्वरूप आदि।

आसानी कुछ अध्यायों में महत्वपूर्ण प्राचलीय परीक्षाओं का वर्णन किया गया है। उनका प्रयोग कहाँ तथा कैसे किया जाता है, इसका विस्तार से वर्णन किया गया है।

3.4.2 अप्राचलीय परीक्षाओं के लाभ

इन परीक्षाओं के निम्नलिखित लाभ है -

1 बहुत छोटे न्यादर्श (N = 6) की स्थिति मे केवल इन्हीं परीक्षाओं का प्रयोग किया जा सकता है।
2 इनका प्रयोग वहां भी किया जा सकता है जहां न्यादर्शों को भिन्न भिन्न जनसृष्टियों में से छांटा गया हो।
3 समग्र जनसृष्टि में चरों के वितरण के रूप में कैसा ही क्यों न हो, परन्तु ये परीक्षायें उपलब्ध परिणाम की संभावना का सही सही कथन करने की सामर्थ्य रखती है।
4 जब शोध सामग्री श्रेणियों तथा अनुस्थितियों के रूप में उपलब्ध हों तो केवल इन्हीं परीक्षाओं का प्रयोग करना संभव होता है।

3.4.2.3 अप्राचलीय परीक्षाओं के दोष

इन परीक्षाओं की कुछ सीमाएं भी हैं जिनका उल्लेख नीचे किया गया है -

1 प्राचलीय परीक्षा की किसी एक स्थिति में निश्चित आकार वाले न्यादर्श पर जितनी परीक्षा शक्ति उपलब्ध होती है उतनी ही परीक्षा शक्ति प्राप्त करने के लिए अप्राचलीय परीक्षाओं की स्थिति में न्यादर्श के आकार को बहुत अधिक बडा करना होगा। दूसरे शब्दों में इन परीक्षाओं की शक्ति कम होती है।
2 इन परीक्षाओं में कोई भी परीक्षा ऐसी नहीं है जिसमें चरों के अन्तक्रिया प्रभावो का अध्ययन किया जा सके।

इन कठिनाइयों के होते हुए भी अप्राचालीय परीक्षाओं का बहुत महत्व है, क्योकि अनुसंधान की परिस्थितियां प्राय: ही ऐसी होती है कि उनमें प्राचलीय शर्ते पूरी नहीं होती तथा उनके विकल्प ढूंढने होते हैं।

कुछ विशिष्ट एवं अधिक प्रयुक्त अप्राचलीय परीक्षाओं का वर्णन इस अध्याय में किया गया है।

अप्राचल सांख्यिकी के उपरोक्त परीक्षण संख्या 1 से 4 की विस्तार से व्याख्या एवं संख्यात्मक प्रश्नों का उल्लेख इकाई 9 एवं 10 में किया गया है तथा परीक्षण 4 का विस्तार से वर्णन एवं गणनात्मक प्रश्नों का उल्लेख इकाई 7 में किया गया है।

3.5 विवरणात्मक एवं अनुमानात्मक सांख्यिकी में अंतर

1 वर्णानात्मक सांख्यिकी के अन्तर्गत किसी समूह अथवा वर्ग का अंकात्मक वर्णन किया जाता है | यह किसी व्यक्ति, समूह अथवा वर्ग की प्रकृति, स्वरूप, स्थिति आदि का वर्णन आधारभूत मान्यताओं सिद्धान्तों के आधार पर करती है। जबकि अनुमानात्मक सांख्यिकी में समष्टि का एक प्रतिनिधित्व भाग जिसे प्रतिदर्श कहते हैं अध्ययन के लिए चुन लिया जाता है इस अध्ययन के आधार पर समष्टि भी विशेषताओं का अनुपात लगाता है।

2 उपरोक्त तथ्यों का उदाहरण के द्वारा समझने का प्रयास करते हैं एक महाविद्यालय में 500 बच्चे पढ़ते है उनकी मानसिक योग्यता का अध्ययन करना है हम उसमें से 150 छात्र एवं 150 छात्राओं को प्रतिदर्श के रूप में यादृच्छिय रूप से चयन कर लेते हैं। उन पर मानसिक योग्यता परीक्षण प्रशासित करते ही प्राप्त अंको के आधार पर दोनों समूहों के मानसिक योग्यता, प्राप्तांकों के मध्यमान, मानक विचलन ज्ञात करके दण्डलेखाचित्र द्वारा अलेखीय प्रस्तुतीकरण कर दोनों समूहों की तुलना कर लेते हैं। यह वर्णनात्मक सांख्यिकी हुई। लेकिन दोनो समूहों की मानसिक योग्यता के बीच सार्थक अन्तर है या नहीं इस प्रश्न का उत्तर ज्ञात करने की दृष्टि से हम दोनों समूहों के मध्य टी परीक्षण की गणना करेंगे टी का मान 2.43 आया हो तब स्पष्ट है कि जिस समूह का मध्यमान अधिक है उनकी मानसिक योग्यता अधिक है यह परिणाम केवल 150 छात्र एवं 150 छात्राओं का परिणाम नही है यह सम्पूर्ण महाविद्यालय के 500 विद्यार्थियों का (छात्र एवं छात्राओं) का परिणाम माना जाएगा इसे ही अनुमानात्मक अथवा निष्कर्षात्मक सांख्यिकी कहते हैं।

3.6 अनुमानात्मक सांख्यिकी के उपयोग

1- सम्पूर्ण जनसंख्या में से एक छोटे से न्यादर्श का चयन कर सांख्यिकी का उपयोग किया जा सकता है।

2- यह सांख्यिकी से प्राप्त निष्कर्ष सम्पूर्ण जनसंख्या का प्रतिनिधित्व करते हैं इसी कारण से इसे निष्कर्षात्मक सांख्यिकी भी कहते हैं।

3- यह विभिन्न प्रकार के अनुसंधानों का आधार है।

3.7 सारांश

इस प्रकार इस अध्याय में हमने जाना कि किसी प्रतिदर्श के आधार पर सम्पूर्ण जनसंख्या के बारे में निष्कर्ष ज्ञात करने को निष्कर्णात्मक सांख्यिकी कहते हैं। साथ ही हमने यह भी जाना कि प्राचल क्या है जिस समूह का अध्ययन किया जा रहा है। उसकी कुछ अटल विशेषताएं है यदि प्रतिदर्श इन विशेषताओं की पालन करता है तभी सांख्यिकी का प्रयोग सम्भव है इसे प्राचल सांख्यिकी कहा जाता है जिसके अन्तर्गत क्रान्तिक अनुपात टी परीक्षण, एफ परीक्षण का अर्थ एवं उपयोग हमने जाना। साथ ही हमने यह भी समझने का प्रयास किया कि जहां प्राचल सांख्यिकी की आधारभूत मान्यताओं का पालन नहीं होता है वहां ऐसी स्थिति में अप्राचल सांख्यिकी विधियों का प्रयोग किया जाता है। इसे वितरण मुक्त सांख्यिकी भी कहते हैं।

3.8 शब्दावली

- **न्यादर्श -** यह जनसंख्या का वह भाग होता है जो किसी निश्चित उद्देश्य के लिए सम्पूर्ण जनसंख्या का प्रतिशिथिल करता है।
- **जनसंख्या -** वह सम्पूर्ण समूह जिसमें से न्यादर्श का चयन किया जाता है उसे जनसंख्या अथवा समग्र भी कहा जाता है।
- **प्राचल -** प्राचल से अभिप्राय सम्पूर्ण जनसंख्या अथवा समष्टि के किसी तत्व विशेष के वास्तविक ज्ञान से है।

3.9 स्वमूल्यांकनहेतु प्रश्न

1 अनुमानात्मक सांख्यिकी का क्या अर्थ है ?
2 प्रक्रिया के आधार पर सांख्यिकी के कितने रूप हैं ?
3 प्राचल किसे कहते हैं ?
4 न्यादर्श किसे कहते हैं ?
5 जनसंख्या किसे कहते हैं।

लघुत्तरात्मक प्रश्न

1 प्राचल सांख्यिकी किसे कहते हैं ? इसके प्रकार के नाम बताएं।
2 अप्राचल सांख्यिकी किसे कहते हैं ? इसके प्रकार के नाम बताएं।
3 अनुमानात्मक सांख्यिकी किसे कहते हैं ? उदाहरण से समझाइए।
4 टी परीक्षण का क्या अर्थ है ?

5 एफ परीक्षण का अर्थ समझाइए।

6 क्रांतिक अनुपात किसे कहते हैं।

निंबधात्मक प्रश्न

1 वर्णनात्मक सांख्यिकी एवं अनुमानात्मक सांख्यिकी में क्या अन्तर है। उदाहरण सहित स्पष्ट कीजिए।

2 अनुमानात्मक सांख्यिकी के विभिन्न प्रकारो की संक्षेप में व्याख्या कीजिए।

3 अप्राचल सांख्यिकी का अर्थ, शर्ते, लाभ एवं दोष का वर्णन कीजिए।

3.10 संदर्भ ग्रंथ सूची

- Gorrett, H.E., Statistics & Psychology and Education Bombay Vak1s, Feffer and Simans Pvt. Ltd. 1967
- Guilford, J.P., Psychometric methods, New York, McGrew Hill Books Company, 1954
- Likert, E.A. “A technique for the measurement of attitudes’.Achives of psychology No. 14. 1932
- कपिल एच. को (2005) सांख्यिकी के मूल तत्व, विनोद पुस्तक मंदिर आगरा 2 अस्थाना एवं अग्रवाल (1963) मनोविज्ञान और शिक्षा में मापन एवं मूल्यांकन विनोद पुस्तक मंदिर आगरा -2

इकाई - 4

सामान्य सम्भाव्यता वक्र की प्रकृति तथा विशेषताएँ

Nature and Characteristics of Normal Probability Curve

इकाई की रूपरेखा

4.1 प्रस्तावना
4.2 उद्देश्य
4.3 आवृत्ति वितरण का अर्थ
4.4 सामान्य सम्भाव्यता वक्र का अर्थ
4.5 सामान्य सम्भाव्यता वक्र की विशेषताएँ
4.6 सारांश
4.7 शब्दावली
4.8 निबन्धात्मक प्रश्न
4.9 सन्दर्भ ग्रन्थ सूची

4.1 प्रस्तावना

इस इकाई से पूर्व आपने सांख्यिकी का अर्थ, प्रकार तथा सांख्यिकी के विभिन्न उपयोग तथा सांख्यिकी की आधारभूत विशेषताओं के आधार पर प्राचलिक सांख्यिकी तथा अप्राचलिक सांख्यिकी के सन्दर्भ में अध्ययन किया । प्राचलिक सांख्यिकी तथा अप्राचलिक सांख्यिकी को प्रयोग करने हेतु आपको आंकड़ों के वितरण के स्वरुप को समझना बहुत ही आवश्यक है | प्रस्तुत इकाई में आंकड़ों के वितरण का व्यावहारिक विज्ञान में प्रयुक्त होने वाले एक जो सामान्य प्रकार होता है जिसे सामान्य वितरण (Normal distribution) कहा जाता है, का विस्तृत अध्ययन करेंगे । इस इकाई के माध्यम से आप सम्भाव्यता वक्र का अर्थ, सामान्य सम्भाव्यता वक्र तथा उसकी विशेषताओं के सन्दर्भ में जानकारी हासिल कर सकेंगे । इसके साथ ही सम्भाव्यता अनुपात, सम्भाव्यता के नियम तथा द्विपद वितरण के बारे में भी आप अध्ययन करेंगे।

4.2 उद्देश्य

इस इकाई का अध्ययन करने के उपरान्त आप-

- आवृत्ति वितरण का अर्थ समझ सकेंगे।
- सामान्य सम्भाव्यता वक्र का अर्थ समझ सकेंगे।
- सम्भाव्यता अनुपात तथा सम्भाव्यता के नियम को समझ सकेंगे।
- द्विपद वितरण को स्पष्ट कर सकेंगे।
- सामान्य सम्भाव्यता वक्र को स्पष्ट कर सकेंगे।
- सामान्य सम्भाव्यता वक्र की विशेषताओं को समझ सकेंगे।

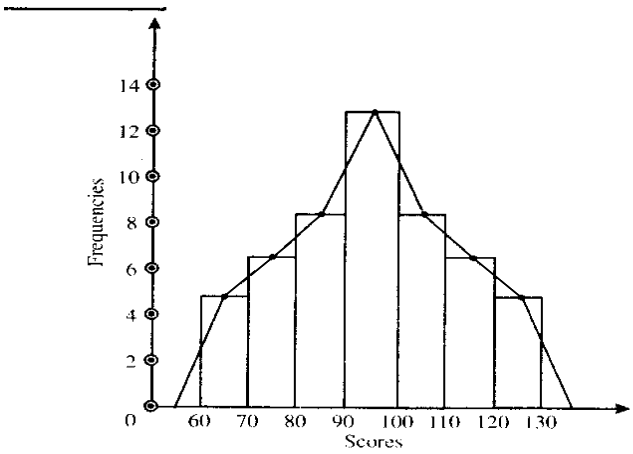
4.3 आवृत्ति वितरण(Frequency Distribution)

आवृत्ति वितरण की तालिका छात्रों द्वारा किसी परीक्षण पर प्राप्त मूल आंकड़ों (Raw Scores) के आधार पर तैयार की जाती है। इन आवृत्ति वितरणों या वक्रों को हम बारंबारता वितरण कहते हैं। जैसे जैसे छात्रों के समूह का आकार (N)बढ़ता जाता है वैसे वैसे आवृत्ति वक्र एक उल्टी घंटी (Inverted Bell) के आकार का सा स्वरूप प्राप्त करता जाता है जहां अधिकतर आवृत्तियां केन्द्र में स्थित होती हैं तथा जैसे जैसे हम इस वक्र के दोनो छोरों (Ends) की ओर चलते जाते हैं आवृत्तियों की संख्या घटती चली जाती है। दोनों छोरों के अन्त में सबसे कम आवृत्तियाँ रह जाती हैं। साथ ही, मध्य बिन्दु के दोनों और अंक-वितरण की स्थिति में समानता रहती है।

संक्षेप में, यदि किसी आवृत्ति वितरण तालिका के आंकड़े इस प्रकार व्यवस्थित हों कि उन्हें एक रेखाचित्र द्वारा प्रदर्शित करने पर एक उल्टी घंटी (Inverted Bell) की सी आकृति बने तो हम इस प्रकार के अंक वितरण को सामान्य वितरण (Normal - Distribution)कहते हैं तथा इस प्रकार प्राप्त वक्र को सामान्य वितरण वक्र (Normal Distribution Curve)कहते हैं।

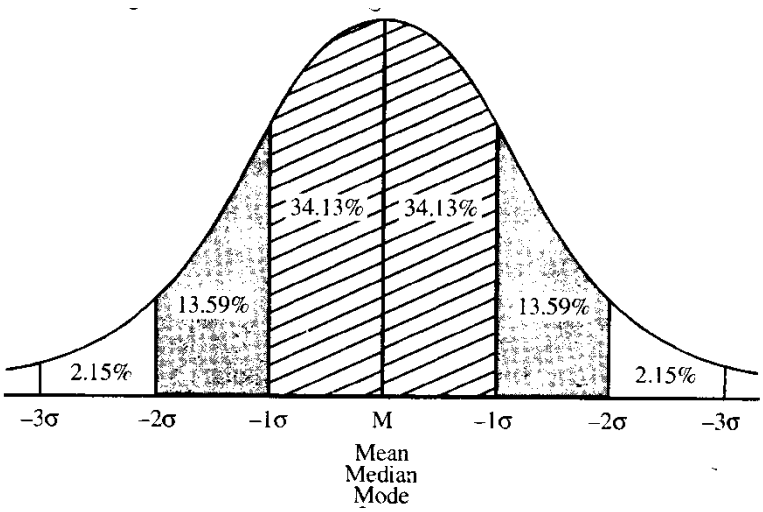
उदाहरणार्थ – मान लीजिए 55 छात्रों की बुद्धि लब्धि का आवृत्ति वितरण निम्न प्रकार है-

C.I.	120-130	110-120	100-100	90-100	8-90	70-80	60-70
F	5	7	9	13	9	7	5



उपरोक्त रेखाचित्रीय निरूपण को वक्र में निम्न प्रकार प्रदर्शित किया जा सकता है -

चित्र में यह स्पष्ट है कि 90-100 वितरण का मध्य बिन्दु है तथा 90-100 लम्ब का मध्य बिन्दु वितरण को दो बराबर भागों में विभक्त करता है। कहने का तात्पर्य यह है कि सम्पूर्ण वितरण 90-100 लम्ब के मध्य बिन्दु से दो समान भागों में विभक्त हो जाता है। ये दोनों भाग आकृति एवं क्षेत्रफल की दृष्टि से लगभग समान होते हैं। यही सामान्य वितरण की प्रमुख विशेषता है। यद्यपि व्यवहार में सामान्य वक्र की प्राप्ति संभव नहीं है तथा कोई भी चर (Variable) पूर्ण रूप से सामान्य वक्र के रूप में वितरित नहीं होता है, फिर भी प्राप्य वक्रों की प्रवृत्ति सामान्य वक्र के आकार को प्राप्त करने की होती है तथा जैसे - जैसे N बढ़ता जाता है वैसे - वैसे प्राप्य आवृत्ति वक्र सामान्य वक्र के अनुरूप होता जाता है।



इसके अतिरिक्त, उपरोक्त चित्र से यह स्पष्ट है कि सबसे अधिक आँकड़े M बिन्दु के समीप एकत्रित हुए हैं तथा इसके दोनों ओर अंको का प्रसार पूर्णतया समान है। वक्र के दोनों छोरों की ओर जैसे-जैसे हम बढ़ते जाते हैं, वेसे वेसे आंकड़ों की संख्या बराबर अनुपात में कम होती जाती है। परिणामस्वरूप, वक्र के दोनों छोरों पर बहुत कम अंक रह जाते हैं। हम देखते हैं कि मध्य बिन्दु पर माध्य 100 है तथा इसके दोनों ओर 30-30 आंकड़े हैं। अगर दाहिनी और 30 आंकड़े बढ़े हैं, तो

बायीं ओर 30 आंकड़े कम हुए हैं। दाहिनी ओर आंकड़े 10-10 की संख्या में क्रमश: बढ़ते जाते हैं तथा ठीक इसी प्रकार बायीं ओर 10-10 की संख्या में घटते चले जाते हैं, लेकिन आंकड़ों का प्रसार (अर्थात 30) एक समान ही बना रहता है। माध्य की दाहिनी ओर अर्थात मध्य बिन्दु से बिल्कुल दाई ओर (130-100) आंकड़े बढ़े हैं तथा मध्य बिन्दु से बायीं ओर (70-100) = - 30 आंकड़े कम हुए हैं। इस प्रकार दोनों और बिलकुल समानता है। जैसा मध्य बिन्दु के एक ओर है, वैसा ही दूसरी ओर है। मध्य बिन्दु के दोनों ओर आंकड़े बराबर दूरी तक बंटे हुए है अर्थात एक ओर आंकड़े 100 से जितने कम हैं दूसरी ओर 100 से उतने ही अधिक है। सम-वितरण का यही अर्थ है।

4.4 सामान्य सम्भाव्यता वक्र का अर्थ (Meaning of Normal Probability Curve)

सामान्यतया-वितरण वक्र का प्रत्यय संभावना सिद्धान्त (Theory of Probability) पर आधारित है जो कि मात्र सांख्यिकी का ही एक महत्वपूर्ण अंग नहीं है वरन् वैज्ञानिक दृष्टि से भी इसकी उपयोगिता को कम नहीं आंका जा सकता है। संभावना सिद्धान्त को समझने के लिए हम सट्टेबाजों (Gamblers) का उदाहरण ले सकते हैं। एक सट्टेबाज लगातार हारने के बावजूद भी अन्त तक इसी आशा (संभावना) के सहारे खेलता रहता है कि न जाने कब उसकी हार जीत में बदल जाये। दूसरे शब्दों में, वह खेल इस दृष्टिकोण को ध्यान मे रखकर खेलता है कि उसके हारने एवं जीतने की संभावनाएं बराबर - बराबर हैं। यही विचारधारा एक प्रबल सम्बल बनी रहती है। यही कारण है कि कुछ लोग प्रायिकता के सिद्धान्त को सट्टेबाजों का सिद्धान्त (Gambler's Theory) भी कहते हैं।

सिद्धान्त के सामान्यीकरण की दृष्टि से, मान लीजिये किसी अमुक घटना के घटित होने के तरीके 'A' है तथा उसी घटना के घटित न होने के तरीके 'B' हैं तो ऐसी स्थिति में उस घटना के घटित होने की संभावना(Probability)

A के घटित होने की संभावना $= \frac{A}{A+B}$ B के घटित होने की संभावना $= \frac{B}{A+B}$ होगी।

अग्रलिखित उदाहरण इस सिद्धान्त के प्रमाणस्वरूप माने जा सकते हैं -

1. यदि हम एक सिक्के को बार बार उछालें तो उस सिक्के के चित (Head) तथा (Tail) गिरने की संभावना 50-50 प्रतिशत होगी। दूसरे शब्दों में, सिक्के के चित्त गिरने की संभावना $\frac{1}{2}$ सिक्के के पट गिरने की संभावना $= \frac{1}{2}$ होगी। ऐसा इसलिये होता है क्योकि सिक्के की दो सतह होती है। Binomial Theorem के आधार पर घटनाओं के घटित होने की संभावना निर्धारित की जाती है। H तथा T के इन समस्त योगों एवं उनकी संभावनाओं को ग्राफ पेपर पर प्रदर्शित करने पर सम संभावना हिस्टोग्राम (Normal Probability Histogram) प्राप्त होता है। इस हिस्टोग्राम में बीच में सबसे बडी संभावना संख्या स्थित होती है तथा इनके दोनों और संख्याओं का वितरण समान होता है। इसलिये इस वक्र को सम संभावना वक्र (Normal Probability Curve) कहते हैं। संभावना वक्र(Prpbability Curve)

इसे इसलिये कहते हैं क्योकि यह घटनाओं के योगों एवं उनकी संभावनाओं (Normal Distribution) की व्याख्या की जाती है तथा उसका प्रयोग होता है।

2. यदि हम एक आयात (Four sided figure) को अनियमित रूप से बार - बार उछालें तो प्रत्येक सतह के ऊपर आने की संभावना $\frac{1}{4}$ होगी, क्योंकि आयत की चार सतहें होती है।

3. मान लीजिये 50 छात्रों की एक कक्षा में 5 पुरस्कार वितरित करने हैं तो इस स्थिति में प्रत्येक छात्र को पुरस्कार मिलने की संभावना (पुरस्कार मिलने की संभावना $= \frac{5}{50}$) पुरस्कार न मिलने की संभावना $= (\frac{45}{50})$ होगी।

4. इसी प्रकार यदि ताश की गड्डी में से एक पत्ता हम आंख मूंद कर खींच लें और यह जानना चाहें कि इस पत्ते के बादशाह होने की संभावना क्या है तो संभावना सिद्धान्त के अनुसार यह $(\frac{4}{52})$ होगी, क्योंकि ताश की गड्डी में कुल 52 पत्ते होंगे तथा कुल चार रंगों के बादशाह होंगे।

अब यदि आपसे यह पूछा जाये कि इन चार बादशाहों में हुक्म के बादशाह होने की संभावना क्या है तो यह $\left(\frac{1}{52}\right)$ होगी, क्योंकि ताश की गड्डी में हुक्म का बादशाह केवल एक ही होता है।

उपरोक्त उदाहरणों से स्पष्ट हैं कि यदि हम प्रत्येक स्थिति में घटना के घटित होने तथा घटित होने की संभावनाओं को जोड़े तो यह हमेशा 1 की आयेगा। जैसे -

$$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}=\frac{2}{2}=1(Example1)$$
$$\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{1}{4}=\frac{4}{4}=1(Example2)$$
$$\frac{5}{50}+\frac{45}{50}=\frac{50}{50}=1(Example3)$$
$$\frac{4}{52}+\frac{48}{52}=\frac{52}{52}=1(Example4)$$
$$\frac{A}{A+B}+\frac{B}{A+B}=\frac{A+B}{A+B}=1(General\ Example)$$

निष्कर्ष रूप में हम कह सकते हैं कि अगर किसी घटना के घटित होने की संभावना 'P' है तो उसी घटना के घटित न होने की संभावना '1-P' होगी, क्योंकि P+Q = 1 अर्थात घटित होने की संभावना + घटित न होने की संभावना = 1 अब यदि हम दो सिक्कों को एक साथ बार - बार उछालें तो निम्न चार प्रकार के संयोगों (Combinations) की संभावना हो सकती है। (प्रत्येक सिक्के की Head तथा Tail दो सतह मानकर)

$$\underbrace{\overset{(1)(2)}{HH}}_{(1)} \quad \underbrace{\overset{(1)(2)}{HT}}_{(2)} \quad \underbrace{\overset{(1)(2)}{TH}}_{(3)} \quad \underbrace{\overset{(1)(2)}{TT}}_{(4)}$$

अर्थात H एवं H अथवा $(H)^2$ आने की संभावना $=\left(\frac{1}{4}\right)$

एक H तथा एक T आने की संभावना $=\left(\frac{2}{4}\right)$

T एवं T अथवा $(T)^2$ आने की संभावना $=\left(\frac{1}{4}\right)$

उपरोक्त सभी संभावनाओं को जोड़ने पर निम्न समीकरण (Equation) प्राप्त होती है -

$$H^2+2HT+T^2=(H+T)^2$$

इसी प्रकार, यदि हम तीन सिक्कों को एक साथ बार बार उछालें (Toss) तो निम्न प्रकार के संयोगों (Combinations) की संभावना बनती है -

$$\overset{(1)(2)(3)}{\underbrace{HHH}_{(1)}} \quad \overset{(1)(2)(3)}{\underbrace{HHT}_{(2)}} \quad \overset{(1)(2)(3)}{\underbrace{HTH}_{(3)}} \quad \overset{(1)(2)(3)}{\underbrace{THH}_{(4)}} \quad \overset{(1)(2)(3)}{\underbrace{HTT}_{(5)}} \quad \overset{(1)(2)(3)}{\underbrace{THT}_{(6)}} \quad \overset{(1)(2)(3)}{\underbrace{TTH}_{(7)}} \quad \overset{(1)(2)(3)}{\underbrace{TTT}_{(8)}}$$

अर्थात तीनों H अथवा H^3 आने की संभावना $=\left(\frac{1}{8}\right)$

दो H तथा एक T अथवा 3 H^2T की संभावना $=\left(\frac{3}{8}\right)(2+3+4)$

दो T तथा एक H अथवा 3 HT^2 आने की संभावना $=\left(\frac{3}{8}\right)(5+6+7)$

तीनों T अथवा T^3 आने की संभावना $=\left(\frac{1}{8}\right)$

उपरोक्त सभी संभावनाओं को जोड़ने पर निम्न समीकारण प्राप्त होती है तथा इसका योग 1 आता है -

$$H^3+3H^2T+3HT^2+T_3=(H+T)^3$$

$$\frac{1}{8}+\frac{3}{8}+\frac{3}{8}+\frac{1}{8}=\frac{8}{8}=1$$

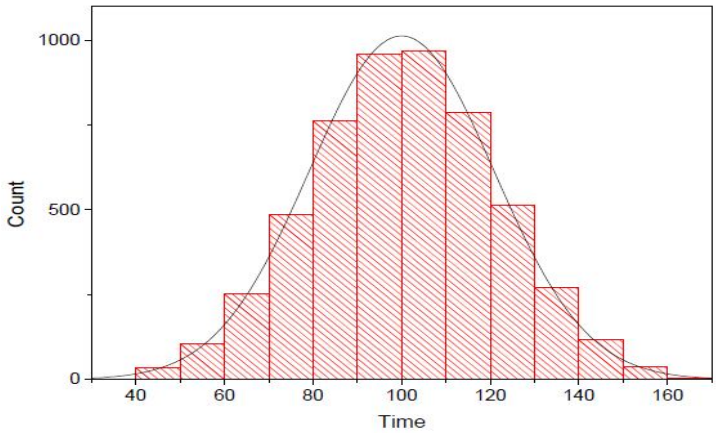
इसी प्रकार यदि 10 सिक्के एक साथ बार बार उछालें तो 'H' तथा 'T' के योग तथा उनकी संभावनायें (Probability) $(H+T)^{10}=1$ का विस्तार रूप (Expansion) होगी, अर्थात -

$H^{10}+10H^9T+45H^8T^2+12H^7T^3+21H^6T^4+14H^5T^5+210H^4T^6$

$12H^3T^7+45H^2T^8+10HT^9+T^{10}=1$

अर्थात घटनाओं के घटित होने के कुल तरीके 1+10+45+120+210+25+210+120+45+10+1 = 1024 होगे। यदि उपर्युक्त द्विपद विस्तार

के आधार पर एक हिस्टोग्राम वक्र निर्मित कर सभी आयतों के मध्यबिंदु को मिलाया जाय तो सामान्य सम्भाव्यता वक्र (Normal Probability Curve) का निर्माण हो जाएगा।



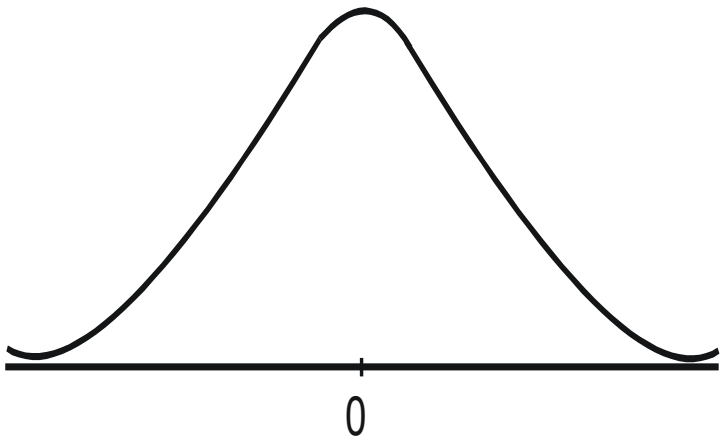
पास्कल (Pascal) द्वारा इन गुणांको में एक निश्चित सम्बन्ध पाया गया जिसे पास्कल त्रिभुज (Pascal's Triangle) कहा जाता है।

N **घटको की संख्या**	**गुणांक**	**योग**
1	1 1	2
2	1 2 1	4
3	1 3 3 1	8
4	1 4 6 4 1	16
5	1 5 10 10 5 1	32
6	1 6 15 20 15 6 1	64
7	1 7 21 35 35 21 7 1	128
8	1 8 28 56 70 56 28 8 1	256
9	1 9 36 84 126 126 84 36 9 1	512
10	1 10 45 120 210 252 210 120 45 10 1	1024

प्रत्येक अंक अपने से ऊपर वाले दो अंको का योग है। पास्कल त्रिभुज देखने से स्पष्ट है कि यदि दो सिक्के (द्वितीय पंक्ति) एक साथ उछालते हैं तब सम्भाव्यता गुणांक **121** होगा। एक साथ तीन सिक्के

उछालने पर (तीसरी पंक्ति) गुणांक **1331** होगा। इसी प्रकार अन्तिम पंक्ति में **10** सिक्के एक साथ उछालने पर सम्भाव्यता मान दिया गया है।

दूसरे शब्दों में सामान्य वितरण एक सैद्धान्तिक कल्पना है जिसके आधार पर प्रकृति की विभिन्न विशेषताओं की व्याख्या करने का प्रयास किया जाता है। सामान्य वितरण के मध्य में प्राप्तांक सर्वाधिक होते हैं तथा क्रमशः दोनों किनारों पर घटते जाते हैं। सामान्य वितरण के आधार पर जो वक्र निर्मित होता है उसे सामान्य वितरण वक्र कहा जाता है। सामान्य वितरण वक्र (Normal Distribution Curve) जिसे सामान्य सम्भाव्यता वक्र (Normal Probability Curve) भी कहा जाता है, वह सममित (Symmetrical) वक्र है जो मध्य में सबसे अधिक ऊँचा होता है तथा क्रमशः दोनों किनारों की ओर घटता जाता है, किन्तु आधार रेखा से स्पर्श नहीं करता है। इसका आकार घण्टाकार (bell-shaped) होता है। (The frequency curve, which is bell-shaped, is the normal curve or normal distribution **Ferguson & Takane (1989).**



अर्थात सामान्य-वितरण वक्र का प्रत्यय संभावना सिद्धान्त (Theory of Probability) पर आधारित है जो कि मात्र सांख्यिकी का ही एक महत्वपूर्ण अंग नहीं है वरन् वैज्ञानिक दृष्टि से भी इसकी उपयोगिता को कम नहीं आंका जा सकता है। इस प्रकार वर्तमान समय में सामान्य वितरण वक्र का प्रयोग भौतिक विज्ञान, जीव-विज्ञान तथा खगोल शास्त्र के अतिरिक्त सामाजिक विज्ञानों के अन्तर्गत मनोविज्ञान व शिक्षाशास्त्र के क्षेत्रों में होने लगा है। इन क्षेत्रों में प्रतिदर्श के सिद्धान्त के आधार पर अनुमानात्मक सांख्यिकी का प्रयोग कर महत्वपूर्ण निष्कर्ष प्राप्त किये जा रहे हैं।

स्विट्जरलैण्ड के गणितज्ञ बरनोली (Bernolli 1964-1705) का विचार था कि सामान्य वितरण वक्र द्वारा आर्थिक तथा नैतिक आदि कारकों का अध्ययन किया जा सकता है। फ्रांसीसी खगोलशास्त्री लाप्लास (Laplace, 1749-1827) द्वारा सामान्य वितरण वक्र के आधार पर सम्भाविता के नियम का उल्लेख किया गया।

कार्ल पियर्सन के अनुसार सर्वप्रथम **1733** में गणितशास्त्री अब्राहम डी मोइवर (Abraham De Moivre 1677-1754) द्वारा इस वक्र का उपयोग संभाव्यता के खेल आदि से सम्बन्धित विभिन्न समस्याओं को हल करने के लिये किया, जो कि लन्दन के सट्टेबाजों (Gamblers) में लोकप्रिय हुआ। इस वक्र का प्रयोग सर्वप्रथम मोइवर ने किया अतः इसे **मोइवर वक्र** (Moivre's Curve) भी कहा जाता है।

जर्मन खगोलशास्त्री गौस (Gauss, 1777-1855) द्वारा सामान्य वितरण वक्र के द्वारा आकस्मिक त्रुटियों के आधार पर संयोग सिद्धान्त का प्रतिपादन किया, अतः सामान्य वितरण वक्र को **गौस का वक्र** भी कहा जाता है। तत्पश्चात बैल्जियम के सांख्यिकी विद्वान क्यूटले (Quetelet, 1796-1874) द्वारा सामान्य वितरण वक्र का प्रयोग निरीक्षण की त्रुटियों के अतिरिक्त समष्टि के विभिन्न कारकों जैसे मानसिक तथा नैतिक शीलगुणों से सम्बन्धित विभिन्न क्षेत्रों में किया जा सकता है।

इस प्रकार वर्तमान समय में सामान्य वितरण वक्र का प्रयोग भौतिक विज्ञान, जीव-विज्ञान तथा खगोल शास्त्र के अतिरिक्त सामाजिक विज्ञानों के अन्तर्गत मनोविज्ञान व शिक्षाशास्त्र के क्षेत्रों में होने लगा है। इन क्षेत्रों में प्रतिदर्श के सिद्धान्त के आधार पर अनुमानात्मक सांख्यिकी का प्रयोग कर महत्वपूर्ण निष्कर्ष प्राप्त किये जा रहे हैं।

अभ्यास प्रश्न

1. संभाव्यता से आप क्या समझते हैं?
2. संभाव्यता वक्र की ऐतिहासिक पृष्ठभूमि को स्पष्ट करें|
3. संभाव्यता वक्र से आप क्या समझते हैं ?
4. संभाव्यता वक्र के महत्व का उल्लेख करें|

4.5 सामान्य वितरण वक्र की विशेषताएं (Characteristics of a Normal Distribution Curve)

सामान्य वितरण वक्र एक सैद्धान्तिक तथा आदर्श वक्र है जिसकी व्यवहार में प्राप्ति संभव नहीं है। व्यावहारिक समस्याओं के अध्ययन में विभिन्न चर राशियों को सामान्य रूप से वितरित (Normally Distributed) मान लिया जाता है तथा सामान्य वक्र की विशेषताओं के आधार पर संबंधितसमस्याओं को हल करने का प्रयास किया जाता है।

(A Normal probability Curve (NPC) is a well defined Uni-model Bell Shaped Curve with Skewnes as zero and Kutosis equal to . 263.)

प्रत्येक व्यक्ति के शीलगुणों जैसे बुद्धि, रूचि, चिन्ता, संवेगात्मक परिपक्वता, सामाजिकता, समायोजन, आदि में व्यक्तिगत भिन्नता निहित होती है। यदि एक विशाल समूह का अध्ययन करें तब पायेंगे कि अधिकांश व्यक्तियों में औसत स्तर पर शीलगुण विद्यमान होते हैं। बहुत कम व्यक्तियों

में औसत से अधिक शीलगुण विद्यमान होते हैं। उदाहरणार्थ यदि किसी विशाल जनसमूह के व्यक्तियों के बुद्धि स्तर का अध्ययन करें तब पायेंगे कि अधिकांश व्यक्तियों की बुद्धि औसत स्तर की है, जबकि बहुत कम व्यक्ति औसत से अधिक अर्थात तीव्र बुद्धि के हैं और बहुत कम व्यक्ति औसत से कम अर्थात मन्दबुद्धि के दृष्टिगत होते हैं। इस प्रकार विभिन्न शीलगुणों में से किसी भी गुण का अध्ययन करने पर एक सामान्य वितरण वक्र निर्मित होता है, जिसके आधार पर समूह की विशेषताओं का सम्भाव्यता अथवा प्रायिकता का अध्ययन किया जा सकता है। इसी कारण सामान्य वितरण वक्र को सामान्य सम्भाव्यता वक्र भी कहा जाता है।

जनसंख्या में स्थित मनोवैज्ञानिक शीलगुण सामान्य वितरण वक्र के रूप में सम्भावित हैं, इस धारणा के आधार पर ही सम्भाव्यता सिद्धान्त आधारित है और इसी सिद्धान्त के आधार पर सम्पूर्ण समूह में किसी गुण विशेष की सम्भावना कितनी है अथवा किसी घटना के घटित होने की सम्भावना कितनी है? इसका अध्ययन किया जा सकता है। जैसा कि गैरिट का विचार है कि ''अधिकतर प्राकृतिक चरों और कुछ विशिष्ट परिस्थितियों में अधिकांश मनोवैज्ञानिक और सामाजिक शीलगुणों के मापनों में अपने मध्यमानों के समीप इस प्रकार सममित रूप से वितरित होने की प्रवृत्ति सामान्य वितरण वक्र के ही अनुपात में प्राप्त होती है।''

"Measurement of many natural phenomena and of many mental and social traits under certain conditions tend to be distributed symmetrically about their means in proportions which approximate those of the normal probability distribution"

सामान्य वितरण वक्र की प्रमुख विशेषतायें निम्नवत हैं -

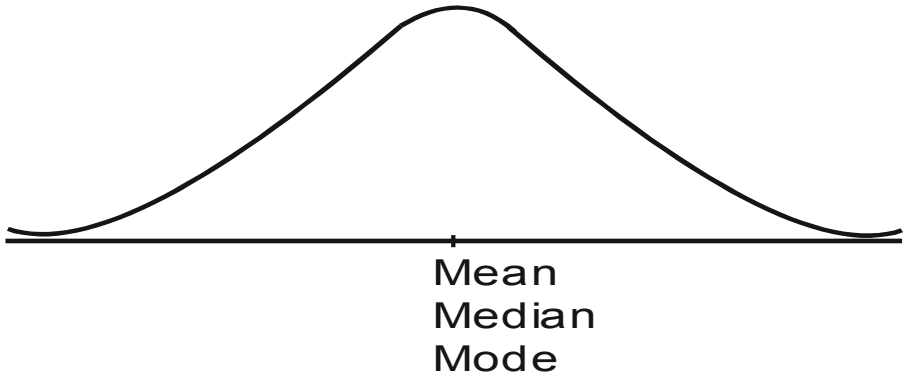
1 सम वितरण एक वास्तविक वक्र नहीं है अपितु यह एक गणितीय - अनुमान (Mathematical Model) ही है। दूसरे शब्दों में यह वक्र अपने आप में आदर्श वक्र होता है। (It is a uni-model curve.)

2 इस वक्र का आकार उल्टी घंटी (Inverted Bell) के समान हाता है।

It is a bell-shaped curve combining both concave and convex curves.

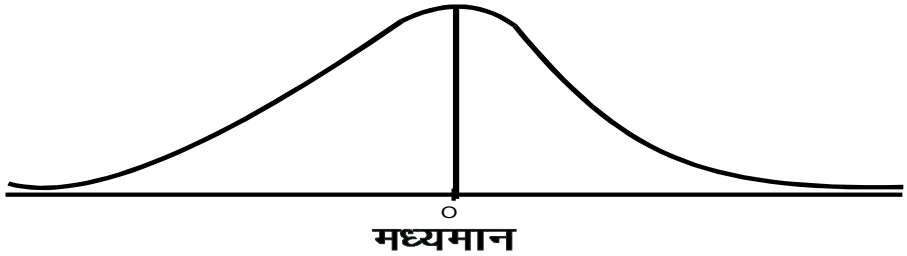
3 इस वक्र में मध्यमान, माध्यिका तथा भूयिष्ठक (बहुलांक) एक ही बिंदु पर केन्द्रित होते हैं।

In this curve the values of mean, Median and mode coincide i.e. most of the scores cluster in the middle of the curve.



4 यह वक्र सममित होता है। मध्यवर्ती मान के इधर उधर वर्ग अन्तरालों में आवृत्तियां बराबर होती हैं।

It is perfectly symmetrical with 50 percent of the scores in each half of the curve.



5 इस वक्र के लिये वैषम्य (Skewness) का मान शून्य होता है।

It is a curve with skewness equal to zero i.e.

$$Sk = \frac{3M - 3Md}{\sigma} = 0 As, M = Md$$

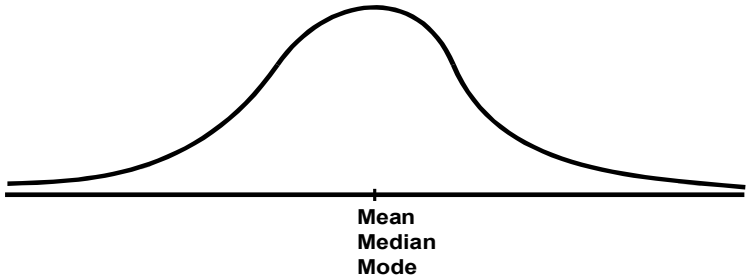
6 इस वक्र के लिये कुकुदंताका मान .263 के बराबर होता है।

It is a curve with Kurtosis equal to .263 i.e.

$$Ku = \frac{Q}{P_{90} - P_{10}} = .263$$

7 यह वक्र आधार रेखा को अनन्त पर स्पर्श करता है।

(NPC meets with X asis or Horizontal Axis or Base at infinity. The curve is asymptotic to the base line.)



8 यद्यपि, सैद्धान्तिक रूप में यह वक्र आधार रेखा को अनन्त पर स्पर्श करता हुआ माना गया है। किन्तु व्यवहार में इस वक्र के विस्तार को +3 σ एवं +3 σ के मध्य माना जाता है।

In NPC area lies between +3 σ to -36 σ

9 इस वक्र के लिये माध्य का मान शून्य तथा प्रमाणिक विचलन का मान हमेशा एक होता है।

In NPC, M=10 and σ = 1 always.

10 इस वक्र में मध्यमान बिन्दु पर स्थित कोटि की ऊँचाई अधिकतम होती है तथा यह कुल आवृत्तियों (अर्थात N) की .3989 होती है। इसे सर्वोच्च कोटि कहते हैं।

The maximum height of the curve is .3989 of the total frequencies within the curve.

11 इस वक्र को निम्न गणितीय समीकरण के द्वारा प्रदर्शित किया जाता है।

It is defined by the Mathematical Equation as.

$$Y = \frac{N}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-x^2/2\sigma^2}$$

जहां Y = X अक्ष से वक्र की ऊँचाई

(The ordinate above the base line in terms of frequencies)

X = मध्यमान से प्राप्त X की दूरी

(Total score in terms of deviation from mean)

N = कुल आवृत्तियां

(Total no. of cases)

σ = मानक विचलन

(S.D. of the distribution)

π = स्थिरांक जिसका माप $\frac{22}{7}$ अथवा 3.14 होता है।

e = स्थिरांक (नेपेरियन लागरिद्म का आधार), जिसका मान 2.7183 होता है।

(Constant : it is base of the natural or Napierian Logarithms)

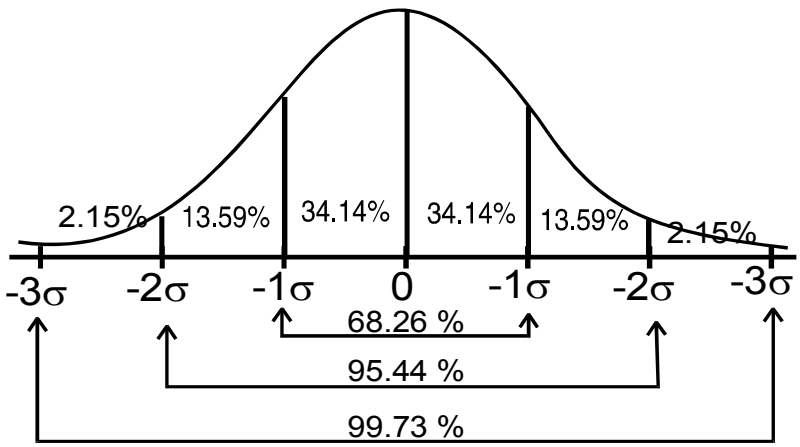
12 सामान्य वक्र का क्षेत्रफल (Area under a normal curve)-इस वक्र के अन्तर्गत विभिन्न विचलन बिन्दुओं संबंधीक्षेत्रफल का विवरण निम्न प्रकार है -

$+1\sigma$ तथा -1σ के मध्य = 68.26%

$+2\ \sigma$ तथा -2σ के मध्य = 95.44%

$+3\ \sigma$ तथा -3σ के मध्य = 97.74%

The area lying between various deviation point is as given under $\pm\ 1\sigma$ = 68.26% $\pm 2\ \sigma$ = 95.44% $\pm 3\sigma$ = 97.74% i.e. 95% cases lie between $\pm\ 1.96\sigma$ and 99% cases lie between $\pm 2.58\sigma$.



13 दिशा परिवर्तन बिन्दु (Point of inflection): सामान्य सम्भाव्यता वक्र के मध्यमान से **1** σ ऊपर तथा **1** σ नीचे (+**1** σ से -**1** σ तक) वक्र की आकृति अवतल (Concave)होती है तथा इसके पश्चात उत्तल (Convex) में परिवर्तित होती है।

14 निश्चित सम्बन्ध (Definite Relationship): सामान्य सम्भाव्यता वक्र के अन्तर्गत विचलनों के विभिन्न मापको के मध्य एक निश्चित सम्बन्ध होता है। चतुर्थांक एक (Quartile$_1$ or Q_1) तथा चतुर्थांक तीन (Quartile$_3$ or Q_3) का मध्यमान से अन्तर समान होता है, जिसे चतुर्थांक विचलन अथवा सम्भाव्य त्रुटि (Probable Error or PE) कहा जाता है। अतः कहा जा सकता है-

Q_3 – Mean = Mean – Q_1 = Quartile Deviation or PE

प्रमाणिक विचलन **(σ)** तथा सम्भाव्य त्रुटि **(PE)** के मध्य एक निश्चित सम्बन्ध होता है। सम्भाव्य त्रुटि **(PE)** ज्ञात होने पर प्रमाणिक विचलन **(σ)**का मान ज्ञात कर सकते हैं तथा इसी प्रकार प्रमाणिक विचलन **(σ)** ज्ञात होने पर सम्भाव्य त्रुटि **(PE)** ज्ञात कर सकते हैं।

PE =0.6756 σ σ = 1.4826 PE

15 वक्र का कोटिमान (Ordinate Value of Curve): सामान्य सम्भाव्यता वक्र में विभिन्न जेड मानों (Z Values) पर कोटि (ordinate) की ऊँचाई भिन्न-भिन्न होती है। मध्यमान बिन्दु पर कोटि की ऊँचाई सर्वाधिक **0.3989** होती है।

इस प्रकार स्पष्ट है कि सामान्य सम्भाव्यता वक्र में विभिन्न महत्वपूर्ण विशेषताएँ निहित हैं। यह भी स्पष्ट करना आवश्यक है कि सामान्य सम्भाव्यता वक्र एक सैद्धान्तिक कल्पना है, अतः आवश्यक नहीं है कि यह सामान्य जनसंख्या आदि का प्रतिनिधित्व ही करे।

अभ्यास प्रश्न

1. सामान्य सम्भाव्यता वक्र के अन्तर्गत विचलनों के विभिन्न मापको के मध्य पाए जाने वाले निश्चित अंतर्संबंध को स्पष्ट करें |
2. दिशा परिवर्तन बिन्दु (Point of inflection) से आप क्या समझते हैं ?
3. सामान्य वक्र का क्षेत्रफल (Area under a normal curve) को रेखाचित्र के माध्यम से स्पष्ट कीजिये |
4. सामान्य वक्र का समीकरण लिखिए |

4.6 सारांश

सामान्य वितरण वक्र एक सैद्धान्तिक तथा आदर्श वक्र है जिसकी व्यवहार में प्राप्ति संभव नहीं है। व्यावहारिक समस्याओं के अध्ययन में विभिन्न चर राशियों को सामान्य रूप से वितरित (Normally Distributed) मान लिया जाता है तथा सामान्य वक्र की विशेषताओं के आधार पर संबंधितसमस्याओं को हल करने का प्रयास किया जाता है। (A Normal probability Curve (NPC) is a well defined Uni-model Bell Shaped Curve with Skewness as zero and Kurtosis equal to . 263.)

जनसंख्या में स्थित मनोवैज्ञानिक शीलगुण सामान्य वितरण वक्र के रूप में सम्भावित हैं, इस धारणा के आधार पर ही सम्भाव्यता सिद्धान्त आधारित है और इसी सिद्धान्त के आधार पर सम्पूर्ण समूह में किसी गुण विशेष की सम्भावना कितनी है अथवा किसी घटना के घटित होने की सम्भावना कितनी है? इसका अध्ययन किया जा सकता है। जैसा कि गैरिट का विचार है कि ''अधिकतर प्राकृतिक चरों और कुछ विशिष्ट परिस्थितियों में अधिकांश मनोवैज्ञानिक और सामाजिक शीलगुणों के मापनों में अपने मध्यमानों के समीप इस प्रकार सममित रूप से वितरित होने की प्रवृत्ति सामान्य वितरण वक्र के ही अनुपात में प्राप्त होती है।''

सामान्य वितरण वक्र जिसे सामान्य सम्भाव्यता वक्र भी कहा जाता है, का आकार घण्टाकर (Bell-shaped) होता है। सामान्य सम्भाव्यता वक्र की प्रमुख विशेषताएँ होती हैं जैसे मध्यमान, मध्यांक व बहुलांक के मान समान होना, विषमता गुणांक शून्य, ककुदता गुणांक (मध्य की ऊँचाई) का मान **0.263,** वक्र का विस्तार व ऊँचाई गणितीय समीकरण पर आधारित होना आदि।

4.7 शब्दावली

- **आवृत्ति वितरण वक्र:** मूल आंकड़ों (Raw Scores) के आधार पर तैयार किया गया वक्र जिसे बारंबारता वितरण वक्र भी कहते हैं।
- **सम्भाव्यता**: किसी विशेष घटना के घटित होने की संभावना की अभिव्यक्ति।
- **सम्भाव्यता अनुपात**: किसी विशेष घटना के घटित होने की सम्भाव्यता को गणितीय रूप में अनुपात के रूप में व्यक्त करना।
- **विषमता गुणांक**: सामान्य सम्भाव्यता वक्र का वितरण असममित होना अर्थात बांये अथवा दांये कुछ अधिक होना ही विषमता है, जिसे मात्रात्मक रूप में विषमता गुणांक के रूप में ज्ञात करते हैं। यदि वक्र पूर्णतः सममित होगा तब विषमता गुणांक शून्य होता है।
- **ककुदता गुणांक**: वक्र की ऊँचाई को ककुदता गुणांक द्वारा निर्धारित किया जाता है। सामान्य सम्भाव्यता वक्र मध्य में न अधिक नुकीला तथा न अधिक चपटा होता है। सामान्य सम्भाव्यता वक्र का ककुदता गुणांक का मान **0.263** होता है।
- **द्विपद वितरण**: द्विपद का अर्थ है दो पद, एक पद घटना की सफलता तथा दूसरा पद घटना की विफलता को व्यक्त करता है। द्विपद वितरण एक प्रकार का सम्भाव्यता वितरण है जो कि विभिन्न प्रयासों में घटित विशेष सापेक्षिक आवृतियों को प्रदर्शित करता है।

4.8 निबन्धात्मक प्रश्न

1. सामान्य सम्भाव्यता वक्र से आप क्या समझते हैं ? सामान्य सम्भाव्यता वक्र की विशेषताओं का वर्णन करें।
2. सम्भाव्यता का अर्थ क्या है? व्यावहारिक विज्ञान में सामान्य सम्भाव्यता वक्र के महत्व को स्पष्ट करें।

4.9 सन्दर्भ ग्रन्थ सूची

- Aggrawal, Y.P. (1986), *Statistical Methods- concept application and computation,* Sterling Publishers Pvt. Ltd. New Delhi.
- Aron, Arthur (Aron, Elaine N. and Coups, Elliot J. (2007), *Statistics for Psychology*. Pearson Prentice Hall, New Delhi.
- Bartz, Albert E. (1985) *Basic Statistical Concepts*. IInd Edition Surjeet Publications, Delhi

- गुप्ता, एस) .पी.**2003)** सांख्यिकीय विधियाँ, तृतीय संस्करण, शारदा पुस्तक भवन, इलाहाबाद उ)**0प्र0)**
- अस्थाना, विपिन(श्रीवास्तव, विजया तथा अस्थाना, निधि)**2009)** शैक्षिक अनुसन्धान एवं सांख्यिकी, अग्रवाल पब्लिकेशन्स, आगरा-**2**
- कपिल, एच) .के.**2005)** सांख्यिकी के मूल तत्व, विनोद पुस्तक मन्दिर, आगरा-**2**
- सिंह, लाभ(प्रसाद, द्वारिका तथा भार्गव, महेश)**1997)** मनोविज्ञान एवं शिक्षा में सांख्यिकी के मूल आधार, हर प्रसाद भार्गव, आगरा उ)**0प्र0)**
- Garrett, Henry E. (1981)) *Statistics in Psychology and Education*. Vakils Feffer and Simons Ltd. Bombay.
- Guilford, J.P. and Fruchter, B. (1978) *Fundamental Statistics for students of psychology and Education,* McGraw Hill Book Company, New York.
- Siegel, Sidney and Castellan, N. John (1988) *Non-Parametric Statistics for the Behavioural Sciences.* McGraw Hill Book Company, New York.

इकाई - 5

सामान्य सम्भाव्यता वक्र के अनुप्रयोग
Applications of Normal Probability Curve

5.1 प्रस्तावना
5.2 उद्देश्य
5.3 सामान्य सम्भाव्यता वक्र के अनुप्रयोग
5.3.1 किसी समूह में किसी प्राप्तांक से अधिक या कम अंक पाने वाले विद्यार्थियों की संख्या ज्ञात ज्ञात करना
5.3.2 किसी समूह में किन्हीं दो प्राप्तांकों के बीच अंक प्राप्त करने वाले विद्यार्थियों की संख्या ज्ञात करना
5.3.3 किसी समूह में किसी विशेष स्थिति वाले विद्यार्थियों की प्राप्तांक सीमाएं ज्ञात करना
5.3.4 किसी परीक्षण के प्रश्नों की सापेक्षिक कठिनाई स्तर ज्ञात करना
5.3.5 सम वितरण के प्रश्नों की सापेक्षिक कठिनाई स्तर ज्ञात करना
5.3.6 दो सम वितरणों का पारस्परिक 'आच्छादन' की दृष्टि से तुलना करना
5.4 सारांश
5.5 शब्दावली
5.6 निबन्धात्मक प्रश्न
5.7 सन्दर्भ ग्रन्थ सूची

5.1 प्रस्तावना

इससे पूर्व की इकाई में आपने सम्भाव्यता से सम्बंधित संप्रत्ययों को जाना तथा सामान्य सम्भाव्यता वक्र की विशेषताओं का विस्तृत अध्ययन किया। जैसा कि आप जानते हैं, सामान्य वितरण एक सैद्धान्तिक अवधारणा है जिसके आधार पर वक्र की ऊँचाई, उसका फैलाव तथा विचलनों के विभिन्न मापको के मध्य निश्चित सम्बन्ध होता है, अतः विभिन्न प्रकार के शोधों में सामान्य सम्भाव्यता वक्र का अनुप्रयोग किया जा सकता है।

जनसंख्या में स्थित मनोवैज्ञानिक शीलगुण सामान्य वितरण वक्र के रूप में सम्भावित होता है, इस धारणा के आधार पर ही सम्भाव्यता सिद्धान्त आधारित है और इसी सिद्धान्त के आधार पर सम्पूर्ण समूह में किसी गुण विशेष की सम्भावना कितनी है अथवा किसी घटना के घटित होने की सम्भावना कितनी है? इसका अध्ययन किया जा सकता है। जैसा कि गैरिट का विचार है कि "अधिकतर प्राकृतिक चरों और कुछ विशिष्ट परिस्थितियों में अधिकांश मनोवैज्ञानिक और

सामाजिक शीलगुणों के मापनों में अपने मध्यमानों के समीप इस प्रकार सममित रूप से वितरित होने की प्रवृत्ति सामान्य वितरण वक्र के ही अनुपात में प्राप्त होती है।" इसी अवधारणा के आधार पर व्यावहारिक विज्ञान में सामान्य सम्भाव्यता वक्र का अनुप्रयोग किया जाता है।

वर्तमान इकाई में आप सामान्य सम्भाव्यता वक्र के विभिन्न अनुप्रयोगों को उदाहरणों एवं चित्रों के माध्यम से समझ सकते हैं।

5.2 उद्देश्य

वर्तमान इकाई का अध्ययन करने के पश्चात आप-

- सामान्य सम्भाव्यता वक्र के अनुप्रयोग को समझ सकेंगे|
- किसी समूह में किसी प्राप्तांक से अधिक या कम अंक पाने वाले विद्यार्थियों की संख्या ज्ञात कर सकेंगे|
- किसी समूह में किन्हीं दो प्राप्तांकों के बीच अंक प्राप्त करने वाले विद्यार्थियों की संख्या ज्ञात कर सकेंगे|
- किसी समूह में किसी विशेष स्थिति वाले विद्यार्थियों की प्राप्तांक सीमाएं ज्ञात कर सकेंगे|
- किसी परीक्षण के प्रश्नों की सापेक्षिक कठिनाई स्तर ज्ञात कर सकेंगे|
- सम वितरण के प्रश्नों की सापेक्षिक कठिनाई स्तर ज्ञात कर सकेंगे|
- दो सम वितरणों का पारस्परिक 'आच्छादन' की दृष्टि से तुलना कर सकेंगे|

5.3 सामान्य वितरण वक्र के अनुप्रयोग (Applications of Normal Distribution Curve)

वर्तमान समय में सामान्य वितरण वक्र का प्रयोग भौतिक विज्ञान, जीव-विज्ञान तथा खगोल शास्त्र के अतिरिक्त सामाजिक विज्ञानों के अन्तर्गत मनोविज्ञान व शिक्षाशास्त्र के क्षेत्रों में होने लगा है। इन क्षेत्रों में प्रतिदर्श के सिद्धान्त के आधार पर अनुमानात्मक सांख्यिकी का प्रयोग कर महत्वपूर्ण निष्कर्ष प्राप्त किये जा रहे हैं।

सामान्य वितरण वक्र का निम्न बिन्दुओं की दृष्टि से अत्यधिक महत्वपूर्ण है –

1. इसका प्रयोग व्यावहारिक शोध में होता है क्योंकि सामाजिक विज्ञानों के अधिकतर चर सामान्य रूप से वितरित होते हैं जब किसी बड़े न्यादर्श या समस्त जीवसंख्या से आंकड़े एकत्रित किया जाये |

   It is used in behavioral researches because most of the variables of social sciences are normally distributed if a large sample of sample or whole population is take.

2. यह परीक्षणों को प्रमाणीकृत करने में किया जाता है |

It is used for standardizing tests.

3. परीक्षणों के पदों का कठिनता गुणांक की तुलना की जा सकती है |

   Difficulty value of Test-Items can also be compared.

4. इसका प्रयोग ग्रेड देने में किया जाता है |

   NPC is also used in assigning grades.

5. मूल प्राप्तांक को प्रमाणिक प्राप्तांक में परिवर्तित किया जा सकता है|

   Raw scores can be converted into standard scores.

6. यह Z प्राप्तांक अथवा मानक निर्धारित करने के काम आता है |

   It is used in developing Z-Scores or Norms of the test.

सामान्य वितरण वक्र के विशेष अनुप्रयोग (Special Applications of Normal Distribution Curve)

मापन के क्षेत्र में सामान्य वितरण वक्र के प्रत्यय का अत्यन्त महत्व है । एक अध्यापक भी सामान्य वक्र का उपयोग अपनी व्यावहारिक समस्याओं के समाधान के लिये कर सकता है । सामान्य वक्र की सहायता से निम्न प्रकार की समस्याओं का समाधान किया जा सकता है –

1. किसी समूह में किसी प्राप्तांक से अधिक या कम अंक पाने वाले विद्यार्थियों की संख्या ज्ञात करना ।

   To calculate the number of cases who achieve more or less than a given particular score.

2. किसी समूह में किन्हीं दो प्राप्तांकों के बीच अंक प्राप्त करने वाले विद्यार्थियों की संख्या ज्ञात करना ।

   To calculate the number of cases who achieve within the given two limits of scores

3. किसी समूह में किसी विशेष स्थिति वाले विद्यार्थियों की प्राप्तांक सीमाएं ज्ञात करना।

   To calculate the limits which include a given percentage of cases.

4. किसी परीक्षण के प्रश्नों की सापेक्षिक कठिनाई स्तर ज्ञात करना।

   To calculate the relative difficulty level of test-items.

5. सम वितरण के प्रश्नों की सापेक्षिक कठिनाई स्तर ज्ञात करना।

   To calculate the relative difficulty level of test items of normal distribution.

6. दो सम वितरणों का पारस्परिक 'आच्छादन' की दृष्टि से तुलना करना।

   To compare two normal-distributions in terms of their mutual overlapping.

5.3.1 किसी प्राप्तांक से अधिक या कम अंक प्राप्त करने वाले विद्यार्थियों की संख्या ज्ञात करना।(To calculate the number of cases who achieve more or less than a given particular score.)

इस प्रकार की समस्याओं में किसी समूह विशेष के लिये किसी चर पर उस समूह का माध्य (Mean) तथा मानक विचलन (Standard Deviation) दिया होता है तथा किसी प्राप्तांक के सापेक्ष अधिक या कम अंक प्राप्त करने वाले विद्यार्थियों की संख्या ज्ञात करनी होती है। सामान्यत: सभी चरों पर प्राप्त परिमापांको के वितरण को सामान्य मानते हुए सामान्य वितरण तालिका की सहायता से इस प्रकार की समस्याओं को हल कर लिया जाता है। इसके लिये सर्वप्रथम हम दिये गये प्राप्तांकों की उच्च अथवा निम्न सीमा निर्धारित करते हैं। फिर इस मूल आंकड़े (Raw Score) को Z-score अथवा σValue में परिवतर्तित कर लेते हैं। अन्त में तालिका की सहायता से प्राप्तांकों का यह प्रतिशत ज्ञात कर लिया जाता हे जो माध्य तथा इस σValue के बीच पड़ता है।

मूल आंकड़ों की उच्च एवं निम्न सीमा निर्धारित करने की इसलिये आवश्यकता पड़ती है क्योंकि सामान्य वक्र सतत् चर (Continuous Variable) का वक्र होता है। यही कारण है कि इस प्रकार की समस्याओं को हल करते समय विभिन्न प्राप्तांकों की उच्च अथवा निम्न सीमा पर स्थिर कोटि अक्षों के दायीं अथवा बायीं विद्यार्थियों की प्रतिशत संख्या ज्ञात करते हैं न कि प्राप्तांक पर स्थित कोटि अक्ष के दायीं और बायीं विद्यार्थियों की संख्या। उदाहरणार्थ यदि हमें 24 से कम अंक प्राप्त करने वाले विद्यार्थियों की संख्या ज्ञात करनी है तो इसके लिए हम तालिका में 23.5 की σ मान देखेंगे। ऐसा इसलिए किया जाता है क्योंकि वास्तव में हम उन सभी विद्यार्थियों को 24 अंक देते हैं जिनके प्राप्तांक 23.5 से लेकर 24.5 तक होते हैं। इस दृष्टि से जब हम 24 से कम प्राप्त करने वाले विद्यार्थियों का अध्ययन करते हैं तो इसका अर्थ है कि हम 24.5 से अधिक अंक प्राप्त करने वाले विद्यार्थियों की संख्या ज्ञात करनी हो तो उस प्राप्तांक की निम्नतम सीमा (Lower Limit) लेनी चाहिये और यदि किसी निर्धारित प्राप्तांक से अधिक अंक प्राप्त करने वाले विद्यार्थियों की संख्या ज्ञात करनी हो तो उस प्राप्तांक की उच्चरण सीमा (Upper Limit) लेनी चाहिये।

उदाहरण 1:

दिया हुआ : माध्य (Mean) = 15 मानक विचलन (S.D.) = 5

कितने केसेज होंगे (How many cases will lie)

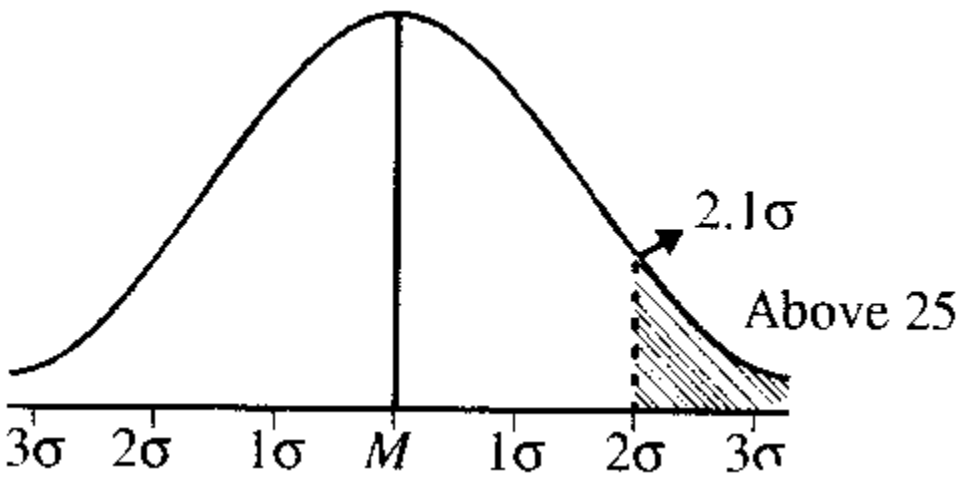
(a) 25 के ऊपर?

(b) 5 के नीचे?

(c) 22 के ऊपर?

हल : दिया हुआ है M = 15 σ = 4

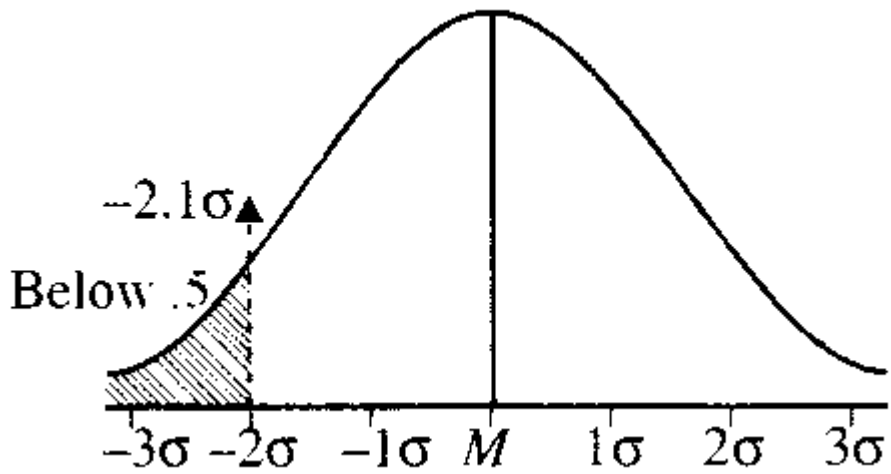
(a): 25 के ऊपर कितने केसेज होंगे इसका मान निकालने हेतु इस संख्या की उच्चतम सीमा अर्थात 25.5 लेनी होगी|



25.5 का Z प्राप्तांक $= \frac{X-M}{\sigma} = \frac{25.5-15}{5} = \frac{10.5}{5} = 2.1\sigma$

अब, सामान्य वितरण वक्र के क्षेत्रफल सारणी से माध्य (M) तथा +2.1 σ के मध्य 48.21% केसेज विद्यमान होंगे| अर्थात 25 अथवा 2.1 σ के ऊपर केसेज की संख्या होगी = 50 - 48.21= 1.79

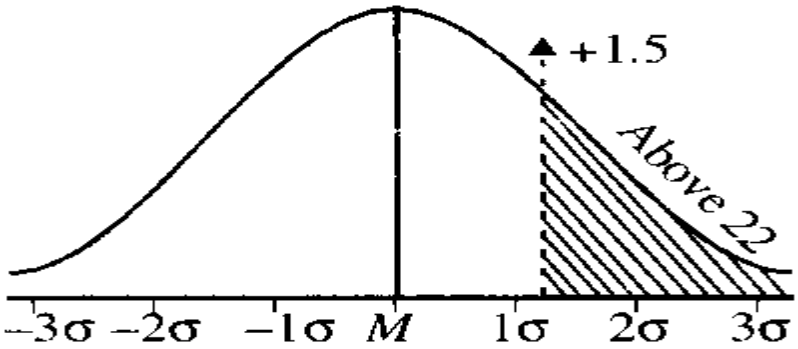
(b): 5 के नीचे कितने केसेज होंगे इसका मान निकालने हेतु इस संख्या की निम्नतम सीमा अर्थात 4.5 लेनी होगी|



4.5 का Z प्राप्तांक $= \frac{X-M}{\sigma} = \frac{4.5-15}{5} = \frac{-10.5}{5} = -2.1\sigma$

अब, सामान्य वितरण वक्र के क्षेत्रफल सारणी से माध्य (M) तथा -2.1 σ के मध्य 48.21% केसेज विद्यमान होंगे| अर्थात 4 अथवा -2.1 σ के नीचे केसेज की संख्या होगी = 50 - 48.21= 1.79

(c): 22 के ऊपर कितने केसेज होंगे इसका मान निकालने हेतु इस संख्या की उच्चतम सीमा अर्थात 22.5 लेनी होगी |



22.5 का Z प्राप्तांक $= \frac{X-M}{\sigma} = \frac{22.5-15}{5} = \frac{7.5}{5} = 1.5\sigma$

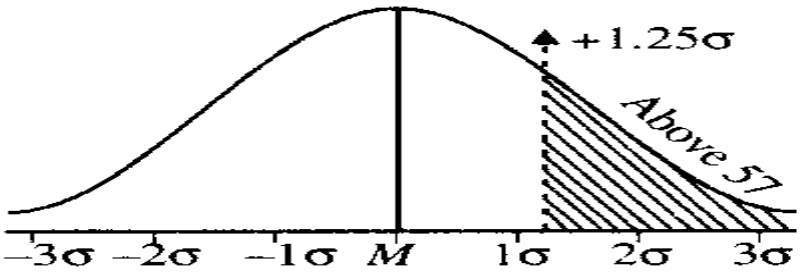
अब, सामान्य वितरण वक्र के क्षेत्रफल सारणी से माध्य (M) तथा +1.5 σ के मध्य 43.32% केसेज विद्यमान होंगे| अर्थात 22 अथवा 1.5 σ के ऊपर केसेज की संख्या होगी = 50 - 43.32= 6.68%

उदाहरण 2: किसी सामान्य वितरण में M= 50·0 तथा S·D.= 6·0 है, 57·0 से ऊपर तथा 46·0 नीचे कितने प्रतिशत केसेज विद्यमान होंगे|

हल: दिया हुआ : माध्य (Mean) = 50·0 मानक विचलन (S.D.) = 6·0

(a) 57·0 के ऊपर कितने प्रतिशत केसेज विद्यमान होंगे |

57·0 के ऊपर कितने केसेज होंगे इसका मान निकालने हेतु इस संख्या की उच्चतम सीमा अर्थात 57·5 लेनी होगी|



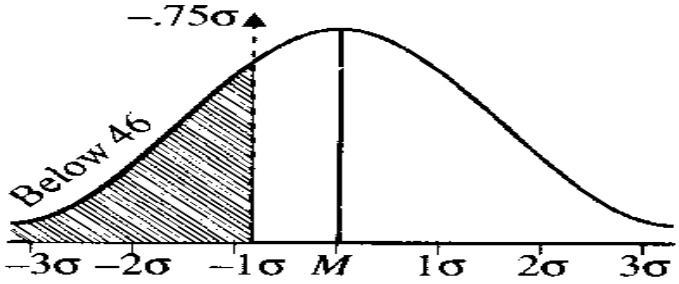
$$Z\ Score\ for\ 57.5 = \frac{X-M}{\sigma} = \frac{57.5-15}{6}$$

$$= \frac{7.5}{6} = 1.25\sigma$$

अब, सामान्य वितरण वक्र के क्षेत्रफल सारणी से माध्य (M) तथा +1.25 σ के मध्य 39.44% केसेज विद्यमान होंगे| अर्थात 57.5 अथवा 1.25 σ के ऊपर केसेज की संख्या होगी = 50 - 39.44= 10.56%

(b) 46 के नीचे कितने केसेज होंगे इसका मान निकालने हेतु इस संख्या की निम्नतम सीमा अर्थात 45.5 लेनी होगी|

45.5 का Z प्राप्तांक $= \frac{X-M}{\sigma} = \frac{45.5-50}{6} = \frac{-4.5}{6} = -.75\sigma$



अब, सामान्य वितरण वक्र के क्षेत्रफल सारणी से माध्य (M) तथा -.75 σ के मध्य 27.34% केसेज विद्यमान होंगे| अर्थात 46 अथवा -.75 σ के नीचे केसेज की संख्या होगी = 50 – 27.34= 22.36%

उदाहरण 3: X^{th} वर्ग के 700 विद्यार्थियों पर गणित उपलब्धि परीक्षण को प्रशासित किया गया जिसका मध्यमान तथा मानक विचलन क्रमशः 54 तथा 9 पाया गया | सामान्य वितरण मानते हुए निम्न का परिकलन कीजिये

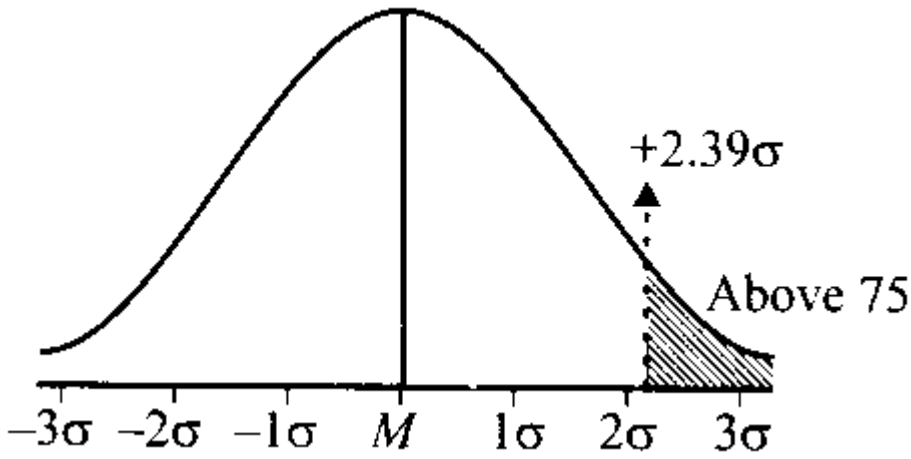
(a) 75 के ऊपर कितने केसेज होंगे?

(b) 40 के नीचे कितने केसेज होंगे?

हल : दिया हुआ है N=700, M = 54, σ = 9

(a) 75 के ऊपर कितने केसेज होंगे?

75·0 के ऊपर कितने केसेज होंगे, इसका मान निकालने हेतु इस संख्या की उच्चतम सीमा अर्थात 75·5 लेनी होगी |



$$Z\ Score\ for\ 75.5 = \frac{X-M}{\sigma} = \frac{75.5-54}{9}$$

$$= \frac{21.5}{9} = 2.39\sigma$$

अब, सामान्य वितरण वक्र के क्षेत्रफल सारणी से माध्य (M) तथा +2.39 σ के मध्य 49.16% केसेज विद्यमान होंगे | अर्थात 75.5 अथवा 2.39 σ के ऊपर केसेज की संख्या होगी = 50 – 49.16= 0.84%

100 में केवल .84 विद्यार्थी ने 75 से अधिक अंक प्राप्त किया |

1 में $\frac{.84}{100}$ विद्यार्थी ने 75 से अधिक अंक प्राप्त किया |

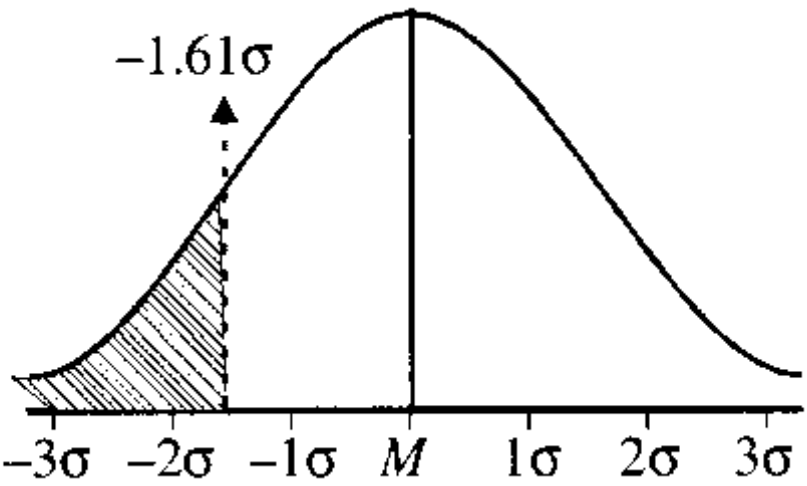
700 में केवल $\frac{.84 \times 700}{100}$ विद्यार्थी ने 75 से अधिक अंक प्राप्त किया = 5.88

क्योंकि विद्यार्थी की संख्या दशमलव (5.88) में व्यक्त नहीं किया जा सकता अर्थात 6 विद्यार्थियों ने 75 से अधिक अंक प्राप्त किया |

(b) 40 के नीचे कितने केसेज होंगे ?

40 के नीचे कितने केसेज होंगे इसका मान निकालने हेतु इस संख्या की उच्चतम सीमा अर्थात 39·5 लेनी होगी|

$$\text{Z score for } 39.5 = \frac{X-M}{\sigma} = \frac{39.5-54}{9} = \frac{14.5}{9} = -1.61\sigma$$



अब, सामान्य वितरण वक्र के क्षेत्रफल सारणी से माध्य (M) तथा -1.61σ के मध्य = 44.63% केसेज विद्यमान होंगे| अर्थात 39.5 अथवा 1.61σ के नीचे केसेज की संख्या होगी = 50 – 44.63= 5.37%

100 में केवल 5.37 विद्यार्थी ने 40 से कम अंक प्राप्त किया|

1 में $\frac{5.37}{100}$ विद्यार्थी ने 40 से कम अंक प्राप्त किया|

700 में केवल $\frac{5.37 \times 700}{100}$ विद्यार्थी ने 40 से कम अंक प्राप्त किया=37.59

क्योंकि विद्यार्थी की संख्या दशमलव (37.59) में व्यक्त नहीं किया जा सकता अर्थात 38 विद्यार्थियों ने 40 से कम अंक प्राप्त किया|

उदाहरण 3: XIth वर्ग के 500 विद्यार्थियों पर एक परीक्षण को प्रशासित किया गया जिसका मध्यमान तथा मानक विचलन क्रमशः 55 तथा 12 पाया गया | सामान्य वितरण मानते हुए निम्न का परिकलन कीजिये

(a) 40 के ऊपर कितने केसेज होंगे?

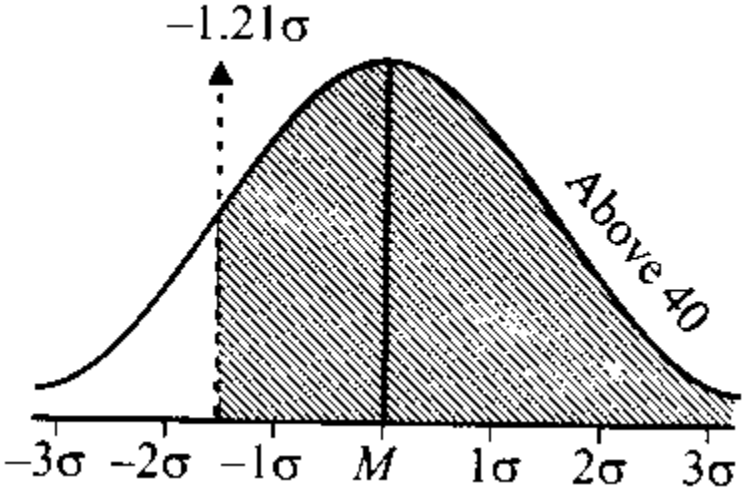
(b) 60 के नीचे कितने केसेज होंगे?

हल : दिया हुआ है N=500, M = 55, σ = 12

(a) 40 के ऊपर कितने केसेज होंगे?

40·0 के ऊपर कितने केसेज होंगे इसका मान निकालने हेतु इस संख्या की उच्चतम सीमा अर्थात 40·5 लेनी होगी|

$$Z\ score\ for\ 40.5 = \frac{X-M}{\sigma} = \frac{40.5-55.0}{12} = -1.21\,\sigma$$



अब, सामान्य वितरण वक्र के क्षेत्रफल सारणी से माध्य (M) तथा -1.21σ के मध्य 38.69% केसेज विद्यमान होंगे| अर्थात 40.5 अथवा -1.21σ के ऊपर केसेज की संख्या होगी = 50 +38.69% = 88· 69%

100 में केवल 88· 69 विद्यार्थी ने 40 से अधिक अंक प्राप्त किया|

1 में $\frac{88.69}{100}$ विद्यार्थी ने 40 से अधिक अंक प्राप्त किया|

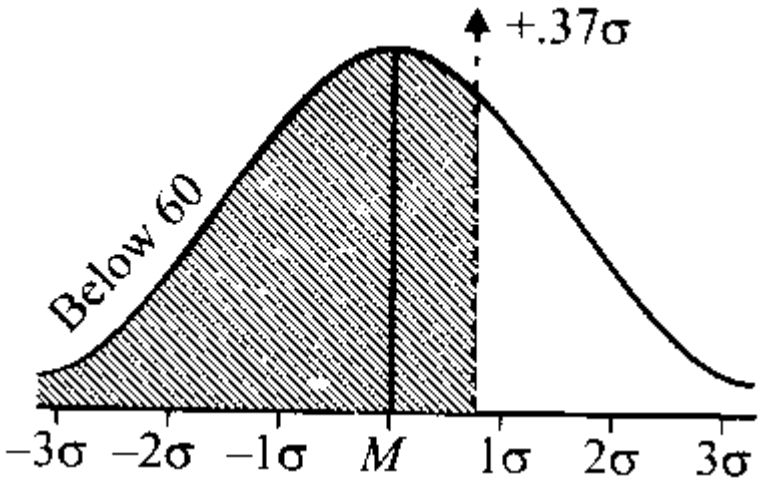
500 में केवल $\frac{88.69 \times 500}{100}$ विद्यार्थी ने 40 से अधिक अंक प्राप्त किया = 443.45

क्योंकि विद्यार्थी की संख्या दशमलव (443.45) में व्यक्त नहीं किया जा सकता अर्थात 443 विद्यार्थियों ने 40 से अधिक अंक प्राप्त किया |

(b) 60 के नीचे कितने केसेज होंगे?

60 के नीचे कितने केसेज होंगे इसका मान निकालने हेतु इस संख्या की उच्चतम सीमा अर्थात 59·5 लेनी होगी |

$$\text{Z score for } 59.5 = \frac{X-M}{\sigma} = \frac{59.5-55}{9} = \frac{4.5}{9} = -.37\,\sigma$$



अब, सामान्य वितरण वक्र के क्षेत्रफल सारणी से माध्य (M) तथा -.37σ के मध्य = 14.43% केसेज विद्यमान होंगे | अर्थात 59.5 अथवा .37σ के नीचे केसेज की संख्या होगी = 50 + 14.63= 64.63%

100 में केवल 64.63 विद्यार्थी ने 60 से कम अंक प्राप्त किया |

1 में $\frac{64.63}{100}$ विद्यार्थी ने 60 से कम अंक प्राप्त किया |

500 में केवल $\frac{64.63 \times 500}{100}$ विद्यार्थी ने 60 से कम अंक प्राप्त किया=322.15

क्योंकि विद्यार्थी की संख्या दशमलव (322.15) में व्यक्त नहीं किया जा सकता अर्थात 322 विद्यार्थियों ने 60 से कम अंक प्राप्त किया|

5.3.2 किसी समूह में किन्हीं दो प्राप्तांकों के बीच अंक प्राप्त करने वाले विद्यार्थियों की संख्या ज्ञात करना(To calculate the number of cases who achieve within the given two limits of scores)

इस प्रकार की समस्याओं में हमें समूह का माध्य तथा मानक विचलन ज्ञात होता है तथा किन्हीं दो प्राप्तांकों के बीच अंक प्राप्त करने वाले विद्यार्थियों की प्रतिशत संख्या निकालनी होती है। यहां भी समूह के वितरण को सामान्य मान लिया जाता है। तत्पश्चात हम दिये गये दो प्राप्तांकों में से छोटे प्राप्तांक की निम्न सीमा तथा बड़े प्राप्तांकी की उच्च सीमा ज्ञात कर लेते हैं। फिर इन दोनों मानों (मूल आंकड़ों) को Z- Score अथवा σ प्राप्तांक निकालकर दोनों के बीच का क्षेत्रफल ज्ञात कर लेते हैं। यह क्षेत्रफल ही इन दोनों प्राप्तांकों के बीच अंक प्राप्त करने वाले विद्यार्थियों की प्रतिशत संख्या को व्यक्त करेगा। दिये गये प्राप्तांकों की निम्न व उच्च सीमा इसलिये ज्ञात करते हैं क्योंकि इन दोनों प्राप्तांकों के समान अंक प्राप्त करने वाले (जो कि वास्तव में या तो .5 कम होता है अथवा .5 अधिक होता है) छात्र भी प्राप्तांकों की दी गई सीमाओं के अन्तर्गत अंक प्राप्त करने वाले विद्यार्थियों के समूह में सम्मिलित माने जायेंगे। आगे के उदाहरणों में इसे और अधिक स्पष्ट किया जा रहा है।

उदाहरण 1: यदि एक सामान्य वितरण में M = 100, SD = 20 तो निम्न का मान परिकलित कीजिये-

(a) 85 एवं 125 सीमा के मध्य कितना प्रतिशत अंक होगा?

(b) 25 एवं 80 सीमा के मध्य कितना प्रतिशत अंक होगा?

हल : दिया हुआ है M = 100, SD = 20

(a) 85 एवं 125 सीमा के मध्य कितना प्रतिशत अंक होगा?

85 का निम्नतम सीमा = 84·5

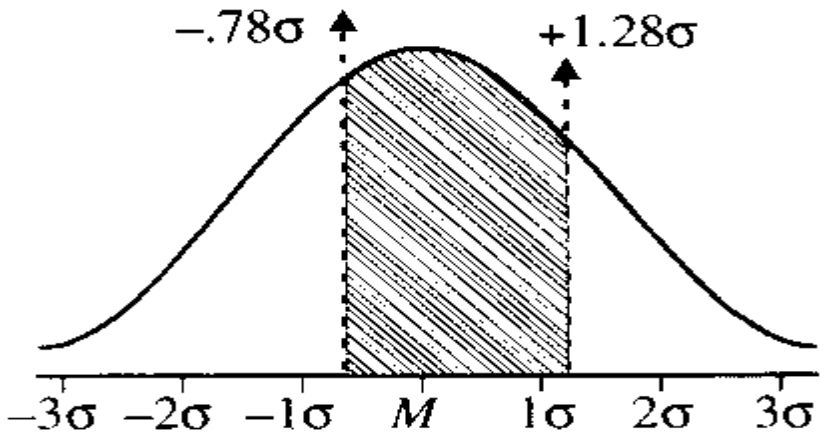
125 का उच्चतम सीमा = 125·5

$$Z\ Score\ for\ raw\ Score\ 84.5 = \frac{X-M}{\sigma} = \frac{84.5-100}{20}$$

$$= \frac{15.5}{20} = -78\sigma$$

$$\text{Z score for raw score } 125{\cdot}5 = \frac{X-M}{\sigma} = \frac{125.5-100}{20}$$

$$\frac{25.5}{20} = 1.28\sigma$$



अब, सामान्य वितरण प्रतिशत क्षेत्रफल सारणी से M तथा - .78 σ के मध्य = 28·23% प्रतिशत केसेज तथा M तथा + 1.28 σ = 39·97% प्रतिशत केसेज होंगे|

अतः 85 तथा 125 अथवा - .78σ तथा +1·28σ के मध्य प्रतिशत केसेज होंगे = 28·23 + 39·97 = 68·20%

(b) 25 एवं 80 सीमा के मध्य कितना प्रतिशत अंक होगा?

25 का निम्नतम सीमा = 24·5

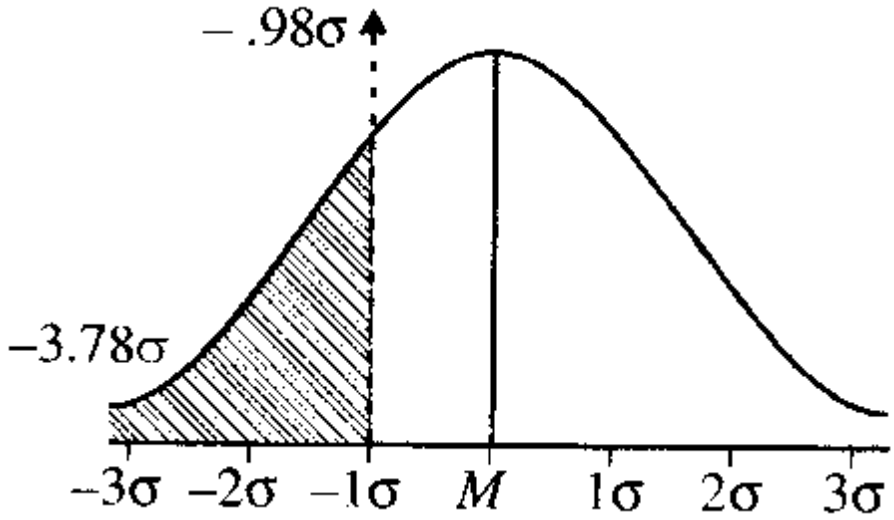
80 का उच्चतम सीमा = 80·5

$$Z\ Score\ for\ raw\ Score\ 24.5 = \frac{X-M}{\sigma} = \frac{24.5-100}{20}$$

$$= \frac{75.5}{20} = -3.78\sigma$$

$$\text{Z Score for raw score } 80{\cdot}5 = \frac{X-M}{\sigma} = \frac{80.5-100}{20}$$

$$= \frac{19.5}{20} = -.98\sigma$$



अब, सामान्य वितरण प्रतिशत क्षेत्रफल सारणी से M तथा - 3.78 σ के मध्य = 49.99% प्रतिशत केसेज तथा M तथा -.98σ = 33.65% प्रतिशत केसेज होंगे|

अतः 25 तथा 80 अथवा - 3.78 σ तथा -.98σ के मध्य प्रतिशत केसेज होंगे = 49.99-33.65 = 16.34%

उदाहरण 2: X^{th} वर्ग के 600 विद्यार्थियों पर एक बुद्धि परीक्षण को प्रशासित किया गया जिसका मध्यमान तथा मानक विचलन क्रमशः 110 तथा 17 पाया गया| सामान्य वितरण मानते हुए निम्न का परिकलन कीजिये

(a) 125 तथा 140 I.Q. के मध्य कितने विद्यार्थी होंगे?

(b) 90 तथा 120 I.Q. के मध्य कितने विद्यार्थी होंगे?

हल : दिया हुआ है N=600, M = 110, σ = 17

(a) 125 तथा 140 I.Q. के मध्य कितने विद्यार्थी होंगे?

125 का निम्नतम सीमा = 124·5

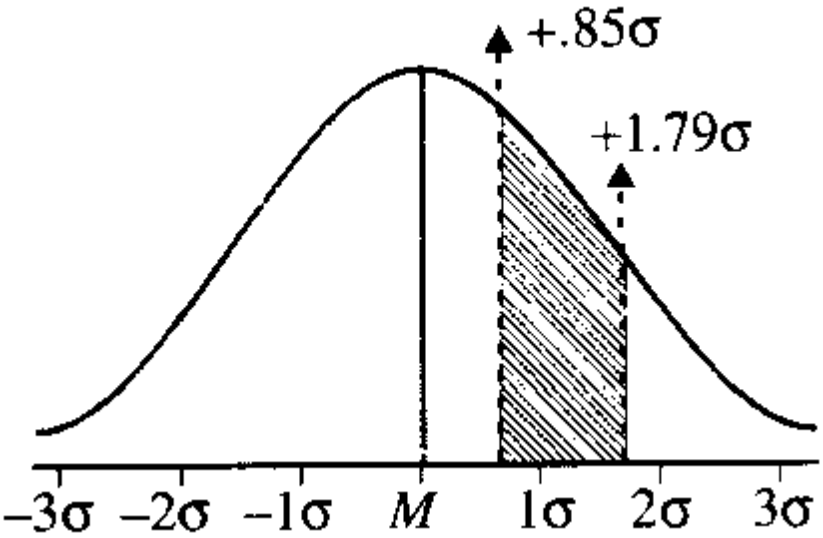
140 का उच्चतम सीमा = 140·5

$$Z\ Score\ for\ raw\ Score\ 124.5 = \frac{X-M}{\sigma} = \frac{124.5-100}{17}$$

$$= \frac{14.5}{17} = +.85\sigma$$

$$\text{Z score for raw score } 140{\cdot}5 = \frac{X-M}{\sigma} = \frac{140.5-110}{17}$$

$$= \frac{30.5}{17} = +1.79\ \sigma$$



अब, सामान्य वितरण प्रतिशत क्षेत्रफल सारणी से M तथा +.85σ के मध्य = 30.23% प्रतिशत केसेज तथा M तथा +1.79σ = 46.33% प्रतिशत केसेज होंगे|

अतः 125 तथा 140 अथवा +.85σ तथा +1.79σ के मध्य प्रतिशत केसेज होंगे = 46·33 - 30·23 = 16·10%

100 में केवल 16.10 विद्यार्थी ने 125 तथा 140 के मध्य I.Q. प्राप्त किया|

1 में $\frac{16.10}{100}$ विद्यार्थी ने 125 तथा 140 के मध्य I.Q. प्राप्त किया|

600 में केवल $\frac{16.10 \times 600}{100}$ विद्यार्थी ने 125 तथा 140 के मध्य I.Q. प्राप्त किया =96·60

क्योंकि विद्यार्थी की संख्या दशमलव (96·60) में व्यक्त नहीं किया जा सकता अर्थात 97 विद्यार्थियों ने 125 तथा 140 के मध्य I.Q. प्राप्त किया|

(b) 90 तथा 120 I.Q. के मध्य कितने विद्यार्थी होंगे?

90 का निम्नतम सीमा = 89·5

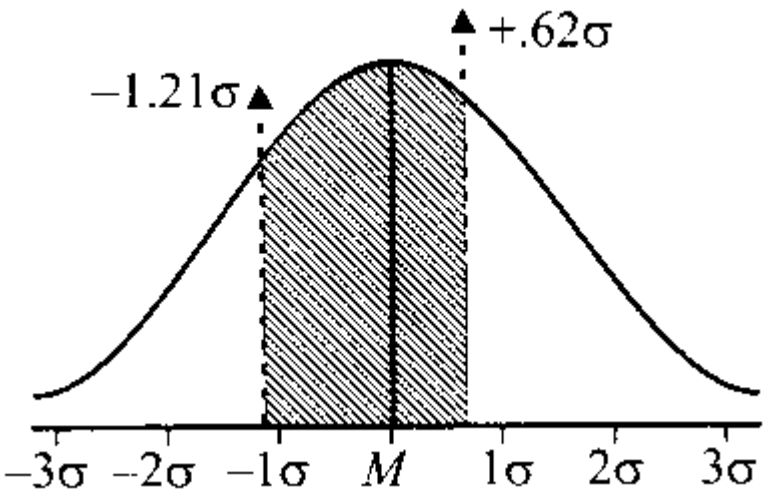
120 का उच्चतम सीमा = 120·5

$$Z\ Score\ for\ raw\ Score\ 89.5 = \frac{X-M}{\sigma} = \frac{89.5-100}{17}$$

$$= \frac{20.5}{17} = -1.21\sigma$$

Z score for raw score 120·5 $\frac{X-M}{\sigma} = \frac{120.5-110}{17}$

$$= \frac{10.5}{17} = .62\sigma$$



अब, सामान्य वितरण प्रतिशत क्षेत्रफल सारणी से M तथा -1.21σ के मध्य = 38.69% प्रतिशत केसेज तथा M तथा +.62σ = 23.24% प्रतिशत केसेज होंगे|

अतः 90 तथा 120 अथवा -1.21σ तथा +.62σ के मध्य प्रतिशत केसेज होंगे=38·69 + 23·24 = 61·93%

100 में केवल 61.93 विद्यार्थी ने 90 तथा 120 के मध्य I.Q. प्राप्त किया|

1 में $\frac{61.93}{100}$ विद्यार्थी ने 90 तथा 120 के मध्य I.Q. प्राप्त किया|

600 में केवल $\frac{61.93 \times 600}{100}$ विद्यार्थी ने 90 तथा 120 के मध्य I.Q. प्राप्त किया =371.58

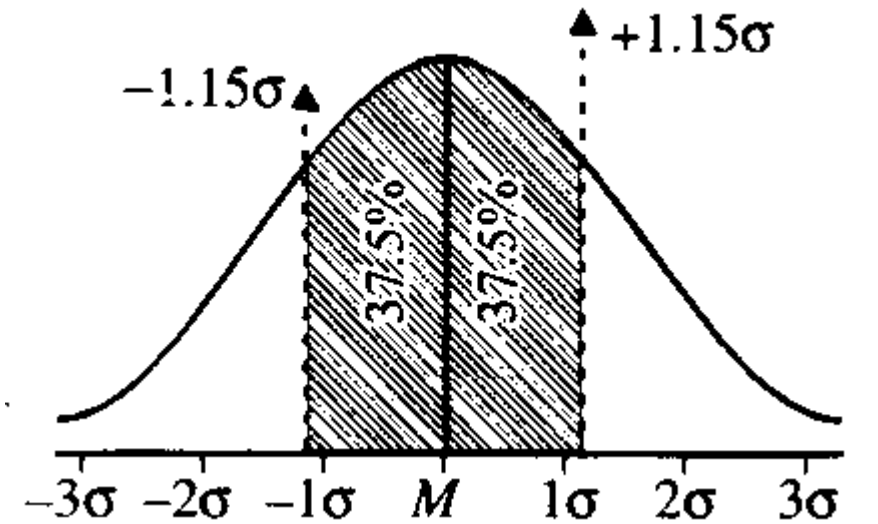
क्योंकि विद्यार्थी की संख्या दशमलव (371.58) में व्यक्त नहीं किया जा सकता अर्थात 372 विद्यार्थियों ने 90 तथा 120 के मध्य I.Q. प्राप्त किया|

5.3.3 किसी समूह में किसी विशेष स्थिति वाले विद्यार्थियों की प्राप्तांक सीमाएं ज्ञात करना (To calculate the limits which include a given percentage of cases)

इस स्थिति में भी समूह का माध्य तथा मानक विचलन दिया होता है तथा सामान्य वितरण के प्रत्यय का उपयोग करते हुए वे प्राप्तांक ज्ञात किये जाते हैं जिनके बीच किसी दिये गये प्रतिशत या संख्या के छात्र अंक प्राप्त करते हैं। इस प्रकार की समस्याओं में सबसे पहले सामान्य वक्र में विद्यार्थियों का वांछित प्रतिशत दो कोटियों के बीच के क्षेत्र के रूप में व्यक्त कर लिया जाता है। तत्पश्चात इन कोटियों के मूल प्राप्तांक में बदलने के लिये निम्न सूत्र का प्रयोग किया जाता है -

उदाहरण1: किसी सामान्य वितरण में M = 16 तथा σ = 4 है | 75% मध्य केसेज के वितरण की सीमा का परिकलन कीजिये|

हल: 75% मध्य केसेज का तात्पर्य है कि 37·5% वितरण माध्य के ऊपर तथा 37·5% वितरण माध्य के नीचे स्थित होगा |



सामान्य वितरण के क्षेत्रफल सारणी से, 37·5% वितरण M तथा ± 1.15σ के मध्य स्थापित होगा | अतः माध्य के नीचे 37·5% वितरण, M तथा -1.15σ के मध्य स्थित होगा तथा शेष माध्य के ऊपर 37·5% वितरण, M तथा +1.15σ के मध्य स्थित होगा| दूसरे शब्दों में, 75% मध्य केसेज के वितरण की सीमा का परिकलन निम्नवत होगी-

M ± 1.15σ (दिया है M = 16, σ = 4)

= M + 1.15σ तथा M - 1.15σ

= 16 + 1.15 x 4 तथा 16 - 1.15 x 4

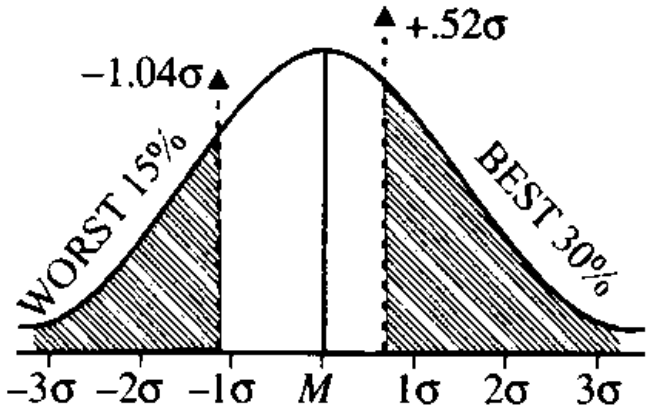
= 16 + 4.60 तथा 16 - 4.60

= 20.60 तथा 11.40

अतः वांछित सीमा 20·60 और 11.40 होगी |

उदाहरण 2: किसी सामान्य वितरण वक्र में M = 100 तथा σ = 20 है | 30% सर्वोत्कृष्ट केसेज तथ 15% सबसे बेकार केसेज की सीमा का परिकलन कीजिये |

हल: जैसा कि हम जानते हैं कि सामान्य वितरण वक्र एक सममित वक्र होता है जिसके दोनों आधे भाग का क्षेत्रफल 50 - 50% होता है | अब यदि हमें 30% सर्वोत्कृष्ट केसेज को चुनना है तो सामान्य वितरण वक्र के सबसे दायें भाग को लेना होगा| जैसा कि आपको पता है वक्र के मध्य स्थिति से सम्पूर्ण दायें भाग का क्षेत्रफल 50% होता है | अतः सम्पूर्ण दायें भाग के क्षेत्रफल 50% में से 30% सर्वोत्कृष्ट केसेज को चुनने हेतु हमें 50 - 30 = 20% का सारणी मान देखना होगा जो कि .52σ है | अतः 30% सर्वोत्कृष्ट केसेज की सीमा का परिकलन निम्नवत होगा=M + .52σ (दिया गया है M = 100, σ = 20) = 100 + .52 x 20 = 110.40



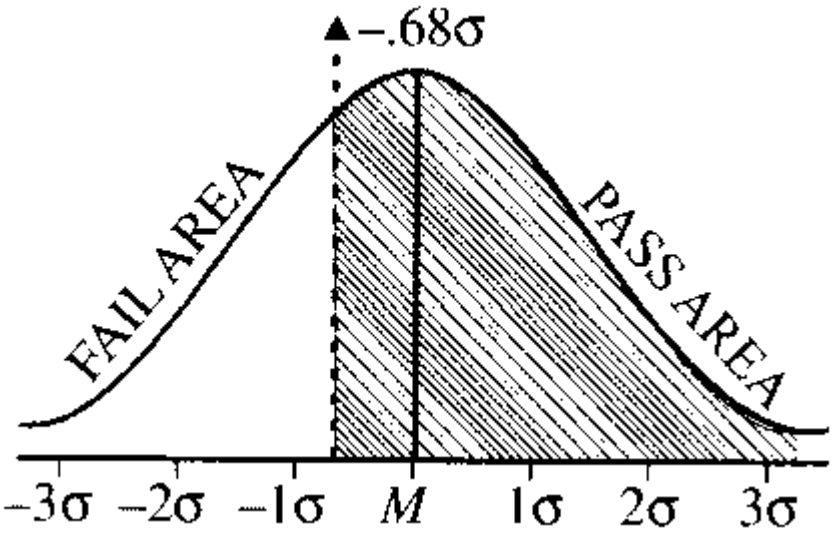
इसी तरह 15% सबसे बेकार केसेज की सीमा का परिकलन करने हेतु सामान्य वितरण वक्र के सबसे बायें भाग को लेना होगा| जैसा कि आपको पता है वक्र के मध्य स्थिति से सम्पूर्ण बाएं भाग का भी क्षेत्रफल 50% होता है | अतः सम्पूर्ण बाएं भाग के क्षेत्रफल 50% में से 15% सबसे बेकार केसेज को चुनने हेतु हमें 50 - 15 =35% का सारणी मान देखना होगा जो कि 1.04 σ है | अतः 15% सबसे बेकार केसेज की सीमा का परिकलन निम्नवत होगा= M -1·04 σ , (दिया गया है M = 100, σ = 20) = 100-1·04 x 20 = 100-20·80 = 79·20

अतः 30% सर्वोत्कृष्ट केसेज तथ 15% सबसे बेकार केसेज की सीमा क्रमशः 110.40 तथा 79·20 होगी |

उदाहरण3 : एक अध्यापक यह निर्णय करता है कि एक कक्षा में 25% विद्यार्थियों को अनुत्तीर्ण करना है | परीक्षा के प्राप्तांक सामान्य रूप से वितरित हैं जिसका माध्य 72 तथा मानक विचलन (SD) 6 है | इस आधार पर एक छात्र को उत्तीर्ण होने के लिए उस परीक्षा में कितना अंक लाना होगा?

हल : दिया गया है M = 72 तथा SD = 6

इस समस्या में एक अध्यापक यह निर्णय करता है कि एक कक्षा में 25% विद्यार्थियों को अनुत्तीर्ण करना है, इसका अर्थ है कि वह अध्यापक उस कक्षा के 75% विद्यार्थियों को उत्तीर्ण करने में रूचि रखता है | यहाँ हमें उत्तीर्ण होने का न्यूनतम अंक का परिकलन करना होगा| इसके लिए हमें सामान्य वितरण वक्र के बायें भाग को दृष्टिगत करना

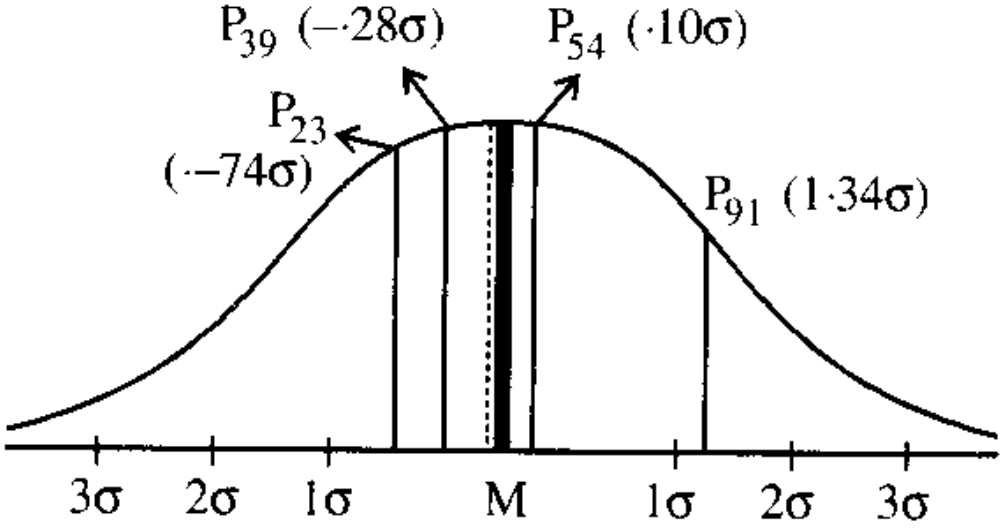


होगा | जैसा कि आपको पता है वक्र के मध्य स्थिति से सम्पूर्ण बाएं भाग का क्षेत्रफल 50% होता है| अतः उत्तीर्ण होने का न्यूनतम अंक को परिकलन करने हेतु 25% अनुत्तीर्ण छात्र के प्राप्तांक की सीमा ज्ञात करनी होगी | इस हेतु हमें 50-25 = 25% (2500 केसेज) का σ मान .68σ होगा . अतः किसी भी छात्र के लिए उत्तीर्ण होने का न्यूनतम अंक = M - .68σ = 72- .68 x 6 = 72-4.08 = 67.7 होगा |

उदाहरण 4. यदि वितरण सामान्य है तो P_{23}, P_{39}, P_{54} तथा P_{91} इकाइयों का निर्धारण कीजिये|

हल : X – अक्ष पर $\mathbf{P_{23}}$ एक ऐसा बिंदु है जहाँ से 23% क्षेत्रफल वक्र के बाईं ओर तथा 77 % क्षेत्रफल वक्र के दायीं ओर स्थित होता है | जैसा कि हम जानते हैं कि सामान्य वितरण वक्र एक सममित वक्र होता है जिसके दोनों आधे भाग का क्षेत्रफल 50 - 50% होता है | हमें सामान्य वितरण वक्र के 27% क्षेत्रफल का पता करना होगा जो क्षेत्रफल सारणी से 2704 (27.04) तथा इसका

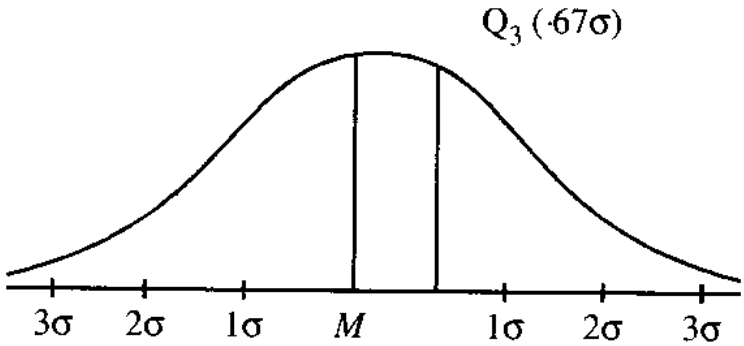
सिग्मा मान 0.74σ है | विदित है कि P_{23} वक्र के बाईं ओर स्थित होता है जिसका सिग्मा मान (P_{23} का) -0.74σ होगा | इसी तरह P_{39} माध्य से 11 % नीचे होगा जिसका σ मान -0.28σ (1100 केसेज) है |



इसी तरह, P_{54} माध्य से 4% ऊपर होगा जिसका σ मान +0.10σ होगा | इसी तरह, P_{91} माध्य से 41 % ऊपर होगा जिसका σ मान 1.34σ होगा |

उदाहरण 5 : जलोटा मानसिक योग्यता परीक्षण को किसी समूह पर प्रशासित करने पर M= 100 तथा σ =15 है | यदि वितरण सामान्य है तो किस बिंदु पर Q_3 स्थित होगा ?

हल : Q_3 एक ऐसा बिंदु है जहाँ से 75% क्षेत्रफल वक्र के बाईं ओर अर्थात 75% केसेज माध्य से नीचे तथा 25% क्षेत्रफल वक्र के दायीं ओर अर्थात 25% केसेज माध्य से ऊपर स्थित होता है | माध्य से ऊपर 25% केसेज का सिग्मा मान 0.67σ होगा |



अतः वह बिंदु जहां Q3 स्थित होगा = M + .67σ =100 + .67 x 15 =100 + 10.05 =110.05

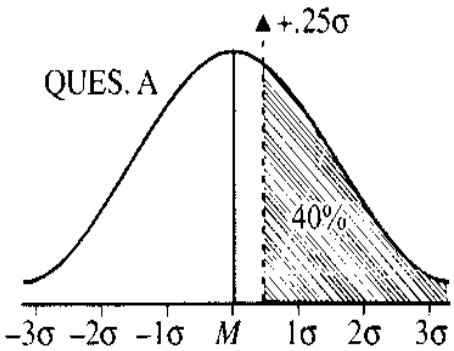
5.3.4 प्रश्नों की सापेक्षिक कठिनाई स्तर ज्ञात करना (To calculate the relative difficulty level of test-items)

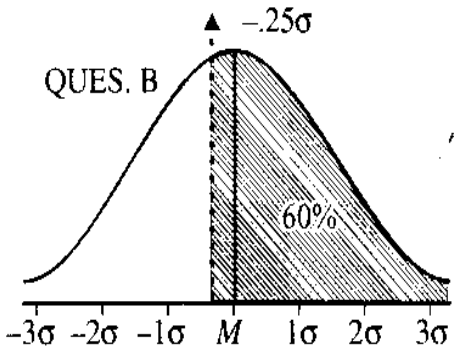
इस प्रकार की समस्याओं में सामान्य वक्र के प्रत्यय का उपयोग करके किसी परीक्षण के विभिन्न प्रश्नों का सापेक्षिक कठिनाई स्तर ज्ञात करके उनकी तुलना की जाती है। इसके लिए प्रत्येक प्रश्न के लिये उस प्रश्न को सही हल करने वाले तथा गलत हल करने वाले विद्यार्थियों को एक दूसरे से अलग करने वाली कोटि ज्ञात की जाती है। इस कोटि के सापेक्ष σ *value* को उस प्रश्न Item का कठिनाई स्तर मान लिया जाता है। यह कठिनाई स्तर अर्थात σ *value* जितना अधिक आयेगा प्रश्न उतना ही अधिक कठिन समझा जायेगा।

उदाहरण 1 : चार प्रश्नों A, B, C तथा D में से प्रश्न A को 40% विद्यार्थियों ने सही हल किया, प्रश्न B को 60% विद्यार्थियों ने सही हल किया, प्रश्न C को 30% विद्यार्थियों ने सही हल किया, प्रश्न D को 80% विद्यार्थियों ने सही हल किया| परीक्षण पदों का सापेक्षिक कठिनता सूचकांक का परिकलन करें |

हल: वितरण को सामान्य मानते हुए, A को 40% विद्यार्थियों ने सही हल किया, इसका अर्थ है 40% विद्यार्थियों जिन्होंने उस प्रश्न को हल किया वे वक्र के दायीं ओर स्थित होंगे, क्षेत्रफल के सारणी मान से (50-40=10%) का सिग्मा मान + ·25 σ होगा अर्थात उस प्रश्न (A) का कठिनता सूचकांक + ·25 σ है |

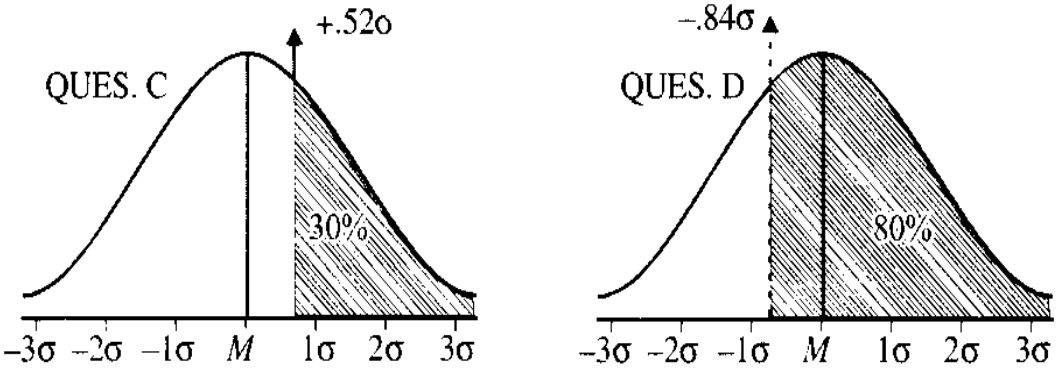
इसी तरह, प्रश्न B को 60% विद्यार्थियों ने सही हल किया, इसका अर्थ है 60% विद्यार्थियों जिन्होंने उस प्रश्न को हल किया वे वक्र के दायीं ओर स्थित होंगे, क्षेत्रफल के सारणी मान से (50-60=10%) का सिग्मा मान + ·25 σ होगा अर्थात उस प्रश्न (B) का कठिनता सूचकांक + ·25 σ है |





पुनः, प्रश्न C को 30% विद्यार्थियों ने सही हल किया, इसका अर्थ है 30% विद्यार्थियों जिन्होंने उस प्रश्न को हल किया वे वक्र के दायीं ओर स्थित होंगे, क्षेत्रफल के सारणी मान से (50-30=20%) का सिग्मा मान + ·52 σ होगा अर्थात उस प्रश्न (C) का कठिनता सूचकांक + ·52 σ है |

इसी तरह, प्रश्न D को 80% विद्यार्थियों ने सही हल किया, इसका अर्थ है 80% विद्यार्थियों जिन्होंने उस प्रश्न को हल किया वे वक्र के दायीं ओर स्थित होंगे, क्षेत्रफल के सारणी मान से (50-80= -30%) का सिग्मा मान - .84σ होगा अर्थात उस प्रश्न (D) का कठिनता सूचकांक - .84σ है |



संक्षेप में, सभी पदों की सापेक्षिक कठिनता सूचकांक निम्नवत होगा-

अंतर

पद संख्या	विद्यार्थियों की प्रतिशत संख्या जिन्होंने प्रश्नों का सही हल किया	कठिनता सूचकांक	σ अंतर
A	40	+.25σ	**A-B**=.50
B	60	-.25σ	**B-C**=·77
C	30	+.52σ	**C-D**=1.36
D	80	-.84σ	

अतः यह स्पष्ट है कि प्रश्न Dसबसे सरल तथा C सभी प्रश्नों में सबसे कठिन है |

महत्वपूर्ण तथ्य: यदि N>50 (जहाँ N प्रश्न को सही हल करने वालों का प्रतिशत है) तो σ मान ऋणात्मक तथा यदि N<50 तो σ मान धनात्मक होगा |

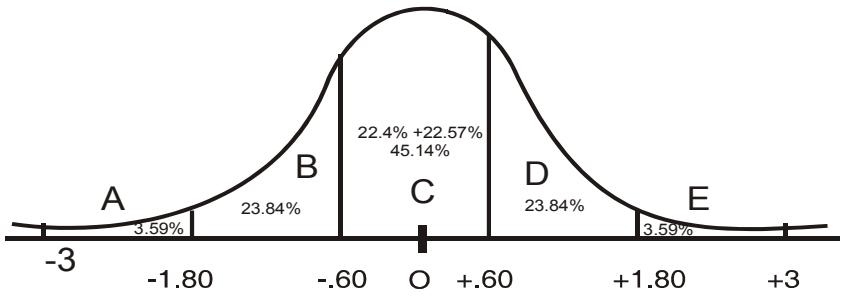
5.3.5 सम वितरण के योग्यता स्तर के आधार पर विभिन्न वर्गों में विभाजित करना

(To divide a normal distribution into various categories on the basis of the ability level)

इस स्थिति में सामान्य वक्र का प्रत्यक्ष उपयोग करके विद्यार्थियों के एक बड़े समूह को ऐसे कई क्रमबद्ध उप-समूहों में विभक्त किया जाता है जिससे कि प्रत्येक उप-समूह में योग्यता का विस्तार अर्थात विद्यार्थियों के प्राप्तांकों का विस्तार समान हो। इसके लिये सामान्य वितरण की कुल दूरी 6 मान ली जाती है।

उदाहरण-3 एक सामान्य वितरण समूह को पाँच उपसमूहों में विभक्त कीजिये। प्रत्येक उप समूह में स्थित प्रतिशत बताइये। यदि विद्यार्थियों की संख्या 500 है, तब बताइये प्रत्येक उप समूह में कितने विद्यार्थी स्थित हैं?

सामान्य वितरण वक्र का विस्तार -3 से +3 के मध्य प्रमुख रूप से होते हैं, अतः सामान्य वितरण वक्र का विस्तार 6 Z मूल्य (सिग्मा दूरी) माना जाता है। जितने उपसमूहों में सामान्य वितरण वक्र को विभाजित करना है, उस संख्या का भाग 6 में दिया जाता है ताकि प्रत्येक उपसमूह का समान विस्तार ज्ञात हो जाये। यदि हमें पाँच उपसमूहों में सामान्य वितरण को विभक्त करना है, तब प्रत्येक उप समूह का विस्तार 6/5 = 1.20 Z मूल्य का होगा। प्रत्येक उपसमूह का विस्तार 1.20 Z मूल्य निर्धारित करते हुए पाँच उपसमूह में सामान्य वितरण वक्र को विभक्त करते हैं।



Z मूल्य

उपसमूह A का विस्तार -3 से -1.80 तक	(50 – 46.41%)	3.59%
उपसमूह B का विस्तार -1.80 से -0.60 तक	(46.41–22.57)	23.84%
उपसमूह C का विस्तार-0.60 से +0.60 तक	(22.57+22.57)	45.14%
उपसमूह D का विस्तार + 0.60 से +1.80 तक	(46.41–22.57)	23.84%
उपसमूह E का विस्तार +1.80 से + 3.00 तक	(50–46.41)	3.59%
	कुल योग	100%

प्रथम उपसमूह का विस्तार निर्धारित करने के लिये बांयी ओर -3 Z मूल्य से 1.20 Z मूल्य को घटाया गया (3-1.20) जो कि -1.80 प्राप्त हुआ। अतः प्रथम उपसमूह A का विस्तार -3 से -1.80 निर्धारित होता है। इसी प्रकार उपसमूह का विस्तार -1.80 से - 0.60 (1.80-1.20) तक निर्धारित किया गया। उपसमूह B का विस्तार -0.60 से +0.60 तक निर्धारित किया गया। उपसमूह D का विस्तार +0.60 से +1.80 (0.60 +1.20) तक निर्धारित किया गया। उपसमूह E का विस्तार +1.80 से +3 तक निर्धारित हुआ। इस प्रकार प्रत्येक उपसमूह का विस्तार समान रूप से 1.20 Z मूल्य निर्धारित है।

प्रथम उपसमूह का प्रतिशत ज्ञात करने के लिये सर्वप्रथम-1.80 मूल्य का प्रतिशत सारणी A से ज्ञात किया गया जो कि 45.41 प्राप्त हुआ। इस प्रकार मध्यमान बिन्दु से बांयी ओर के Z मूल्य -1.80 का प्रतिशत 46.41 हैं, जबकि मध्यमान बिन्दु से बांयी ओर का कुल प्रतिशत 50 है अतः -3 से -1.80 का प्रतिशत 50-46.41=3.59 प्रतिशत प्राप्त हुआ। इसी प्रकार समूह ठ का प्रतिशत ज्ञात करते हैं। मूल्य -0.60 का प्रतिशत सारणी। द्वारा 22.57 प्रतिशत ज्ञात हुआ, अतः उपसमूह C का प्रतिशत ज्ञात करने के लिये मूल्य -1.80 के प्रतिशत 46.41 में से -0.60 Z मूल्य के प्रतिशत 22.57 को घटाकर (46.41-22.57) 23.84 प्रतिशत प्राप्त किया। उपसमूह B का प्रतिशत -0.60 Z मूल्य के प्रतिशत 22.57 तथा +0.60 मूल्य के प्रतिशत 22.57 का योग (22.57+22.57) कर 45.14 प्रतिशत निर्धारित किया गया। उपसमूह D का प्रतिशत उपसमूह ठ के समान ही (46.41-22.57) 23.84 प्रतिशत प्राप्त किया। इसी प्रकार उपसमूह E का प्रतिशत (50-46.41) 3.59 निर्धारित किया गया। यदि सभी उपसमूहों के निर्धारित प्रतिशत का योग किया जाये तब यह योग लगभग 100 प्राप्त होता है।

प्रत्येक उपसमूह का प्रतिशत निर्धारित होने के पश्चात निम्नलिखित सूत्र द्वारा प्रत्येक उपसमूह में स्थित विद्यार्थियों की संख्या भी ज्ञात कर सकते हैं-

$$\text{विद्यार्थियों की संख्या} = \frac{\text{उपसमूह का प्रतिशत} \times \text{कुल विद्यार्थियों की संख्या}}{100}$$

सूत्र के आधार पर -

$$\text{प्रथम उपसमूह A के विद्यार्थियों की संख्या} = \frac{3.59 \times 500}{100} = 17.95 = 18$$

$$\text{द्वितीय उपसमूह B के विद्यार्थियों की संख्या} = \frac{23.84 \times 500}{100} = 119.20 = 119$$

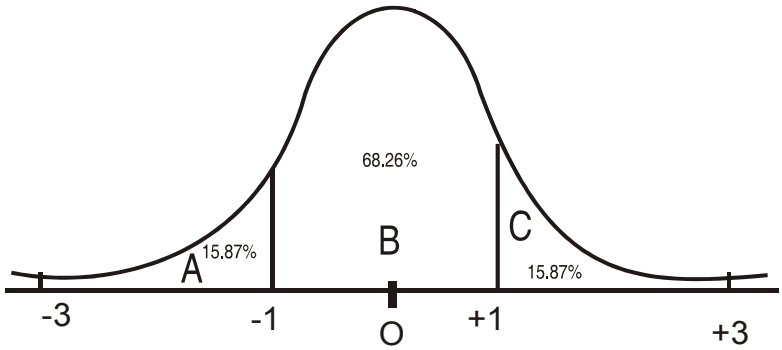
$$\text{तृतीय उपसमूह C के विद्यार्थियों की संख्या} = \frac{23.84 \times 500}{100} = 225.70 = 226$$

चतुर्थ उपसमूह D के विद्यार्थियों की संख्या = $\frac{45.14\times500}{100}$ =119.20=119

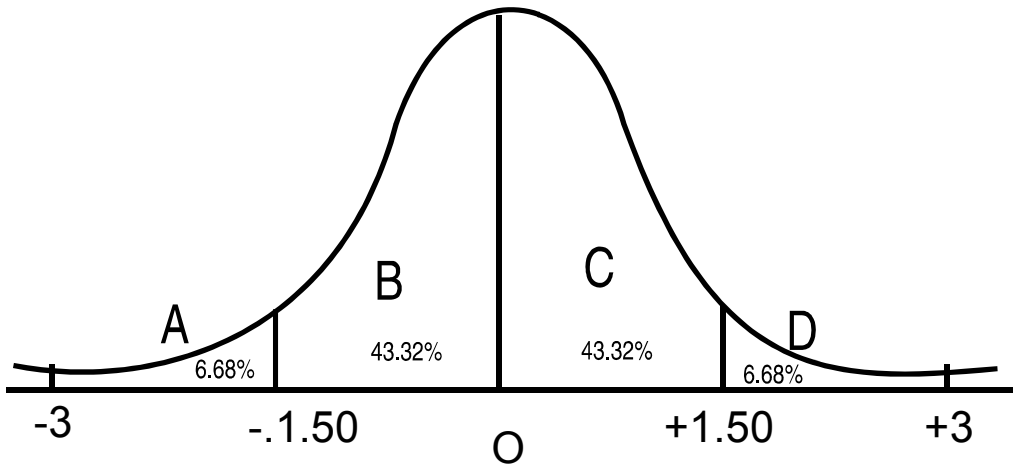
पंचम उपसमूह E के विद्यार्थियों की संख्या = $\frac{3.59\times500}{100}$ =17.95=18

इस प्रकार किसी सामान्य वितरण वक्र को विभिन्न उपसमूहों जैसे 3,4 व 6 उपसमूहों में विभाजित कर प्रत्येक उपसमूह में स्थित प्रतिशत निर्धारित कर सकते हैं। जैसे निम्नलिखित चित्र द्वारा स्पष्ट है-

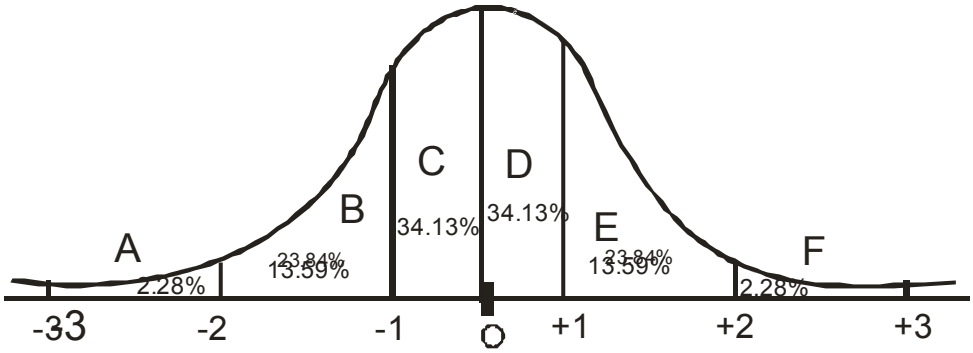
तीन उपसमूहों में विभक्त करना



चार उपसमूहों में विभक्त करना



छह उपसमूहों में विभक्त करना-



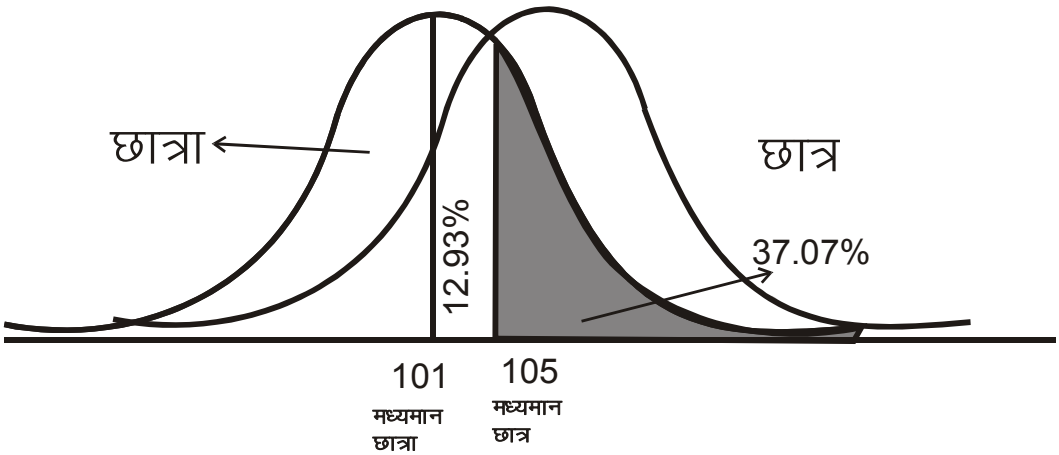
5.3.6 दो सामान्य वितरणों के आच्छादन के सन्दर्भ में तुलना करना (To compare two normal distributions in term of overlapping)

उदाहरण-1: छात्र तथा छात्राओं के समूह पर एक बुद्धि परीक्षण प्रशासित किया गया। विद्यार्थियों का मध्यमान 105 तथा प्रमाणिक विचलन (S.D.)10 प्राप्त हुआ, जबकि छात्राओं का मध्यमान 101 तथा प्रमाणिक विचलन (S.D.)12 प्राप्त हुआ। छात्र तथा छात्राओं के परिणामों को सामान्य वितरण के रूप में मानते हुए बताइये-

i) विद्यार्थियों के मध्यमान से कितने प्रतिशत छात्राओं के बुद्धि-लब्धि प्राप्तांक अधिक हैं?

ii). छात्राओं के मध्यमान से कितने प्रतिशत छात्रो के बुद्धि-लब्धि प्राप्तांक कम प्राप्त हुए हैं?

हल (i). सर्वप्रथम छात्राओं के मध्यमान तथा विद्यार्थियों के मध्यमान के मध्य स्थित प्रतिशत ज्ञात करेंगे। प्राप्त प्रतिशत के छात्राओं के मध्यमान बिन्दु के दांयी ओर के कुल 50 प्रतिशत में से घटाकर उन छात्राओं के प्रतिशत को ज्ञात कर सकते हैं जिनकी बुद्धि-लब्धि विद्यार्थियों के मध्यमान से अधिक है।



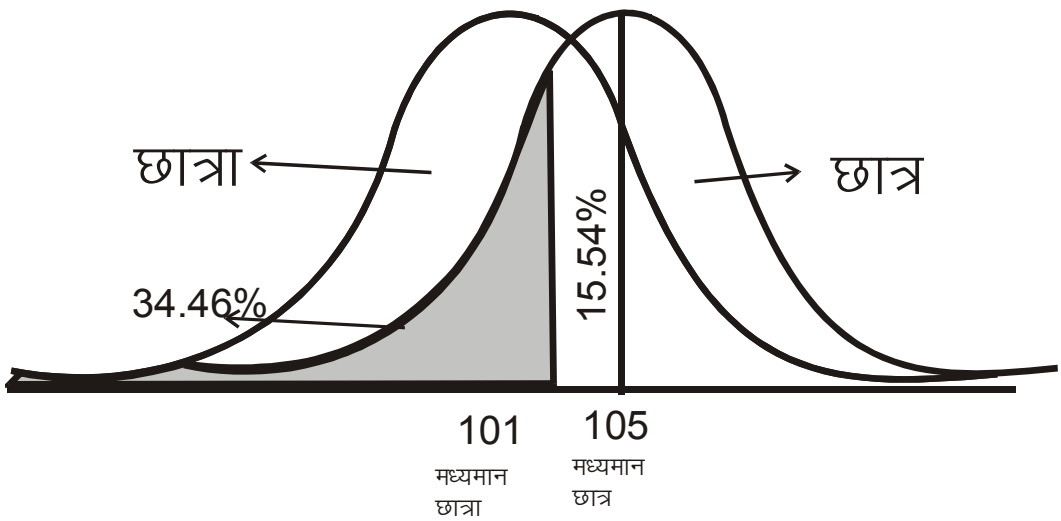
छात्राओं के मध्यमान से विद्यार्थियों के मध्यमान तक प्रतिशत ज्ञात करने के लिये Z मूल्य ज्ञात करेंगे-

$$\text{मूल्य} = \frac{X-M}{S.D.} = \frac{105-101}{12} = \frac{4}{12} = .33$$

0.33 मूल्य के आधार पर सारणी A का निरीक्षण करने से स्पष्ट होता है कि छात्राओं के मध्यमान से विद्यार्थियों के मध्यमान तक 12.93 प्रतिशत छात्रायें स्थित हैं, अतः विद्यार्थियों के मध्यमान से अधिक कुल (50-12.93) 37.07 प्रतिशत छात्रायें स्थित हैं।

ii) छात्राओं के मध्यमान से कितने प्रतिशत विद्यार्थियों को बुद्धि-लब्धि प्राप्तांक कम प्राप्त हुए हैं

सर्वप्रथम विद्यार्थियों के मध्यमान से छात्राओं के मध्यमान के मध्य स्थित विद्यार्थियों का प्रतिशत ज्ञात करेंगे। बांयी ओर के विद्यार्थियों के कुल 50 प्रतिशत में से प्राप्त प्रतिशत को घटाकर उन विद्यार्थियों के प्रतिशत को ज्ञात कर सकते हैं, जिनकी बुद्धि-लब्धि छात्राओं के मध्यमान से कम है।



विद्यार्थियों के मध्यमान से छात्राओं के मध्यमान तक बुद्धि-लब्धि प्राप्तांक रखने वाले विद्यार्थियों का प्रतिशत होगा-

$$Z \text{ मूल्य} = \frac{X-M}{S.D.} = \frac{101\times105}{10} = \frac{-4}{10} = -0.40$$

-0.40 Z मूल्य के आधार पर सारणी A का निरीक्षण करने से स्पष्ट होता है कि विद्यार्थियों के मध्यमान तथा छात्राओं के मध्यमान के मध्य 15.54 प्रतिशत छात्र स्थित हैं, अतः छात्राओं के मध्यमान से कम बुद्धि-लब्धि प्राप्तांक रखने वाले छात्र (50-15.54) 34.46 प्रतिशत हैं।

5.4 सारांश

सामान्य सम्भाव्यता वक्र के आधार पर अनेक व्यावहारिक समस्याओं का समाधान भी किया जाता है। सामान्य सम्भाव्यता वक्र के द्वारा कुछ प्रमुख अनुप्रयोग हैं| सामान्य वितरण वक्र का निम्न बिन्दुओं की दृष्टि से अत्यधिक महत्व है –

1. इसका प्रयोग व्यावहारिक शोध में होता है क्योंकि सामाजिक विज्ञानों के अधिकतर चर सामान्य रूप से वितरित होते हैं जब किसी बड़े न्यादर्श या समस्त जीवसंख्या से आंकड़े एकत्रित किया जाये |
2. यह परीक्षणों को प्रमाणीकृत करने में किया जाता है |
3. परीक्षणों के पदों का कठिनता गुणांक की तुलना की जा सकती है |
4. इसका प्रयोग ग्रेड देने में किया जाता है |
5. मूल प्राप्तांक को प्रमाणिक प्राप्तांक में परिवर्तित किया जा सकता है |
6. यह Z प्राप्तांक अथवा मानक निर्धारित करने के काम आता है |
7. किसी समूह में किसी प्राप्तांक से अधिक या कम अंक पाने वाले विद्यार्थियों की संख्या ज्ञात करना।
8. किसी समूह में किन्हीं दो प्राप्तांकों के बीच अंक प्राप्त करने वाले विद्यार्थियों की संख्या ज्ञात करना |
9. किसी समूह में किसी विशेष स्थिति वाले विद्यार्थियों की प्राप्तांक सीमाएं ज्ञात करना।
10. किसी परीक्षण के प्रश्नों की सापेक्षिक कठिनाई स्तर ज्ञात करना।
11. सम वितरण के प्रश्नों की सापेक्षिक कठिनाई स्तर ज्ञात करना।
12. दो सम वितरणों का पारस्परिक 'आच्छादन' की दृष्टि से तुलना करना।

5.5 शब्दावली

- **जेड मूल्य (Z value):** Z अंक एक मानक अंक है जो कि प्राप्तांक वितरण के औसत से विचलन ऊपर अथवा नीचे) को प्रदर्शित करता)है। -इसका सूत्र है

$$z = \frac{X - M}{\sigma} = \frac{\text{प्राप्तांक} - \text{मध्य मान}}{\text{प्रामाणिक विचलन}}$$

- **आच्छादन (Overlapping):** यदि दो सामान्य वितरण वक्र हैं तथा मध्यमान में कुछ अन्तर है तब ऐसी स्थिति में एक सामान्य वितरण वक्र दूसरे सामान्य वितरण वक्र को थोड़ा ढक लेता है। इसे ही आच्छादन कहते हैं।
- **मनोविज्ञानिक परीक्षण का कठिनाई स्तर:** एक मनोवैज्ञानिक परीक्षण निर्मित करते समय परीक्षण के प्रत्येक पद के कठिनता स्तर की गणना की जाती है। पद की कठिनाई स्तर से तात्पर्य व्यक्तियों के उस अनुपात अथवा प्रतिशत से होता है जो किसी पद का उत्तर सही दे पाते हैं। इसके लिए निम्नलिखित सूत्र का उपयोग कर सकते हैं|

5.6 निबन्धात्मक प्रश्न

1) एक दिये हुए वितरण का मध्यमान 16 तथा प्रमाणिक विचलन 4 है। यदि वितरण को सामान्य मान लिया जाये तो बताइये कि 12 तथा 20 की सीमा में कितने प्रतिशत प्राप्तांक हैं एवं 18 से ऊपर तथा 8 से नीचे कितने प्रतिशत प्राप्तांक हैं।
2) सामान्य वितरण मानते हुए मध्यमान =10, मानक विचलन =5

   निम्नलिखित सीमाओं के बीच पड़ने वाली स्थितियाँ ज्ञात कीजिये-

   अ) 5 तथा 15 ब) 10 तथा 20 स) 15 तथा 25

3) एक परीक्षण के 500 विद्यार्थियों को सामान्य सम्भाव्यता के आधार पर पाँच श्रेणियों में विभाजित कीजिये। प्रत्येक श्रेणी में कितने परीक्षार्थियों के आने की सम्भावना है?
4) यदि 1000 प्रयोज्यों को सामान्य सम्भाव्यता की अवधारणा पर 5 श्रेणियों A,B,C,D तथा E में विभक्त किया जाये तो बताइये कि प्रत्येक श्रेणी में कितने प्रयोज्य आयेंगे।
5) सामान्यीकृत आवृत्ति से आप क्या समझते हैं? निम्नलिखित आवृत्ति वितरण को सामान्यीकृत आवृत्ति वितरण में परिवर्तित कीजिये-

वर्गान्तर (C.I.)	आवृत्ति (f)
45.50	4
40.45	12
35.40	25
30.35	41
25.30	22
20.25	10
15.20	3
10.15	2

6) सामान्य वितरण पर आधारित 500 विद्यार्थियों के समूह का मध्यमान 40 तथा प्रमाणिक विचलन 8 है, बताइये-

i) प्राप्तांक 25 से 35 के मध्य विद्यार्थियों की संख्या

ii) समान योग्यता विस्तार के आधार पर यदि समूह को 6 उपसमूहों में विभक्त करें तब प्रत्येक उपसमूह में स्थित विद्यार्थियों की संख्या बताइये।

7) यदि मान लिया जाये कि जनसंख्या में स्थित बुद्धिलब्धि प्राप्तांक सामान्य वितरण के अनुरूप हैं - तथा मध्यमान100 व प्रमाणिक विचलन 15 है, तब निम्नलिखित बुद्धिलब्धि वाल-े व्यक्तियों का प्रतिशत ज्ञात कीजिये-

a) 130 से अधिक (Above130) b) 125 से अधिक (Above125)

c) 85 से कम (Below 85) d) 72 से कम (Below 72)

e) 110 से 115 के मध्य (Between 110 and 115)

8) दो कक्षा समूह द्वारा निम्नलिखित परीक्षण प्राप्तांक ज्ञात हुए। सामान्य वितरण के आधार पर बतायें कि -

i) कक्षा 9 के कितने विद्यार्थी, कक्षा 10 के मध्यमान की अपेक्षा अधिक अंक प्राप्त करेंगे?

ii) कक्षा 10 के कितने विद्यार्थी कक्षा 9 के मध्यमान की अपेक्षा कम अंक प्राप्त करेंगे?

समूह (Groups)	Class 9	Class 10
मध्यमान (Mean)	48	56
प्रमाणिक विचलन (SD)	8	12
N	500	800

9) किसी सामान्य ज्ञान परीक्षण में सामान्य वितरण के अन्तर्गत मध्यमान 100 तथा प्रमाणिक विचलन 20 है।

i) 85 तथा 120 के मध्य कितने प्रतिशत प्राप्तांक हैं?

ii) मध्य के 65 प्रतिशत, 70 प्रतिशत, 75 प्रतिशत, 80 प्रतिशत किन प्राप्तांकों के मध्य स्थिति हैं?

10) किसी समूह के क्रमशः A,B,C,D चार समस्याओं को 20 प्रतिशत, 32 प्रतिशत, 44 प्रतिशत, 50 प्रतिशत ने हल किया। समस्या A तथा B समस्या C तथा D के मध्य कठिनाई के अन्तर की तुलना कीजिये।

11) एक प्रसामान्य वितरण में मध्यमान (Mean)18 तथा प्रमाणिक विचलन (S.D.) 4 हो तो प्राप्तांक 10 के नीचे कितने प्रतिशत होंगे?

12) किसी वितरण से सम्बन्धित सूचनायें निम्नलिखित हैं-

मध्यमान (Mean) = 11.35

प्रमाणिक विचलन (S.D.) = 3.03

N = 120

वितरण में प्रसामान्यता की कल्पना करते हुए यह बतायइे कि प्राप्तांक 9 तथा प्राप्तांक 17 के बीच कितने प्रतिशत के सेज पड़ते हैं।

13) किसी सामान्य वितरण का मध्यमान 16 है तथा प्रमाणिक विचलन 4 है। यह बताइये कि मध्य के 75 प्रतिशत केसेज किन सीमाओं के बीच होंगे?

14) 500 विद्यार्थियों को एक परीक्षण के प्राप्तांकों के आधार पर चार वर्गो में विभाजित करना है। सामान्य वितरण के आधार पर प्रत्येक वर्ग में कितने छात्र आयेंगे?

15) बुद्धि लब्धि-प्राप्तांक सामान्य वितरण के अनुरूप हैं तथा मध्यमान 100 व प्रमाणिक विचलन 10 है, तब निम्नलिखित बुद्धिलब्धि वाले विद्यार्थियों का प्रतिशत बताइये-

(a) 120 से अधिक (Above120)

(b) 90 से कम (Below 90)

16) सामान्य सम्भाव्यता वक्र के विभिन्न अनुप्रयोगों का वर्णन करें।

17) सम्भाव्यता के अन्तर्गत सामान्य सम्भाव्यता वक्र के महत्व को स्पष्ट करें।

18) सामान्य सम्भाव्यता वक्र से आप क्या समझते हैं? सामान्य सम्भाव्यता की उपयोगिता का वर्णन करें।

उत्तर: 1. 12 तथा 20 की सीमा में 68.26 प्रतिशत

18 प्राप्तांक से ऊपर 30.85 प्रतिशत

8 प्राप्तांक से नीचे 2.28 प्रतिशत

2. अ) 68.26 प्रतिशत ब) 47.72 प्रतिशत स) 15.73 प्रतिशत (49.86-34.13)

3. उपसमूह A=18, B=119, C=226, D=119, E=18

4. उपसमूह A=36, B=238, C=452, D=238, E=36

5.

वर्गान्तर (C.I.))	निरीक्षित आवृत्ति	सामन्यीकृत आवृत्ति
55.50	1	1
45.50	4	4
40.45	12	13
35.40	25	27
30.35	41	33

25.30	22	26
20.25	10	12
15.20	3	3
10.15	2	1
	N=120	N=120

6. **अ)** प्राप्तांक 25 से 35 के मध्य 23.75 प्रतिशत (46.99-23.24) अतः विद्यार्थियों की संख्या 119 **ब)** उपसमूह A=11, B=68, C=171, D=171, E=68, F=11

7. a) 2.28 प्रतिशत (50-47.72)

   b) 4.75 प्रतिशत (50-45.25)

   c) 15.87 प्रतिशत (40-34.13)

   d) 3.07 प्रतिशत (50-46.93)

   e) 9.27 प्रतिशत (34.13-24.86)

8. i) 15.87 प्रतिशत (विद्यार्थियों की संख्या 79)

   ii) 20.15 प्रतिशत (विद्यार्थियों की संख्या 201)

9. i) 61.47 (34.13+27.34)

   ii) मध्य के 65 प्रतिशत की प्राप्तांक सीमा 81.40 से 118.60

   मध्य के 70 प्रतिशत की प्राप्तांक सीमा 79.20 से 120.80

   मध्य के 75 प्रतिशत की प्राप्तांक सीमा 77.00 से 123.00

   मध्य के 80 प्रतिशत की प्राप्तांक सीमा 74.40 से 125.60

10.

समस्या	हल किये गये विद्यार्थियों का प्रतिशत	कठिनता स्तर
A	20%	0.84
B	32%	0.47
C	44%	0.15
D	50%	0

11 2.28 प्रतिशत (50-47.72)

12. 75.09 प्रतिशत (28.23+46.86)

13. प्राप्तांक सीमा 11.40 से 20.60

14. उपसमूह A=33, B=217, C=217, D=33

15. (a) 2.28% (b) 15.87%

Table A

सामान्य सम्भाव्यता वक्र के अंतर्गत क्षेत्रफल

(AREA UNDER NORMAL PROBABILITY CURVE)

इस तालिका की सहायता से सामान्य वितरण में M तथा SD के अन्तर्गत आने वाले केसेज को ज्ञात किया जाता है, जैसे M तथा 1.47 SD के मध्य निम्न तालिका के अनुसार 42.92% केसेज हैं। सिगमा दूरी (SDDistance)को Z-Score भी कहते हैं।

(कुल क्षेत्र 10000 संख्याओं के आधार पर)

X/SD	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.0	0000	0040	0080	0120	0160	0199	0239	0279	0319	0359
0.1	0398	0438	0478	0517	0557	0596	0636	0675	0714	0753
0.2	0793	0832	0871	0910	0948	0987	1026	1064	1103	1141
0.3	1179	1217	1255	1293	1331	1368	1406	1443	1480	1517
0.4	1554	1591	1628	1664	1700	1736	1772	1808	1844	1879
0.5	1915	1950	1985	2019	2054	2088	2123	2157	2190	2224
0.6	2257	2291	2324	2357	2389	2422	2454	2486	2517	2549
0.7	2580	2611	2642	2673	2704	2734	2764	2794	2823	2852
0.8	2881	2910	2939	2967	2995	3023	3051	3078	3106	3133
0.9	3159	3186	3212	3238	3264	3290	3315	3340	3365	3389
1.0	3413	3438	3461	3485	3508	3531	3554	3577	3599	3621
1.1	3643	3665	3686	3708	3729	3749	3770	3790	3810	3830
1.2	3849	3869	3888	3907	3925	3944	3962	3980	3997	4015
1.3	4032	4049	4066	4082	4099	4115	4131	4147	4162	4177

1.4	4192	4207	4222	4236	4251	4265	4279	4292	4306	4319
1.5	4332	4345	4357	4370	4383	4394	4406	4418	4429	4441
1.6	4452	4463	4474	4484	4495	4505	4515	4525	4535	4545
1.7	4554	4564	4573	4582	4599	4608	4616	4625	4633	4639
1.8	4641	4649	4656	4664	4671	4678	4686	4693	4699	4706
1.9	4713	4719	4726	4732	4738	4744	4750	4756	4761	4767
2.0	4772	4778	4783	4788	4793	4798	4803	4808	4812	4817
2.1	4821	4826	4830	4834	4838	4842	4846	4850	4854	4857
2.2	4861	4864	4868	4871	4875	4872	4881	4884	4887	4890
2.3	4893	4896	4898	4901	4904	4878	4909	4911	4913	4916
2.4	4918	4920	4922	4925	4927	4906	4931	4932	4934	4936
2.5	4938	4940	4941	4943	4945	4929	4948	4949	4951	4952
2.6	4853	4955	4956	4957	4959	4946	4961	4962	4962	4964
2.7	4965	4966	4967	4968	4969	4960	4971	4972	4973	4974
2.8	4974	4975	4976	4977	4977	4978	4979	4979	4980	4981
2.9	4981	4982	4982	4983	4984	4984	4985	4985	4986	4986
3.0	4986.5	4986.9	4987.4	4987.8	4988.2	4988.6	4988.9	4989.3	4989.7	4990.0
3.1	4990.3	4990.6	4991.0	4991.3	4991.6	4991.8	4992.1	4992.4	4992.4	4992.91
3.5	4997.674									
4.0	4999.683									
5.5	4999.966									
5.0	4999.997133									

Table B

सामान्य प्रायिकता वक्र की कोटियाँ (Ordinates of the Normal Probablity Curve)

Z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	.3989	.3989	.3989	.3988	.3986	.3984	.3982	.3980	.3977	.3973
0.1	.3970	.3965	.3961	.3956	.3951	.3945	.3939	.3932	.3925	.3918
0.2	.3910	.3902	.3894	.3885	.3876	.3867	.3857	.3847	.3836	.3825
0.3	.3814	.3802	.3790	.3778	.3765	.3752	.3739	.3725	.3712	.3697
0.4	.3683	.3668	.3653	.3637	.3621	.3605	.3589	.3572	.3555	.3538
0.5	.3521	.3503	.3485	.3467	.3448	.3429	.3410	.3391	.3372	.3352
0.6	.3332	.3312	.3292	.3271	.3251	.3230	.3209	.3187	.3166	.3144
0.7	.3123	.3101	.3079	.3056	.3034	.3011	.2989	.2966	.2943	.2920
0.8	.2897	.2874	.2850	.2827	.2803	.2780	.2756	.2732	.2709	.2685
0.9	.2661	.2637	.2613	.2589	.2565	.2541	.2516	.2492	.2468	.2444
1.0	.2420	.2396	.2371	.2347	.2323	.2299	.2275	.2251	.2227	.2203
1.1	.2179	.2155	.2131	.2107	.2083	.2059	.2036	.2012	.1986	.1965
1.2	.1942	.1919	.1895	.1872	.1849	.1826	.1804	.1781	.1758	.1736
1.3	.1714	.1691	.1669	.1647	.1626	.1604	.1582	.1561	.1539	.1518
1.4	.1497	.1476	.1456	.1435	.1415	.1394	.1374	.1354	.1331	.1315
1.5	.1295	.1276	.1257	.1238	.1219	.1200	.1182	.1163	.1145	.1127
1.6	.1109	.1092	.1074	.1057	.1040	.1023	.1006	.0989	.0973	.0957
1.7	.0940	.0925	.0909	.0983	.0878	.0863	.0848	.0833	.0818	.0809
1.8	.0790	.0775	.0761	.0748	.0734	.0721	.0707	.0694	.0681	.0669
1.9	.0056	.0644	.0632	.0620	.0608	.0596	.0584	.0573	.0562	.0551
2.0	.0540	.0529	.0519	.0508	.0498	.0488	.0478	.0468	.0459	.0449

2.1	.0440	.0431	.0422	.0413	.0404	.0395	.0387	.0379	.0371	.0363
2.2	.0355	.0347	.0339	.0332	.0325	.0317	.0310	.0303	.0297	.0290
2.3	.0283	.0277	.0270	.0264	.0258	.0252	.0246	.0241	.0235	.0229
2.4	.0224	.0219	.0213	.0208	.0203	.0198	.0194	.0189	.0184	.0180
2.5	.0175	.0174	.0167	.0163	.0158	.0154	.0151	.0147	.0143	.0139
2.6	.0136	.0132	.0129	.0126	.0122	.0119	.0116	.0113	.0110	.0107
2.7	.0104	.0101	.0099	.0096	.0093	.0091	.0088	.0086	.0084	.0081
2.8	.0079	.0077	.0075	.0073	.0071	.0069	.0067	.0065	.0063	.0061
2.9	.0060	.0058	.0056	.0055	.0055	.0053	.0051	.0050	.0078	.0047
3.0	.0044	.0043	.0042	.0040	.0039	.0038	.0037	.0036	.0035	.0034
3.5	.00087									
4.0	.00013									
4.5	.000016									
5.0	.0000015									

5.7 सन्दर्भ ग्रन्थ सूची

- Aggrawal, Y.P. (1986), *Statistical Methods- concept application and computation,* Sterling Publishers Pvt. Ltd. New Delhi.
- Aron, Arthur(Aron, Elaine N. and Coups, Elliot J. (2007), *Statistics for Psychology*. Pearson Prentice Hall, New Delhi.
- कपिल, एच) .के.2005) सांख्यिकी के मूल तत्व, विनोद पुस्तक मन्दिर, आगरा-2
- गुप्ता, एस) .पी.2003) सांख्यिकीय विधियाँ, तृतीय संस्करण, शारदा पुस्तक भवन, इलाहाबाद उ)0प्र0)

- मिश्रा, बब्बन तथा त्रिपाठी, लाल बचन)1994) मनोवैज्ञानिक सांख्यिकी, हर प्रसाद भार्गव, आगरा-4
- अस्थाना, विपिन(श्रीवास्तव, विजया तथा अस्थाना, निधि)2009) शैक्षिक अनुसन्धान एवं सांख्यिकी, अग्रवाल पब्लिकेशन्स, आगरा-2
- सिंह, लाभ(प्रसाद, द्वारिका तथा भार्गव, महेश)1997) मनोविज्ञान एवं शिक्षा में सांख्यिकी के मूल आधार, हर प्रसाद भार्गव, आगरा उ)0प्र0)
- Bartz, Albert E. (1985) *Basic Statistical Concepts*. IInd Edition Surjeet Publications, Delhi
- Garrett, Henry E. (1981)) *Statistics in Psychology and Education*. Vakils Feffer and Simons Ltd. Bombay.
- Guilford, J.P. and Fruchter, B. (1978) *Fundamental Statistics for students of psychology and Education,* McGraw Hill Book Company, New York.

इकाई - 6

असामान्य (असममित) वितरण

Asymmetrical Distribution

6.1 प्रस्तावना
6.2 उद्देश्य
6.3 सामान्यता से विचलन के कारण
6.4 सामान्यतया से विचलन/ असामान्य वितरण
6.5 विषमता
6.6 ककुदता
6.7 ककुदता का माप
6.8 विषमता वितरण का सामान्यीकरण
6.9 सारांश
6.10 शब्दावली
6.11 निबन्धात्मक प्रश्न
6.12 सन्दर्भ ग्रन्थ सूची

6.1 प्रस्तावना

इससे पूर्व की इकाई में आपने सामान्य सम्भाव्यता वक्र के अनुप्रयोगों का अध्ययन किया| जैसा कि आपने अध्ययन किया कि सामान्य सम्भाव्यता वक्र एक सैद्धांतिक संकल्पना है, सामान्य स्थिति में इसका पाया जाना असंभव है। सामान्य वितरण वक्र के फैलाव एवं उसकी निश्चित ऊँचाई में यदि थोड़ा भी अन्तर होता है तो इसे असममित वितरण या असामान्य वितरण माना जाता है। असामान्य वितरण के बहुत से कारण हो सकते हैं| असमान्यता की प्रकृति के आधार पर इसे दो प्रकार में बांटा जाता है - प्रथम- सामान्य वितरण के फैलाव में अंतर होने की स्थिति में वक्र को विषमता वाला वक्र कहा जाता है तथा सामान्य वितरण की ऊँचाई में अंतर होने की स्थिति को वक्र की ककुदता की संज्ञा दी जाती है। वर्तमान इकाई में आप असामान्य वितरण के इन्हीं दो प्रकार विषमता तथा ककुदता को विस्तारपूर्वक अध्ययन करेंगे।

6.2 उद्देश्य

इस इकाई के अध्ययन के उपरान्त आप -

- असामान्य वितरण के संप्रत्यय को समझ सकेंगे।
- असामान्य वितरण के अंतर्गत विषमता का अर्थ को समझ सकेंगे।

- धनात्मक विषमता व ऋणात्मक विषमता के मध्य अंतर को समझ सकेंगे।
- असामान्य वितरण के अंतर्गत ककुदता के अर्थ तथा उसके विभिन्न रूपों को समझ सकेंगे।
- असामान्य वितरण की विषमता को दूर करने हेतु सामान्य वितरण बनाने की प्रक्रिया को समझ सकेंगे।

6.3 सामान्यता से विचलन के कारण (Causes of Divergence form Normality) -

सामान्यतया से विचलन के कुछ निम्नलिखित कारण हैं -

1 न्यादर्श (Sample) की विशेषताओं पर ही हमारे परिणामों की शुद्धता तथा यथार्थता निर्भर करती है। अत: न्यादर्श का चयन करते समय जिन व्यक्तियों का चयन किया जाये वे सम्पूर्ण जनसंख्या का प्रतिनिधित्व करें। उदाहरणार्थ, यदि हमारे न्यादर्श में अधिकांश बालक कुशाग्र बुद्धि अथवा मन्द बुद्धि होंगे तो उनके बुद्धि फलांको का वितरण समान नहीं होगा। स्पष्ट है कि न्यादर्श ऐसा हो कि उसमें परिणाम संबंधीगुण अथवा विशेषता का वितरण भी सम हो। साथ ही, न्यादर्श बहुत छोटा न हो।

2 न्यादर्श चयन में कुछ अन्य कारक भी होते हैं जिनका परिणाम संबंधीविशेषता से संबंध होता है, जैसे - आयु, सामाजिक स्तर, भाषा ज्ञान आदि जो परिमापांको के वितरण में विषमता उत्पन्न कर देते हैं। ऐसे कारकों का भी विशेष ध्यान रखना चाहिये।

3 प्रयोग में लाये जाने वाले परीक्षणों का निर्माण (Test Construction) उचित ढंग से किया जाये, साथ ही उनकी विश्वसनीयता एवं वैधता का स्तर भी उच्च हो।

4 परीक्षण न तो अधिक कठिन हो और न ही अधिक सरल। परीक्षण का उचित कठिनाई स्तर निर्धारित किया इसके अभाव में परिमापांक या तो वक्र के दायीं दायीं ओर अधिक पड़ेंगे अथवा बायीं ओर। फलत: वितरण सम नहीं रह पायेगा।

5 परीक्षण-पत्रों के फलांकन (Scoring) एवं प्रशासन (Administration) तरीके मे भी कोई त्रुटि नहीं रहनी चाहिये।

6 परीक्षा में परीक्षार्थियों का पूर्ण सहयोग प्राप्त करने का प्रयास करना चाहिये।

7 परीक्षार्थियों को इस बात के लिये प्रोत्साहित किया जाना चाहिये कि वे परीक्षण को गंभीर रूप से स्वीकार करके अपने कौशल का महत्तम प्रदर्शन करें।

6.4 सामान्यता से विचलन (असामान्य वितरण) (Divergence from Normality/ Asymmetrical Distribution)

सामान्य सम्भाव्यता वक्र एक सैद्धान्तिक कल्पना है जिसके कारण उसके वितरण का फैलाव एवं उसकी ऊँचाई पूर्णतः निश्चित है। इसी कारण से विचलन के विभिन्न मापको के मध्य एक निश्चित सम्बन्ध होता है। सामान्यतः प्राप्त आँकड़ों के आधार पर निर्मित वक्र सामान्य सम्भाव्यता वक्र के

अनुरूप प्राप्त नहीं होता है, उसमें सामान्य सम्भाव्यता वक्र की तुलना में असामान्यता निहित होती है, ऐसे वितरण को असामान्यता वितरण कहा जाता है।

अर्थात असममित वितरण में आवृत्तियों के बढ़ने व घटने के क्रम में अन्तर पाया जाता है। आवृत्तियाँ जिस क्रम में बढ़ती है अधिकतम बिन्दु पर पहुँचने के पश्चात उसी क्रम में नहीं घटती। ऐसे वितरण का वक्र घण्टी के आकार वाला व दायें या बायें झुकाव लिए हुए होता है। ऐसे वितरण में समान्तर माध्य, मध्यका एवं बहुलक के मूल्य असमान होते हैं तथा चतुर्थको के अन्तर भी असमान होते हैं तथा मध्यका में दोनों चतुर्थको के अन्तर भी असमान होते हैं। इस प्रकार के वितरण में विषमता की उपस्थिति होती है।

वितरण के फैलाव में यदि अन्तर है तब उसे वितरण की विषमता कहा जाता है जबकि सामान्य वितरण की ऊँचाई में अन्तर है तब उसे कुकुदता कहा जाता है।

सामान्य वितरण वक्र में हमने देखा कि माध्य, मध्याँक तथा बहुलाँक तीनों एक ही बिन्दु पर रहते हैं तथा वक्र के दोनों ओर के अर्द्ध भाग एक समान होते हैं साथ ही, उनमें सममिति(Symmetry) भी होती है। यही वक्र की आदर्श स्थिति होती है। इसके विपरित, यदि वक्र इससे भिन्न स्थिति में आये तो हम कहेंगे कि वितरण विषम हो गया है तथा वक्र अपने आदर्श स्वरूप से हट गया है। वितरण में यह विषमता अथवा सामान्यता से विचलन दो कारणों से उत्पन्न होती है-

1. विषमता

2. कुकुदता

6.5 विषमता (Skewness)

वितरण में विषमता का अर्थ है, सममिति का अभाव। जब वितरण के प्राप्तांक अपने मध्य बिन्दु से इधर उधर एक समान रूप से वितरित नहीं होते हैं तो ऐसी स्थिति में वितरण के माध्य, मांध्याक तथा बहुलांक एक ही बिन्दु पर न पड़कर अलग - अलग पड़ते हैं। परिणामत: वक्र का संतुलन बिगड़ जाता है तथा उसमें सममिति न रह पाने के कारण वक्र विषम (Skewed curve) बन जाता है। विषमता की स्थिति में वक्र रेखा की सुडौलता नष्ट हो जाती है और आकृति घण्टाकार नहीं रह पाती।

"A distribution is said to be 'Skewed' when the mean and median fall at different points the distribution and the balance (Centre of Gravity) is shifted to one side or the other, either left or right." H.E. Garrett.

दूसरे शब्दों में, विषमता का माप एक ऐसा संख्यात्मक माप है, जो किसी श्रेणी की असममितता (Asymmetry) को प्रकट करता है। एक वितरण को विषम कहा जाता है, जबकि उसमें सममितता (Symmetry) का अभाव हो, अर्थात मापों के विस्तार के एक ओर या दूसरी ओर ही मूल्य केन्द्रित हो जाते हैं। (A distribution is said to be skewed if it is lacking in symmetry that is in the measure tend to pile up at one end or the other of the range of

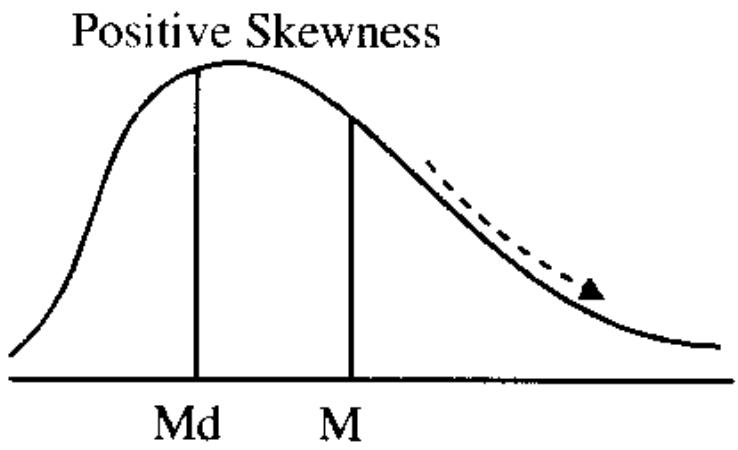
measures) सिम्पसन और काफका के अनुसार:- 'विषमता अथवा असममितता एक आवृत्ति वितरण की विशेषता है जो एक ओर अधिकतम आवृत्ति के साथ अन्य ओर की अपेक्षा अधिक झुक जाता है ।' (Skewness or asymmetry is the attribute of frequency distribution that extends further on one side of class with the highest frequency than on the other) मौरिस हमबर्ग के अनुसार:- "विषमता एक आवृत्ति वितरण से असममितता अथवा सममितता के अभाव को आकार के रूप में बतलाता है। यह लक्षण केन्द्रीय प्रवृत्ति के कुल मापों के प्रतिनिधि का निर्णय हेतु विशेष महत्व का है। (Skewness refers to the asymmetry or lack of symmetry in the shape of a frequency distribution. This characteristic is of particular importance in connection with judging the typicality of certain measures of central tendency).

संक्षेप में, किसी वितरण की सममितता से दूर हटने की प्रवृत्ति ही विषमता कहलाती है।

सामान्य-वितरण में माध्य तथा मध्यांक दोनों का मान एक ही होता है तथा विषमता शून्य होती है। माध्य तथा मध्यांक जितना ही एक दूसरे के अधिक समीप होंगे उतनी ही वक्र मे विषमता कम हो जायेगी तथा उतनी ही अधिक वितरण सम होगा। यह विषमता भी दो प्रकार की होती है।

(अ) **धनात्मक विषमता (Positive Skewness) -** धनात्मक विषमता मे अधिकतर आंकड़े बायी ओर रहते हैं तथा दायीं ओर थोड़े आंकडे रहते हैं और दूर तक फैले होते हैं अर्थात माध्य से कम मान वाले आंकड़े बहुत अधिक होते हैं तथा उससे अधिक मान वाले आंकड़े कम होते हैं, लेकिन वे माध्य से बहुत अधिक दूर तक फैले रहते हैं। दूसरे शब्दों में, जब अधिकतर आंकड़े में आवृत्तियां अधिक होती है तथा ऊपर के आंकड़ों में क्रम तब वितरण में सरकारी विषमता अथवा दायीं और तिरछापन आ जाता है। उदाहरणार्थ, यदि प्रश्नपत्र कठिन हो जिससे अधिकांश छात्रों के अंक कम आयें, आधे से अधिक इसमें मध्यांक माध्य से कम होता है तथा यह माध्य के बायीं ओर पड़ता है अर्थात आधे से अधिक छात्रों के अंक माध्य से कम होते हैं।

अर्थात यदि वक्र का झुकाव दाहिनी ओर है तो उस वक्र में धनात्मक विषमता होगी। धनात्मक विषमता रखने वाले वितरण में समान्तर माध्य का मूल्य $(\overline{X})$, मध्यका (M_d) तथा बहुलक (Z) से अधिक होता है। यदि धनात्मक विषमता वक्र को बिन्दुरेखीय चित्र पर प्रदर्शित किया जाये तो वक्र का लम्बा भाग अधिक चर वाले स्थानों को जाता है। धनात्मक विषमता वक्र में सर्वप्रथम, फिर मध्यका और अन्त में समान्तर माध्य आता है अर्थात $(\overline{X}) > M_d > Z$.

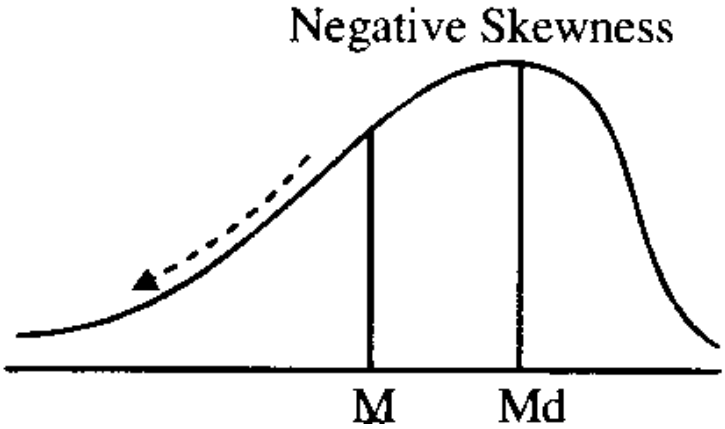


चित्र

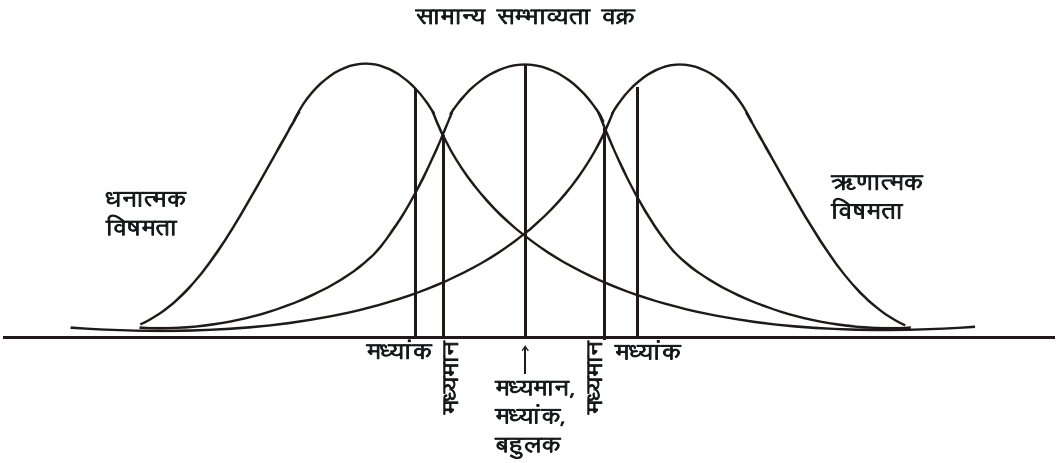
(ब) ऋणात्मक विषमता (Negative Skewness) – ऋणात्मक विषमता में अधिकतर आंकड़े माध्य के दायीं ओर एकत्रित हो जाते हैं अर्थात माध्य से अधिक मान वाले आंकड़े की संख्या अधिक होती है तथा वे एक दूसरे के पास सटे हुए होते हैं। दूसरे शब्दों में, जब अधिकतर आंकड़े पैमाने के ऊपरी छोर की ओर हों अर्थात ऊँचे फलांको में आवृत्तियां अधिक हों तथा नीचे फलांको में कम हो तो यह ऋणात्मक विषमता कहलाती है अथवा बायीं ओर तिरछापन आ जाता है उदाहरणार्थ, यदि प्रश्नपत्र कक्षा स्तर की दृष्टि से अत्यन्त सहज हो जिससे अधिकांश छात्र अच्छे अंक प्राप्त करते हैं, तब यह स्थिति होती है। इसमें मध्यांक माध्य से अधिक होता है तथा वह माध्य के दायीं ओर पड़ता है अर्थात आधे से अधिक छात्रों के अंक माध्य से अधिक होते हैं।

अर्थात यदि वक्र का झुकाव दाहिनी ओर न होकर बायीं ओर अधिक हो तो विषमता ऋणात्मक होगी। यदि समान्तर माध्य का मूल्य, मध्यका और बहुलक से कम होता है तो विषमता ऋणात्मक होगी। इसे बिन्दु रेखीय चित्र पर प्रदर्शित किया जाय तो वक्र का लम्बा भाग कम मूल्य वाले स्थानों को जाता है। ऋणात्मक विषमता में सर्वप्रथम समान्तर माध्य, फिर मध्यका और अन्त में बहुलक आता है, अर्थात $X < M < Z$

विषमता का सूचकांक निम्नलिखित सूत्रों की सहायता से निकाला जाता है -



यदि वितरण के प्राप्तांक मध्यमान से बायीं ओर अधिक वितरित हों तब धनात्मक विषमता (Positive Skewness) मानी जाती है। इसके विपरीत यदि मध्यमान से दायीं ओर अधिक प्राप्तांक वितरित हों तब ऋणात्मक विषमता (Negative Skewness) होती है। धनात्मक विषमता तथा ऋणात्मक विषमता को एक ही रेखाचित्र के माध्यम से समझा सकता है -



धनात्मक विषमता के अन्तर्गत मध्यमान का मान मध्यांक (Median) से अधिक होता है, जबकि ऋणात्मक विषमता के अन्तर्गत मध्यमान का मान मध्यांक की अपेक्षा कम होता है। मध्यमान तथा मध्यांक (Median) के मान में जितना अधिक अन्तर होता है, वक्र विषमता की मात्रा उतनी ही अधिक होती है। निम्नलिखित सूत्र द्वारा वितरण की विषमता ज्ञात कर सकते हैं-

$$\text{विषमता (Skewness)} = \frac{3(\text{मध्य मान} - \text{मध्य ांक})}{\text{प्रामाणिक विचलन}} \qquad \text{Sk} = \frac{3(M - Md)}{\sigma}$$

इसी प्रकार निम्नलिखित सूत्रों द्वारा भी विषमता (Skewness) ज्ञात की जा सकती है-

विषमता $Sk = \frac{Q_3 + Q_1 - 2Median}{Q_3 - Q_1}$

जबकि Q_3= चतुर्थांक तीन व Q_1 = चतुर्थांक एक

अथवा, विषमता $Sk = \frac{P_{90} + P_{10}}{2} - P_{50}$

जबकि P = शतांशीय (Percentile) मान

उपर्युक्त विषमता ज्ञात करने की विधियों द्वारा प्राप्त विषमता की मात्रा में अन्तर आता है। इसका कारण भिन्न-भिन्न सन्दर्भ बिन्दुओं का है। प्रथम विधि में गणना का आधार मध्यमान व मध्यांक (Median) है, जबकि दूसरी व तीसरी विधि में गणना का आधार मध्यांक अथवा शतांशीय मान 50 (P_{50}) है। यदि दो अथवा अधिक वितरणों की विषमता के मध्य पारस्परिक तुलना करनी हो तब एक ही विधि द्वारा गणना करना अधिक उपयुक्त होता है।

इस प्रकार आपने देखा कि विषमता धनात्मक अथवा ऋणात्मक दोनों ही प्रकार की हो सकती है। दूसरी बात यह है कि विषमता कम या अधिक हो सकती है। यदि वक्र कम फैला हुआ हो तो विषमता साधारणतया कम और वक्र के अधिक फैला होने की दशा में विषमता अधिक होती है। आवृत्ति वितरण के विभिन्न स्वरूपों में केन्द्रीय प्रवृत्ति के मापों की स्थिति को अग्रलिखित आंकड़ों के माध्यम से आप समझ सकते हैं-

आवृत्ति वितरण के विभिन्न स्वरूप:

आकार (Size)	**अ**	**ब**	**स**
	आवृत्ति (Frequency)	**आवृत्ति (f)**	**आवृत्ति (f)**
5	10	10	10
10	30	90	20
15	50	50	30
20	70	40	40
25	50	30	50
30	30	20	90
35	10	10	10
विषमता	विषमता का अभाव (Symmetrical)	असममित (Asymmetrical)	असममित (Asymmetrical)

	सममित	धनात्मक विषमता (Positively Skewed)	ऋणात्मक विषमता (Negatively Skewed)
माध्यों की स्थिति Position of Average	Mean = Median= Mode	M > Md > Mo	M < Md < Mo
चतुर्थक Quartiles	Q_3- M_d= M_d - Q_1	(Q_3 – M_d) > (M_d – Q_1)	Q_3- Md < Md – Q_1
वक्र (Curve)	प्रसामान्य (Normal)	धनात्मक विषमता (Positively Skewed or Skewed to the Right	ऋणात्मक विषमता (Negatively Skewed or Skewed to the Right)

विषमता गुणांक का परिकलन(Computation of the measures of Skewness):

विषमता धनात्मक या ऋणात्मक हो सकती है । धनात्मक एवं ऋणात्मक मात्रा ज्ञात करने हेतु विषमता के मापों का उपयोग किया जाता है। विषमता के चार माप होते हैं तथा इनमें से प्रत्येक माप को दो रूपों में प्रदर्शित किया जा सकता है, जिन्हें निरपेक्ष माप (Absolute Measure) तथा सापेक्ष माप (Relative Measure) कहते हैं । विषमता के निरपेक्ष माप द्वारा विषमता की कुल मात्रा (Degree) तथा धनात्मक (+) व ऋणात्मक (-) प्रकृति मात्र ही ज्ञात हो पाती है । यह माप तुलनात्मक अध्ययन हेतु उपयुक्त नहीं होता। अत: दो या दो से अधिक वितरणों के तुलनात्मक अध्ययन हेतु विषमता का सापेक्ष माप महत्वपूर्ण होता है । ये सापेक्ष माप विषमता गुणांक (Coefficient of Skewness) कहलाता है, जिसे संकेताक्षर (J) द्वारा व्यक्त किया जाता है । जिस श्रेणी का विषमता गुणांक कम होता है तो वितरण में विषमता न्यून अथवा विषमता का अभाव या सममित वितरण होता है।

विषमता गुणांक का परिकलन निम्नलिखित तीन प्रकार से किया सकता है , जो इस प्रकार है:-

i. कार्ल पियर्सन का माप (Karl Pearson's Measure)
ii. बाउले का माप (Bowley's Measure)
iii. केली का माप (Kelly's Measure)

1. **कार्ल पियर्सन का माप (Karl Pearson's Measure):-** यह माप समंक श्रेणी के माध्यों की स्थिति पर निर्भर करता है । एक विषम आवृत्ति वितरण में समान्तर माध्य, मध्यका तथा बहुलक के मूल्य समान नहीं होते हैं । इन माध्यों के मध्य अन्तर जितना अधिक होगा वितरण उतना ही अधिक विषम होगा। यह धनात्मक या ऋणात्मक हो सकता

है। निरपेक्ष माप को प्रमाप विचलन (S.D.) से विभाजित करने पर सापेक्ष माप ज्ञात किया जा सकता है। इस माप के निम्न सूत्र है:-

i. Skewness (S_k) = Mean ($\overline{X}$) - Mode (z) = निरपेक्ष माप

ii. Coefficient of Skewness (J) = $\frac{Mean(x) - Mode(z)}{S.D.(\sigma)}$ = सापेक्ष माप

यदि किसी श्रेणी में बहुलक मूल्य का निर्धारण संभव न हो तो वैकल्पिक सूत्र का प्रयोग किया जा सकता है, जो कार्ल पियर्सन का द्वितीय माप (Second Measure of Skewness) कहलाता है। इसके सूत्र निम्नवत् है:-

i. Skewness (S_k) = 3 (Mean – Median) = निरपेक्ष माप

ii.Coefficient of Skewness (i) = $\frac{3 \quad (Mean - Median)}{S.D.(\sigma)}$ = सापेक्ष माप

कार्ल पियर्सन का वैकल्पिक सूत्र (Alternative Formula) माध्यों के मध्य आनुपातिक संबंध, Mode = 3 M_d – 2 Mean पर आधारित है।

उदाहरण 1:- दो वितरणों से संबंधित आकंड़ों के आधार पर माप बताइए कि प्रस्तुत वितरण में किस प्रकार की विषमता है और कौन से वितरण में अधिक विषमता है।

	वितरण - I	**वितरण- II**
Mean (माध्य)	10	9
Median (माध्यिका)	9	10
Standard Deviation (प्रमाप विचलन)	2	2

हल:- इस प्रश्न में बहुलक का मूल्य नहीं दिया गया है, अत: कार्ल पियर्सन का द्वितीय सूत्र प्रयुक्त किया जाएगा।

वितरण - I $$j = \frac{3 \quad (Mean - Median)}{S.D.} = \frac{3 \quad (10-9)}{2} = +1.5$$

वितरण – II $$j = \frac{3 \quad (Mean - Median)}{S.D.} = \frac{3 \quad (9-10/)}{2} = -1.5$$

स्पष्ट है कि वितरण- I , धनात्मक रूप से विषम व वितरण– II ऋणात्मक रूप से विषम है। दोनों वितरणों में विषमता की मात्रा समान है।

बाउले का माप (Bowleys' Measures):- डा0 ए0एल0 बाउले द्वारा प्रतिपादित माप मध्यका और चतुर्थको पर आधारित है। एक सममित वितरण में मध्यका से प्रथम और तृतीय चतुर्थको के अन्तर समान दूरी पर होते हैं तथा इनके असमान होने पर वितरण में विषमता पायी जाती है। यह अन्तर जितना अधिक होता है, विषमता उतनी अधिक होती है। चतुर्थको तथा मध्यका के आधार पर ज्ञात किए जाने वाले विषमता के माप को विषमता का द्वितीय माप (Second Measures of Skewness) अथवा चतुर्थक विषमता का माप (Quartile Measure of Skewness) भी कहते हैं। विषमता के इस माप का प्रयोग ऐसी स्थिति में किया जाता है, जब एक वितरण के बहुलक निश्चित न हों। इस माप का प्रयोग खुले शीर्षक वाले वर्ग होने की स्थिति में भी किया जा सकता है। इसका सूत्र निम्नवत है:-

बाउले का विषमता माप (विषमता का चतुर्थक माप) :-

$$Sk = (Q_3 - Md) - (Md - Q_1) \text{ or } Q_3 + Q_1 - 2\,Md$$

बाउले का विषमता गुणांक (विषमता का चतुर्थक गुणांक)

$$J_Q = \frac{(Q_3 - Md) - (Md - Q_1)}{(Q_3 - Md) + (Md - Q_1)} \quad or \quad \frac{Q_3 + Q_1 - 2\,Md}{Q_3 - Q_1}$$

2. **केली का माप (Kelly's Measure):-** केली का माप उपर्युक्त दोनों मापों का मध्य मार्ग है। कार्ल पियर्सन का माप एक वितरण की समस्त मदों पर आधारित है, जबकि डा0 बाउले का माप मध्य की 50 प्रतिशत मदों पर ही आधारित है। केली के माप के अन्तर्गत मध्य की 80 प्रतिशत मदों पर ध्यान दिया जाता है। इस माप के अन्तर्गत वितरण के 90 वॉ शतमक (Percentile) और 10वॉ शतमक (Percentile) (अथवा दशमक 9 व दशमक 1) के मध्य की मदों पर ध्यान दिया जाता है:-
इस माप पर आधारित सूत्र निम्नवत् है:-

$$Skewness\ (S_k) \quad = \quad P_{90} - P_{10} - 2_{P_{50}} \quad or \quad D_9 - D_1 - 2D_5$$

$$\text{Coefficient of Skewness } (J_P) = \frac{P_{90} + P_{10} - 2P_{50}}{P_{90} - P_{10}} \quad or \quad \frac{D_9 + D_1 - 2D_5}{D_9 - D_1}$$

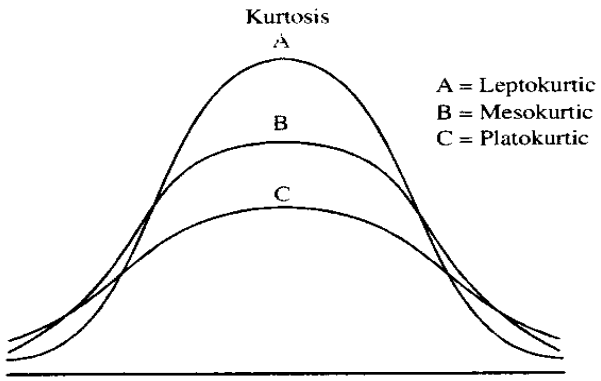
केली द्वारा प्रस्तावित विषमता माप बहुत सरल है, किन्तु यह वितरण की मात्र 80 प्रतिशत भाग की विषमता का ही मापन करती है। अत: इसका व्यवहार में प्रयोग बहुत कम किया जाता है।

अभ्यास प्रश्न

1. असामान्य वितरण से आप क्या समझते हैं?
2. सामान्य वितरण से विचलन के विभिन्न कारणों को स्पष्ट करें |
3. विषमता से आप क्या समझते हैं ?
4. धनात्मक विषमता तथा ऋणात्मक विषमता के मध्य अंतर स्पष्ट करें|
5. धनात्मक विषमता तथा ऋणात्मक विषमता के संप्रत्यय को रेखाचित्र के माध्यम से स्पष्ट करें|
6. विषमता को परिकलित करने हेतु विभिन्न गुणांको का वर्णन करें |

6.6 कुकुदता (Kurtosis)

कभी कभी वितरण इस प्रकार का होता है कि यदि उसका रेखाचित्र बनाया जाये तो वह अपने मध्य में आवश्यकता से अधिक ऊँचा हो जाता है अथवा आवश्यकता से अधिक चपटा हो जाता है। वक्र की इन दोनों ही प्रकार की अवस्थाओं को कुकुदता के नाम से पुकारा जाता है। जब वक्र में शिखरता होती है तो उसे लम्बशीर्ष अथवा लैटोकुटिक के नाम से पुकारते हैं और जब चपटापन अधिक होता है तो उसे चिपिटशीर्ष अथवा प्लैटोकुर्टिक के नाम से पुकारते हैं। सामान्य वक्र को हम समानशीर्ष अथवा मेसोकुर्टिक के नाम से पुकारते हैं।



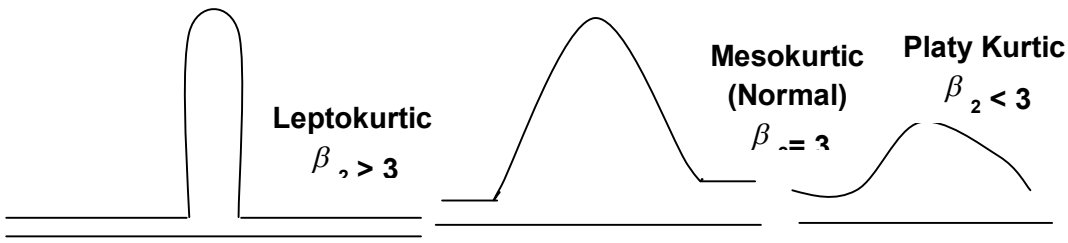
दूसरे शब्दों में, पृथुशीर्षत्व या कुकुदता एक सांख्यिकीय माप है, जो वक्र के शीर्ष की प्रकृति (Peak of a curve) पर प्रकाश डालती है। ग्रीक भाषा में इस शब्द का अर्थ फुलावट (Bulginess) होता है। सांख्यिकी में पृथुशीर्षत्व से तात्पर्य एक आवृत्ति वक्र के बहुलक के क्षेत्र में चपटेपन या नुकीलापन की मात्रा से है। सिम्पसन एवं काफ्का के अनुसार- "एक वितरण में पृथुशीर्षत्व की मात्रा का माप सामान्य वक्र के बनावट के संबंध में की जाती है (The degree of kurtosis of a distribution is measured relative to the peakedness of a normal curve)''

क्राक्स्टन एवं काउडेन के शब्दों में :- "पृथुशीर्षत्व का माप उस मात्रा को व्यक्त करता है, जिसमें एक आवृत्ति वितरण का वक्र नुकीला अथवा चपटे शीर्ष वाला होता है। (A measure

of Kurtosis indicates the degree to which a curve of the frequency distribution is peaked or flat-topped).

सी0एच0 मेयर्स के शब्दों में – "पृथुशीर्षत्व से आशय वितरण के मध्य के नुकीलेपन के परिणाम से है (Kurtosis is the property of a distribution which expresses relative peaked ness)''

वक्र का शीर्ष नुकीला है अथवा चपटा इसका मूल्यांकन मध्य शीर्ष वाले वक्र जिसे सामान्य वक्र या Mesokurtic कहते हैं, के आधार पर किया जाता है। निम्न रेखाचित्रों में इन तीनों प्रकार के वक्रों को प्रदर्शित किया गया है:-



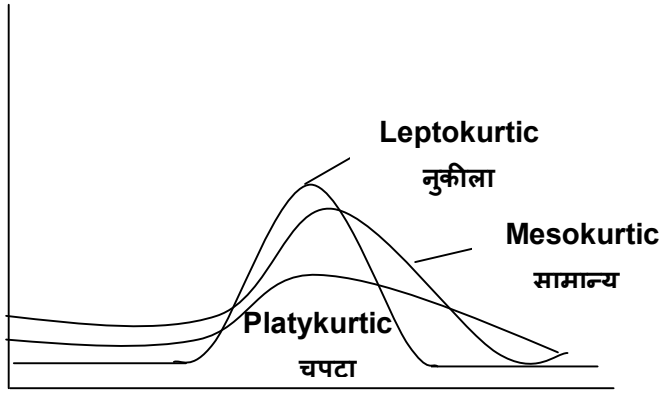
कार्ल पियर्सन ने 1905 में निम्न तीन शब्दों का प्रयोग किया था:-

i. LEPTOKURTIC (लेप्टोकर्टिक): नुकीले शीर्ष वाला वक्र (Peaked Curve)

ii. PLATYKURTIC (प्लेटीकर्टिक) : चपटे शीर्ष वाला वक्र (Flat-topped Curve)

iii. MESOKURTIC (मेसोकर्टिक) : सामान्य वक्र (Normal Curve)

वक्र का शीर्ष नुकीला है अथवा चपटा, इसका मूल्यांकन मध्य शीर्ष वाले वक्र जिसे सामान्य वक्र या मेसोकर्टिक (Mesokurtic) कहते हैं, के आधार पर किया जाता है। निम्न रेखाचित्रों में इन तीनों प्रकार के वक्रों को प्रदर्शित किया गया है | उपरोक्त तीनों रेखाचित्रों के स्थान पर एक ही रेखाचित्र से पृथुशीर्षत्व के विभिन्न प्रकारों को समझा जा सकता है।



6.7 पृथुशीर्षत्व (कुकुदता) का माप (Measurement of Kurtosis):

पृथुशीर्षत्व का माप चतुर्थ एवं द्वितीय केन्द्रीय परिघातों (Moments) के आधार पर परिघात अनुपात (Moments Ratio) द्वारा ज्ञात किया जाता है। कार्ल पियर्सन के अनुसार, पृथुशीर्षत्व को परिकलन का सूत्र निम्न प्रकार से है:-

$$\beta_2 \ (Beta\ two) = \frac{\mu_4 \quad (fourth \quad moment)}{\mu_2 \quad (second \quad moment)}$$

जहॉ $$\mu_4 = \frac{\Sigma d^4}{N} = \frac{\Sigma (X - \overline{X})^4}{N}$$

$$\mu_2 = \frac{\Sigma d^2}{N} = \frac{\Sigma (X - \overline{X})^2}{N}$$

सामान्य वितरण में β_2 का मान 3 के बराबर होता है। यदि β_2 का मान 3 से अधिक है तो वक्र का शीर्ष नुकीला (Leptokurtic) होगा, जबकि इसका मान 3 से कम है तो शीर्ष चपटा (Platykurtic) होगा।

संकेतानुसार – यदि $\beta_2 = 3$ वक्र सामान्य है अर्थात Mesokurtic

यदि β_2 >3 वक्र नुकीला है अर्थात Leptokurtic

यदि $\beta_2 < 3$ वक्र चपटा है अर्थात Platykurtic

पृथुशीर्षत्व के माप हेतु γ_2 (गामा) का भी प्रयोग किया जा सकता है। इसके अनुसार यदि,

γ_2 or $\beta - 3 =$ वक्र सामान्य है Mesokurtic

γ_2 धनात्मक है, तो वक्र नुकीला होगा अर्थात Leptokurtic

γ_2 ऋणात्मक है, वक्र चपटा होगा अर्थात Platykurtic

पृथुशीर्षत्व के माप का वैकल्पिक सूत्र:- पृथुशीर्षत्व के माप का परिकलन निम्न सूत्र की मदद से भी ज्ञात किया जा सकता है:-

$$k_u = \frac{Q}{P_{90} - P_{10}}$$

यदि $k = 0.263$ तो यह वक्र सामान्य (Mesokurtic) होगा।

यदि $k > 0.263$ तो यह वक्र चपटा (Platykurtic) होगा।

यदि $k < 0.263$ तो यह वक्र नुकीला (Leptokurtic) होगा।

उदाहरण:- किसी वितरण के प्रथम चार केन्द्रीय परिघातों (Moments) का मान 0, 2.5, 0.7 तथा 18.75 है। विषमता तथा पृथुशीर्षत्व का परीक्षण कीजिए।

हल:- विषमता (Skewness) के लिए:-

$$\beta_1 = \frac{\mu_3^{\ 2}}{\mu_2^{\ 2}} = \frac{(0.7)^2}{(2.5)^3} \quad 0r \frac{0.49}{15.625} = +0.03$$

पृथुर्शीर्षत्व (Kurtosis) के लिए:- $\beta_2 = \frac{\mu_4}{\mu_2^{\ 2}} \quad = \quad \frac{18.75}{(2.5)^2} or \quad 3$

चूंकि $\beta_1 = +0.03$ है, वितरण पूर्ण रूप से सममित (Symmetrical) नहीं है1 इसी प्रकार $\beta_2 = 3$ है, अत: वितरण सामान्य या Mesokurtic है।

अभ्यास प्रश्न

1. कुकुदता से आप क्या समझते हैं?
2. कुकुदता के विभिन्न प्रकारों का वर्णन करें|
3. लेप्टोकर्टिक, प्लेटीकर्टिक तथा मेसोकर्टिक वक्र को रेखाचित्र के माध्यम से स्पष्ट करें
4. कुकुदता को परिकलित करने हेतु विभिन्न गुणांको की व्याख्या करें|

6.8 विषमता वितरण का सामान्यीकरण (Normalisation of Skewed Distribution) -

प्राचलिक सांख्यिकी विधियों का प्रयोग केवल वहीं किया जा सकता है, जबकि प्राप्त आँकड़ों का स्वरूप सामान्य सम्भाव्यता वक्र के अनुरूप प्राप्त होता है। यदि आँकड़ों का स्वरूप सामान्य वितरण के अनुरूप नहीं है तथा उसके वितरण के स्वरूप में विषमता है, तब प्राचलिक सांख्यिकी विधियों का प्रयोग उपयुक्त नहीं होता है। वितरण के स्वरूप में विषमता होने पर अनुसन्धानकर्त्ता के लिए अप्राचालिक सांख्यिकी विधियों का प्रयोग करना उपयुक्त होता है। यदि अनुसन्धानकर्त्ता यह अपेक्षा रखता है कि अनुसन्धान की परिकल्पनाओं की जाँच प्राचलिक सांख्यिकी विधियों द्वारा की जायें, तब ऐसी स्थिति में प्राप्त आँकड़ों के वितरण का सामान्यीकरण करना आवश्यक होता है। वितरण में स्थित विषमता का सामान्यीकरण करने अर्थात सामान्य वितरण का आसंजन (Fitting of Normal Distribution) करने के पश्चात वांछित प्राचलिक सांख्यिकी विधियों का प्रयोग करना उपयुक्त होता है।

विषमता वितरण का सामान्यीकरण निम्नलिखित दो विधियों द्वारा किया जा सकता है-

a. कोटि अक्ष विधि (Ordinate Method) b. क्षेत्रफल विधि (Area Method)

a) कोटि अक्ष विधि (Ordinate Method)-

कोटि अक्ष विधि से निम्नलिखित चरणों द्वारा विषमता प्राप्त वितरण (Skewed Distribution) को सामान्य वितरण में परिवर्तित किया जा सकता है।

1. सर्वप्रथम आवृत्ति वितरण का मध्यमान तथा प्रमाणिक विचलन ज्ञात करना।
2. प्रत्येक वर्गान्तर के मध्य बिन्दु (Mixed Point X) तथा मध्यमान के अन्तर में प्रमाणिक विचलन (S.D.)का भाग देकर Z मूल्य ज्ञात करना $\left(\frac{X-M}{\sigma}\right)$।
3. प्रत्येक वर्गान्तर के Z मूल्य के आधार पर तालिका द्वारा कोटि अक्ष (Ordinate y) y का मूल्य ज्ञात करना।
4. प्रत्येक वर्गान्तर की सामान्यीकृत आवृत्ति निम्नलिखित सूत्र द्वारा ज्ञात करना।

$$\frac{\text{वर्ग अन्तराल} \times \text{आवृत्तियों का कुल योग} \times y \text{ मूल}}{\text{प्रामाणिक विचलन}} \quad \text{अथवा} \quad \frac{i \times N \times y}{S.D.}$$

उदाहरण-1 निम्नलिखित आवृत्ति वितरण के आधार पर कोटि अक्ष विधि (Ordinate Method) द्वारा वितरण में स्थित विषमता का सामान्यीकरण कीजिये-

वर्गान्तर (C.I.)	आवृत्ति (f)
45 -50	1
40 - 45	5
35 -40	11
30 -35	23
25- 30	36
20 – 25	20
15 – 20	8
10 – 15	4
5 -10	2
	N= 110

सर्वप्रथम उपर्युक्त आवृत्ति वितरण का मध्यमान तथा प्रमाणिक विचलन (S.D.) ज्ञात करेंगे।

C.I.	f	d	fd	fd^2	X	Z	Y	सामान्यीकृत
				(fd×d)	(Midpoint)		आवृत्ति	
45-50	1	+4	4	16	47	2.62	0.129	0.94=01

40-45	5	+3	15	45	42	1.95	0.596	4.37=04
35-40	11	+2	22	44	37	1.28	.1758	12.89=13
30-35	23	+1	23	23	32	0.62	.3292	24.14=24
25-30	36	0	0	00	27	-0.05	.3984	29.21=29
20-25	20	-1	-20	20	22	-0.71	.3101	22.74=23
15-20	8	-2	-16	32	17	-1.38	.1539	11.28=11
10-15	4	-3	-12	36	12	-2.05	.0488	3.58=04
5-10	2	-4	-8	56 32	7	-2.71	.0101	0.73=01
	N=110		Σ fd=+8		Σ fd^2=248			N=110

1. मध्यमान (Mean) = AM + $\left(\frac{\Sigma fd}{N}\right)$ i = 27 + $\left(\frac{8}{110}\right) \times 5 = 27.36$

2. प्रमाणिक विचलन (S.D) =i $\sqrt{\frac{\Sigma fd^2}{N} - \left(\frac{\Sigma fd}{N}\right)}$

$$= 5\sqrt{\frac{248}{110} - \left(\frac{8}{110}\right)^2}$$

$$= 5\sqrt{2.25 - 0.00} \quad = 5 \times 1.50 \quad = 7.50$$

3. प्रत्येक वर्गान्तर का Z मूल्य $\frac{\text{मध्य बिन्दु} - \text{मध्य मान}}{\text{प्रामाणिक विचलन}}$ $\left(\frac{X-M}{S.D.}\right)$ सूत्र द्वारा ज्ञात किया गया। प्रथम वर्गान्तर का मध्यबिन्दु 7 है तथा वितरण का मध्यमान 27.36 व प्रमाणिक विचलन 7.50 प्राप्त हुआ, अतः Z मूल्य $\left(\frac{7-27.36}{7.50}\right) = \frac{-20.36}{7.50} = -2.71$ प्राप्त होगा। इसी प्रकार प्रत्येक वर्गान्तर के Z मूल्य को ज्ञात किया गया।

4. प्रत्येक वर्गान्तर के Z मूल्य के आधार पर सारणी B द्वारा y मूल्य (y Value) ज्ञात किया गया।

5. अन्त में, प्रत्येक वर्गान्तर की सामान्यीकृत आवृत्ति को सूत्र $\frac{\text{वर्ग अन्तराल} \times \text{आवृत्तियों का कुल योग} \times y\text{मूल्य}}{\text{प्रामाणिक विचलन}}$ $\left(\frac{i \times N \times y}{S.D.}\right)$ द्वारा ज्ञात किया गया। प्रत्येक वर्गान्तर का अन्तराल 5 (i=5) है तथा आवृत्तियों का योग 110 N=110) है। प्रमाणिक विचलन भी 7.50 है। परन्तु प्रत्येक वर्गान्तर का y मूल्य अलग-अलग है। सामान्यीकृत आवृत्ति की गणना करें तब प्रथम वर्गान्तर की सामान्यीकृत आवृत्ति $\frac{5 \times 110 \times 0.0101}{7.50} = 0.74$ होगी। आधे से अधिक होने के कारण इसे 1 सामान्यीकृत आवृत्ति मान सकते हैं।

इसी प्रकार सूत्र द्वारा प्रत्येक वर्गान्तर की सामान्यीकृत आवृत्ति ज्ञात करते हैं। इस प्रकार कोटि अक्ष विधि द्वारा विषमता प्राप्त वितरण को सामान्य वितरण में परिवर्तित किया जा सकता है। इसे आलेखीय रूप में अधिक स्पष्ट रूप से प्रदर्शित कर सकते हैं।

वर्गान्तर (C.I.)	निरीक्षित आवृत्ति	सामान्यीकृत आवृत्ति
45-50	1	1
40-45	5	4
35-40	11	13
30-35	23	24
25-30	36	29
20 -25	20	23
15-20	8	11
10-15	4	4
5-10	2	1
	N=110	N=110
मध्यमान (Mean)	27.36	7.50
प्रमाणिक विचलन (S.D.)	27.23	7.50

स्पष्ट है कि सामान्यीकृत आवृत्तियों द्वारा निर्मित आवृत्ति बहुभुज सामान्य वितरण वक्र को प्रदर्शित कर रहा है। निरीक्षित आवृत्ति तथा सामान्यीकृत आवृत्ति दोनों के मध्यमान तथा प्रमाणिक विचलन (S.D.)भी लगभग समान प्राप्त हुए हैं। यदि प्रथम और अन्तिम वर्गान्तरों में Z का मूल्र्य ±3 से कम प्राप्त होता है तब ऐसी स्थिति में सामान्यीकृत आवृत्ति बनाते समय एक वर्गान्तर प्रारम्भ में तथा एक वर्गान्तर अन्त में निर्मित करते हैं एवं उसकी आवृत्ति शून्य रखते हैं। जैसा कि निम्नलिखित उदाहरण द्वारा स्पष्ट है-

उदाहरण-2

वर्गान्तर	आवृत्ति	d	fd	fd^2(fd×d)	x	z	y	सामान्यीकृत आवृत्ति
50-55	0				52	2.42	.0213	1.52=1
45-50	10	4	40	160	47	1.94	.0608	4.36=4
40-45	8	3	24	72	42	1.47	.1354	9.72=10
35-40	15	2	30	60	37	.99	.2444	17.54=18

30-35	25	1	25	25	32	.51	.3503	25.14=25
25-30	32	0	00	00	27	.03	.3988	28.62=29
20-25	20	-1	-20	20	22	-.45	.3605	25.87=26
15-20	18	-2	-36	72	17	-.92	.2613	18.75=19
10-15	15	-3	-45	135	12	-1.40	.1497	10.74=11
5-10	7	-4	-28	112	7	-1.88	.0681	4.88=5
0-5	0				2	-2.36	.0246	1.76=2
	N=150		Σ fd=-10		Σ fd^2=656			N= 150

मध्यमान (Mean) = $AM + \left(\frac{\Sigma fd}{N}\right) \times i$

$= 27 + \frac{-10}{150} \times 5$

$= 27 - 0.33$

$=26.67$

प्रमाणिक विचलन (S.D.) = $i\sqrt{\frac{\Sigma fd^2}{N} - \left(\frac{\Sigma fd}{N}\right)^2}$

$= 5\sqrt{\frac{656}{150} - \left(\frac{-10}{150}\right)^2}$

$= 5\sqrt{4.37 - 0.00}$

$= 5 \times 2.09$

$=10.45$

b) क्षेत्रफल विधि (Area Method)-

क्षेत्रफल विधि के द्वारा भी विषमता प्राप्त वितरण को सामान्य वितरण में परिवर्तित किया जा सकता है। इस विधि के निम्नलिखित चरण हैं-

1) सर्वप्रथम आवृत्ति वितरण का मध्यमान तथा प्रमाणिक विचलन (S.D.)की गणना की जाती है।
2) प्रत्येक वर्गान्तर की शुद्ध उच्चतम सीमा (exact upper limit) तथा मध्यमान के अन्तर में प्रमाणिक विचलन (S.D.)का भाग देकर Z मूल्य ज्ञात Upper Limit-Mean किया जाता है।
3) प्रत्येक वर्गान्तर के Z मूल्य के आधार पर सारणी -A द्वारा क्षेत्रफल प्रतिशत अनुपात ज्ञात करते हैं।
4) प्रत्येक वर्गान्तर के अन्तर्गत स्थित प्रतिशत क्षेत्रफल ज्ञात करना।

5) प्रत्येक वर्गान्तर की सामान्यीकृत आवृत्ति सूत्र $\left(AreaPercent \times \frac{N}{100}\right)$ प्रतिशत क्षेत्रफल × (आवृत्तियों का योग)/100 द्वारा ज्ञात करते हैं

उपर्युक्त चरणों को निम्नलिखित उदाहरण द्वारा अधिक स्पष्टता से समझा जा सकता है-

उदाहरण-3

सर्वप्रथम दिये गये आवृत्ति वितरण का मध्यमान ज्ञात करेंगे।

मध्यमान (Mean) =A.M. + $\left(\frac{\Sigma fd}{N}\right)i$

$$27 + \left(\frac{-20}{100}\right) \times 5$$

$$= 27 + (-1.00)$$

$$=26.00$$

2. प्रमाणिक विचलन की गणना की गई-

प्रमाणिक विचलन (S.D.) = $i\sqrt{\frac{\Sigma fd^2}{N} - \left(\frac{\Sigma fd}{N}\right)^2}$

$$= 5\sqrt{\frac{256}{100} - \left(\frac{-20}{100}\right)^2}$$

$$= 5\sqrt{2.56 - 0.04}$$

$$= 5\sqrt{2.52}$$

$$= 5 \times 1.59$$

$$= 7.95$$

3. प्रत्येक वर्गान्तर की शुद्ध उच्चतम सीमा (Exact Upper Limit or u) तथा प्राप्त मध्यमान (25.50) के अन्तर में प्रमाणिक विचलन (7.85) का भाग देते हुए Z मूल्य ज्ञात करते हैं।

प्रथम वर्गान्तर का Z मूल्य ज्ञात करने के लिये वर्गान्तर की शुद्ध उच्चतम सीमा 9.50 में से मध्यमान 25.50 को घटाकर प्रमाणिक विचलन 7.85 का भाग दिया गया-

Z मूल्य = $\frac{\text{शुद्ध उच्चतम सीमा (वर्गानतर की)} - \text{मध्य मान}}{\text{प्रामाणिक विचलन}}$ अथवा $\frac{u - M}{S.D.}$

$$Z \text{ मूल्य} = \frac{9.50 - 26.00}{7.95} = -2.08$$

4. प्रत्येक वर्गान्तर के Z मूल्य के आधार पर तालिका द्वारा क्षेत्रफल प्रतिशत अनुपात ज्ञात किया गया। प्रथम वर्गान्तर के Z मूल्य 2.04 के आधार पर तालिका A द्वारा क्षेत्रफल प्रतिशत अनुपात 47.93 प्राप्त हुआ।

5. क्षेत्रफल प्रतिशत अनुपात के आधार पर प्रत्येक वर्गान्तर के अन्तर्गत स्थित क्षेत्रफल प्रतिशत ज्ञात किया गया। प्रथम वर्गान्तर (5-9) के प्रतिशत 47.93 को कुल 50 प्रतिशत से घटाने पर प्रथम वर्गान्तर में स्थित क्षेत्रफल प्रतिशत (50-47.93) 2.07 प्राप्त हुआ। इसी प्रकार दूसरे वर्गान्तर (10-14) के अन्तर्गत स्थित क्षेत्रफल प्रतिशत 6.01 (47.93-41.92) प्राप्त हुआ। इस प्रकार सभी वर्गान्तर के अन्तर्गत स्थित क्षेत्रफल प्रतिशत ज्ञात किया गया। वर्गान्तर 25-29 में स्थित क्षेत्रफल अनुपात 5.17 में 19.50 को जोड़कर 24.67 प्रतिशत प्राप्त किया गया।

6. अन्त में, प्रत्येक वर्गान्तर की सामान्यीकृत आवृत्ति को स्थित क्षेत्रफल प्रतिशत के आधार पर ज्ञात किया गया। वर्गान्तर में स्थित प्रतिशत क्षेत्रफल का गुणा, आवृत्तियों के योग (N) से कर 100 का भाग देकर सामान्यीकृत आवृत्ति ज्ञात करते हैं। इसे निम्नलिखित सूत्र द्वारा भी ज्ञात कर सकते हैं-

$$\text{सामान्यीकृत आवृत्ति} = \frac{\text{स्थित क्षेत्रफल प्रतिशत} \times \text{आवृत्तियों का योग}}{100}$$

$$\text{प्रथम वर्गान्तर (5-9) की सामान्यीकृत आवृत्ति} = \frac{1.88 \times 100}{100}$$

$$= 1.88 = 2$$

इस प्रकार क्षेत्रफल विधि द्वारा निम्नलिखित रूप में सामान्यीकृत आवृत्ति प्राप्त होती है-

वर्गान्तर	निरीक्षित आवृत्ति	सामान्यीकृत आवृत्ति
45-49	2	1
40-44	4	3
35-39	8	9
30-34	12	18
25-29	35	25
20-24	18	22

15-19	14	14
10-14	6	6
5-9	1	2
N	100	100
मध्यमान (Mean)	25.50	25.65
प्रमाणिक विचलन (SD)	7.85	7.95

इस प्रकार क्षेत्रफल विधि (Area Method) द्वारा विषमता प्राप्त वितरण को सामान्य वितरण में परिवर्तित करते हैं। निरीक्षित आवृत्ति तथा सामान्यीकृत आवृत्ति वितरण के मध्यमान तथा प्रमाणिक विचलन (S.D.)भी लगभग समान हैं। कोटि अक्ष विधि (Ordinate Method) तथा क्षेत्रफल विधि (Area Method) द्वारा प्राप्त सामान्यीकृत आवृत्तियों में कुछ अन्तर भी हो सकता है।

अभ्यास प्रश्न

1. विषमता वितरण के सामान्यीकरण से आप क्या समझते हैं?
2. विषमता वितरण के सामान्यीकरण की विधियों को विस्तारपूर्वक समझाएं |

6.9 सारांश

प्रस्तुत इकाई में आप असममित वितरण, विषमता व पृथुशीर्षत्व के मान के परिकलन के बारे में अध्ययन किया| यहाँ पर इन सभी अवधारणाओं का संक्षिप्त विवरण दिया जा रहा है |

असममित वितरण अथवा विषम वितरण (Asymmetrical Distribution): असममित वितरण में आवृत्तियों के बढ़ने व घटने के क्रम में अन्तर पाया जाता है। आवृत्तियाँ जिस क्रम में बढ़ती है अधिकतम बिन्दु पर पहुँचने के पश्चात उसी क्रम में नहीं घटती। ऐसे वितरण का वक्र घण्टी के आकार वाला व दायें या बायें झुकाव लिए हुए होता है।

धनात्मक विषमता (Positive Skewness) : यदि वक्र का झुकाव दाहिनी ओर है तो उस वक्र में धनात्मक विषमता होगी। धनात्मक विषमता रखने वाले वितरण में समान्तर माध्य का मूल्य $(\overline{X})$, मध्यका (M_d) तथा बहुलक (Z) से अधिक होता है।

ऋणात्मक विषमता (Negative Skewness) :यदि वक्र का झुकाव दाहिनी ओर न होकर बायीं ओर अधिक हो तो विषमता ऋणात्मक होगी।

विषमता का माप एक ऐसा संख्यात्मक माप है, जो किसी श्रेणी की असममितता (Asymmetry) को प्रकट करता है। एक वितरण को विषम कहा जाता है, जबकि उसमें सममितता (Symmetry) का अभाव हो, अर्थात मापों के विस्तार के एक ओर या दूसरी ओर ही मूल्य केन्द्रित हो जाते हैं।

विषमता गुणांक का परिकलन निम्न लिखित तीन प्रकार से किया सकता है , जो इस प्रकार है:-

i. कार्ल पियर्सन का माप (Karl Pearson's Measure)
ii. बाउले का माप (Bowley's Measure)
iii. केली का माप (Kelly's Measure)

पृथुशीर्षत्व या कुकुदता एक सांख्यिकीय माप है, जो वक्र के शीर्ष की प्रकृति (Peak of a curve) पर प्रकाश डालती है। ग्रीक भाषा में इस शब्द का अर्थ फुलावट (Bulginess) होता है। सांख्यिकी में पृथुशीर्षत्व से तात्पर्य एक आवृत्ति वक्र के बहुलक के क्षेत्र में चपटेपन या नुकीलापन की मात्रा से है।

कार्ल पियर्सन ने 1905 में पृथुशीर्षत्व या कुकुदता के प्रकार के लिए निम्न तीन शब्दों का प्रयोग किया था:-

iv. LEPTOKURTIC (लेप्टोकर्टिक): नुकीले शीर्ष वाला वक्र (Peaked Curve)

v. PLATYKURTIC (प्लेटीकर्टिक) : चपटे शीर्ष वाला वक्र (Flat-topped Curve)

vi. MESOKURTIC (मेसोकर्टिक) : सामान्य वक्र (Normal Curve)

पृथुशीर्षत्व का माप चतुर्थ एवं द्वितीय केन्द्रीय परिघातों (Moments) के आधार पर परिघात अनुपात (Moments Ratio) द्वारा ज्ञात किया जाता है।

6.10 शब्दावली

- **असममित वितरण अथवा विषम वितरण (Asymmetrical Distribution):** असममित वितरण में आवृत्तियों के बढ़ने व घटने के क्रम में अन्तर पाया जाता है।

- **विषमता (Skewness):** एक वितरण को विषम कहा जाता है, जबकि उसमें सममितता (Symmetry) का अभाव हो, अर्थात मापों के विस्तार के एक ओर या दूसरी ओर ही मूल्य केन्द्रित हो जाते हैं।

- **धनात्मक विषमता (Positive Skewness) :** यदि वक्र का झुकाव दाहिनी ओर है तो उस वक्र में धनात्मक विषमता होगी। धनात्मक विषमता रखने वाले वितरण में समान्तर माध्य का मूल्य ($\overline{X}$) मध्यका (M_d) तथा बहुलक (Z) से अधिक होता है।

- **ऋणात्मक विषमता (Negative Skewness):** यदि वक्र का झुकाव दाहिनी ओर न होकर बायीं ओर अधिक हो तो विषमता ऋणात्मक होगी।

- **पृथुशीर्षत्व (Kurtosis):** पृथुशीर्षत्व या कुकुदता एक सांख्यिकीय माप है, जो वक्र के शीर्ष की प्रकृति (Peak of a curve) पर प्रकाश डालती है। सांख्यिकी में पृथुशीर्षत्व से तात्पर्य एक आवृत्ति वक्र के बहुलक के क्षेत्र में चपटेपन या नुकीलापन की मात्रा से है।

6.11 निबन्धात्मक प्रश्न

1. विषमता गुणांक से आप क्या समझते हैं? विषमता गुणांक के मान को परिकलित करने के सूत्रों को लिखिए|
2. पृथुशीर्षत्व से आप क्या समझते हैं? पृथुशीर्षत्व गुणांक के मान को परिकलित करने के सूत्रों को लिखिए|
3. वितरण की ककुदता का अर्थ स्पष्ट करते हुए विषमता से भिन्नता स्पष्ट करें।
4. धनात्मक तथा ऋणात्मक विषमता को चित्र सहित स्पष्ट करें।
5. सामान्य वितरण वक्र का ककुदता गुणांक स्पष्ट करते हुए लैप्टो कर्टिक (Lepto Kurtic) तथा प्लेटीकर्टिक (Platy Kurtic) में अन्तर स्पष्ट करें।

6.12 सन्दर्भ ग्रन्थ सूची

- Best, John W. & Kahn (2008). Research in Education, New Delhi, PHI.
- Good, Carter, V. (1963). Introduction to Educational Research, New York, Rand Mc Nally and company.
- Koul, Lokesh (2002). Methodology of Educational Research New Delhi, Vikas Publishing Pvt. Ltd.
- Karlinger, Fred N. (2002). Foundations of Behavioural Research, New Delhi, Surjeet Publications.
- Garret, H.E. (1972). Statistics in Psychology and Education, New York, Vakils, Feffers and Simans Pvt. Ltd.
- सिंह, ए०के० (2007) : मनोविज्ञान, समाजशास्त्र तथा शिक्षा में शोध विधियॉं, नई दिल्ली, मोतीलाल बनारसी दास
- गुप्ता, एस०पी० (2008) : मापन एवं मूल्यांकन, इलाहाबाद, शारदा पब्लिकेशन
- राय, पारसनाथ (2001) : अनुसंधान परिचय, आगरा, लक्ष्मी नारायण अग्रवाल पब्लिकेशन्स

- Garrett, Henry E. (1981)) *Statistics in Psychology and Education*. Vakils Feffer and Simons Ltd. Bombay.
- Guilford, J.P. and Fruchter, B. (1978) *Fundamental Statistics for students of psychology and Education,* McGraw Hill Book Company, New York.
- Siegel, Sidney and Castellan, N. John (1988) *Non-Parametric Statistics for the Behavioural Sciences.* McGraw Hill Book Company, New York.

इकाई - 7

प्रोडक्ट मोमेन्ट सहसंबंध गुणांक, क्रम अन्तर सहसंबंध गुणांक: महत्व एवं उपयोग

Product moment coefficient of correlation, rank difference coefficient of correlation, their significance and uses

इकाई की रूपरेखा

7.1 प्रस्तावना

7.2 उद्देश्य

7.3 सहसंबंध का अर्थ

7.4 सहसंबंध के प्रकार

7.5 सहसंबंध गुणांक

7.6 सहसंबंध का परिमाण

7.7 सहसंबंध ज्ञात करने की विधियाँ

7.8 लघु विधि द्वारा सहसंबंधगुणांक की गणना

7.9 स्पियरमेन कोटि अन्तर विधि

7.10 पियर्सन की सहसंबंध विधि तथा स्पियरमेन सहसंबंधविधि की तुलना

7.11 सहसंबंध गुणांक के उपयोग

7.12 सारांश

7.13 शब्दावली

7.14 स्वमूल्यांकन हेतु प्रश्न

7.15 संदर्भग्रंथसूची

7.1 प्रस्तावना

अब तक की विभिन्न सांख्यिकीय विधियों द्वारा पदमालाओं को संक्षिप्त किया जाता है, उनकी केन्द्रीय प्रवृत्ति, रचना व स्वरूप संबंधी निष्कर्ष प्राप्त किए जाते हैं । किन्तु इतना ही नहीं कुछ पदमालाओ में पारस्परिक संबंध भी होता है । जब हम यह जानना चाहते हैं कि दो राशियों या पदमालाओं में कुछ संबंध है या नहीं, और यदि है तो किन अंशों तक, अर्थात उनमें कार्य कारण संबंध है अथवा नहीं, तब उन राशियों या पदमालाओं के बीच सहसंबंध ज्ञात किया जाता है । प्राय: यह देखने में आता है कि किसी वस्तु की मांग बढ जाने पर उस वस्तु के मूल्य भी बढ जाते हैं । इसी प्रकार किसी वस्तु की पूर्ति अधिक हो जाने पर उस वस्तु का मूल्य कम हो जाता है । इसी प्रकार दो चरो में कार्य कारण संबंध होने पर वह सह संबंधित दिशा में परिवर्तन होने पर दोनों पदमालाऐं सह संबंधी कहलाती है । दो पदमालाओं की इस प्रकार की परस्पर आश्रितता या परस्पर निर्भरता का अध्ययन करने के लिए सहसंबंध ज्ञात किया जाता है ।

7.2 उद्देश्य

इस पाठ का अध्ययन करने के पश्चात आप

- सह संबंध का अर्थ जान पायेंगे ।
- सह संबंध के विभिन्न प्रकारों के बारे में जान सकेंगे।
- सह संबंध गुणांक की प्रमुख विधियों प्रोडक्टमोमेन्ट एवं पियर्सन विधि के बारे में जान पायेंगे।
- प्रोडक्ट मोमेन्ट विधि एवं कोटि अन्तर विधि के बीच अन्तर को समझ सकेंगे ।
- कार्ल पियर्सन विधि के मूल्य लक्षणों, मान्यतओं गुण एवं दोषों को भी जान पायेंगे।
- सह संबंध के उपयोग के बारे में जान पायेंगे ।

7.3 सहसंबंध का अर्थ

विभिन्न विद्वानो ने सह संबंध को निम्न प्रकार परिभाषित किया है -

किंग के अनुसार - ''सामग्री के दो समूहों या वर्गों में कार्य कारण संबंध को सह संबंध कहते हैं ।''

इस प्रकार पदमालाओं में सहसंबंध होने के लिए उनमें परस्पर परितर्वन होना ही आवश्यक नहीं है, वरन् वह परिवर्तन एक दूसरे के कारण होना भी आवश्यक है। अर्थात परिवर्तन आकस्मिक नहीं होना चाहिए। प्रो. किंग ने अपनी परिभाषा में इस कारण और प्रभाव को महत्व दिया है और सह संबंधकी दिशा की ओर कोई संकेत नहीं किया है।

वार्डिगटन के शब्दों में - ''जब दो या अधिक समूहों, वर्गों तथा समंकमालाओं के बीच एक निश्चित संबंधहोता है तो ऐसे संबंधको सह संबंधकहते हैं। जब तक दो संकमालाओं के बीच सहानुभूति संबंधस्पष्ट है तब इस बात का कोई महत्व नहीं कि समंको में परिवर्तन एक ही दिशा में या विरूद्ध दिशा में हुआ है।''

बॉडिगंटन की परिभाषा स्पष्ट पूर्ण है, उनकी परिभाषा के अनुसार परिवर्तन एक ही दिशा में या विरूद्ध दिशा में हो सकते हैं।

डेवनपोर्ट के अनुसार, ''सह संबंधका सम्पूर्ण विषय पृथक विशेषताओं के बीच पाए जाने वाले उस पारस्परिक संबंधकी ओर संकेत करता है जिसके अनुसार वे कुछ मात्रा में साथ साथ परिवर्तित होने की प्रवृत्ति रखते है।''

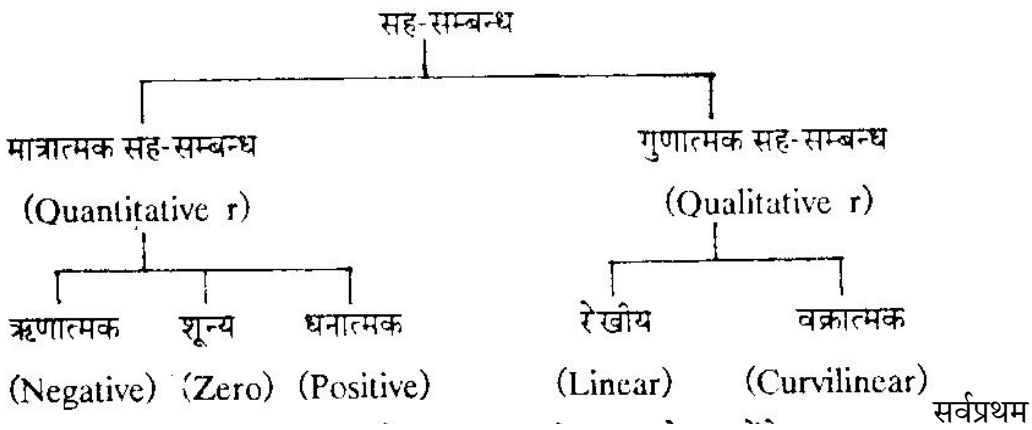
कोनर के शब्दों में ''जब दो या अधिक राशियां सहानुभूति में परिवर्तित होती है ताकि एक में होने वाले परिवर्तनों के फलस्वरूप दूसरी राशि में भी परिवर्तन होने की प्रवृत्ति पाई जाती है तो वे राशियां सह संबंधित कहलाती है।

इस प्रकार उपर्युक्त परिभाषाओं से यह स्पष्ट होता है कि दो संबंधित समंकमालाओं के साथ साथ किसी भी दिशा में परिवर्तन होने की प्रवृति को सह संबंधया सह विचरण (Co-variation) कहते हैं।

7.4 सहसंबंधके प्रकार

सहसंबंधके प्रकार

सहसंबंध के प्रकार को निम्न चार्ट द्वारा प्रस्तुत किया जा सकता है -



सर्वप्रथम मात्रात्मक सह संबंधके विभिन्न प्रकारों का उल्लेख करेंगे -

सह संबंधितपदमालाओं में पद मूल्यों के परिवर्तनों की दिशा, परिवर्तनों के अनुपात व पदमालाओं की संख्याके आधार पर सह संबंधके निम्न प्रकार हैं -

1 **धनात्मक तथा ऋणात्मक सह संबंध(Possitive and Negatove correlation)**

पदमालाओं में होने वाले परिवर्तनों की दिशा के अनुसार सह संबंधदो प्रकार का धनात्मक या ऋणात्मक होता है।

धनात्मक सह संबंध(Possitive correlation) -एक चर या पदमाला की सहानुभूति में दूसरे चर या पदमालो में होने वाला परिवर्तन या तो उसी दिशा में या विपरीति दिशा में हो सकता है। जब दो पदमालाओं में परिवर्तन समान दिशा में होता है, अर्थात एक पदमाला में वृद्धि या कमी होने पर दूसी पदमाला भी क्रमश: वृद्धि या कमी होती है, तो उनके सह संबंध को प्रत्यक्ष, अनुलोभ या धनात्मक सह संबंध कहते हैं। उदाहरण के लिए, यदि किसी कम्पनी द्वारा घोषित लाभांश अधिक हो जाने पर उसके अंशों का बाजार मूल्य भी अधिक हो जाता है तो लाभांश और अंशों के बाजार मूल्य में धनात्मक सह संबंधहोगा। इसी प्रकार यदि किसी वस्तु का मूल्य कम हो जाने पर उस वस्तु की मांग भी कम हो जाती है तो यह कहेंगे कि उस वस्तु की मांग और पूर्ति में धनात्मक सह संबंधहै।

ऋणात्मक सह संबंध(Negative Corrlation)

यदि दो पदमालाओं में होने वाले परिवर्तन विरूद्ध दिशा में होते हैं, अर्थात एक पदमाला में वृद्धि या कमी होने पर दूसरी पदमाला में भी क्रमश: कमी या वृद्धि होती है तो उन पदमालाओं के सह संबंध को प्रतीत, अप्रत्यक्ष, विलोम या ऋणात्मक सह संबंधकहते हैं। उदाहरण के लिए, यदि किसी वस्तु की पूर्ति अधिक हो जाने पर उस वस्तु का मूल्य कम हो जाता है तो उस वस्तु की पूर्ति और मूल्य में ऋणात्मक सह संबंधकहलाएगा। इसी प्रकार यदि सूत्री वस्त्र का उत्पादन कम होने पर ऊनी वस्त्र का उत्पादन बढ़ जाता है तो सूती व ऊनी वस्त्र के उत्पादन ने ऋणात्मक सह संबंधहोगा।

7.5 सहसंबंधगुणांक(Coefficient of Correlation)

मनोवैज्ञानिक एवं शैक्षिक सांख्यिकी में जिस अंक के द्वारा किन्हीं दो चरों, व्यक्तियों, शीलगुणों आदि के आपसी संबंधोको व्यक्त किया जाता है, उसे सह संबंधगुणांक (coefficient of correlation) कहते हैं। यह एक ऐसी संकेतांक है जो कि दो चरों के बीच होने वाले सह संबंधके सह संबंधके गुण तथातात्रा को इंगित करता है। जब पियर्सन की विधि द्वारा सह संबंधज्ञात किया जाता है तब यह सह संबंधगुणाक r के संकेत से जब स्पीयरमैन की विधि का प्रयोग होता है, तब यह ग्रीक अक्षर (p (rho रो) के रूप में प्रयोग किया जाता है।

सह संबंधगुणाक का विस्तार (Magnitude of Correlation)

सह संबंधगुणांक का एक निश्चित प्रसार होता है। यह सदैव ± 1 के मध्य में होता है अर्थात यह -1.00 से कम तथा +1.00 से अधिक नहीं होता है। धनात्मक एवं ऋणात्मक सह संबंधकी उच्चतम एवं निम्नतम सीमाएं तथा भिन्न भिन्न मान निम्न चित्र में स्पष्ट हैं -

-1-.9-.8-.7-.6-.5-.4-.3-.2-.1 0.1 .2.3 .4 .5 .6 .7 .8 .9 +1

↑ ↑ ↑

I (-) I (+) L

चित्र 7.1 सह संबंधगुणांक विस्तार

अत: यह स्पष्ट है कि सह-संबंधगुणांक इन सीमाओं के मध्य में किसी भी मूल्य के समान हो सकता है। उदाहरणार्थ, विभिन्न स्थितियों में rका मान + 86 +.94+.72, 5.51, +.34, +.12.00, -.17 = 28 या = -97 हो सकता है किन्तु किसी भी स्थिति में पूर्ण +1.00 या -1.00 नहीं हो सकता है। अतएवं सह संबंधगुणांक - $-1.00 \rightarrow 00 \rightarrow +1.00$ की निरन्तरता की मापनी पर कहीं भी हो सकता है।

सह संबंधगुणांककी व्याख्या (Interpretation)

सह संबंधगुणांक की व्याख्या, इसके साथ वाले चिन्ह और इनके मान पर आधारित होती है। सह संबंधगुणांक से पूर्व लगे चिन्ह से संबंधकी दिशा का पता लगाते है अर्थात सह संबंधधनात्मकता का पता लगाता है अर्थात सह संबंधगुणांक 1.00 के जितना समीप होगा, संबंधउतना हीअधिक घनिष्ठ होगा।

सह संबंधगुणांक मात्रा में जितना कम होगा, दो चरों में अपासी संबंधउतने ही कम होंगे। +1.00 पूर्ण धनात्मक सह संबंधतथा -1.00 पूर्ण ऋणात्मक सह संबंधका सूचक माना जाता है। जब

गुणांक शून्य होता है तो दोनों चरों में कोई संबंधनहीं होता है। इसका आशय यह हुआ कि दोनों चर एक दूसरे से पूर्णरूप से स्वतंत्र हैं तथा एक कस दूसरे पर कोई प्रभाव नहीं होता है। व्यापक रूप में जब सह संबंधगुणांक ±.5 से ऊपर अर्थात ±1.00 की ओर होता है तो यह उच्च धनात्मक या उच्च ऋणात्मक सह संबंधको तथा जब ±-5 से कम परन्तु शून्य की ओर होता है तो यह निम्न धनात्मक या निम्न ऋणात्मक सह संबंधगुणाक कहा जाता है।

गिलफोर्ड ने सह संबंधगुणांक की मात्रा के आधार पर सह संबंधको निम्न श्रेणियों में वगीकृत किया है –

तालिका 7.2

गुणाक (coefficient)	सह संबंध(Relationship)
.00 से ±.20 तक	लेशमात्र (negligible)
±.21 से ±.40 तक	कम (low or slight)
±.41 से ±.60 तक	साधारण, सामान्य (moderate)
±.61 से ±.80तक	अधिक (substantial or high)
±.81 से ±.99 तक	बहुत अधिक (Very high)
±.10से ±.100 तक	पूर्ण सह संबंध(peffect correlation)

'±' से हमारा तात्पर्य यह है कि अगर सह संबंधधनात्मक (+) है तो हम कहेंगे कि धनात्मक बहुत कम या धनात्मक कम या धनात्मक सामान्य अथवा धनात्मक अधिक और धनात्मक बहुत अधिक और यदि सह संबंध('-') में आता है तो हम धनात्मक के स्थान पर ऋणात्मक शब्द का प्रयोग करेंगे।

सह संबंधकी उपर्युक्त व्याख्या मात्र इसकी विवेचना के प्रारंभिक ज्ञान के लिए दी गयी है। यहां इस तरह की व्याख्या करने का सबसे बड़ा दोष यह है कि यहां केवल सह संबंधगुणांक के मान को ही विचारा जाता है जबकि सह संबंधगुणांक को अध्ययन किये जाने वाले समूह की योग संख्या भी प्रभावित करती है। यदि विशाल समूह पर अध्ययन किया गया है तो सह संबंधगुणांक को कम मान की आवश्यकता होगी। इसके विपरित लघु समूह पर अध्ययन किये जाने पर अधिक मान की आवश्यकता होगी। वैज्ञानिक शोधों के सह संबंधकी व्याख्या करने के लि स्पीयरमैन rho में N को तथा पीयरसन के प्रोडेक्ट मोमेन्ट r में df = N-2 को ध्यान में रखकर तालिका 7.3 में दिये गये प्रत्येक N एवं df के सामने दिये गये .05 एवं 01 स्तरों पर सह संबंधगुणांक से तुलना की जाती है। यदि प्राप्त किये सह संबंधगुणांक अधिक हैं तो वह उस अमुक स्तर पर सार्थक होगा तथा यदि कम है

तो वह उस स्तर पर असार्थक होगा। इस संबंधमें विस्तृत तालिका एवं उनके विवेचन के लिए निम्न पुस्तक का अवलोकन किया जा सकता है।

बी.एम. दीक्षित एवं महेश भार्गव – मनोवैज्ञानिक एवं शैक्षिक सांख्यिकी की तालिकाएं आगरा, हर प्रसाद भार्गव, 1980

सह संबंधगणना की विधियाँ

सह संबंधकी गणना के लिए मुख्य रूप से तीन विधियों का प्रयोग किया जात है -

1 क्रम अन्तर विधि

2 प्राप्ति विधि

3 प्रोडक्ट मोमेनट विधि

यहां इन्हीं विधियों के सैद्धान्तिक पहलुओं एवं गणना करने की विधि पर प्रकाश डाला जावेगा।

तलिका 7.3 - सह संबंधगुणांकके सार्थकता मान

rho की सार्थकता के मान			r की सार्थकता के मान		
N	.05 स्तर पर	.01 स्तर पर	df	.05 स्तर पर	.01 स्तर पर
4	1.00	—	1	.99	.99
5	.90	1.00	2	.95	.99
6	.83	.94	3	.88	.96
7	.71	.89	4	.81	.92
8	.64	.83	5	.75	.87
9	.60	.78	6	.70	.83
10	.56	.75	7	.67	.80
12	.50	.71	8	.63	.76
14	.45	.64	9	.60	.73
16	.42	.60	10	.58	.71
18	.40	.56	11	.55	.68
20	.38	.53	12	.53	.66
22	.36	.51	13	.51	.64
24	.34	.48	14	.49	.62
26	.33	.46	15	.48	.61
28	.32	.45	16	.47	.59
30	.31	.43	17	.46	.57
			18	.44	.56
			19	.43	.55
			20	.42	.54
			25	.38	.49
			30	.34	.45
			35	.32	.42
			40	.30	.39
			45	.29	.37
			50	.27	.35
			60	.25	.32
			70	.23	.30
			80	.22	.28
			90	.20	.27
			100	.19	.25
			120	.18	.23
			150	16	.21
			200	.14	.18
			300	.11	.15
			400	.09	.12
			500	.08	.12
			1000	.06	.08

7.6 सहसंबंधका परिमाण

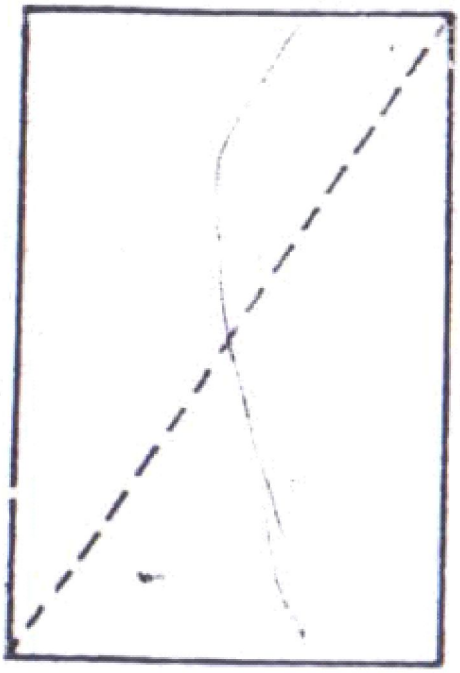
दो सह संबंधितमें परिवर्तन समान अनुपात में हो सकते हैं या यह अनुपात परिवर्तनशील होता यह भी संभव है कि दो पदमालाओं के बीच कारण और प्रभाव का संबंधपरिस्थिति में सह संबंधका अभाव माना जाता है। सह संबंधका संख्यात्मक परिमाण सह संबंधगुणाक द्वारा ज्ञात किया जाता है। मुख्य रूप से सह संबंधके निम्न तीन परिणाम होते हैं -

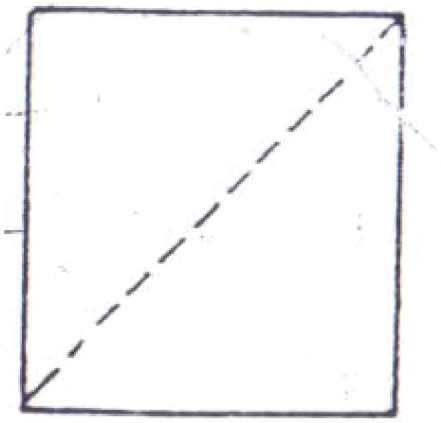
1 **पूर्ण सह संबंध -** पदमालाओं में सह संबंधविभिन्न परिणामों में पाया जाता है। जब दो सह संबंधितपदमालाओं का परिवर्तन समान अनुपात में होता है तो सह संबंधपूर्ण होता है। पूर्ण सह संबंधधनात्मक या ऋणात्मक हो सकता है। पूर्ण सह संबंधकी परिस्थिति में सह संबंधका गुणांक (+) या (-) होता है।

2 **पूर्ण धनात्मक सह संबंध-** यदि दो पदमालाओं के परिवर्तन एक ही दिशा में समान अनुपात में होते हैं तो उनके सह संबंधको पूर्ण धनात्मक सह संबंधकहते हैं। उदाहरण के लिए, किसी वस्तु की मांग 50 प्रतिशत बढ़ जाने पर उस वस्तु की मांग और मूल्य में पूर्ण धनात्मक सह संबंध होगा। यदि दो पदमालाओं में पूर्ण धनात्मक सह संबंध होता है तो विक्षेप चित्र विधि के द्वारा सह संबंधज्ञात करने पर सभी बिन्दु सीधी रेखा के रूप में नीचे बाएं कोने मूल बिन्दू से ऊपर दायीं ओर जाते हैं। जैसे कि निम्न चित्र में प्रर्दशित किया गया है -

पूर्ण धनात्मक सह संबंधका गुणांक +1 से इंगित किया जाता है।

3 **पूर्ण ऋणात्मक सह संबंध-** यदि दो पदमालाओं में होने वाले परिवर्तन विरूद्ध दिशा में और समान अनुपात में होते हैं तो उनके सह संबंधको पूर्ण ऋणात्मक सह संबंधकहते हैं। उदाहरण के लिए किसी वस्तु के मूल्य में 25 प्रतिशत कमी होने पर उस वस्तु की मांग भी 25 प्रतिशत बढ़ जाए तो उस वस्तु के मूल्य और मांग में पूर्ण ऋणात्मक सह संबंधहोता है तो विक्षेप चित्र विधि द्वारा सह संबंधज्ञात करने पर सभी बिन्दु सीधी रेखा के रूप में बायीं ओर के ऊपर वाले कोने में दायीं ओर के नीचे वाले कोने की ओर जाते हैं जैसा कि चित्र में प्रदर्शित किया गया है।





पूर्ण ऋणात्मक सह संबंधका गुणांक -1 से इंगित किया जाता है।

2 सीमित सह संबंध

जब दो सह संबंधितपदमालाओं में पूर्ण सह संबंधनहीं होता है तो उनके बीच में सीमित परिमाण में धनात्मक या ऋणात्मक सह संबंधहोता है। ऐसी परिस्थिति में सह संबंधगुणांक शून्य से अधिक और 1 से > से कम (>0 but <) होता है। ऐसी परिस्थिति में सह संबंधनिम्न तीन परिमाण में हो सकता है -

1 **उच्च स्तर का धनात्मक या ऋणात्मक सह संबंध-** उच्च स्तर के धनात्मक सह संबंध की दिशा में दो पदमालाओं में परिवर्तन एक ही दिशा में होता है और सह संबंधगुणांक +1 और +0.75 के बीच में होता है। अधिकतर परिस्थितियों में +0.9 होता है। इस प्रकार जब

परिवर्तन विपरित दिशा में होता है और सह संबंधगुणांक -1 और .0.75 के बीच होता है या अधिकतर -0.9 होता है तो उच्च स्तर का ऋणात्मक सह संबंधहोता है।

2 **मध्य स्तर का धनात्मक या ऋणात्मक सह संबंध-** जब दो पदमालाओं के बीच सह संबंधन बहुत अधिक और न बहुत कम होता है तो मध्य स्तर के धनात्मक सह संबंधकी दिशा में सह संबंध गुणांक +0.75 और +.0.25 के बीच होता है और मध्य स्तर के ऋणात्मक सह संबंधकी दिशा में सह संबंधगुणांक -0.75 और -0.25 होता है।

3 **निम्न स्तर का धनात्मक या ऋणात्मक सह संबंध-** जब दो पदमालाओं के बीच सह संबंधकम होता है तो निम्न स्तर के धनात्मक सह संबंधकी दिशा में सह संबंध गुणांक +0.25 से कम और 0 से अधिक होता और निम्न स्तर के ऋणात्मक सह संबंधकी दशा में सह संबंधगुणांक -0.25 से कम होता है।

4 **सह संबंधका अभाव -** जब दो पदमालाओं के बीच कार्य कारण का संबंधनहीं होता है और आश्रित पदमाला में स्वतंत्र पदमाला को सहानुभूति में कोई परिवर्तन किसी भी दिशा में नहीं होता है तो उस दिशा में सह संबंधका अभाव होता है और सह संबंधगणक शून्य 0 होता है।

7.7 सहसंबंध ज्ञात करने की विधियाँ (Methods of Determining Correlation)

1 बिन्दु रेखीय विधि (Graplic method)
2 विक्षेप चित्र या बिन्दुचित्र (Scatter Digaram or Dotogram)
3 कार्ल पियर्सन यह संबंधगुणांक (Karl Pearson's Coefficient of corrlation)
4 स्पिरमैन की श्रेणी अन्तर विधि (Speamrman's Ranking Method)
5 संगामी विचलन विधि (Concurrent Deviation Method)

1- बिन्दु रेखीय विधि (Graplic method)

बिन्दु रेखीय विधि दोनों पदमालाओं को बिन्दु रेखीय पत्र पर प्रदर्शित करके सह संबंधका अनुमान लगाया जाता है। बिन्दु रेखा की सहायता से सह संबंधको चाक्षुप अध्ययन किया जा सकता है।

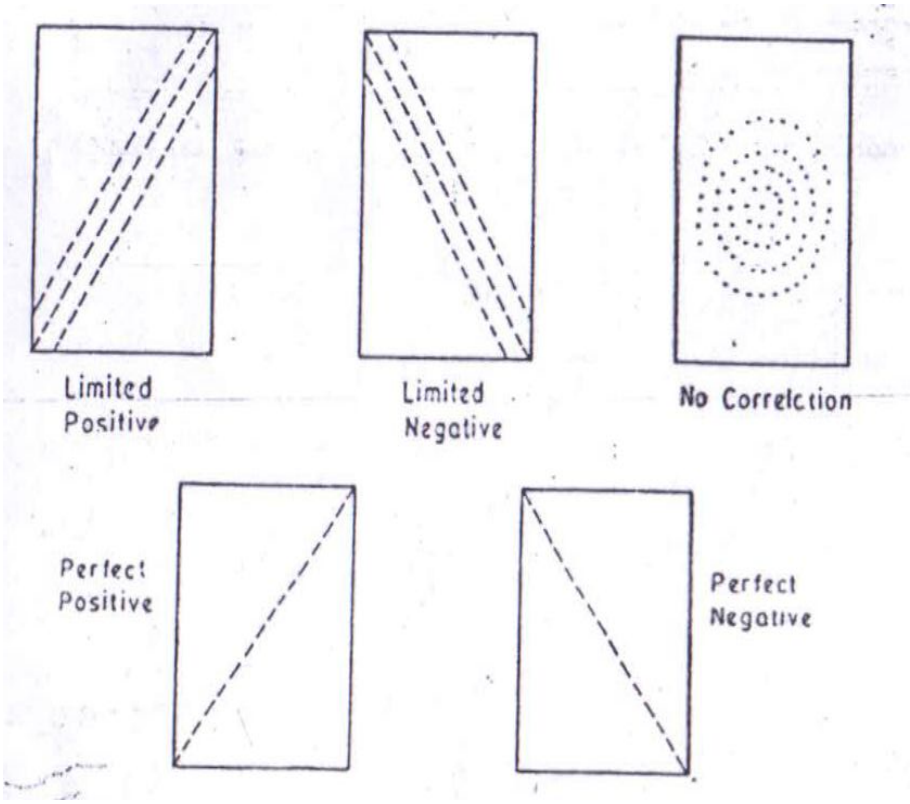
विक्षेप चित्र या बिन्दु (Dcattter Diagram or dotogram) – दो मदमालाओं ने परस्पर सह संबंधकी दिशा का अनुमान विक्षेप चित्र या बिन्दु चित्र बनाकर किया जा सकता है। पदमालाओं में सह संबंधज्ञात करने की यह विधि बिन्दु रेखीय विधि से मिलती जुलती है। इस विधि में स्तंत्र पदमाला को भुजाक्ष और आश्रित पदमाला को कोटि अक्ष पर अंकित किया जाता है। एक पद के दोनों मूल्यों (x पदमाला तथा y पदमाला) के लिए एक ही

बिन्दु अंकित किया जाता है। इस प्रकार जितने पद युग्त होते हैं उतने ही बिन्दु अंकित होते हैं।

अंकित बिन्दुओं की धारा की दिशा के आधार पर सह संबंधका अनुमान किया जाता है यदि बिन्दु धारा एक निश्चित दिशा की ओर बढ़ती है तो यह माना जाता है कि पदमालाओं में परस्पर संबंधहै। यदि बिन्दु धारा नीचे के बायें कोने से ऊपर के दायें कोने की ओर अग्रसर होती है तो सह संबंधधनात्मक होता है और यदि नीचे के दायें कोने से ऊपर के बायें कोने की ओर अग्रसर होती है तो सह संबंधऋणात्मक होता है। यह संबंधकी मात्रा का अनुमान करने के लिए अंकित बिन्दुओं के बीच से एक सर्वोत्तम उपयुक्तता की रेखा खींचची जा सकती है। विक्षेप चित्र के बिन्दु इस रेखा के जितने अधिक समीप होते हैं, सह संबंधउतना ही अधिक माना जाता है। यदि सभी बिन्दु नीचे के बायें कोने से ऊपर के दायें कोने की ओर एक सरल व सीधी रेखा के रूप में अंकित होते हें तो दोनों पदमालाओं में पूर्ण धनात्मक सह संबंधहोता है। इसी प्रकार यदि सभी बिन्दु ऊपर के बाएं कोने से नीचे के दायें कोने की ओर एक सीधी रेखा के रूप में अंकित होते हैं तो पूर्ण ऋणात्मक सह संबंध होता है। यदि विभिन्न बिन्दु बिना किसी क्रम के चारों और बिखरे होते हैं तो सह संबंधका अभाव होता है।

सह संबंधके विभिन्न परिमाण की दिशा में विक्षेप चित्र में बिन्दु निम्न प्रकार अंकित होते हैं -

Scatter Digrams Showing Different Degree of Correlation क



इस विधि के गुण व दोष निम्न प्रकार है -

गुण - बिन्दु रेखीय विधि की भांति यह विधि भी सरल है और जन सामान्य को इस विधि द्वारा सह संबंधसमझने मे कठिनाई नहीं होती।

दोष - इस विधि में भी सह संबंधसंख्यात्मक रूप से प्राप्त न होकर केवल अनुपात के रूप में प्राप्त होता है और सह संबंधकी दिशा का ही ज्ञान हो पाता है।

(Algebraic Methods)

कार्ल पियर्सन का सह संबंधगुणांक - कार्ल पियर्सन की विधि द्वारा सह संबंधकी दिशा का अनुमान व मात्रा की अंकात्मक माप करना संभव होता है। कार्ल पियर्सन विधि पदमालाओं के समान्तर माध्य और प्रमाप विचलन पर आधारित है। गणितीय दृष्टि से यह विधि पूर्ण रूप से शुद्ध है। इस विधि का प्रतिपादन 1890 ई. में कार्ल पियर्सन ने किया था।

1 कार्ल पियर्सन विधि के मुख्य लक्षण -

कार्ल पियर्सन के सह संबंधगुणांक के निम्नलिखित मुख्य लक्षण हैं -

1 दिशा का ज्ञान - कार्ल पियर्सन के सह संबंधगुणांक द्वारा सह संबंधकी दिशा का ज्ञान होता है। यदि सह संबंधगुणांक (+) में होता है तो धनात्मक सह संबंधऔर (-) में होने पर ऋणात्मक सह संबंधहोता है।

2 मात्रा व सीमाओं का ज्ञान - कार्ल पियर्सन के सह संबंधगुणांक द्वारा सह संबंधकी दिशा के साथ साथ उसकी मात्रा की अंकात्मक माप भी प्राप्त होता है। सह संबंधगुणांक सदा (+) 1 और (-) 1 के बीच में रहता है। पूर्ण धनात्मक सह संबंधकी दिशा में गुणांक (+) 1 और पूर्ण ऋणात्मक सह संबंधकी दिशा में गुणांक (-) 1 होता है। यदि गुणांक शून्य (0) होता है तो सह संबंधका अभाव होता है।

3 अच्छा माप - कार्ल पियर्सन का सह संबंधगुणांक एक आदर्श माप है क्योकि इसमें पदमाला के समान्तर माध्य और प्रमाप विचलन के आधार पर सह संबंधज्ञात किया जाता है।

4 सह विचरण की मात्रा का ज्ञान - कार्ल पियर्सन का यह संबंधगुणज दोनो पदमालाओं के सह विचरण के माप का गुणांक होता है अतएव सह विचारण की मात्रा भी ज्ञात की जा सकती है। यह विचरण की मात्रा ज्ञात करने के लिए दोनों पदमालाओं के संबंधितमाध्य $(\bar{X},\bar{Y})$ से उनके विचलन (X, Y) ज्ञात करने के लिए दोनों पदमालाओं के संबंधित विचलनों का गुणा करके, गुणनफलों के योग $(\sum xy)$ में पद युग्मों का भाग दिया जाता है। सह विचरण, सह संबंधकी निरपेक्ष माप होता है। सूत्र के रूप में -

$$Co-\text{var}\,oamce=\frac{(\sum xy)}{n}$$

कार्ल पियर्सन विधि की मान्यताएं

कार्ल पियर्सन का सह संबंधगुणांक निम्नलिखित मान्यताओं पर आधारित है -

1 प्रत्येक सह संबंधितपदमाला के विभिन्न प्रकार के अनाश्रित कारण प्रभाव डालते हैं जिनके द्वारा सामान्य वितरण और संभावित होती है।

2 पदमाला को प्रभावित करने वाले कारणों मे परस्पर कारण और प्रभाव संबंधहोता है।

3 दोनों पदमालाओं के बीच रेखीय सह संबंधहोता है। कार्ल पियर्सन द्वारा बतायी गयी प्रत्यक्ष या लघु विधि के सूत्र का प्रयोग करके सह संबंध गुणांक ज्ञात कर लिया जाता है।

इस विधि के मुख्य गुण व दोष इस प्रकार है -

गुण 1 इस विधि में सह संबंधगुणांक ज्ञात करने के लिए पदमाला के सभी पदों को समान महत्व दिया जाता है, इसलिए यह विधि सह विचरण की एक आदर्श माप है।

2 इस विधि द्वारा सह संबंधकी केवल दिशा का ही अनुमान नहीं होता वरन् उसकी मात्रा की अंकात्मक माप करना भी संभव होता है।

3 इस विधि में पदमालाओं को दिशाओं के साथ साथ उसकी बनावट का भी ध्यान रखा जाता है।

दोष - 1 इस विधि द्वारा सह संबंधनिकालने पर यह ज्ञात नहीं होता कि दोनों पदमालाओं के मारण और प्रभाव का संबंधहै अथवा नहीं।

2 सह संबंधगुणांक निकालने की गणना क्रिया कठिन है।

3 इस विधि द्वारा निकाले गये सह संबंध गुणांक का निर्वाचन करना आवश्यक होता है अन्यथा सामान्य व्यक्ति सरलतापूर्वक उसमें कोई परिणाम नहीं निकाल सकता है।

कार्ल पियर्सन के सह संबंधनिकालने की कार्यविधि - सह संबंधगुणांक ज्ञात करने के लिए कार्ल पियर्सन ने एक सूत्र बताया है जिसके अनुसार सर्वप्रथम सह विचरण की मात्रा ज्ञात की जाती है और तत्पश्चात दोनों श्रेणियों के प्रमाप विचलनों के गुणनफल से सह विचरण को भाग दिया जाता है, प्राप्त भागफल सह संबंधकगुणांकहोता है। कार्ल पियर्सन के सह संबंधगुणांक का सूत्र निम्न प्रकार है -

$$r = \frac{\sum xy}{n\sigma_x\sigma_y} \; or \; r = \frac{co-\text{var}\, oamce}{\sigma_x\sigma_y} \; or \; \frac{\sum xy}{\sqrt{\sum x^2 . \sum y^2}}$$

व्यक्तिगत अवलोकनों में प्रत्येक विधि द्वारा सह संबंधगुणांक की गणना

1 दोनों पदमाला का समान्तर माध्य $(\bar{x}\,\bar{y})$ ज्ञात किया जाता है।

2 दोनों पदमालाओं के समान्तर माध्य से उनके व्यक्तिगत पदो के अलग अलग विचलन (dx, dy) ज्ञात किए जाते हैं।

3 दोनों पदमालाओं के विचलनों के अलग अलग वर्ग (d^2x, d^2y) ज्ञात किए जाते हैं और दोनों पदमालाओं के अलग अलग प्रमाप विचलन (σ_x, σ_y) ज्ञात किए जाते हैं।

4 दोनों पदमालाओं के परस्पर संबंधितविचलनों (dx और dy) का गुणा (dx, dy) किया जाता है और विभिन्न गुणनफलों का जोड़ $\sum(dx\,dy)$ ज्ञात किया जाता है और इसे सारणी के अंतिम खाने में रखा जाता है। तत्पश्चात उपर्युक्त सूत्र का प्रयोग किया जाता है।

Illustration 1 Calculate the coefficient of correlation between the following two series:

X	17	18	19	19	20	20	21	21	22	23
Y	12	16	14	11	15	19	22	16	15	20

Solution. Calcution of coffiecient of Correlation

(x)	$\bar{x}=20$ (x)	(x^2)	(Y)	$\bar{Y}=16$ $Y=Y-\bar{Y}$	(y^2)	(xy)
17	-3	9	12	-4	16	+12
18	-2	4	16	0	0	0
19	-1	1	14	-2	4	+2
19	-1	1	11	-5	25	+5
20	0	0	15	-1	1	0
20	0	0	19	+3	9	0
21	+1	1	22	+6	36	+6
21	+1	1	16	0	0	0
22	+2	4	15	-1	1	-2
23	+3	9	20	+4	16	+12
$\bar{x}=200$		$\sum x^2=30$	$\sum y=160$		$\sum y^2=108$	$\sum xy=+35$

$$\bar{X} = \frac{\sum X}{n} \qquad \bar{y} = \frac{\sum y}{n}$$

$$= \frac{200}{10} \qquad = \frac{160}{10}$$

$$= 20 \qquad = 16$$

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{\sum X}{n}} \qquad \sigma_x = \sqrt{\frac{\sum y^2}{n}}$$

$$= \sqrt{\frac{30}{10}} \qquad = \sqrt{\frac{108}{10}}$$

$$= \sqrt{3} \qquad = \sqrt{10.8}$$

$$= 1.73 \qquad = 3.26$$

$$r = \frac{\sum xy}{n.\sigma_x, \sigma_y}$$

$$= \frac{35}{10 \times 1.73 \times 3.29}$$

$$= \frac{35}{56.92} = +0.61$$

वैकल्पिक सूत्र

पिछले उदाहरण में सह संबंध गुणांक ज्ञात करने के लिए दोनों पदमालाओं का प्रमाप विचलन ज्ञात करना पड़ा जिससे कि गणना क्रिया बढ गई और समय भी अधिक लगा। अत: कार्ल पियर्सन के मूल सूत्र $= \left[r = \frac{\sum xy}{n.\sigma_x \sigma_y} \right]$ में दोनो पदमालाओं के प्रमाप विचलन σ_x और σ_y के स्थान पर प्रमाप विचलन निकालने का सूत्र $\left[\sigma_x = \sqrt{\frac{\sum x^2}{n}} \text{ vkSj } \sigma_y = \sqrt{\frac{\sum y^2}{n}} \right]$ रखकर गणना क्रिया सरल की जा सकती है क्योंकि तब दोनों पदमालाओं के प्रमाप विचलन नहीं निकालने पड़ेगे ऐसा करने से सह संबंधगुणांक का सूत्र संबंधगुणांक का सूत्र निम्न पकार होगा

$$\left[n\sqrt{\frac{\sum x^2}{n}} \times \sqrt{\frac{\sum y^2}{n}} \right]$$

पिछले उदाहरण में उपयुक्त सूत्र के द्वारा सह संबंधगुणांक निम्न प्रकार ज्ञात किया जाएगा।

$$r = \frac{\sum xy}{n\sqrt{\frac{\sum x^2}{n} \times \sqrt{\frac{\sum y^2}{n}}}}$$

$=$

$$r = \frac{35}{10 \times \sqrt{\frac{30}{10} \times \sqrt{\frac{108}{10}}}}$$

$$= \frac{35}{10 \times \sqrt{3} \times \sqrt{10.8}}$$

$$= \frac{35}{10 \times 1.73 \times 3.29}$$

$$= \frac{35}{56.92} = \pm 0.61 Ans$$

द्वितीय सूत्र $r = \frac{\sum xy}{n\sqrt{\frac{\sum x^2}{n} \times \frac{\sum y^2}{n}}}$ को निम्न प्रकार से ओर अधिक सरल बनाया जा सकता है - $r = \frac{\sum xy}{\sqrt{\sum x^2 \sum y^2}}$

पिछले उदाहरण में तृतीय सूत्र द्वारा सह संबंधगुणांक निम्न प्रकार ज्ञात किया जाएगा -

$$r = \frac{35}{\sqrt{30 \times 108}}$$

$$= \frac{35}{\sqrt{3240}}$$

$$= \frac{35}{5692 = +0.61 Ans.}$$

7.8 लघु विधि द्वारा सहसंबंध गुणांक की गणना (Calcultation of coefficient of correlation by short-cut metho in individual observations)

प्रत्येक विधि द्वारा सह संबंधगुणांक निकालने में एक कठिनाई है कि विचलन समान्तर माध्य से लिए जाते हैं और यदि समान्तर मध्य पूर्णांक में न होकर दशमलवांश में होता है तो गणना क्रिया कठिन हो

जाती है अतएव गणना क्रिया को सरल करने के लिए लघु विधि का प्रयोग कियो जाता है। लघु विधि में विचलन निकालने के लिए समान्तर माध्य का उपयोग न करके दोनों पदमालाओं के लिए कल्पित माध्य का उपयोग किया जाता है। ऐसी परिस्थिति में $\sum(dx, dy)$ के मूल्य को शुद्ध करे के लिए मूल सूत्र में कुछ संशोधन किया जाता है और $\sum(dx, dy)$ के मूल्य मे से दोनों पदमालाओ के समान्तर $(\bar{X}\,\bar{Y})$ और कल्पित माध्य $\bar{X}\,d\,\bar{Y}\,d$ के अन्तर के गुणनफल $(\bar{X}-\bar{Y}\,d)(\bar{Y}-\bar{Y}\,d)$ को पदों की संख्या (n) से गुणा करके घटाया जाता है। $\sum(dx, dy-n)(\bar{X}-\bar{Y}\,d)(\bar{Y}-\bar{Y}\,d)$

लघु विधि द्वारा सह संबंधगुणांक ज्ञात करने की कार्यविधि निम्नलिखित है।

1 x व y पदमालाओं के लिए कोई सुविधाजनक मूल्य कल्पित माध्य (A) माना जाता है।
2 इन कल्पित माध्यों से दोनों पदमालाअें के विचलन (dx व dy ज्ञात किए जाते हैं।
3 दोनो पदमालाओं के समान्तर माध्य ($\bar{X}, \bar{Y}$) ज्ञात किए जाते हैं।
4 दोनों पदमालाओं के विचलनों के वर्ग d^2x व d^2y ज्ञात करके प्रमाण विचलन (σ_x, σ_y) ज्ञात किए जाते हैं।
5 दोनों पदमालाओं के संबंधित विचलनों dx व dy का गुणा किया जाता है और $\sum dxdy$ ज्ञात किया जाता है -

$$1 \qquad r = \frac{\sum dxdy - n(\bar{X}-\bar{Y}\,d)(\bar{X}-Y\,d)}{n, \sigma_x, \sigma_y}$$

लघु विधि द्वारा सह संबंधगुणांक ज्ञात करने के उपर्युक्त सूत्र का प्रयोग करने पर दोनों पदमालाओं के अलग अलग समान्तर माध्य व प्रमाप विचलन भी ज्ञात करने पड़ते हैं जिससे कि गणना क्रियाएं बढ जाती हैं व समय भी अधिक लगता है अतएव व्यवहार में उपर्युक्त सूत्र का प्रयोग इसी रूप में नही किया जाता वरन् सूत्र को सरल बनाकर किया जाता है। उपर्युक्त सूत्र को सरल बना लेने पर दोनों पदमालाओं के समान्तर माध्य व प्रमाप विचलन निकालने की क्रियाएं नहीं करनी पडती है। सूत्र के सरल रूप निम्न प्रकार है -

$$2 \quad \frac{\sum dxdy - n\left(\frac{\sum dx}{n}\right)\left(\frac{\sum dy}{n}\right)}{n \times \sqrt{\frac{\sum dx^2}{n} - \left(\frac{\sum dy}{n}\right)^2} \times \sqrt{\frac{\sum dx^2}{n} - \left(\frac{\sum dy}{n}\right)^2}}$$

द्वितीय सूत्र को ओर भी अधिक सरल रूप में निम्न प्रकार रखा जा सकता है -

(iii) $r = \dfrac{\sum dxdy - n\left(\dfrac{\sum dx \sum dy}{n}\right)}{n \times \sqrt{[\dfrac{\sum dx^2}{n} - \dfrac{(\sum dY)}{n}^2 \times \sum dx^2 \left(\dfrac{\sum dy}{n}\right)^2}}$

एक अन्य रूप निम्न प्रकार है -

(iv) $r = \dfrac{\sum dxdy, N - (\sum dx \sum dy).}{(\sqrt{\sum dx^2 .n - (\sum dx)^2})(\sum dy^2 .n - (\sum dy)^2)}$

Iiustration 3. Calculate the coefficient of correlation for the following data. Given price of two commodities A and B in the different markets –

A	35	36	40	38	37	39	41	40	36	38
B	65	72	78	77	76	77	80	79	76	75

Solution: Calculation of Coefficient of Correlation

Prices of Commodity A(X)	A = 38 (dx) = X-A	(dx^2)	Prices of Commodity (Y)	A = 75 (dx) = Y-A	(dy^2)	(dxdy)
35	-3	9	65	-10	100	+30
36	-2	4	72	-3	9	+6
40	+2	4	78	+3	9	+6
38	0	0	77	+2	4	0
37	-1	1	76	+1	1	-1
39	+1	1	77	+2	4	+2
41	+3	9	80	+5	25	+15
40	+2	4	79	+4	16	+8
36	-2	4	76	+1	1	-2
38	0	0	75	0	1	0
N = 10	$\sum dx = 0$	$\sum dx^2 = 3$	n=10	$\sum dy + 5$	$\sum dy^2 = 16$	$\sum dxdy = +6$

Calculation of r by First Formula

$$\bar{X} = A\frac{\sum dX}{n}$$
$$= 38 + \frac{0}{10}$$
$$= 38 + 0$$
$$\sigma_x = \sqrt{\frac{\sum X^2 + \left(\frac{\sum dx}{n}\right)^2}{n}}$$
$$= \sqrt{\frac{36}{10} - \left(\frac{0}{10}\right)^2}$$
$$= \sqrt{36 - 0}$$
$$= \sqrt{3.6}$$
$$= 1.897$$

$$\bar{y} = A + \frac{\sum dy}{n}$$
$$= 75 + \frac{5}{10}$$
$$= 75 + 5$$
$$= 75.5$$
$$\sigma_x = \sqrt{\frac{\sum dy^2}{n} - \left(\frac{\sum dy}{n}\right)^2}$$
$$= \sqrt{\frac{169}{10} - \left(\frac{5}{10}\right)^2}$$
$$= \sqrt{16.9 - 2.5}$$
$$= \sqrt{16.65}$$
$$= 4.08$$

$$r = \frac{\sum dsdy - n(\bar{X} - A) \times (\bar{Y} - A)}{n.\sigma_x, \sigma_y}$$
$$= \frac{64 - 10(38 - 38)(75.5 - 75)}{10 \times 1.897 \times 4.08}$$
$$= \frac{64 - 10(0 \times .5)}{77.3976}$$
$$= \frac{64 - 0}{77.3976}$$
$$= \frac{64}{77.3976} = +40.83$$

Second Formula

$$r = \frac{\sum dxdy - n\left(\frac{\sum dx}{n}\right)\left(\frac{\sum dy}{n}\right)}{n \times \sqrt{\frac{\sum dx^2}{n} - \left(\frac{\sum dx}{n}\right)^2} \times \sqrt{\frac{\sum dy^2}{n} - \left(\frac{\sum dy}{n}\right)^2}}$$
$$= \frac{64 - 10\left(\frac{0}{10}\right)\left(\frac{5}{10}\right)}{10 \times \sqrt{\frac{36}{10} - \left(\frac{0}{10}\right)^2} \times \sqrt{\frac{169}{10} - \left(\frac{5}{10}\right)^2}}$$
$$= \frac{64 - 10(0 \times 0.5)}{10 \times \sqrt{3.6 - 0} \times \sqrt{16.9 - 0.25}}$$
$$= \frac{64 - 0}{10 \times \sqrt{3.6 -} \times \sqrt{16.65}} \qquad = \frac{64 - 0}{10 \times 1.897 \times 4.08}$$
$$= \frac{64}{77.4} \qquad = +0.83 \ Ans.$$

Third Formula

$$r=\frac{\sum dxdy-\left(\frac{\sum dx.\sum dy}{n}\right)}{\sqrt{\left[\sum dx^2-\frac{(\sum dx)^2}{n}\right]\left[\sum dy^2-\frac{(\sum dy)^2}{n}\right]}}$$

$$=\frac{64-\left(\frac{0\times 5}{10}\right)}{\sqrt{\left[36-\frac{(0)^2}{10}\right]\left[169-\frac{(5)^2}{10}\right]}}$$

$$=\frac{64-0}{\sqrt{[36-0][169-2.51]}}$$

$$=\frac{64}{\sqrt{36\times 166.5}}$$

$$=\frac{64}{\sqrt{5994}}$$

$$=\frac{64}{77.4}=+0.83\ Ans.$$

Fourth Formula

$$r=\frac{\sum dxdy.n-\left(\sum dx.\sum dy\right)}{\sqrt{\left[\sum dx^2.n-(\sum dx)^2\right]\left[\sum dy^2.n-(\sum dy)^2\right]}}$$

$$=\frac{64\times 10-(0\times 5)}{\sqrt{[36\times 10-(0)^2][169\times 10-(5)^2]}}$$

$$=\frac{640-0}{\sqrt{[360-0][1690-251]}}$$

$$=\frac{640}{\sqrt{360\times 1665}}$$

$$=\frac{640}{\sqrt{599400}}$$

$$=\frac{640}{774}=+0.83\ Ans.$$

7.9 स्पियरमैन कोटि अन्तर विधि

सह संबंधगणक ज्ञात करने की इस विधि का अन्वेषण प्रो. चार्ल्स स्पियरमैन ने किया। कभी कभी तथ्यों को संख्यात्मक रूप प्रदान करना संभव नहीं होता, उनका क्रमानुसार व्यक्त किया जा सकता है।

उदाहरण के लिए, किसी कक्षा के विद्यार्थियों के स्वास्थ्य को संख्या में व्यक्त नहीं किया जा सकता किन्तु उन्हें उनके स्वास्थ्य के आधार पर क्रमानुसार व्यक्त किया जा सकता है। ऐसी दशा में स्पियरमैन को श्रेणी अन्तर विधि बहुत उपर्युक्त है क्योंकि इस विधि में सह संबंधगुणांक ज्ञात करने के लिए पदमाला के पदों का मूल्य ज्ञात होना आवश्यक नहीं केवल पदों की स्थिति के अनुसार पदों का क्रम ज्ञात होने से ही गणना की जा सकती है।

स्पियरमैन की श्रेणी अन्तर विधि द्वारा सह संबंधगुणांक निकालने की कार्य विधि निम्नलिखित है -

1 प्रथम पदमाला के पद मूल्यों को अलग अलग क्रम प्रदान किए जाते हैं। पदमाला के सबसे बड़े पद मूल्य को पहला क्रम उससे छोटे पद मूल्य को दूसरा क्रम और इसी प्रकार सभी पद मूल्यों को क्रम प्रदान किए जाते हैं या इसके विपरित सबसे छोटे पद मूल्य को पहला क्रम उससे बड़े पद मूल्य को दूसरा क्रम और इसी प्रकार सभी पद मूल्यों को क्रम प्रदान किए जाते हैं। दोनों पदमालाओं के लिए क्रम देने की विधि एक समान होनी चाहिए।

यदि एक से अधिक पदों का मूल्य समान होता है तो ऐसी दशा में दो रीतियों द्वारा क्रम दिए जा सकते हैं।

2 मध्य क्रम रीति में समान मूल्य वाले पदों को समान क्रम दिया जाता है। समान क्रम उन पदो के क्रमों का माध्य ज्ञात करके दिया जाता है। माध्य निकालने के लिए उन पदो के वे क्रम ज्ञात किए जाते हैं जो कि उन पदों के पद मूल्य समान न होने पर पद दिए जाते। इन क्रमों का औसत समान क्रम के रूप में उन समान पद मूल्यों वाला पद 40 है, उससे ठीक कम मूल्य वाले तीन पद हैं जिनका कि मूल्य 30 समान है, पांचवे व छठे पद का मूल्य क्रमश: 28 व 25 है तो पहले पद मूल्य 40 को 1 क्रम, समान मूल्य 30 वाले वदों को . $\frac{2+3+4}{3}=\frac{9}{3}=$ 3 क्रम प्रदान किया जाएगा, पांचवें पद 28 को 5 क्रम और छठे पद 25 को 6 क्रम प्रदान किया जाएगा।

Size of Item	30	40	30	28	25	25
Rank	2	1	2	3	4	2

1 व्यवहार में, कुछ पदों का समान मूल्य होने पर, पहली रीति मध्य क्रम रीति का ही अधिकतर प्रयोग किया जाता है।

2 x पदमाला के क्रमों में Y पदमाला के संबंधितक्रम घटाकर अन्तर d ज्ञात किया जाता है।

दिए गए क्रमों व निकाले गए अन्तरों की शुद्धता की जाँच के लिए यदि अन्तरों का बीजगणितीय जोड़ निकाला जाए तो वह सदा शून्य होना चाहिए अर्थात $\sum d^2 = 0.$

3 क्रमों के अन्तरों (d) के वर्ग (d^2) निकाले जाते हैं और इन वर्गों को जोड़ $(\sum d^2)$ ज्ञात किया जाता है। तत्पश्चात निम्न सूत्र का प्रयोग करके सह संबंध गुणांक ज्ञात किया जाता है।

$$p = 1 - \frac{6(\sum d^2)}{n(n^2 - 1)}$$

$$p = 1 - \frac{6(\sum d^2)}{n^3 - n}$$

Economics :	8	36	98	25	82	92	62	65	39	75
Statistics :	84	51	91	60	68	62	86	35	49	58

Solution: Calculate of coefficient of Rank correlation

Percentage of Marks in Economics (X)	Ranks	Percentage of Marks in Statistics (Y)	Ranks	Ranks Difference (d)	D^2
8	10	84	3	+7	49
36	8	51	8	0	0
98	1	91	1	0	0
25	9	60	6	3	9
75	4	68	4	0	0
82	3	62	5	-2	4
92	2	86	2	0	0
62	6	58	7	-1	1
65	5	35	10	-5	25
19	7	49	9	-2	4
N = 10					$\sum d^2 = 82$

$$p = 1 - \frac{6\sum d^2}{n(n^2-1)}$$
$$= 1 - \frac{6 \times 92}{10(10^2-11)}$$
$$= 1 - \frac{552}{10 \times 99}$$
$$= 1 - \frac{552}{900}$$
$$= -1 - 0.557 = 0.443$$
$$p = 0.443 \; Ans.$$

जब केवल x पदमाला या x और y दोनों पदमालाओं के दो या अधिक पदों को सम्मान क्रम प्रदान किए जाते हैं तब क्रमोन्तर सह संबंधगुणांक के सूत्र में संशोधन किया जाता है। संशोधन करने के लिए पदमालाओं में जितनी बार समान क्रम होते हैं उतनी बार ही $\sum d^2$ में $\frac{1}{12}(m^3 - m)$ जोड़ा जाता है। यहां

M : doenotes the number of items whose ranks are equal.

Illustration 11 . Find the spearman's rank coefficient of correlation between the sales and expenses of the following 10 firms –

Firms	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Sales	50	50	55	60	65	65	65	60	60	50
Expenses	11	13	14	16	16	15	15	14	13	13

Solution : Calculate of coefficient of Rank Correlation

Firms	Sales (x)	Ranks	Expenses (Y)	Ramls	Ranks Differece (d)	D^2
1	50	9	11	10	-1.0	1.00
2	50	9	13	8	+1.0	1.00
3	55	7	14	5.5	+1.5	2.25
4	60	5	16	1.5	+3.5	12.35
5	65	2	16	1.5	+0.5	0.25
6	65	2	15	3.5	-1.5	2.25
7	65	2	15	3.5	-1.5	2.25

8 9 10	60 60 50	5 5 9	14 13 13	5.5 8 8	-0.5 -3.0 +1.0	0.25 9.00 1.00
N=10						$\sum d^2 = 31.50$

है Y पदमाला में भी दो पद मूल्यों को 1.5 प्रत्येक को दो पद मूल्यों को 3.5 क्रम प्रत्येक को, अन्य दो पद मूल्यों को 5.5 क्रम और तीन प्रत्येक को प्रदान किए गए हैं। अतएवं इस उदाहरण में $\sum d^2$ में $\frac{1}{12}(m^3 - m)$ सात बार जोड़ा जाएगा।

$$T = \sum \frac{1}{12}(m^3 - m)$$

$$= \frac{1}{12}(3^3 - 3) + \frac{1}{12}(3^3 - 3) + \frac{1}{12}(3^3 - 3) +$$

$$\frac{1}{12}(2^3 - 2) + \frac{1}{12}(2^3 - 2) + \frac{1}{12}(2^3 - 2) + \frac{1}{12}(3^3 - 3) = 9.5$$

$$p = 1 - \frac{6\sum d^2 + T)}{n(n^2 - 1)}$$

$$1 - \frac{6(31.5 + 9.5)}{10(10^2 - 1)}$$

$$1 - \frac{6 \times 41}{10 \times 99}$$

$$= 1 - \frac{246}{990} = 1 - 0.25$$

$$p = 0.75 \; Ans.$$

स्पियरमैन श्रेणी विधि के मुख्य गुण व दोष इस प्रकार हैं -

गुण

1. यह विधि कार्ल पियर्सन की विधि से अधिक सरल है, क्योंकि गणना क्रिया अपेक्षाकृत कम व सरल है |

2 ऐसी दशा में जबकि पदमाला के पदों के वास्तविक मूल्य ज्ञात न हो और केवल उनका क्रम ही ज्ञात हो, तो इस विधि द्वारा सह संबंधगुणांक ज्ञात किया जा सकता है।

3 ऐसी पदमालाओं में जो कि अनियमित होती हैं या जिनके चरम पद भ्रमपूर्ण होते हैं सह संबंधगुणांक ज्ञात करने के लिए यह विधि उपर्युक्त होती है।

4 यह विधि वहां भी अधिक उपर्युक्त होती है जहां आवृति वितरणों में सह संबंधज्ञात न करके व्यक्तिगत अध्ययनों में ज्ञात करना हो।

दोष - पदमालाओं में पदों की संख्या बहुत अधिक 30 से अधिक होने पर इस विधि के प्रयोग में कठिनाई होती है |

7.10 पियर्सन की सहसंबंध विधि तथा स्पियरमेन सहसंबंध विधि की तुलना

पियर्सन की सहसंबंध विधि तथा स्पियरमेन सहसंबंधविधि की तुलना

(Comparision of Pearson's Correlation and Spearman's Rho Correlation)

स्पियरमैन की रोह सहसंबंधविधि	पियर्ससन की रोह सहसंबंधविधि
1 रोह सह सबंध के प्रवर्तक स्पीयरमैन है।	1 सह सबंध गुणांक विधि के प्रर्वतक कार्ल पियर्सन है।
2 इस सह संबंधगुणांक का संकेत चिन्ह p रोह है।	2 इस सह संबंधगुणांक का संकेत चिन्ह p रोह है।
3 इसका प्रयोग केवल छोटे समूह के लिये ही किया जाता है, बड़े समूह के लिये इसका प्रयोग नहीं कर सकते।	3 इसका प्रयोग बड़े तथा छोटे समूह के लिये ही किया जाता है।
4 इसके आधार पर सामान्यीकरण नहीं कर सकते क्योंकि यह वर्णनात्मक सांख्यिकी है। (Non paramentric statistics) है।	4 इसका प्रयोग सामान्यीकरण में किया जाता है क्योकि यह परा सांख्यिकी है। (paramentric statistics)
5 इस विधि की कोई अवधारणा नहीं होती।	5 यह विधि कई अवधारणाओं पर आधारित होती है। जैसे प्रदत्तो का रेखीय वितरण हो तथा सामान्य हो।
6 इसका प्रयोग अनुस्थित प्रदत्तों (ordinal scale) के लिये किया जाता है।	6 इसका प्रयोग साधारण वर्गान्तर प्रदत्तों (ordinal scale) पर किया जाता है।
7 इस सह संबंधगुणांक की सार्थकता की गणना करना संभव नहीं होता।	7 इस सह संबंधगुणांक की सार्थकता की गणना ज्ञात की जाती है।
8 इस विधि का कोई विस्तार रूप नहीं है।	8 उच्च सह संबंध विधियाँ इसका ही विस्तार रूप है।
9 इसका प्रयोग क्रियात्मक अनुसंधान में किया जाता है।	9 इसका प्रयोग मौलिक अनुसंधान में मापन में निर्देशन में तथा पूर्व कथनों में किया जाता है।

7.11 सहसंबंधगुणांकके उपयोग

सह संबंधगुणांक के निम्नलिखित उपयोग है -

1 दो चरों के मध्य संबंधस्थापित करने में सहायक होता है।
2 दो चरों के बारे में संबंधों के आधार पर भविष्य कथन करने में सहायक होता है।
3 किसी मनोवैज्ञानिक परीक्षण की विश्वसनीयता, वैधता तथा पद विश्लेषण ज्ञात करने में सहायक होता है।
4 सह संबंधचरों के t मान ज्ञात करने हेतु सह संबंधगुणांक का उपयोग होता है।
5 कारक विश्लेषण (Factorial analysis) अध्ययन में सह संबंधगुणांक की विशेष भूमिका होती है।
6 किन्हीं दो परिवर्तित चरों के मध्य संबंधके स्वरूप को प्रकट करता है।

7.12 सारांश

किन्हीं दो अथवा दो से अधिक चरों के मध्य स्थित पारस्परिक संबंधकको सह संबंधकहते हैं सह संबंधकी तीव्रता का अनुमान उसके मध्य स्थापित सह संबंधगुणांक के मान पर निर्भर करता है। यह हमेशा -1 से + 1 के मध्य प्राप्त होता है।

सह संबंधसामान्यत: तीन प्रकार का होता है धनात्मक, ऋणात्मक एवं शून्य । जब दोनों चरों के परिवर्तन की दिशा एक हो तो यह धनात्मक होता है, विपरीत हो तो ऋणात्मक होता है एवं दूसरे पर कोई प्रभाव नही डाले तो शून्य होता है।

प्रोडक्ट मोमेन्ट सह संबंध विधि का प्रतिपादन 1836 मे कार्ल पियर्सन द्वारा किया गया यह दो परिवर्ती चरों के मध्य अनुपात को दर्शाता है । जब दो चरों के मध्य मात्रात्मक स्वभाव न होकर गुणात्मक स्वभाव हो तो उन्हें रेन्क देकर कोटि अन्तर विधि से सह संबंधज्ञात करते हैं इसे चार्ल्स स्पीयरमैन ने प्रतिपादित किया था।

सह संबंधगुणांक का उपयोग अनेक परिस्थितियों में दो चरों के मध्य संबंधस्थापित करने के लिए किया जाता है। मनोवैज्ञानिक परीक्षणों की विश्वसनीयता एवं वैधता ज्ञात करने में भी इसका उपयोग होता है।

7.13 शब्दावली

- **सह विचरण -** कार्ल पियर्सन का सह संबंधगुणांक दोनों पदमालाओं के सहविचरण के माप का गुणांक होता है।

- **सह संबंध के गुणांक का निर्वचन -** दो पदमालाओं सह संबंध के गुणांक निर्वचन परिणाम और महत्व के अनुसार किया जाता है। परिमाण के अनुसार सह संबंध गुणांक (+1) पूर्ण धनात्मक और (-1) पूर्ण ऋणात्मक के बीच में आना चाहिए।
- **रेखीय सह संबंध-** जब दो पदमालाओं में विचरण या परिवर्तन का अनुपात स्थायी होता है अर्थात सदैव एक सा होता है।

7.14 स्वमूल्यांकन हेतु प्रश्न

1 प्रोडक्ट मोमेन्ट विधि का प्रतिपादन किसने किया?
2 कोटि अन्तर विधि का प्रतिपादन किसने किया?
3 सह संबंधगुणांक का विस्तार बताइये।
4 कार्ल पियर्सन के सह संबंधगुणांक का प्रतिपादन कब किया गया?

लघुत्तरात्मक प्रश्न

1 सह संबंधकिसे कहते हैं ?
2 रेखीय सह संबंधको उदाहरण सहित स्पष्ट कीजिए।
3 गुणांक सह संबंधको उदाहरण सहित स्पष्ट कीजिए।
4 कार्ल पियर्सन गुणांक के गुण एवं दोषों की व्याख्या कीजिए।

निबंधात्मक प्रश्न

1- किसी प्रतियोगी परीक्षा में दो निर्णायको द्वारा दस विद्याथियों को प्राप्तांक दिये गये है उनके मध्य कार्ल पिर्यसन विधि से सह संबंधगुणांक का मान ज्ञात कीजिए।

क.स.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
निर्णायक A	52	53	42	60	45	41	37	38	25	27
निर्णायक B	65	68	43	38	77	48	35	30	25	50

2 दस विद्यार्थियों के किसी परीक्षा में गणित एवं सांख्यिकी के प्राप्तांक नीचे दिये जा रहे हैं कार्ल पियर्सन सह संबंध गुणांक की गणना कीजिए तथा अपने उत्तर की व्याख्या कीजिए।

प्राप्तांक गणि	45	70	65	40	80	40	50	70	85	60
प्राप्तांक सांख्यिकी	35	80	70	40	90	45	60	80	80	50

3 दस विद्यार्थियों ने अर्थशास्त्र एवं सांख्यिकी में निम्नलिखित प्राप्तांक प्राप्त किए कोटि अन्तर विधि से सहसंबंध गुणांक की गणना कीजिए तथा अपने उत्तर की व्याख्या कीजिए।

अर्थशास्त्र	78	36	98	25	75	82	90	62	65	39
सांख्यिकी	84	51	91	60	68	62	86	98	53	47

7.15 संदर्भ ग्रंथ सूची

- गेरेट (1966) शिक्षा एवं मनोविज्ञान में सांख्यिकी, कल्याणी पब्लिकेशनर्स, नई दिल्ली
- कपिल एवं के (2005) सांख्यिकी के मूल तत्व, विनोद पुस्तक मन्दिर आगरा -2
- अस्थाना एवं अग्रवाल (1963), मनोविज्ञान और शिक्षा में मापन और मूल्यांकन विनोद पुस्तक मन्दिर आगरा -2
- सिंहल, मोहन (1988) सांख्यिकी सिद्धान्त विधियाँ और व्यवहार, श्री महावीर बुक डिपो (पब्लिशर्स), नई दिल्ली
- Guilford, J.P. : Psychoetric methds, New Yourk, McGraew Hill, Book Company, 1954

इकाई - 8

द्वि - क्रम सहसंबंध गुणांक, बिन्दु द्विक्रम सहसंबंध एवं आसंग गुणांक

Bi-serial coefficient of correlation, point bi-serial correlation, contingency coefficient

इकाई की रूपरेखा

8.1 प्रस्तावना

8.2 उद्देश्य

8.3 द्वि क्रम का सहसंबंध

8.3.1 द्वि क्रम सहसंबंधकी प्रमाणिक त्रुटि

8.3.2 द्वि क्रम सहसंबंधका विशेषताएं

8.3.3 द्वि क्रम सहसंबंधका वैकल्पिक सूत्र

8.4 बिन्दु द्वि क्रम सहसंबंध

8.4.1 बिन्दु द्वि क्रम सहसंबंधकी विशेषताएं

8.5 द्वि क्रम सह संबंधतथा बिन्दु द्वि क्रम सह संबंधमें तुलना

8.6 फाई सहसंबंध(आसंग गुणांक)

8.6.1 फाई सहसंबंधकी विशेषताएं

8.6.2 फाई गुणांक की सार्थकता

8.7 सारांश

8.8 शब्दावली

8.9 स्वमूल्यांकन प्रश्न

8.10 संदर्भग्रंथसूची

8.1 प्रस्तावना

पिछले अध्याय में आप सहसंबंध के बारे में पढ़ चुके हैं | सहसंबंधकिन्हीं दो चरों के मध्य संबंधोंको दर्शाता है उसे आपने प्रोडक्ट, मोमेण्ट, विधि तथा कोटि अन्तर विधि से समझा था साथ ही उसके

उपयोग भी समझे थे किन्तु कभी कभी ऐसी परिस्थितियां भी आती है दोनों चरों की प्रकृति रेखीय नहीं होती है वक्रीय रेखा में होता है जैसे ऊँचाई तथा भार का सहसंबंधरेखीय माना जाता है जबकि भार बढ़ता है इस प्रकार दोनों चरों का वितरण वक्रीय रेखा में होता है इसी प्रकार बुद्धि तथा निष्पति चरों का सहसंबंध भी रेखीय माना जाता हैजबकि बुद्धि तो एक निश्चित आयु (16 वर्ष) तक ही बढ़ती है जबकि निष्पति में तो वृद्धि होती रहती है। अत: ऐसी प्रकृति से ध्यान रखते हुए कुछ अन्य संबंधों की भी आवश्यकता सहसंबंध की अन्य महत्वपूर्ण विधियों में से द्विक्रम सहसंबंध बिन्दु द्विक्रम सहसंबंध विधियाँ भी है जिनकी चर्चा इस अध्याय में की जा रही है इसके अतिरिक्त फाई गुणांक की चर्चा करते हुए आसंग गुणांक की उपयोगिता को समझाया गया है।

8.2 उद्देश्य

इस इकाई का अध्ययन करने के पश्चात आप -

- द्विक्रम सहसंबंधका अर्थ समझ सकेंगे |
- द्विक्रम सहसंबंधविधि से सहसंबंध गुणांक की गणना करना जान पायेंगे |
- बिन्दु द्विक्रम सहसंबंधका अर्थ समझ सकेंगे।
- बिन्दु द्विक्रम विधि से सहसंबंध गुणांक ज्ञात करना जान पायेंगे।
- फाई गुणांक का अर्थ समझ सकेंगे।
- फाई गुणांक की विशेषताओं, सीमाओं, सार्थकता को जान पायेंगे।
- आसंग गुणांक की परिस्थिति को समझ सकेंगे।
- आसंग गुणांक की गणना करना सीख सकेंगे |
- विभिन्न सहसंबंध गुणांको की तुलनात्मक परिस्थितियों को समझ सकेंगे।

8.3 द्वि - क्रम का सहसंबंध

कई ऐसे अनुसंधान होते हैं जिनमें सह संबंध ज्ञात करना होता है जिनमें एक चर सतत् क्रम में होता है जबकि दूसरा चर दो में विभाजित होता है। विभाजन चर का अर्थ होता है उसके दो खण्ड होते हैं। जैसे निष्पति चर की उत्तीर्ण तथा अनुत्तीर्ण में विभाजित करते है, समायोजन चर को समायोजित तथा असमायोजित में बांटते है। शिक्षको का प्रशिक्षित तथा अप्रशिक्षित में विभाजित करते हैं। इनमें एक चर सतत् तथा दूसरा विभाजित/खण्डित होता है। सतत् चर का वितरण सामान्य होता है परन्तु दूसरा चर खण्डों /वर्गों में बंटा होता है तथा वितरण भी सामान्य नहीं होता है। इस प्रकार की परिस्थिति में

द्वि-क्रम सह संबंधविधि का प्रयोग किया जाता है। इस विशिष्ट परिस्थितियों में परिवर्तन सह संबंध का अनुमान द्वि - क्रम सह संबंधविधि से ही बताया जाता है।

द्विक्रम सह संबंधविधि - इस सह संबंधगुणांक को r_{bb} से प्रदर्शित किया जाता है तथा निम्नांकित सूत्र का प्रयोग करते हैं -

MP = प्रथम वर्ग/समूह का मध्यमान होता है। साधारणत: उत्तम वर्ग का मध्यमान होता है।

Mq = द्वितीय वर्ग/समूह का मध्यमान होता है।

P = प्रथम वर्ग का अनुपात सम्पूर्ण न्यादर्श के संदर्भ में।

q = द्वितीय वर्ग का अनुपात सम्पूर्ण न्यादर्श के संदर्भ में।

σ = प्रमाणिक विचलन सम्पूर्ण न्यादर्श का।

μ = दोनों वर्गों के वितरण बिन्दु पर सामान्य वक्र की ऊँचाई।

द्वि क्रम सह संबंधगुणांक की गणना विधि को एक उदाहरण से स्पष्ट किया गया है।

उदाहरण - एक समूह में 145 छात्र है जिनमें 125 समायोजित तथा 20 असमायोजित है। उन्हें सामान्य ज्ञान परीक्षा दी गई जिसका वितरण तालिका में दिया गया है। सामान्य ज्ञान तथा सामाजिक समायोजन का सह संबंधद्विक्रम विधि से ज्ञात कीजिये।

प्राप्तांक (X)	असमायोजित(f_2)	समायोजित(f_1)	सम्पूर्ण न्यादर्श (T)
80-84	6	5	11
75-79	16	2	18
70-74	19	6	25
65-69	28	5	33
60-64	19	1	20
55-59	21	0	21
50-54	16	1	17
योग	$N_2 = 125$	$N_p = 20$	N = 145

सम्पूर्ण न्यादर्श का मध्यमान ज्ञात किया जाता है

Mr = 66.35 सभी 145 छात्रों का मध्यमान

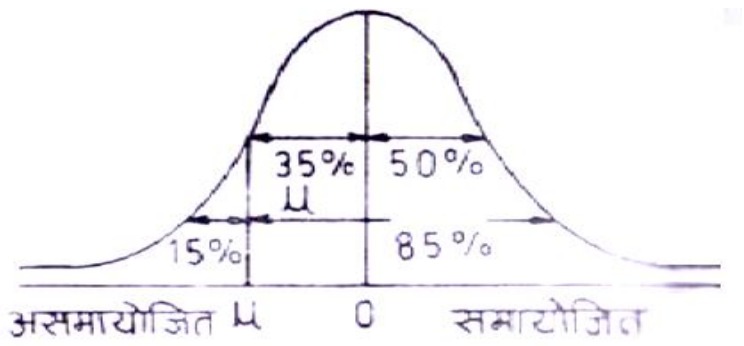
σ = 8.80 सभी 145 छात्रों का प्रमाणिक विचलन

Mp = 72.00 असमायोजित समूह 125 का मध्यमान

Mq = 65.40 समायोजित समूह 20 का मध्यमान

q = .85 अनुपात $\left(\frac{125}{145}\right)$ द्वितीय समूह

p =.15 अनुपात $\left(\frac{20}{145}\right)$ प्रथम समूह



इन मानों की गणना करके द्वि क्रम सह संबंधके सूत्र रखकर, गुणांक का मान ज्ञात करते हैं -

μ = .23 मान सामान्य वक्र तालिका में देखा जाता है।

$$r_{b/s} = \frac{Mp - Mq}{\sigma} \times \frac{Pq}{\mu} \qquad -----(1)$$

$$r_{b/s} = \frac{72 - 65.40}{8.80} \times \frac{.15 \times .85}{.23}$$

$$= \frac{6.60}{8.80} \times \frac{.13}{.23} = \frac{66 \times 13}{88 \times 23}$$

$$= 0.40$$

उपरोक्त प्रश्न में उपलब्ध आंकड़ों की गणना निम्नलिखित प्रकार से की गई है।

80-84	82	6	+3	18	5	15	11	33	9	99
75-79	77	16	+2	32	2	4	18	36	4	72
70-74	72	19	+1	19	6	6	25	25	1	25
65-69	67	28	0	0	5	0	33	0	0	0
60-64	62	19	-1	-19	1	-1	20	-20	1	20
55-59	57	21	-2	-42	0	0	21	-42	4	84
50-54	52	16	-3	-48	1	-3	17	-51	9	153
		125		-40	20	21	145	-19		453

$$Mq = a + \frac{\sum fd}{\sum f} \times i$$
$$= 67 + \frac{(-40)}{125} \times 5$$
$$= 67 - \frac{200}{125}$$
$$= 67 - \frac{8}{5}$$
$$= 67 - 1.6$$
$$= 65.4$$

$$Mp = a + \frac{\sum f_2 d}{\sum f} \times i$$
$$= 67 + \frac{21}{20} \times 5$$
$$= 67 + \frac{105}{20}$$
$$= 67 + \frac{21}{4}$$
$$= 67 + 5.25$$
$$= 72.25$$
$$= 72.00$$

$$Mt = a + \frac{\sum Td}{\sum f} \times i$$
$$= 67 + \frac{(-19)}{145} \times 5$$
$$= 67 - \frac{19}{29}$$
$$= 67 - .65$$
$$= 66.35$$

सम्पूर्ण समूह (Total Group) का प्रमाणिक विचलन

$$(SD)_T = i \times \sqrt{\frac{\sum Td^2}{N} - \left(\frac{\sum Td}{N}\right)^2}$$

$$= 5 \times \sqrt{\frac{453}{145} - (.13)^2}$$

$$= 5 \times \sqrt{3.124 - .0169}$$

$$= 5 \times \sqrt{3.1072}$$

$$= 5 \times 1.762$$

$$= 8.80$$

प्रथम समूह का अनुपात

$$\frac{\text{प्रथम समूह की आवृत्ति का योग}}{\text{सम्पूर्ण समूह की आवृत्ति का योग}}$$

$$= \frac{125}{145}$$

$$= .85$$

द्वितीय समूह का अनुपात

$$\frac{\text{द्वितीय समूह की आवृत्ति का योग}}{\text{सम्पूर्ण समूह की आवृत्ति का योग}}$$

$$= \frac{20}{145}$$

$$= .15$$

दोनों समूहों के अनुपातों का योग एक होता है।

= .85+.15 = 1

8.3.1 द्वि क्रम सहसंबंधकी प्रमाणिक त्रुटि

द्वि क्रम सहसंबंध (r b/s) गुणांक ज्ञान करने के लिये सूत्र दिया गया है जिससे प्रमाणिक त्रुटि की गणना की जाती है -

$\sigma\, r_{b/s}$ = द्वि क्रम सह संबंधकी प्रमाणिक त्रुटि

$r_{b/s}$ = द्वि क्रम सह संबंधकी चरिता

P = प्रथम खण्ड का अनुपात $\left(\frac{N_1}{N}\right)$

q = द्वितीय खण्ड का अनुपात $\left(\frac{N_2}{N}\right)$ या $(1 - P)$

μ = उपरोक्त अनुपात पर सामान्य वक्र की ऊँचाई

उपरोक्त उदाहरण के द्वि क्रम सह संबंधकी प्रमाणिक त्रुटि की गणना की गई है -

$$\sigma r_{b/s} = \frac{\frac{\left[\sqrt{(.85 \times .15)}\right]}{23}}{\sqrt{(145)}} - (.40)^2$$

$$= \frac{\frac{\left[\sqrt{(.13)}\right]}{23} - .16}{12.04} - \frac{(1.57 - .16)}{12.04}$$

$$= \frac{1.41}{12.04} = .117$$

$$= .12$$

(1) .95 पर विश्वसनीयता वर्गान्तर का विस्तार

$(r_{b/s} \pm 1.96\sigma r_{b/s})$

इस सूत्र में मान रखने पर विश्वसनीयता वर्गान्तर का विस्तार -

$(.40 \pm 1.96 \times .12)$

$(.40 \pm .23)$

(.63 से .17) के अन्तर्गत जनसंख्या का सह संबंधहोगा। 5 प्रतिशत सम्भावना इस विस्तार से बाहर होने की है।

(2) .99 पर विश्वसनीयता वर्गान्तर का विस्तार

$(r_{b/s} \pm 2.58\sigma r_{b/s})$

इस सूत्र में मान रखने पर विश्वसनीयता वर्गान्तर का विस्तार -

$(.40 \pm 2.58 \times .12)$

$(.40 \pm .31)$

(.71 से .09) के अन्तर्गत जनसंख्या का सह संबंधहोगा। 1 प्रतिशत सम्भावना इस विस्तार से बाहर होने की है।

8.3.2 द्वि क्रम सहसंबंधकी विशेषताएं

इस विधि की प्रमुख विशेषताएं इस प्रकार है -

1- इस विधि का उपयोग विशिष्ट परिस्थिति में किया जाता है जहां पर परिवर्तन विधि का उपयोग संभव नहीं होता है।
2- इस विधि से परिवर्तन सह संबंधका अनुमान लगाया जाता है।
3- सह संबंधगुणांक की प्रमाणिक त्रुटि तथा विश्वसनीयता वर्गान्तर स्तर की गणना की जाती है।

4- यह सह संबंधविधि परासांख्यिकी है। इससे सामान्यीकरण किया जाता है।

सीमायें - इसकी सीमायें निम्नांकित है -

1 यह विधि कुछ अवधारणाओं पर आधारित है। न्यादर्श तथा खण्डित समूहों का वितरण सामान्य मानते हैं।

2 यह विधि रेखीय वितरण के सह संबंधकी गणना करती है जबकि रेखीय वितरण नहीं होता है।

3 इस विधि से सह संबंध के आधार पर सामान्यीकरण करने में जोखिम होती है।

4 यह विधि अपेक्षाकृत कठिन है तथा अनेक सांख्यिकियों की गणना करनी होती है।

8.3.3 द्वि क्रम सहसंबंधका वैकल्पिक सूत्र

इसके लिये दूसरा सूत्र भी प्रयोग किया जाता है, वह इस प्रकार है -

$$r_{b/s} = \frac{M_p - M_r}{\sigma} \times \frac{P}{\mu} ----(3)$$

सूत्र में उपरोक्त उदाहरण के मानों को रखने पर -

$$r_{b/s} = \frac{72 - 66.35}{8.80} \times \frac{.15}{.23}$$
$$= \frac{5.65}{8.80} \times \frac{15}{23} = .64 \times .65$$
$$= .42$$

8.4 बिन्दु द्वि क्रम सहसंबंध

द्वि क्रम सह संबंधविधि की भांति इसे भी उसी प्रकार की परिस्थिति में प्रयुक्त करते हैं। इसमें एक चर सतत् तथा सामान्य वितरण होता है परन्तु दूसरे चर का वितरण सामान्य नहीं होता है अपितु विभाजन बिन्दु अधिक स्पष्ट होता है जिसे तीव्र खण्डित चर कहते हैं। सामान्यत: ऐसी परिस्थिति परीक्षणों में आती है प्रश्न या पद सही अथवा गलत होता है, सत्य/असत्य, हॉ/ना, उत्तीर्ण/अनुत्तीर्ण दो वर्गों में विभाजित करते हैं। न्यादर्श को दो असतत् समूहों में विभाजित करते हैं। ऐसी परिस्थिति में बिन्दु द्वि क्रम सह संबंधविधि अधिक उपयोगी होती है। इसका उपयोग पद विश्लेषण में किया जाता है। इस पद विश्लेषण भी माना जाता है।

बिन्दु द्वि क्रम सह संबंध विधि

जब किसी परीक्षण के उत्तरों का अंकन किया जाता है तब सही उत्तर को एक अंक तथा गलत उत्तर को शून्य अंक दिया जाता है। अत: सही और गलत उत्तरों को सामान्य वितरण में अपेक्षा करना उचित नहीं है। इसलिये द्वि क्रम सह संबंधविधि प्रयोग नहीं कर सकते हैं अपितु बिन्दु द्वि क्रम सह संबंधविधि ही अधिक उपयुक्त होती है। शुद्ध विभाजन तो बालक तथा बालिकाओं का होता है परन्तु किसी गुण विशेष के लिये मानदण्ड का प्रयोग किया किया जाता है। परीक्षा परिणामों में उत्तीर्ण के लिये एक प्रतिशत सुनिश्चित होती है उस बिन्दु से उत्तीर्ण तथा अनुत्तीर्ण में विभाजित किया जाता है। इसे वास्तविक विभाजन मानते है।

बिन्दु द्वि क्रम सह संबंधकी गणना का सूत्र है -

$$r_{pb/s} = \frac{Mp - Mq}{\sigma} \times \sqrt{(pq)} .....(i)$$

जबकि - σ rp $_{b/s}$ = बिन्दु द्वि क्रम सह संबंधगुणांक

MP = प्रथम वर्ग का मध्यमान = (N_1)

Mq = द्वितीय वर्ग का मध्यमान = (N_2)

P = प्रथम वर्ग के आकार का अनुपात $\left(\frac{N_1}{N}\right)$

q = द्वितीय वर्ग के आकार का अनुपात $\left(\frac{N_2}{N}\right)$ अथवा $(1 - P)$

μ = सम्पूर्ण न्यादर्श का प्रमाणिक विचलन

इस विधि की प्रक्रिया को एक उदाहरण से स्पष्ट किया गया है -

उदाहरण - एक मानदण्ड परीक्षण को 15 छात्रों को दिया गया इसके प्राप्तांकों तथा दसवें प्रश्न पर छात्रों के उत्तरों को सही 1 अंक तथा गलन 0 शून्य में अंकित किया गया है। बिन्दु द्वि क्रम सह संबंध विधि से दसवें प्रश्न का कठिनाई स्तर गुणांक ज्ञात कीजिये।

छात्र क्रम	**परीक्षण अंक (x)**	**दूसरे पत्र पर अंक (y)**	x^2	y^2	**Xy**
1	15	1	225	1	15
2	13	1	169	1	13

3	8	0	64	0	0
4	14	0	196	0	0
5	13	1	169	1	13
6	10	0	100	0	0
7	9	0	81	0	0
8	12	1	144	1	12
9	11	1	121	1	11
10	13	1	169	1	13
11	11	0	121	0	0
12	10	0	100	0	0
13	11	1	121	1	11
14	11	1	121	1	11
15	12	1	144	1	12
योग 15	173	9	2045	9	111

$N_1 = 9$ दसवें प्रश्न को सही करने वालों की संख्या (9)

$N_2 = 6$ दसवें प्रश्न को सही करने वालों की संख्या (6)

$$P = \frac{N_1}{N} = \frac{9}{15} = .60$$
$$q = (1 - p) = (1 - .60) = 40$$

($N_1 = 9$) वर्ग के छात्रों का परीक्षण पर प्राप्तांकों का योग = 111

($N_2 = 6$) वर्ग के छात्रों का परीक्षण पर प्राप्तांकों का योग = 62

$$Mp = \frac{111}{9} = 12.33$$

$$Mq = \frac{62}{6} = 10.33$$

$$Mr = \frac{173}{15} = 11.53$$

$$\sigma = \left(\sqrt{\frac{\sum X^2}{N} - M^2} \right) = \sqrt{\left(\frac{2045}{15} - (11.53)^2 \right)}$$

$$= \sqrt{(136.33 - 132.94)} = \sqrt{(3.39)}$$

$$= 1.84$$

इन प्राप्त मानों को बिन्दु द्वि क्रम सह संबंधसूत्र में रखने पर -

$$Tp\,b/s = \frac{Mp - Mq}{\sigma} \times (pq)$$

$$= \frac{12.33 - 10.33}{1.84} \times \sqrt{(.60 \times .40)}$$

$$= \frac{2.00}{1.84} \times \sqrt{(.24)}$$

$$= \frac{2 \times .49}{1.84} = \frac{.98}{1.84}$$

$$= 0.53$$

बिन्दु द्वि क्रम सह संबंधगुणांक 0.53 से प्रतीत होता है कि दसवें प्रश्न का परीक्षा अंको से पर्याप्त सह संबंधहै। इसका अर्थ होता है कि परीक्षा पर अधिक अंक प्राप्त करने वाले छात्र दसवें प्रश्न को भी सही कर लेते हैं।

बिन्दु द्वि क्रम सह संबंधतथा पीयर्सन सह संबंध समान होते हैं। इस तथ्य की पुष्टि इन्हीं प्रदत्तों से पीयर्सन सह संबंधकी गणना करके की जा सकती है। प्राप्तांकों से सीधे पीयर्सन सह संबंधके लिये निम्नांकित सूत्र का प्रयोग किया जाता है।

$$r = \frac{N\sum XY - \sum X.\sum Y}{\sqrt{[N\sum X^2 - (\sum X)^2\,[N\sum Y^2 - (\sum Y)^2}}$$

उपरोक्त उदाहरण में इन अपेक्षित सांख्यिकी मानों की गणना की गई है। इन सभी मानों को इस सूत्र में रखने पर

$$r = \frac{15 \times 111 - 173 \times 19}{\sqrt{(15 \times 2045 - 173^2)\ [15 \times 9 - 9^2)}}$$

$$= \frac{1665 - 1557}{\sqrt{76 \times 54}} = \frac{108}{\sqrt{40284}}$$

$$= \frac{108}{200.71}$$

$$= 0.54$$

दोनों विधियों से प्राप्त सह संबंधसमान है अत: द्वि क्रम सह संबंधतथा पीयर्सन सह संबंधसमान होते हैं। इसलिये सार्थकता की परख भी पीयर्सन विधि की भांति ही की जाती है। तालिका में (N-2) आवृत्ति अंश पर .05 तथा .01 सार्थकता स्तर पर मानों से तुलना की जाती है। इस उदाहरण में आवृत्ति अंश df (15-2) पर .51 है और प्राप्त सह संबंधगुणांक .54 इससे प्रत्सेक अधिक है। अत: शून्य परिकल्पना निरस्त की जाती है और वह कह सकते हैं क इसमें प्रश्न तथा परीक्षा में सह संबंध सार्थक है।

8.4.1 बिन्दु द्वि क्रम सहसंबंधकी विशेषताएं

1- यह विधि परासांख्यिकी है इससे सामान्यीकरण किया जाता है।
2- यह विशिष्ट परिस्थिति में पियर्सन के ही समान होती है।
3- इस सह संबंधगुणांक की सार्थकता पियर्सन बहु संबंधसूचक की भांति ही ज्ञात की जाती है।
4- किसी भी परीक्षण के पद विश्लेषण की एक प्रमुख है। इस विधि में विभेदीकरण का सूचनांक ज्ञान किय जाता है। वास्तव में सह संबंधपत्र का सूचांक होता है।
5- इस विधि का उपयोग एक विशिष्ट परिस्थिति में होता है। जहां एक चर तथा सतत् तथा दूसरा असतत तथा तीव्र विभाजित होता है।
6- इसका उपयोग छोटे तथा बड़े दोनों प्रकार के समूहों पर किया जाता है। सामान्य वितरण की अवधारणा पर आधारित है।

सीमायें - इस विधि की निम्नलिखित सीमाएं है -

1- इस विधि की अवधारणायें एक चर पर प्रयुक्त होती है परन्तु तीव्र विभाजित चर पर नहीं प्रयुक्त होती है।
2- पियर्सन सह संबंधरेखीय होता है परन्तु बिन्दु द्वि क्रम सह संबंध रेखीय नहीं होत है क्योंकि दूसरा चर तीव्र विभाजित होता है।
3- इसके सामान्यीकरण में जोखिम होती है।

4- पद विश्लेषण में विभेदीकरण सूचांक का प्रकट करता है परन्तु इससे कठिनाई स्तर पर बोध नहीं होता है।

8.5 द्वि क्रम सह संबंधतथा बिन्दु द्वि क्रम सह संबंधमें तुलना

इन दोनों में कुछ समानतायें तथा महत्वपूर्ण अन्तर होता है

1. द्वि क्रमिक सह संबंधका प्रयोग उस परिस्थिति में किया जाता है , एक चर सतत् तथा दूसरा विभाजित हो परन्तु मूल रूप से सतत् चर हो।
2. बिन्दु क्रमिक विधि का उपयोग उस परिस्थिति में किया जाता है जब एक सतत् चर तथा दूसरा विभाजित असतत् चर होता है।
3. द्वि क्रमिक विधि की अवधारणा यह है कि दोनों चरों का सामान्य वितरण हो।
4. बिन्दु क्रमिक विधि का चर सामान्य वितरण तथा दूसरा स्वतंत्र. वितरण हो। पद विश्लेषण के लिये प्रयुक्त करते हैं।
5. द्वि क्रमिक विधि में सह संबंधगुणांक +1 से अधिक भी होता है जबकि बिन्दु द्वि क्रमिक +1 से अधिक गुणांक नहीं होता है। इसलिए बिन्दु द्वि क्रमिक सह संबंधविश्वसनीय होता है।

8.6 फाई सह संबंध(आसंग गुणांक)

फाई सह संबंधविधि, बिन्दु द्वि क्रम विधि के समान है। जब दोनों चरों का तीव्र विभाजन अथवा वास्तविक विभाजन हो तथा सामान्य वितरण की अवधारणा का विचार न किया गया हो। ऐसी परिस्थिति में चतुष्कीय गुणांक की अपेक्षा कोई सह संबंधविधि अधिक उपयोगी होती है। जैसे परीक्षा प्रश्नों के उत्तरों में सही या गलत दो ही विकल्प होते हैं। इनके मध्य कोई तीसरा विकल्प नहीं होता है। इसी प्रकार उत्तीर्ण तथा अनुत्तीर्ण सत्य तथा असत्य उत्तरों के प्रयोग में चर का तीव्र विभाजन होता है। जब चरों के लिए असतत् इन ने प्रदत्तों का संकलन किया जाता है ऐसी परिस्थिति में कोई फाई सहसंबंधविधि ही उपयुक्त होती है।

चतुष्फीय गुणांक (r) द्वि क्रम सह संबंधके समान है और फाई गुणांक बिन्दु द्वि क्रम सह संबंधसमान है। फाई सह संबंधगुणांक भी पीयर्सन सह संबंधके भी समान होता है जिसकी पुष्टि भी की जा सकती है।

इस विधि केा परीक्षणों के प्रश्नों के सह संबंधज्ञज्ञत करने के लिए प्रश्न किया जाता है। इसके सूत्र को यहां पर दिया गया है।

प्रश्न

	गलत	सही	
सही	B	A	(A+B)
प्रश्न ख	B	C	(C+D)
गलत	(B+D)	(A+C)/N	

2 **x 2** तालिका में प्रदत्तों को व्यवस्थित किया जाता है और निम्नांकित सूत्र में इन मानों को रखकर फाई गुणांक ज्ञात किया जाता है -

$$\phi = \frac{AD - BC}{\sqrt{[(A+B)(C+D)(B+D)(A+C)|}}$$

इस तालिका में **A, B, C**तथा **D** आवृत्तियों की संख्या है। इस प्रकार फाई का उपयोग नामांकन स्तर के प्रदत्तों के लिये किया जाता है। चतुष्कीय विधि में आवृत्तियों को प्रयुक्त किया जाता है। ऐसी परिस्थितियों में पीयर्सन विधि का उपयोग संभव नहीं होता है। बिन्दु द्वि क्रम विधि के समान फाई सह संबंधका प्रयोग पद विश्लेषण के लिये अधिक उपयुक्त होता है।

इससे स्पष्ट यह होता है कि सह संबंध के लिये चरों का विभाजन हो और चरों का मापन अंको अर्थात अन्तराल स्तर पर हो तब द्वि क्रम या बिन्दु द्वि क्रम विधियों का प्रयोग होता है। जब सह संबंधके लिये चरों का विभाजन हो ओर चरों का मापन आवृत्तियों अर्थात नामांकन स्तर पर ही तब चतुष्कीय या फाई सहसंबंध विधियों का प्रयोकिता है।

फाई सह संबंधगुणांक को एक उदाहरण से समझाया गया है -

उदाहरण - एक परीक्षण में 100 प्रश्नों को सम्मिलित किया गया है। उसमें प्रश्न 40 को 225 छात्रों में ये 100 सही किया गयसस 125 के गलत किया। इस प्रकार प्रश्न 0 को 225 छात्रों में से 100 सही किया प्रश्न 60 के कोई फाई 225 छात्रों में से 135 ने सही किया तथा 90 ने गलत किया। फाई सहबंध विधि से प्रश्न 40 तथा 60वें प्रश्न का सह संबंधज्ञात कीजिये।

फाई सहसंबंधके अन्तर्गत दोनों ही परिवर्ती द्विविभाजित होते हैं किन्तु सामान्य रूप से वितरित नहीं होते हैं।

2 x 2 चतुष्कीय तालिका

प्रश्न 60 वां

	गलत	सही	
सही	**20** **B**	**80** **A**	**100 (A+B)**
प्रश्न 40 वां	**70** **D**	**55** **CC**	**125 (C+D)**
गलत	**90** **(B+D)**	**135** **(A+C)**	**225 = N**

फाई सह संबंधविधि के सूत्र में मानों को रखने पर -

$$\phi = \frac{(AD - BC)}{\sqrt{[(A+B)(C+D)(B+D)(A+C)]}}$$

$$= \frac{80 \times 70 - 55 \times 20}{\sqrt{[(100 \times 125 \times 90 \times 135]}}$$

$$= \frac{5600 - 1100}{\sqrt{[(25 \times 4 \times 25 \times 5 \times 5 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 5 \times 3]}}$$

$$= \frac{4500}{25 \times 5 \times 2 \times 3 \times 3\sqrt{30}} = \frac{2}{\sqrt{(30)}} = \frac{2}{5.48}$$

$$= 0.36$$

8.6.1 फाई सहसंबंध की विशेषताएं

1- जब दोनों चरों का विभाजन तीव्र दो वर्गों में होता है उनके मध्य तीसरा विकल्प नहीं होता, ऐसी स्थिति में फाई गुणांक ही प्रयोग किया जाता है।

2- इस विधि का प्रयोग पद विश्लेषण में किया जाता है।

3- जब दोनों चरों का मापन नामांकन स्तर पर अथवा आवृत्तियां में होता है ऐसे प्रदत्तों में फाई का प्रयोग करते हैं। जब पियर्सन का उपयोग संभव नहीं होता है।

4- फाई सह संबंध विधि पियर्सन विधि का एक प्रकार है जिसका अध्ययन की विशिष्ट परिस्थितियों में किया जाता है।

8.6.2 फाई गुणांककी सार्थकता

फाई सार्थकता की गणना काई वर्ग परीक्षण की सहायता से की जाती है। काई वर्ग परीक्षण वास्तव में फाई गुणांक का ही कार्य करता है। काई वर्ग का फाई से संबंधहोता है। जैसे निम्नांकित सूत्र से प्रदर्शित किया जाता है -

$x^2 = N\phi^2$

जबकि

$x^2 = N\phi^2$

N = न्यादर्श का आकार

ϕ^2 फाई का वर्ग

x^2 काई वर्ग

उपरोक्त उदाहरण में तथा है। अत: इन मनों को उपरोक्त सूत्र में रखने पर काई वर्ग का मान ज्ञात किया जाता है -

$$x^2 = 225 \times (.36)^2 = 225 \times .1296$$
$$= 29.20$$

आवृत्ति अंश $(df) = 1$

काई वर्ग का मान 29.20 अधिक सार्थक है क्योंकि यह मान .01 स्तर से भी अधिक है। अत: फाई गुणांक सह संबंधअधिक सार्थक है।

8.7 सारांश

द्विक्रम सहसंबंधगुणांक का प्रयोग ऐसी स्थिति में किया जाता है जब एक चर (ग) का मापन निरन्तर मापनी के रूप में होता है जबकि दूसरा चर (ल) दो भागों में विभाजित होता है। 'ग' प्राप्तांक हुए तो 'ल' कोई परिवर्ती चर जो दो ही भागों में बंटा है, महिला/पुरूष, शिक्षित/अशिक्षित, विवाहित/अविवाहित इत्यादि उसी प्रकार बिन्दु द्वि क्रम सहसंबंधगुणांक के लिए स्थिति में थोड़ा परिवर्तन होता है एक चर (ग) परिवर्ती निरन्तर एवं सामान्य वितरण के अनुरूप होता है जबकि द्वितीय चर (ल) परिवर्ती गुणात्मक रूप में दो भागों में विभाजित होने के साथ - साथ असतत एवं सामान्य वितरण के अनुरूप इसके प्राप्तांक नहीं होते हैं।

8.8 शब्दावली

- **Ribs :** द्विक्रम सहसंबंध
- **Pribs :** बिन्दु द्विक्रम सहसंबंध
- **U :** कोटि का मान
- **फाई :** फाई संहसंबंधगुणांक को ग्रीक अक्षर फाई () से प्रदर्शित करते हैं।

8.9 स्वमूल्यांकनप्रश्न

अतिलघुत्तरात्मक प्रश्न

1- द्विक्रम सहसंबंधगुणांक ज्ञात करने का सूत्र बताओ।
2- बिन्दु द्विक्रम सहसंबंधगुणांक ज्ञात करने का सूत्र बताओ।
3- कोटि का मान कैसे ज्ञात करते हैं।
4- फाई सहसंबंधगुणांक का सूत्र बताओ।

लघुत्तरात्मक प्रश्न

1- द्विक्रम सहसंबंधएवं बिन्दु द्विक्रम सहसंबंध में क्या अन्तर है?
2- द्विक्रम सहसंबंधकी क्या विशेषताएं है ?
3- द्विक्रम सहसंबंधकी क्या सीमाएं है ?
4- बिन्दु द्विक्रम सह संबंधकी क्या विशेषताएं है ?
5- बिन्दु द्विक्रम की क्या सीमाएं है ?
6- फाई गुणांक की क्या विशेषताएं है ?
7- फाई गुणांक की क्या सीमाएं है ?

निबंधात्मक प्रश्न

1 निम्नलिखित आंकड़ों के आधार पर द्विपांक्तिक सहसंबंध(Biserial ‘r’) की गणना कीजिए।

प्राप्तांक (x परिवर्ती)	Y परिवर्ती		
	प्रशिक्षित	अप्रशिक्षित	योग
40-45	8	4	12
35-40	12	6	18

30-35	16	8	24
25-30	18	12	30
20-25	14	24	38
15-20	10	20	30
10-15	7	22	29
5-10	3	10	13
0-5	2	4	6
	90	110	200

2 15 विद्यार्थियों पर मनोवैज्ञानिक परीक्षण प्रशासित किया गया सफल विद्यार्थी 1 से प्रदर्शित है जबकि असफल विद्यार्थी 0 से प्रदर्शित है बिन्दु द्विपांक्तिक सहसंबंध की गणना कर सार्थक अन्तर की जाँच कीजिए।

विद्यार्थी S.No.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
प्राप्तांक (x) मनोवैज्ञानिक परीक्षण	22	21	15	20	22	24	18	24	25	23	22	23	24	19	23
सफल/असफल (Y)	0	1	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	0	0

8.10 संदर्भग्रंथसूची

- Agarwal, Y.P. (1986), Statisticd methods – concept, application and computation, sterling publisher Pvt. Ltd. Delhi.
- Bartz, Albert E. (1985 Basic statistical concepts, Surjeet publication, Delhi

- Garrett, Henry E. (1981). Statistics in Psychology and Education valils feffer and simons ltd. Bombay.
- अस्थाना, विपिन, श्रीवास्तव विजया, तथा अस्थानपा निधि (2009) शैक्षिक अनुसंधान एवं सांख्यिकी, अग्रवाल पब्लिकेशन्स, आगरा 2
- कपित, एच.के., (2005) सांख्यिकी के मूल तत्व, विनोद पुस्तक मन्दिर आगरा 2
- गुप्ता, एस.पी. (2003) सांख्यिकीय विधियाँ, शारदा पुस्तक भवन इलाहाबाद (उ.प्र)
- सिंह, लाभ (प्रसाद, द्वारिका तथा भार्गव, महेश (1997) मनोविज्ञान एवं शिक्षा में सांख्यिकी के मूल आधार, हर प्रसाद भार्गव, आगरा (उ.प्र.)

इकाई-9

क्रान्तिक अनुपात, टी परीक्षण एवं प्रसरण-विश्लेषण
Critical Ratio, t-test and Analysis of Variance (ANOVA)

9.1 प्रस्तावना
9.2 उद्देश्य
9.3 क्रान्तिक अनुपात
9.4 दो समान्तर माध्यों के अन्तर का सार्थकता परीक्षण
9.5 स्टूडेण्ट t- परीक्षण
9.6 प्रसरण विश्लेषण
9.7 ANOVA और t-test में संबंध
9.8 प्रसरण विश्लेषण में निहित संक्रियाएँ
9.9 F बंटन की विशेषताएँ
9.10 प्रसरण विश्लेषण की मान्यता
9.11 F –परीक्षण के अनुप्रयोग
9.12 प्रसरण विश्लेषण के रूप
9.13 एकदिश प्रसरण विश्लेषण
9.14 द्वि दिश प्रसरण विश्लेषण
9.15 सारांश
9.16 शब्दावली
9.17 सन्दर्भ ग्रन्ध सूची
9.18 निबन्धात्मक प्रश्न
9.19 t-मान तथा F-मान सारणी

9.1 प्रस्तावना

वैज्ञानिक शोध में प्रदत्तों के विश्लेषण के लिए विभिन्न प्रकार के सांख्यिकी का प्रयोग किया जाता है। प्राकृतिक विज्ञान हो, चाहे व्यावहारिक विज्ञान सांख्यिकीय उपकरणों का प्रयोग ज्ञान सृजन के लिए आवश्यक होता है | सांख्यिकी का प्रयोग अर्थशास्त्र, भूगोल, कृषि, चिकित्सा शास्त्र, शिक्षा, समाजशास्त्र तथा मनोविज्ञान आदि से सम्बंधित विषयों में वैज्ञानिक अध्ययन हेतु आंकड़ों के विश्लेषण एवं व्याख्या के लिए प्रयोग किया जाता है। मनोविज्ञान विषय में सांख्यिकीय उपकरणों का प्रयोग वृहत रूप से किया जाता है| मनोविज्ञान विषय में मूल आँकड़ो को मानक अंको में परिवर्तित करके उनको तुलनात्मक रूप प्रदान करने हेतु सांख्यिकी विभिन्न विधियों, जैसे टी-परीक्षण, प्रसरण

विश्लेषण, क्रान्तिक अनुपात परीक्षण आदि का उपयोग किया जाता है। इन विधियों से मनोवैज्ञानिक प्रयोगों एवं परीक्षणों के अभिकल्पन में सहायता मिलती है तथा ज्ञान का सृजन उच्च कोटि के कठोर वैज्ञानिक स्तर पर करना सम्भव होता है।

9.2 उद्देश्य

प्रस्तुत इकाई के अध्ययन के उपरान्त आप-

- क्रान्तिक अनुपात के संप्रत्यय को समझ सकेंगे।
- क्रान्तिक अनुपात के संप्रत्यय के आधार पर इसका उपयोग करने की योग्यता हासिल कर सकेंगे।
- टी-परीक्षण की अवधारणा तथा इसके उपयोग को समझ सकेंगे।
- क्रान्तिक अनुपात परीक्षण तथा टी-परीक्षण के मध्य अन्तर स्पष्ट कर सकेंगे।
- प्रसरण विश्लेषण की अवधारणा तथा इसके उपयोग को समझ सकेंगे।
- प्रसरण विश्लेषण और टी-परीक्षण के मध्य अन्तर स्पष्ट कर सकेंगे।
- प्रसरण विश्लेषण एवं टी-परीक्षण के मध्य सम्बन्ध को स्पष्ट कर सकेंगे।

9.3 क्रांतिक अनुपात(Critical Ratio- CR)

क्रांतिक अनुपात के माध्यम से परिकल्पना परीक्षण की प्रक्रिया को संपन्न किया जाता है | परिकल्पना परीक्षण को सार्थकता परीक्षण की संज्ञा भी दी जाती है। कभी-कभी प्रतिदर्श या सांख्यिकी (Statistics) के आधार पर प्राचल (Parameters) को ज्ञात नहीं करना पड़ता, बल्कि प्राचल का दावा किया जाता है। उस दावे को परिकल्पना परीक्षण के माध्यम से या तो स्वीकृत किया जाता है अथवा अस्वीकृत। जैसा कि पूर्व में बताया गया है कि शून्य परिकल्पना (H_0) में प्राचल को स्वीकृत किया जाता है, जबकि वैकल्पिक परिकल्पना (H_1) में प्राचल को अस्वीकृत किया जाता है। सार्थकता परीक्षण करते समय उचित परिकल्पना तथा सार्थकता स्तर का निर्धारण आवश्यक है अन्यथा परिणाम गलत होने की संभावना रहती है। प्रतिचयन सिद्धान्त के आधार पर अवलोकित (observed) व प्रत्याशित आवृतियों (expected frequency) में अंतर की सार्थकता जाँच की सामान्य प्रक्रिया निम्न प्रकार है:-

i. **समस्या को प्रस्तुत करना (Presentation of the Problem):-** सर्वप्रथम अनुसंधान के उद्देश्य को स्पष्ट कर लेना चाहिए, अर्थात किस संबंध में अध्ययन करना है और किससे तुलना करना है। इस प्रकार विश्लेषणकर्ता के द्वारा समस्या को प्रस्तुत करना सर्वोपरि कार्य है।

ii. **शून्य परिकल्पना का निर्धारण (Setting up a Null Hypothesis):-** शून्य परिकल्पना (H_0) में दिए गये प्राचल के दावे को सही मानते हैं, जबकि वैकल्पिक परिकल्पना (H_1) में प्राचल के दावे को गलत मानते हैं। दूसरे शब्दों में इस प्रक्रिया में यह परिकल्पना की जाती है कि न्यादर्श व समग्र के विभिन्न सांख्यिकी मापों में एक

निश्चित सीमा तक संबंध है अर्थात प्रतिदर्श या सांख्यिकी (Statistics) से प्राचल (Parameters) के अन्तर की सार्थकता की जाँच करने से पूर्व यह मान लिया जाता हे कि प्रतिदर्श व प्राचल में कोई सार्थक अन्तर नहीं है और जो थोड़ा सा अन्तर है वह प्रतिचयन (sampling) उच्चावचनों (fluctuations) के कारण है।

iii. **सार्थकता स्तर का चुनाव (Selection of the level of Significance):-** प्रतिदर्श व प्राचल के संबंध की जाँच करने के लिए इस स्तर का पूर्व में ही निर्धारण कर लिया जाता है, जिसके आधार पर परिकल्पना की मान्यता को स्वीकार या अस्वीकार करना हो। दूसरे शब्दों में प्रतिदर्श व समग्र के विभिन्न सांख्यिकी मापों को किस स्तर तक स्वीकार करना है। इस बात का पूर्व निर्धारण करना ही सार्थकता स्तर का चुनाव कहलाता है।

प्रसामान्य वक्र के आधार पर विभिन्न सार्थकता स्तरों α के लिए Z (Standard Normal Variate) के मान निम्नलिखित है:-

सार्थकता स्तर α	**10% या 0.1**	**5% या 0.05**	**2% या 0.02**	**1% या 0.01**
बायाँ पक्ष परीक्षण Z	-1.28	-1.65	- 2.06	- 2.33
दायाँ पक्ष परीक्षण Z	+ 1.28	+ 1.65	+ 2.06	+ 2.33
दोनों पक्ष का परीक्षण Z	± 1.65	± 1.96	± 2.33	± 2.58

iv. **प्रमाप त्रुटि का परिकलन (Computation of Standard Error):-** सार्थकता स्तर के निर्धारण करने के बाद निदर्शन के विभिन्न मापों की प्रमाप त्रुटि की गणना के लिए अलग-अलग सूत्र हैं जिनका विस्तृत विवरण पिछली इकाई में किया जा चुका है।

v. **क्रांतिक अनुपात की गणना (Calculation of Critical Ratio):-** प्राचल व प्रतिदर्श के अन्तर की जाँच करने के लिए क्रांतिक अनुपात की गणना की जाती है,जिसके लिये प्राचल व प्रतिदर्श के अन्तर में संबंधित प्रमाप त्रुटि का भाग दे दिया जाता है।

vi. **निर्वचन (Interpretation):-** अन्तर की सार्थकता अनुपात की गणना करने के बाद पूर्व सार्थकता स्तर पर Z के क्रान्तिक मान (Critical Value of Z) से सार्थकता अनुपात की तुलना की जाती है। यदि यह सार्थकता अनुपात Z के क्रान्तिक मान की सीमाओं में होता है, तो अन्तर अर्थहीन माना जाता है एवं शून्य परिकल्पना स्वीकृत कर ली जाती है। यदि सार्थकता अनुपात Z के क्रान्तिक मान की सीमाओं से बाहर हो जाये तो अन्तर सार्थक माना जाता है तथा शून्य परिकल्पना (H_0) को अस्वीकृत करके वैकल्पिक परिकल्पना (H_1) को स्वीकृत कर लिया जाता है। इस स्थिति में ऐसा भी माना जा सकता है कि निदर्शन यादृच्छिक आधार पर नहीं किया गया था, क्योंकि अन्तर केवल प्रतिचयन उच्चावचनों के अतिरिक्त अन्य कारणों से भी है। ऐसी स्थिति में शून्य परिकल्पना अस्वीकृत कर दी जाती है एवं उसके स्थान पर वैकल्पिक

परिकल्पना स्वीकार कर ली जाती है। दूसरे शब्दों में शून्य परिकल्पना की अस्वीकृति का अर्थ प्राचल के दावे की अस्वीकृति है।

दो समूहों के मध्यमान के अन्तर की सार्थकता की जाँच अलग-अलग विधियों के द्वारा की जाती है। बड़े समूहों के मध्यमानों के अन्तर की सार्थकता की जाँच क्रान्तिक अनुपात (Critical Ratio = CR) के मान के द्वारा की जाती है जबकि छोटे समूहों के मध्यमानों की सार्थकता की जाँच t-परीक्षण के मान के द्वारा की जाती है। जब प्रतिदर्शों का मान 30 या 30 से अधिक होता है तो उनके मध्यमानों के अन्तर की जाँच क्रांतिक अनुपात परीक्षण (Critical Ratio Test) द्वारा की जाती है। CR की गणना में तीन पदों का अनुसरण किया जाता है-

i. सार्थकता स्तर का निर्धारण – प्राय: दो सार्थकता स्तर 0.05 या 0.01 का प्रयोग किया जाता है।

ii. प्रमाप विभ्रम या प्रमाणिक त्रुटि या प्रमाप त्रुटि (Standard Error) की गणना| विभिन्न सांख्यिकियों के प्रमाप त्रुटि की गणना हेतु सूत्रों की व्याख्या इससे पूर्व इकाई में की गयी है।

iii. CR का मान : CR का मान ज्ञात करने के लिए निम्न सूत्र का प्रयोग किया जाता है

$$CR = \frac{M_1 - M_2}{SEd}$$

$M_1 =$ प्रथम प्रतिदर्श का मध्यमान

$M_2 =$ द्वितीय प्रतिदर्श का मध्यमान

$SE_d =$ दो प्रतिदर्श के मध्यमानों के अन्तर की प्रमाणिक त्रुटि

अर्थात जब N का मान 30 से कम होता है तो ऐसे समूह को छोटा समूह कहते हैं। छोटे समूह में CR के स्थान पर t की गणना की जाती है। प्रत्येक t- मान CR होता है लेकिन प्रत्येक CR का मान t- नहीं होता।

Z का मान CR का एक उदाहरण है | यहाँ आप Z का मान अर्थात CR परिकलन को विभिन्न उदाहरणों के माध्यम से समझने की कोशिश करेंगे|

9.4 दो समान्तर माध्यों के अंतर का सार्थकता परीक्षण

(Test of Significance of difference between two means):-

अनुसंधान कार्यों में बहुधा दो प्रतिदर्शों (Statistics) के अन्तर के आधार पर उनका एक ही समग्र से होने अथवा न होने संबंधी परिकल्पनाओं का परीक्षण किया जाता है। उदाहरण के लिए एक प्रतिदर्श में पुरूष औसत रूप से 2 घंटे प्रतिदिन तथा महिलाएँ $1\frac{1}{2}$ घंटे प्रतिदिन शोध पत्रिका का अध्ययन करते हैं तो क्या दोनों के अध्ययन के समय में सार्थक अन्तर है अथवा नहीं ? यहाँ पुरूषों के प्रतिदर्श

द्वारा अधिक अध्ययन करना संयोगवश भी हो सकता है। दूसरे शब्दों में यह अन्तर निदर्शक त्रुटि के कारण संयोगवश उत्पन्न हुआ है अथवा वास्तविक अंतर है। इसके परीक्षण की आवश्यकता होती है। इस परीक्षण में समग्र के समान्तर माध्यों में अन्तर शून्य $(\mu_1 - \mu_2 = 0)$ माना जाता है अर्थात $(\mu = \mu_2)$ की शून्य परिकल्पना लेकर जाँच आरंभ की जा सकती है। एकपक्षीय जाँच की स्थिति में दायीं बाहु परीक्षण (Right tailed test) में $(\mu_1 \leq \mu_2)$ तथा बायीं बाहु परीक्षण (Left tailed test) में $(\mu_1 \geq \mu_2)$ शून्य परिकल्पना ली जा सकती है।

सार्थकता परीक्षण करने के लिए प्रमाप विभ्रम की आवश्यकता होती है। समान्तर माध्यों के अंतर का प्रमाप त्रुटि या विभ्रम (Standard Error) का सूत्र:-

	जब समग्र का प्रमाप विचलन (S.D.) ज्ञात हो	**जब समग्र का प्रमाप विचलन (S.D.) ज्ञात नहीं हो**
$\sigma_{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}$	$\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}$	$\sqrt{\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}}$

सार्थकता परीक्षण की शेष प्रक्रिया वही है जो कि इससे पहले के उदाहरणों में समझायी गई है। जैसे Z का परिकलित मान निम्न प्रकार ज्ञात किया जाता है:-

$$Z = \frac{\text{प्रतिदर्श} - \text{प्राचल}}{\text{प्रमाप विभ्रम}} = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sigma_{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}}$$

यहाँ $(\mu_1 - \mu_2) = 0$ अत: $Z = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sigma_{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}}$

उदाहरण:- पुरूष (X_1) तथा महिला शिक्षको के वेतन से संबंधित निम्नलिखित आंकड़े उपलब्ध हैं। (अ) क्या 5 प्रतिशत सार्थकता स्तर पर पुरूष तथा महिला शिक्षको के औसत वेतन में अंतर है? (ब) क्या 5 प्रतिशत सार्थकता स्तर पर पुरूष शिक्षको का औसत वेतन महिला शिक्षिकाओं से कम है?

$n_1 = 440$

$\bar{X}_1 = Rs.5000$

$S_1 = Rs.100$

$n_1 = 500$

$\overline{X}_1 = Rs.5100$

$S_1 = Rs.200$

हल:- (a) $H_o: \mu_1 = \mu_2$

$H_1 = \mu_1 \neq \mu_2$

$n_2 = 500$

$\overline{X}_2 = Rs.5100$

$S_2 = Rs.\ 200$

or $\mu_1 - \mu_2 = 0$

or $\mu_1 > \mu_2 \neq 0$

$\alpha = 0.5$ $Z = \pm 1.96$ (क्रान्तिक मान) (द्विबाहु परीक्षण)

$$Z = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sigma_{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}}$$

$$= \frac{5000 - 5100}{10.14}$$

$$= \frac{-100}{10.14} = -9.86$$

यहाँ $\sigma_{\bar{x}_1 - \bar{x}_2} = \sqrt{\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}}$

$$= \sqrt{\frac{100^2}{440} + \frac{200^2}{500}}$$

$$= \sqrt{22.73 + 80} = \sqrt{102.73}$$

$$= 10.14$$

Z का परिकलित मान – 9.86 Z के क्रान्तिक मान ± 1.96 की सीमाओं से बाहर है अत: शून्य परिकल्पना (H_o) अस्वीकृत की जाती है। पुरूष तथा महिला शिक्षको के वेतन में सार्थक अन्तर है (वैकल्पिक परिकल्पना स्वीकृत की जाती है)

(b) H_o : $\mu_1 \geq \mu_2$; H_1 : $\mu_1 \leq \mu_2$ (बायीं बाहु परीक्षण)

$\alpha = .05$ Z= - 1.65 क्रान्तिक मान

Z का परिकलित मूल्य (-9.86) क्रान्तिक मूल्य (-1.65) से कम होने के कारण शून्य परिकल्पना अस्वीकृत क्षेत्र में है, अत: वैकल्पिक परिकल्पना स्वीकार की जाती है।

निष्कर्ष:- 5 प्रतिशत सार्थकता स्तर पर पुरूष शिक्षको का वेतन महिला शिक्षिकाओं से कम है।

9.5 स्टूडेण्ट t- परीक्षण (Student's t- Distribution (test):

't' परीक्षण छोटे आकार के निदर्शन (sampling) से संबंधित है, इसका श्रेय आयरिश निवासी विलियम गौसेट को जाता है, जिन्होंनें अपने छद्म नाम स्टूडेण्ट के नाम से इसे प्रकाशित किया, क्योंकि जिस संस्था में वे काम करते थे, उसने उन्हें अपने नाम से इसे प्रकाशित करने की अनुमति नहीं प्रदान की। सामान्यत: t- परीक्षण या अनुपात दो माध्यों के बीच के अन्तर की सार्थकता की जाँच के लिए एक महत्वपूर्ण प्राचलिक सांख्यिकी है-

't' परीक्षण निम्नलिखित स्थितियों में प्रयुक्त किया जाना चाहिए:-

i. जब प्रतिदर्श का आकार 30 या 30 से कम हो ($n \leq 30$),
ii. जब समग्र का प्रमाप विचलन ज्ञात न हो तथा,
iii. जब समग्र का बंटन एक प्रसामान्य बंटन हो,
iv. जब दोनों प्रतिदर्शो से मिले प्राप्तांकों के वितरण में प्रसरण की समजातीयता (homogeneity of variance) हो,
v. जब प्रयुक्त चरों का माप अन्तराल (Interval) का अनुपात (Ratio) मापनी पर हो। इसे निम्न प्रकार सरलता से समझा जा सकता है-

	जब σ ज्ञात हो (σ known)	**σअज्ञात हो (σ not know)**
N > 30	Z	Z
$n \leq 30$	Z	T

स्टूडेण्ट t- बंटन की विशेषताएं (Characteristics of Student's t- distribution):-

स्टूडेण्ट का t- बंटन प्रसामान्य नहीं होता हालांकि जिस समग्र में से इसे लिया जाता है, वह निश्चित रूप से प्रसामान्य बंटन होना चाहिए।

1. प्रत्येक प्रतिदर्श आकार (n) के लिए एक पृथक 't' बंटन होता है। अत: प्रसामान्य बंटन की तरह 't' बंटन का भी एक परिवार है। अत: एक मानक 't' बंटन ज्ञात कर लिया जाता है, जिसका समान्तर माध्य शून्य तथा प्रमाप विचलन 1 है।

2. प्रत्येक 't' बंटन एक सममित (Symmetrical) बंटन होता है।
3. वक्र का उच्चतम बिन्दु t = 0 अर्थात माध्य पर स्थित होता है।
4. जैसे- जैसे n का मान बढ़ता जाता है t वक्र प्रसामान्य वक्र का आकार ग्रहण करने लगता है। जैसे-जैसे n का मान 30 से बड़ा होता जाता है वैसे-वैसे t- वक्र तथा प्रसामान्य वक्र में अन्तर समाप्त होता जाता है। वास्तव में 't' के सारणी मूल्य में अन्तर समाप्त होता जाता है। वास्तव में 't' के सारणी मूल्य के लिए प्रतिदर्श के आकार के स्थान पर स्वतंत्र्य कोटियों की आवश्यकता होती है।
5. प्रत्येक 't' बंटन एक प्रायिकता बंटन है अत: इसके अंतर्गत कुल क्षेत्रफल 1.0 होता है।
6. 't' बंटन में प्रसरण (variance) प्रसामान्य बंटन की अपेक्षा अधिक होता है।

't' परीक्षण का अनुप्रयोग (Application of t-test) :

(i) दो स्वतंत्र समूहों के माध्यमानों के अन्तर की सार्थकता की जाँच (The significance of the Difference between the Means of two Independent Group:-

t- मान की गणना = $$\frac{\overline{X}_1 - \overline{X}_2}{\sqrt{\frac{S_1^2}{N_1} + \frac{S_2^2}{N_2}}}$$

X_1 = प्रथम समूह का मध्यमान

X_2 = द्वितीय समूह का मध्यमान

N_1 = प्रथम समूह में सदस्यों की संख्या

N_2 = द्वितीय समूह में सदस्यों की संख्या

S_1^2 = प्रथम समूह का प्रसरण

S_2^2 = द्वितीय समूह का प्रसरण

उदाहरण:- विद्यार्थियों के दो समूहों पर एक बुद्धि परीक्षण प्रशासित किया और निम्नलिखित आंकड़े प्राप्त हुए। यह जाँच कीजिए कि क्या दोनों समूहों की बुद्धि में सार्थक अन्तर है?

प्रथम समूह में विद्यार्थियों की संख्या = 32प्रथम समूह का मध्यमान = 87.43प्रथम समूह का प्रसरण = 39.40द्वितीय समूह में विद्यार्थियों की संख्या = 34द्वितीय समूह का मध्यमान = 82.58द्वितीय समूह का प्रसरण = 40.80

यहाँ df = N_1+N_2-2= 32+34 – 2=66-2 = 64

हल:- $H_o : \overline{X}_1 = \overline{X}_2$

$H_1 : \overline{X}_1 \neq \overline{X}_2$

$N_1 = 32$ $N_2 = 34$ $\overline{X}_1 = 87.43$

$\overline{X}_2 = 82.58$ $S_1^2 = 39.40$ $S_2^2 = 40.80$

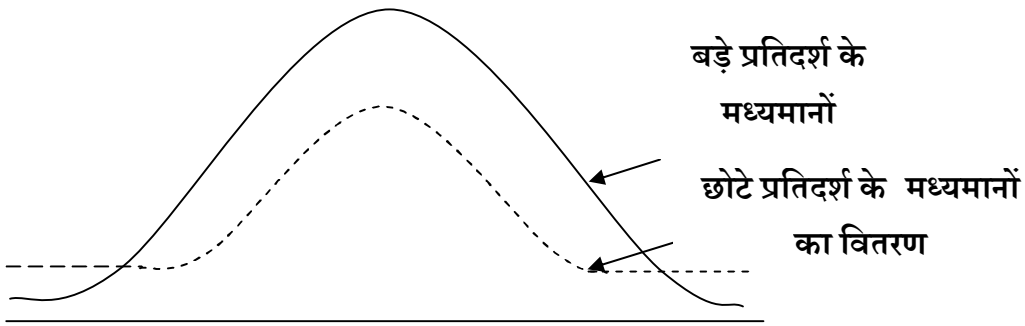
$$t = \frac{\overline{X}_1 - \overline{X}_2}{\sqrt{\frac{S_1^2}{N_1} + \frac{S_2^2}{N_2}}} = \frac{87.43 - 82.58}{\sqrt{\frac{39.40}{32} + \frac{40.80}{34}}}$$

$$= \frac{4.85}{\sqrt{1.23 + 1.20}} = \frac{4.85}{\sqrt{2.43}} = \frac{4.85}{1.56} = t = 3.11$$

यहाँ परिकलित t- का मान जो 3.11 है जो 64 df पर 1% सार्थकता के स्तर पर t के सारणी मान 2.58 से ज्यादा है। अत: यहाँ नल प्राक्कल्पना $H_o : \overline{X}_1 = \overline{X}_2$ को अस्वीकृत किया जाता है। अर्थात यह निष्कर्ष निकाला जाता है कि दोनों समूहों की बुद्धि में सार्थक अन्तर है।

(ii) दो छोटे स्वतंत्र समूहों के मध्यमानों के अन्तर की सार्थकता की जाँच (Significance of the Difference between two small sample Independent means:

$$t = \frac{\overline{X}_1 - \overline{X}_2}{\sqrt{\frac{(N_1 - 1) S_1^2 + (N_2 - 1) S_2^2}{N_1 + N_2 - 2}\left(\frac{1}{N_1} + \frac{1}{N_2}\right)}}$$



(iii) प्रसरण की समजातीयता की जाँच (To test the Homogeneity of Variances):- प्रसरण की समजातीयता की जाँच t- परीक्षण के लिए एक आवश्यक शर्त है। इसकी जाँच निम्न सूत्र से की जाती है:-

$$F = \frac{S^2 \quad \text{बड़ा प्रसरण (Largest Variance)}}{S^2 \quad \text{छोटा प्रसरण (Smallest Variance)}}$$

F अनुपात का मान हमेशा 1 से ज्यादा होता है, क्योंकि बड़े प्रसरण को हमेशा अंश (numerator) के रूप में रखा जाता है तथा छोटे प्रसरण को हर (denominator) के रूप में। इस सूत्र से F के परिकलित मान को F – सारणी (किसी अपेक्षित सार्थकता व स्वतंत्र कोटि के मान पर) मान से तुलना की जाती है। यदि परिकलित F मान < F का सारणी मान, तो यह माना जाता है कि दोनों समूहों के प्रसरणों में समजातीयता है।

उदाहरण:- छात्रों एवं छात्राओं के दो समूहों को एक गणित- उपलब्धि परीक्षण दी गयी और निम्न आंकड़े प्राप्त हुए। यह जाँच कीजिए कि क्या दोनों समूहों के गणितीय उपलब्धि में सार्थक अन्तर है?

छात्र समूह	छात्रासमूह
$\overline{X}_1 = 14$	$\overline{X}_2 = 9$
$S_1^2 = 19.60$	$S_2^2 = 20.44$
$N_1 = 12$	$N_2 = 12$

हल:- $F = \frac{20.44}{19.60} = 1.04$ (प्रसरणों में समजातीयता है)

$df = N_1 + N_2 - 2 = 10 + 12 - 2 = 20$

$$t = \frac{\overline{X}_1 - \overline{X}_2}{\sqrt{\frac{(N_1-1)\ S_1^2 + (N_2-1)\ S_2^2}{N_1+N_2-2}\left(\frac{1}{N_1}+\frac{1}{N_2}\right)}}$$

$$= \frac{14-9}{\sqrt{\frac{11\ (19.60) + 9\ (20.44)}{12+10-2}\ \left(\frac{1}{12}+\frac{1}{10}\right)}}$$

$$= \frac{5}{\sqrt{\frac{215.60+183.96}{20}\left(\frac{1}{12}+\frac{1}{10}\right)}}$$

$$= \frac{5}{\sqrt{19.98x\frac{11}{60}}} = \frac{5}{\sqrt{3.66}} = \frac{5}{1.91} = 2.62$$

20 d.f. तथा 0.05 सार्थकता स्तर पर t का सारणी मान = 2.086 t का परिकलित मान = 2.62

चूंकि t का परिकलित मान > t का सारणी मान

अत: यहाँ नल प्राक्कल्पना $(H_o = \overline{X}_1 = \overline{X}_2)$ को अस्वीकृत किया जाता है तथा यह निष्कर्ष निकाला जाता है कि दोनों समूहों के गणितीय उपलब्धि में सार्थक अन्तर है।

(iv) दो सहसंबंधित या मैचिंग (Matched or Correlated) समूहों के मध्यमानों के अन्तर की सार्थकता की जाँच (Significance of the Difference between the Means of Two Matched or Correlated Group (Non independent sample)

$$t = \frac{\overline{X}_1 - \overline{X}_2}{\sqrt{\frac{S_1^2}{N_1}+\frac{S_1 2}{N_2} - 2r\left(\frac{S_1}{\sqrt{N_1}}\right)\left(\frac{S_2}{\sqrt{N_2}}\right)}}$$

r = दोनों समूहों के मध्य सहसंबंध की मात्रा

उदाहरण:- एक कक्षा के 91 विद्यार्थियों को एक हिन्दी व्याकरण परीक्षण दिया गया तथा एक माह के प्रशिक्षण के बाद पुन: एक समरूप हिन्दी व्याकरण परीक्षण इन परीक्षणों के प्राप्तांक का सारांश नीचे दिया है। गणना के आधार पर बताइये कि क्या प्रशिक्षण का कोई सार्थक प्रभाव पड़ा ?

	प्रथम परीक्षण	**द्वितीय परीक्षण**
N	91	91
मध्यमान	55.4	56.9
S.D.	7.2	8.0

$$S.E_{M1} = \left(\frac{S_1}{\sqrt{N_1}}\right) = 0.72 \qquad SE_{M2} = \left(\frac{S_2}{\sqrt{N_2}}\right) = 0.80 \qquad r = .64$$

$$t = \frac{\overline{X}_1 - \overline{X}_2}{\sqrt{\frac{S_1^2}{N_1} + \frac{S_2^2}{N_2} - 2r\left(\frac{S_1}{\sqrt{N_1}}\right)\left(\frac{S_2}{\sqrt{N_2}}\right)}} =$$

$$\frac{55.4 - 56.9}{\sqrt{(0.72)^2 + (.80)^2 - 2x.64x.72x.80}}$$

$$= \frac{1.5}{\sqrt{.5184 + .6400 - .7373}} = \frac{1.5}{\sqrt{1.1584 - .7373}} = \frac{1.5}{\sqrt{.4211}} = \frac{1.5}{.669} = 02.31$$

यहाँ df = (N-1) = (91-1) = 90: यहाँ प्राप्त t का 2.31 मान 5% के सार्थकता के स्तर पर सार्थक है तथा 1 प्रतिशत पर नहीं। अत: यहाँ नल प्राक्कल्पना की 5 प्रतिशत की सार्थकता के स्तर पर अस्वीकृत किया जाता है तथा यह सत्य है कि प्रशिक्षण का हिन्दी व्याकरण के उपलब्धि पर सार्थक प्रभाव पड़ा है।

(v) सहसंबंध गुणांक का सार्थकता परीक्षण (To test the significance of coefficient of correlation) :- जब हम एक द्विचर प्रसामान्य समग्र (bivariate normal population में से युग्मित समंको का एक दैव न्यादर्श (random sample) चुनते है तथा इस परिकल्पना (hypothesis) की जाँच करना चाहते है कि समग्र का सहसंबंध गुणांक P (ग्रीक अक्षर Rho) शून्य है अर्थात चर आपस में सहसंबंधित नहीं हैं तो t परीक्षण का प्रयोग करते हैं। यहाँ पर d.f को n-2 से ज्ञात करते हैं, क्योंकि सहसंबंध गुणांक ज्ञात करने में दो स्वतंत्रता की मात्राएं कम हो जाती है। इसके ज्ञात करने का सूत्र निम्नलिखित है:-

$$t = \frac{r}{\sqrt{1-r^2}} X \quad \sqrt{n-2} \qquad \text{क्योंकि} \qquad \sigma_r = \frac{\sqrt{1-r^2}}{n-2}$$

यदि t का परिकलित (Calculate) मूल्य, t की क्रांतिक मानों (Critical values or table values) से अधिक होगा तो सहसंबंध गुणांक सार्थक होगा।

उदाहरण:

i. किसी प्रसामान्य समग्र में से 20 युग्मित अवलोकनों के यादृच्छिक प्रतिदर्श का सहसंबंध गुणांक 0.9 है। क्या यह संभव है कि समग्र में चर असंबंधित हैं?

ii. किसी वस्तु के दो समूहों में से 10 और 20 के आकार के युग्मित प्रतिदर्श लिए गए। वस्तुओं का दो विशेषताओं के मध्य सहसंबंध गुणांक क्रमश: 0.25 एवं 0.16 हैं। क्या ये मान सार्थक हैं?

हल:

i. इस परिकल्पना के साथ कि समग्र में चर स्वतंत्र हैं तथा उनमें शून्य सहसंबंध है:- H_o: P= 0 i H_1 : P ≠ 0

$$t = \frac{r}{\sqrt{1-r^2}} X \quad \sqrt{n-2} = \frac{0.9}{\sqrt{1-(.9)^2}} X \quad \sqrt{20-2} = \frac{0.9}{\sqrt{1-.81}} X \quad \sqrt{18}$$

$$= \frac{.9x4.243}{\sqrt{0.19}} = \frac{3.818}{0.436} \longrightarrow t = 8.759$$

18 d.f तथा 5% सार्थकता स्तर पर t का सारणी मूल्य ± 2.10 है तथा t का परिकलित मान 8.759 क्रांतिक मान से अधिक है। अत: मानी गयी परिकल्पना असत्य है अर्थात सहसंबंध गुणांक सार्थक है।

ii. H_o : P = 0

H_1 : P ≠ 0

N = 10, r = .25

$$t = \frac{r}{\sqrt{1-r^2}} X \quad \sqrt{n-2}$$

$$= \frac{.25}{\sqrt{1-(.25)^2}} X \quad \sqrt{10-2}$$

= .73

8 d. f पर तथा 5% सार्थकता स्तर पर t का सारणी मूल्य 2.306 है जिससे परिगणित मूल्य (0.73) कम है अत :सहसंबंध गुणांक सार्थक नहीं है।

H_o : P = 0

H_1 : P ≠ 0

N = 20, r = .16

$$t = \frac{r}{\sqrt{1-r^2}} X \quad \sqrt{n-2}$$

$$= \frac{.16}{\sqrt{1-(.16)^2}} X \quad \sqrt{20-2}$$

= 0.688

18 d. f पर तथा 5% सार्थकता स्तर पर t का सारणी मूल्य 2.10 है जिसकी तुलना में परिगणित मूल्य (0.688) कम है। अत :सहसंबंध गुणांक सार्थक नहीं है।

दोनों स्थितियों में ही हमारी परिकल्पना सत्य सिद्ध होती है, जिसका अर्थ है कि समग्र में सहसंबंध गुणांक शून्य है।

अभ्यास प्रश्न

1. t- वितरण से आप क्या समझते हैं?
2. क्रांतिक मान की अवधारणा को स्पष्ट करें|
3. t- परीक्षण की मान्यताओं को स्पष्ट करें|
4. t- परीक्षण तथा क्रांतिक मान के मध्य अंतर स्पष्ट करें |

9.6 F- परीक्षण (test) या प्रसरण विश्लेषण (Analysis of Variance) / एनोवा (ANOVA):

जैसा कि आपने इससे पूर्व अध्ययन किया है कि t- test का प्रयोग दो प्रतिदर्शों में माध्यों के बीच सार्थक अन्तर का पता लगाने के लिए किया जाता है। लेकिन जब दो से अधिक प्रतिदर्शों के माध्यों के बीच सार्थक अन्तर का पता लगाना होता है तो F- परीक्षण या प्रसरण विश्लेषण (Analysis of Variance-ANOVA) का प्रयोग किया जाता है। यदि हमें तीन प्रतिदर्शों के माध्यों के बीच सार्थक अन्तर का पता लगाना है तो F- test का प्रयोग करना होगा जो अपने आप में एक जटिल व अपव्ययी कार्य होगा। t- test की संख्या जितनी अधिक होगी Type-I त्रुटि की मात्रा उतनी ही अधिक होगी। इन कमियों को दूर करने के लिए ANOVA या F- test जैसे प्रभावशाली संख्यिकी का प्रयोग किया जाता है। इस सांख्यिकी का प्रतिपादन R.A Fisher द्वारा किया गया जिनके सम्मान में उनके शिष्य जी .डब्ल्यू. स्नेडेकर (G.W. Snedecor) ने इसे F- अनुपात या F- परीक्षण (F- test) कहा है।

प्रसरण विश्लेषण, प्रसरण (variance) के दो अनुमानों का तुलनात्मक अध्ययन है। प्रतिदर्शों के प्रसरण (variance) के अनुपात को F अनुपात कहते हैं। सभी संभव F अनुपातों के आधार पर निर्मित बटन- F बंटन कहलाता है इस प्रकार t, काई वर्ग (x^2) की तरह F भी एक प्रतिदर्श (Statistic) है।

दूसरे शब्दों में, प्रसरण-विश्लेषण के अन्तर्गत एक अनुपात समूहों के मध्यमानों की विचलनशीलता तथा समूह की विभिन्न इकाइयों की विचलनशीलता के अनुपात को बताता है। एक अनुपात में विचलनशीलता के स्थान पर मध्यमान वर्ग का प्रयोग करते है, अत:

$$(F\ Ratio) = \frac{Mean\ Square\ between\ groups}{Mean\ Square\ within\ Groups}$$

मेन्डन हॉल और रैमी (Mandenhall & Remey, 1973) के शब्दों ''प्रसरण विश्लेषण वह सामान्य प्रक्रिया विधि है, जिसकी रचना इस प्रकार की गई है कि इसकी सहायता से एक परतंत्र चर और एक या एक से अधिक स्वतंत्र चरों के संबंधों की खोज की जा सकती है। यह खोज या अध्ययन गुणात्मक और मात्रात्मक, दोनों प्रकार से किया जा सकता है।''

(Analysis of variance is a general procedure designed for exploring the relationship between a dependent variable and one or more independent variables, either qualitative or quantitative)

फर्ग्यूसन (Ferguson, 1981) के शब्दों में, ''प्रसरण विश्लेषण एक विधि है जिसमें प्रसरण को विभिन्न भागों में बांटा जाता है, जिसे प्रयोगात्मक प्रदत्तों में निरीक्षण किया गया है, प्रत्येक भाग को एक ज्ञात स्रोत, कारण या कारक से संबंधितहै।''

(The analysis of variance is a method for dividing the variation observed in experimental data into different parts, each part assignable to a known source, cause or factor.)

मैक्युइन (F.J. MGuigan, 1990) के शब्दों, ''प्रसरण-विश्लेषण एक विधि है, जिसके द्वारा एक प्रयोग में उपस्थिति सम्पूर्ण प्रसरण का अवयवी में विश्लेषण किया जाता है। इसमें उन अवयवों का F- परीक्षण किया जाता है, जिससे अनेक अनुभवात्मक प्रश्नों के उत्तर प्राप्त होते हैं। जैसे प्रयोग के दो या दो से अधिक समूह क्या वास्तव में एक दूसरे से भिन्न है?''

(Analysis of variance: A method of analyzing the total variance present in an experiment into components. By computing ratios between those components (with the F-test), various empirical question can be answered, such as- determining whether two or more groups in an experiment reliably differ.)

उपरोक्त परिभाषाओं के विश्लेषण से स्पष्ट होता है कि यह तीनों ही परिभाषायें एक हैं, सिर्फ परिभाषाओं में कथन का अन्तर है। तकनीकी दृष्टि से मैक्युगइन की परिभाषा अधिक उपयुक्त प्रतीत होती है। प्रसरण विश्लेषण की जितनी भी प्रक्रिया विधि है, उस प्रक्रिया विधि के मुख्य बिन्दुओं को परिभाषा में संक्षेप में कहा गया है। इस प्रक्रिया विधि को यदि अति संक्षेप में समझ लें, तो प्रसरण विश्लेषण का अर्थ और भी अधिक स्पष्ट हो जाता है। प्रमाणिक विचलन के वर्ग को प्रसरण (σ^2) कहते हैं। प्रसरण विश्लेषण विधि अनेक समूहों के मध्यमानों के अन्तर की सार्थकता ज्ञात करने की विधि है। प्रसरण विश्लेषण में समूहों के कुल प्रसरण को कुछ भागों में बांटकर या विश्लेषित करके उनके आधार व मध्यमानों के बीच अन्तर को सार्थकता की परीक्षण की जाती है।

प्रामाणिक विचलन की गणना के अन्तर्गत प्रसरण विश्लेषण की गणना का उल्लेख पहले से ही किया जा चुका है। एक अंक वितरण का प्रसरण अपने मध्यमान से विचलनों के वर्गों का योग है। (Varince = Sum of squared deviations from the means of the distribution) इसी प्रकार के प्रमाणिक विचलन इन वर्णित विचलनों के योग का वर्गमूल होता है। प्रसरण सूत्र के रूप में निम्न प्रकार लिख सकते हैं -

प्रसरण $(Variance) = \frac{\sum (X - x)^2}{N}$

या प्रसरण $(Variance) = \sigma^2$

प्रतिदर्श के प्रसरण को ज्ञात करने के लिये उपरोक्त के स्थान पर निम्न सूत्र का उपयोग में लिया जाता है -

$$V = \frac{\sum (X - x)^2}{N - 1}$$

एक अंक वितरण में (Variability) जितनी ज्यादा होती है, प्रसरण का मान भी उतना ही अधिक होता है। समस्त विचलनशीलता और प्रसरण का निम्नलिखित अर्थ है -

समस्त विचलनशीलता = (प्रत्येक समूह की इकाइयों की विचलनशीलता + समूहों के मध्यमानों के अन्तर से उत्पन्न विचलनशीलता)

Total Variablity = (Variability of subjects within each group + Variability between different groups)

प्रसरण = इकाइयों का अपनी समूह के मध्यमान से विचलनों के वर्गों का योग

समूहों की इकाइयों की संख्या

$$Variance = \frac{\sum d^2}{N} \text{ या } \frac{\sum x^2}{N}$$

प्रसरण (Variance) = (प्रमाणिक विचलन)^2

प्रसरण विश्लेषण में मध्यमान के वर्ग का उपयोग प्रसरण के स्थान पर होता है और इसी प्रकार से समूहों के बीच मध्यमान वर्ग (Means sqare bwetwen groups) का उपयोग समूहों की विचलनशीलता (Variability between groups) के स्थान पर होता है। इसी प्रकार इकाइयों के मध्यमान के वर्गों (Means square within groups) का उपयोग इकाइयों की विचलनशीलता (Variability within groups) के स्थान पर होता है।

t – परीक्षण में पहले ही बताया जा चुका है कि t- परीक्षण के अंश में m_1 - m_2 का अन्तर होता है। इसी प्रकार प्रसरण- विश्लेषण में मध्यमानों के अन्तर के स्थान पर विभिन्न समूहों का विचलनशीलता का उपयोग किया जाता है। t- परीक्षण में जैसे प्रमाणिक त्रुटि का उपयोग होंता है, प्रसरण विश्लेषण में विभिन्न समूहों का विचनलशीलता (Variability within groups) का उपयोग किया जाता है।

9.7 ANOVA और t-test में संबंध (Relation between ANOVA and t-test)

t- परीक्षण का विस्तृत वर्णन प्रायोगिक परिकल्पनाओं के परीक्षण के अध्ययन में किया गया है। इस अध्याय में बताया गया है कि t परीक्षण की सहायता से दो प्रतिदर्श के मध्यमानों के अन्तर की सार्थकता की जाँच का वर्णन है। यहां प्रसरण विश्लेषण (ANOVA) में तीन या अधिक समूहों के मध्य व्याप्त अन्तरों की सार्थकता की जाँच का वर्णन किया गया है। प्रसरण विश्लेषण के द्वारा दो समूहों के मध्यमानों के अन्तर की सार्थकता की जाँच भी की जा सकती है और दो से अधिक समूहों के मध्यमानों के भी अन्तर की जाँच की जा सकती है। t- परीक्षण के द्वारा भी दो से अधिक प्रतिदर्श (Sample) मध्यमानों के अन्तर की जाँच की जा सकती है, लेकिन जब अधिक प्रतिदर्श समूहों के अन्तर की सार्थकता की जाँच करनी होती है, तब t- परीक्षण का उपयोग न करके ANOVA का उपयोग करते हैं। उदाहरण के लिये, यदि प्रयोगात्मक अध्ययन में चार समूह हैं, तब हमें t- परीक्षण में

6 t अनुपातों की गणना करनी होगी। यह निम्न सूत्र से गणना करके निकाल लेते हैं कि कितने - अनुपातों की गणना करनी है -

युग्मों की संख्या (No. of pairs) = $\frac{N(n-1)}{2}$

हमारे समूह चूँकि चार हैं, अतएव युग्मों की संख्या निम्नलिखित होगी -

$$= \frac{4(4-1)}{2} = \frac{4\times 3}{2} = \frac{12}{2} = 6$$

जब हमारे प्रयोग अथवा वैज्ञानिक अध्ययन में समूहों की संख्या 10 होती है, तब इस स्थिति में युग्मों की संख्या = 45 हो जाती है। यदि हम इन समूहों का सांख्यिकीय विश्लेषण t- गणना के आधार पर करते हैं, तब हमको 45 t परीक्षण की गणना करनी पड़ेगी। इस अध्ययन में सांख्यिकीय विश्लेषण् को यदि सरल करना है, तब एक ही उपाय है कि 10 समूहों का सांख्यिकीय विश्लेषण प्रसरण विश्लेषण की सहायता से किया जाये, क्योंकि प्रसरण विश्लेषण (ANOVA) की सहायता एक ही गणना में सभी समूहों का सांख्यिकीय विश्लेषण संभव है। इसलिए इस गणना में तुलनात्मक दृष्टि से कम परिश्रम और कम समय व्यय होता है।

t – परीक्षण से यदि 6 युग्मों की सार्थकता की जाँच की जा रही है, तब कभी कभी उसमें एक या दो युग्मों का अन्तर सार्थक रहता है और शेष या पांच युग्मों का अन्तर सार्थक नहीं होता। इस स्थिति में विवेचना में कठिनाई यह होती है कि हम सैद्धान्तिक दृष्टि से एक या दो जोड़ी के सार्थक अन्तरों के साथ शेष जोड़ों की व्याख्या या विवेचना को नहीं जोड़ सकते हैं। अत: t- परीक्षण में एक सम्पूर्ण दृष्टि (Overall view) से सभी युग्मों के मध्यमानों के अन्तर की सार्थकता की जाँच नही हो पाती है, क्योंकि एक या दो समूहों के मध्यमानों में अन्तर कई बार संयोगवश (Chance) आ जाता है। अत: इस प्रकार की परिस्थिति में प्रसरण विश्लेषण द्वारा सांख्यिकीय विश्लेषण अधिक उपयुक्त रहता है।

प्रसरण विश्लेषण एवं t- परीक्षण दोनों ही में सांख्यिकीय विश्लेषणकर्ता यह मानकर विश्लेषण करता है कि प्रदत्तों से संबंधित वितरण सामान्य संभावनाओं (Normal Probability) पर आधारित है। अध्ययनकर्ता यह भी मानता है कि प्रतिदर्श, जिनका विश्लेषण किया जा रहा है, वह विषमजातीय न होकर सजातीयता (Homogenity) की विशेषता वाले है।

प्रचरण विश्लेषण और t- परीक्षण सैद्धान्तिक रूप से एक ही प्रकार के उद्देश्यों से संबंधित है। t^2 =F होता है। दूसरे शब्दों में $t=\sqrt{F}$ होता है।

9.8 प्रसरण विश्लेषण में निहित संक्रियाएं (Operations to be followed in Computing ANOVA)

प्रसरण विश्लेषण की प्रक्रिया विधि से परिचित होकर ही इसका भली भांति लाभ लिया जा सकता है, क्योंकि इसमें गलतियां होने की संभावना अधिकाधिक होती है।

1 **संशोधन (Correction - C)** प्रसरण विश्लेषण में संशोधन ज्ञात करने के लिए सभी समूह के प्राप्तांकों का योग ज्ञात करते हैं, फिर योग का वर्ग करते हैं। अंत में संपूर्ण इकाइयों की संख्या में भाग देते है। इस प्रकार जो मान प्राप्त होता है, उसे C का मान कहते हैं। संशोधन का सूत्र निम्नलिखित है -

$$C=\frac{(\sum x_1+\sum x_2+\sum x_3+\sum x_4+.....+\sum x_n)^2}{N}=\frac{(\sum x_3+\sum x_4+.....+(\sum x_n)^2}{}=\frac{(\sum x)^2}{N}$$

जबकि, $\sum x_1$ = प्रथम समूह के प्राप्तांकों का योग

$\sum x_2$ = द्वितीय समूह के प्राप्तांकों का योग

$(\sum x)^2$ = सभी समूह के प्राप्तांकों का योग का वर्ग

N = सभी समूह के प्राप्तांकों का संख्या (Total N) या

N = n_1 +n_2 + ……..

2 **समस्त वर्गों का योग (Total Sum of Squares- Total SS)** – इसमें पहले हर एक समूह के प्राप्तांकों का वर्ग किया जाता है, फिर प्रत्येक समूह के वर्गों को जोड़कर, जोड़ से c का मान घटा देते हैं।

Total SS + $\sum x_1^{\ 2}+\sum x_2^{\ 2}+\sum x_3^{\ 2}.....+\sum x_n^{\ 2}-C$

$\sum x_1^{\ 2}$ = द्वितीय समूह के प्राप्तांकों के वर्गों का योग

$(\sum x)_2^{\ 2}$ = द्वितीय समूह के प्राप्तांकों के वर्गों का योग

C = संशोधन

3 **समूहों के मध्य वर्गों का योग (Sum of Squares between Groups- Between SS or Exprimental Variance)** – इसमें हर एक समूह के प्राप्तांकों के योग का वर्ग किया जाता है, फिर उस समूह की इकाइयों की संख्या (N) से भाग देते हैं। पुन: प्रत्येक समूह के लिए इस प्रकार की गणना कर प्राप्त मानों के योग से C का मान घटा देते हैं। जब दो समूह होते हैं, तो यह Between SS तथा दो से अधिक समूह में यह Among SS कहलाता है।

BETWEEN ss (or Among SS)

$$=\frac{(\sum x_1)^2}{n_1}+\frac{(\sum x_2)^2}{n_2}+\frac{(\sum x_3)^2}{n_3}+.....+\frac{(\sum x_n)^2}{n_n}-C$$

जबकि $(\sum x_1)^2$ = प्रथम समूह के प्राप्तांकों के योग का वर्ग

$(\sum x_2)^2$ = द्वितीय समूह के प्राप्तांकों के योग का वर्ग

N_1= प्रथम समूह की इकाइयों की संख्या

N_2= द्वितीय समूह की इकाइयों की संख्या

C = संशोधन।

4 **समूहों की इकाइयों के अन्तर्गत वर्गों का योग (Sum of sqares within Groups – Within SS or Error Variance) -** इसे Total SS के मान से Within SS मान को घटाकर प्राप्त किया जा सकता है।

Within SS = Total SS – Between SS

5 **स्वतंत्रता के अंशों का निर्धारण (Degrees of Freedom – d.f.)** – इसके माध्यम से प्रसरण विश्लेषण में प्राप्त F-ratio की सार्थकता की जाँच की जाती है। यह तालिका इकाई के अन्त में दी हुई है। इस सारणी में दो प्रकार के d.f. के दिए हुए हैं। तालिका में ऊपर बायें से दायें को लाइन में between groups d.f. दिए हुए हैं, जिसका शीर्षक है - भाज्य (Numerator) में रखे गए MS से सम्बंधित है | d.f. तालिका में ऊपर से नीचे को पहले कॉलम में within groups d.f. दिए हुए हैं, जिनका शीर्षस्थ है - भाजक (Denominator) में रखे गए MS से संबंधित d.f. प्रसरण विश्लेषण में प्राप्त F-ratio के मान की जाँच के लिए दोनों प्रकार के d.f. की गणना की जाती है, फिर प्राप्त दोनों d.f. मान की सहायता से F-ratio तालिका से आवश्यक F-ratio का मान ज्ञात करते हैं। इन दोनों प्रकार की d.f की गणना निम्नलिखित सूत्र के माध्यम से की जा सकती है -

Between Groups d.f. = K – 1

Withing groups d.f. = N – k

जबकि, K = समूहों की संख्या, N संपूर्ण इकाइयों की संख्या

6 **प्रसरण विश्लेषण सारांश तालिका बनाना (Summary Table : Aalysis of Variance)** – उपर्युक्त सभी गणनाओं के बाद इस तालिका को बनाया जाता है। इस तालिका के पहले कॉलम से क्रमश: शीर्षस्थ निम्न प्रकार के होते हैं - प्रसरण स्रोत (Source of variation) वर्गों का योग (Sum of squares) स्वतंत्रता के अंश (d.f.) मध्यमान वर्ग (Mean Square variance); F-ratio तथा परिणाम Result । पहले कॉलम में प्रसरण स्रोत Between Groups तथा Within Groups लिखते हैं। Sum of squares वाले कॉलम में Between SS और Within SS के मान लिखिते है। d.f. की गणना ऊपर बताई हुई विधि के अनुसार करते हैं। Mean Square की गणना में Sum of Suares में उनसे संबंधित d.f. से भाग देकर लिखते है तथा F की गणना निम्न सूत्र द्वारा करते हैं -

$$F - Ratio = \frac{Mean\ Square\ between\ groups}{Mean\ Square\ within\ Groups}$$

उपरोक्त प्रसरण विश्लेषण की जो विधि दी गयी है उस विधि के आधार पर प्रसरण विश्लेषण की तालिका निम्न प्रकार से बनाते हैं। प्रसरण विश्लेषण की यह परिणाम तालिका प्रसरण विश्लेषण की सारांश तालिका कहलाती है। नमूनार्थ तालिका नीचे दी हुई है, जिससे यह स्पष्ट हो जाता है कि किस कॉलम में प्रसरण विश्लेषण के कस पद से संबंधितमूल्य लिखे जाते हैं। नीचे दी हुई सारांश तालिका एकदिश प्रसरण विश्लेषण से संबंधितहै

सारांश तालिका : एकदिश प्रसरण विश्लेषण

(Summary Table : One-way Analysis of Variance)

प्रसरण स्रोत (Source of Variance)	**वर्गों का योग (Sum of Squares)**	**स्वतंत्रता अंश (d.f.)**	**मध्यमान वर्ग (mean Square)**	**अनुपात (F-ratio)**	**सार्थकता स्तर (Significance Level)**
Between Groups भाग दीजिए (A)	Step-3 या	Step-5	Step-2में K-1 से	A/B	
Within Groups भाग दीजिए (B)	Step-4	Step-3में N-K से	$\frac{MST}{MSW}$		

1 **सार्थकता स्तर की जाँच -** प्रसरण विश्लेषण की सारांश तालिका बना लेने के पश्चात अर्थात सारांश तालिका में F ratio की गणना कर लेने के बाद इकाई के अन्त में दी हुई तालिका (F-ratio Table) देखते हैं। इस तालिका में यह देखते है कि एक निश्चित विश्वास स्तर जैसे 1 प्रतिशत या 5 प्रतिशत पर तथा निश्चित Between groups d.f. या F-ratio का आवश्यक मान क्या है। यदि प्रसरण विश्लेषण से प्राप्त F-ratio का मान तालिका से देखे गये F ratio के बराबर या अधिक है, तो उस अवस्था में उस निश्चित विश्वास स्तर पर समूहों के मध्यमान में सार्थक अन्तर (Significant Difference) होता है अर्थात शून्य परिकल्पना असत्य कर सकते हैं, परन्तु यदि गणना द्वारा प्राप्त F ratio का मान तालिका से देखे गये F ratio के मान से कम होता है तो उस निश्चित विश्वास स्तर पर समूह के मध्यमान में सार्थक अन्तर नहीं है अर्थात शून्य परिकल्पना असत्य (Reject) सिद्ध होती है। प्रयोगकर्ता को चाहिए कि वह विश्वास स्तर प्रसरण विश्लेषण करने से पूर्व ही इसे निर्धारित कर लें।

9.9 F बंटन की विशेषताएँ (Characteristics of F- distribution):

(i) प्रत्येक F बंटन का विस्तार 0 से + ∞ तक होता है।

(ii) F सारणी को अंश (Numerator) तथा हर (denominator) की स्वतंत्र कोटियों के आधार पर देखा जाता है।

(iii) प्रत्येक F बंटन एक प्रायिकता बंटन है तथा इसका क्षेत्रफल 1 होता है।

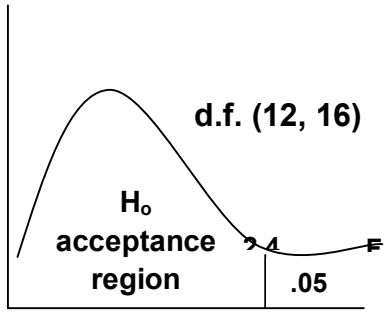
(iv) यह एक सतत बंटन है अत: क्षेत्रफल (प्रायिकता) का अनुमान लगाने के लिए दो सीमाओं की आवश्यकता होती है।

(v) F एक सममित बंटन नहीं है तथा F के मूल्य सदैव धनात्मक होते हैं क्योंकि प्रसरण जब ऋणात्मक नहीं हो सकता, तब प्रसरण का अनुपात ऋणात्मक कैसे होगा?

(vi) प्रत्येक अंश तथा हर की स्वतंत्र कोटि के समुच्चय के लिए एक पृथक F बंटन होता है, इस प्रकार F बंटन का एक वृहत परिवार है।

(vii) F बंटन का प्रयोग बहुत सावधानीपूर्वक करने की आवश्यकता है, क्योंकि इसका प्रयोग तभी संभव है, जब दोनों समग्र प्रसामान्य हों, इसमें किसी प्रकार की कोई छूट की गुंजाईश नहीं है।

F – बंटन ($n_1 - 1 = 12$ तथा $n_2 - 1 = 16$ कोटियों के लिए)



यह चित्र F बंटन को दर्शाता है जबकि अंश तथा हर की स्वतंत्र कोटियॉं क्रमश: 12 तथा 16 हैं तथा प्रदर्शित करना है कि 5 प्रतिशत मूल्य 2.42 से अधिक होगे। इस अध्ययन सामग्री के पीछे भाग में 5 प्रतिशत तथा 1 प्रतिशत सार्थकता स्तर के लिए F बंटन की सारणियॉं उपलब्ध हैं। उदाहरण के लिए 5 प्रतिशत सार्थकता स्तर पर अंश की स्वतंत्र कोटि 12 तथा हर की स्वतंत्र कोटि 16 के लिए मूल्य देखना हो तब स्तंम्भ में 12 तथा पंक्ति में 16 के लिए जो उभयनिष्ट मूल्य (intersectional value) 2.42, F की अधिकतम सीमा निर्धारित करेगा, तथा परिकलित मान यदि इससे अधिक होगा तो शून्य परिकल्पना अस्वीकृत कर दी जाएगी।

9.10 प्रसरण विश्लेषण की मान्यता (Assumptions of Analysis of Variance)

प्रसरण विश्लेषण का प्रयोग निम्नलिखित मान्यताओं के अनुरूप करना उपयुक्त होता है -

1 जनसंख्या अथवा विभिन्न जनसंख्या समूह द्वारा प्रतिदर्श समूह अथवा विभिन्न प्रतिदर्श उप समूहों का चयन प्रतिचयन विधि के द्वारा होना चाहिये।

2 प्रतिदर्श के रूप में चयनित प्राप्तांकों का वितरण सामान्य संभाव्यता वक्र के अनुरूप होना चाहिये।

3 विभिन्न प्रसरण स्वतंत्र तथा योगात्मक होने चाहिये।

4 जिस समष्टि से प्रतिदर्श समूहों का चयन किया गया है, उस जनसंख्या में और चुना गया प्रतिदर्श (Sample) की सजातीय (Homogeneous) है, इस मान्यता के साथ ही प्रसरण विश्लेषण किया जाता है।

5 प्रसरण विश्लेषण द्वारा जिन प्रतिदर्श समूहों के प्रदत्तों का विश्लेषण किया जा रहा है, उन प्रदत्त से संबंधित विशेषताओं का सामान्य रूप से वितरण (Normal Distribution) है। इस मान्यता के साथ ही प्रसरण विश्लेषण किया जाता है।

6 चुने गये प्रतिदर्श समूहों में चरों की मात्रा समान रखनी चाहिए।

7 प्रसरण विश्लेषण, चूंकि वैज्ञानिक अध्ययन की दशाओं या प्रायोगिक दशाओं या प्रायोगिक उपचारों (Experimental treatments) का प्रभाव योगात्मक होता है, इसलिए प्रसरण को विभाजित किया जाता है। यह प्रसरण विश्लेषण का एक अभिग्रह है।

8 प्रसरण विश्लेषण जिन प्रतिदर्श समूहों का किया जाना है, उन सभी प्रतिदर्शों के लिए आवश्यक है कि वह सभी प्रतिदर्श समूह एक ही जनसंख्या से चुने गये हों। अलग अलग समष्टि से प्रतिदर्श यदि चुने गये हों, तब हमें उन प्रतिदर्श समूहों के आंकड़ों का प्रसरण विश्लेषण नहीं करना चाहिये।

9 प्रसरण विश्लेषण जिन प्रतिदर्श समूहों के प्रदत्तों का किया जा रहा है, उन प्रतिदर्श समूह की इकाइयों का संयोगिक प्रतिचयन (Random sampling) किया जाना आवश्यक है।

10 स्वतंत्र निरीक्षण पर ही प्रदत्तों या आंकड़ों के संग्रह आधारित होने चाहिए।

प्रतिदर्श संख्या अधिक होने पर प्रसरण विश्लेषण के परिणामों की शुद्धता अधिक प्रभावित नहीं होती हैं तथा उपर्युक्त मान्यताओं में शिथिलता दी जाती है, किन्तु प्रतिदर्श की संख्या कम होने पर उक्त मान्यताओं का विशेष ध्यान रखने की आवश्यकता है, ताकि शुद्ध तथा विश्वसनीय परिणाम प्राप्त हो सकें। इस संबंधमें कुछ अधिक कहने से पूर्व आवश्यक है कि प्रसरण विश्लेषण के अर्थ को समझ लिया जाये।

9.11 F –परीक्षण के अनुप्रयोग (Application of F-test):

निम्नलिखित बिन्दुओं में प्रसरण विश्लेषण की कुछ उपयोगिताओं पर प्रकाश डाला जा सकता है-

1 प्रतिदर्श मध्यमानों की संख्या या समूहों की संख्या जितनी ही अधिक होती जाती है प्रसरण विश्लेषण की उपयोगिता उतनी ही अधिक बढ़ जाती है, क्योंकि अन्य विधियों की अपेक्षा इस विधि में सभी समूहों की सार्थकता की जाँच एक साथ ही हो जाती है।

2 प्रसरण विश्लेषण विधि के द्वारा अनेक मध्यमानों के अन्तर की सार्थकता की जाँच एक साथ एक ही सांख्यिकीय विश्लेषण में या एक ही बार में हो जाती है।

3 प्रसरण विश्लेषण की सहायता से विभिन्न स्वंतत्र चरों के मुख्य प्रभावों (Main effects) का अध्ययन तो किया ही जाता है, साथ साथ विभिन्न स्वतंत्र चरों के अन्त:क्रियात्मक प्रभावों का अध्ययन भी सफलतापूर्वक किया जाता है। इस प्रकार अन्त:क्रियात्मक प्रभावों का अध्ययन अन्य सभी विधियों द्वारा करना संभव नहीं है। t- परीक्षण में भी इन अन्त:क्रियात्मक प्रभावों का अध्ययन करना संभव नहीं है।

4 प्रसरण विश्लेषण में समस्त समूहों का सांख्यिकीय विश्लेषण एक संपूर्ण दृष्टि से होता है।

5 प्रसरण विश्लेषण में चूंकि अनेक समूहों की सार्थकता की जाँच एक साथ करने की सुविधा है, इसलिए इस विधि द्वारा सांख्यिकीय विश्लेषण करने में समय और धन की बचत होती है। साथ साथ श्रम की भी बचत होती है।

6 **दो समग्र प्रसरणों का परिकल्पना परीक्षण (Testing Hypotheses about two Population Variances):** शून्य परिकल्पना निर्धारित करते समय मान्यता होती है कि दोनों समग्र के प्रसरण (प्राचल) समान हैं , सार्थकता स्तर का निर्धारण किया जाता है तथा F का सारणी मूल्य (क्रान्तिक मान) अंश तथा हर स्वतंत्र कोटियों के आधार पर निर्धारित कर दिया जाता है । यदि F का परिकलित मान क्रान्तिक मान से कम होता है तो दोनों प्रसरणों की समानता संबंधी परिकल्पना स्वीकृत कर दी जाती है । इसके विपरीत यदि प्रसरणों में अन्तर सार्थक है, तो संबंधी वैकल्पिक परिकल्पना स्वीकृत कर दी जाती है ।

7 **F सारणी से क्रांतिक मान का निर्धारण:**

(i) **एक बाहु (पुच्छीय) परीक्षण के लिए-** यहॉ बड़े प्रसरण को सदैव अंश में रखते हैं तथा छोटे प्रसरण को हर में। ऐसा सारणी मूल्य को देखने में सुविधा की दृष्टि से किया जाता है । इसी प्रकार सारणी का मूल्य देखते है । इस अध्ययन पुस्तिका में सारणी एक बाहु (दांया बाहु) परीक्षण के आधार पर दी गईहै ।

(ii) **द्विबाहु परीक्षण (two tailed test)** – द्विबाहु परीक्षण में सार्थकता स्तर को आधा कर लेते हैं, जैसे 2% सार्थकता स्तर के लिए 1% का सारणी का मूल्य देखेगें। यह मूल्य F वक्र के दायीं ओर लिखा जाएगा, बायीं ओर का मूल्य सदैव 1 से कम होगा, उसको ज्ञात करने की प्रक्रिया निम्न प्रकार है, उदाहरण के लिए 12 तथा 15 कोटियों के लिए F का मूल्य 1 प्रतिशत के लिए 3.67 है, 15 तथा 12 के लिए मूल्य देखेंगे। यह 4.01 है इसका व्युत्क्रम 1/4.01 = 0.25, यह क्रान्तिक मान की निचली सीमा होगी। यह 12,15 स्वतंत्र कोटियों के लिए 95 प्रतिशत दायीं ओर के लिए F का मूल्य है ।

9.12 प्रसरण विश्लेषण के रूप (Forms of ANOVA)

प्रसरण विश्लेषण के प्रकार निम्नवत हैं-

- **सरल प्रसरण विश्लेषण (Simple analysis of variance)** – इस प्रकार के प्रसरण विश्लेषण का उपयोग बहुधा उस समय किया जाता है, जब आश्रित चर (Dependent variable) एक हो, लेकिन स्वंतत्र चर के मूल्य दो या दो से अधिक होते हैं ।
- **द्विदिश प्रसरण विश्लेषण (Two way analysis of variance)**- इस प्रकार के प्रसरण विश्लेषण में दो स्वतंत्र चरों (I.V.) के दो दो मूल्य या तीन तीन या अधिक मूल्य होते हैं चूंकि स्वतंत्र चर से कम से कम दो दो मूल्य होते हैं, इसी कारण से यह प्रसरण विश्लेषण द्विदिश प्रसरण विश्लेषण कहलाता है ।
- **बहुदिश प्रसरण विश्लेषण (Multiway analysis of variance)-** इस तरह के विश्लेषण को जटिल विश्लेषण की संज्ञा दी। इस प्रकार के प्रसरण विश्लेषण में स्वतंत्र चरों (I.V.) की संख्या और स्वतंत्र चरों के स्तर (Levels of Independent variables) बढ जाते हैं । इस प्रकार से स्वतंत्र चरों (I.V.) की संख्या कम से कम होती है ।

9.13 एकदिश प्रसरण विश्लेषण के उदाहरण (Example of One way Analysis of Variance)

उदाहरण 1 छात्र - छात्राओं के दो समूह संयोगिक प्रतिचलन (Random Sampling) के आधार पर चुने गये। इन छात्र-छात्राओं को निम्नलिखित प्राप्तांक एक मनोवैज्ञानिक परीक्षण पर प्राप्त हुए। दोनों समूहों के अन्तर को सार्थकता की जाँच .05 सार्थकता स्तर पर कीजिए।

छात्राएँ	**9**	**8**	**7**	**6**	**5**	**6**	**10**	**7**
छात्र	**7**	**8**	**6**	**5**	**5**	**6**	**5**	**8**

हल - उपर्युक्त समूहों के प्रसरण विश्लेषण की सारणी की गणनाएं निम्न प्रकार होगी -

छात्राएँ	**छात्र**	**छात्राएँ**	**छात्रा**
X_1	X_2	X_1^2	X_2^2
9	7	81	49
8	8	64	64
7	6	49	36
6	5	36	25
5	5	25	25
6	6	36	36
10	5	100	25
7	8	49	64
$\sum x_1 = 58$	$\sum x_2 = 50$	$\sum x_1^2 = 440$	$\sum x_2^2 = 324$

N = 8+8 = 16

(1) संशोधन (C) की गणना -

$$C = \frac{(\sum x_1 + \sum x_2 + ...)^2}{N}$$

$$\frac{(58+50)^2}{16} = \frac{11664}{16} = 729$$

(2) समस्त वर्गो का योग (Total SS) की गणना -

Total SS = $\sum x_1^2 + \sum x_2^2 + ... \sum x_n^2 - C$

= 440+324-729 = 764-729 = 35

(3) समूह के बीच के वर्गों का योग (Between SS) की गणना -

$$\text{Between SS} = \frac{(\sum x_1)^2}{n_1} + \frac{(\sum x_2)^2}{n_2} + ... + \frac{\sum x_n^2}{n_n} - C$$

$$= \frac{(58 \times 50)}{8} + \frac{(50 \times 50)}{8} - 729$$

$$= \frac{3364}{8} + \frac{2500}{8} - 729$$

$$= 733 - 729 = 3$$

(4) समूहों की इकाइयों के द्वारा वर्गों के योग (Within SS or Error Variance) की गणना -

Within SS = Total SS – Between SS

= 35 – 3 = 32

(5) df का निर्धारण

Between Groups df = K – 1 = 2 – 1 = 4

Within Groups df = N – K= 16 – 2 = 14

सारांश : प्रसरण - विश्लेषण

(Summary : ANOVA)

प्रसरण स्रोत	वर्गों का योग (SS)	मध्यमान वर्ग M.S.	F . अनुपात (F-ratio)	सार्थकता स्तर
Between Groups	3	1	3	
Within Groups	32	14	2.28	सार्थक नहीं

परिणाम – इकाई के अन्त में दी हुई F ratio तालिका के अनुसार .01 सार्थकता स्तर पर और 1 between groups d.f. पर ओर 13 within groups पर F अनुपात का आवश्यक मान 8.28 है, जबकि गणना द्वारा प्राप्त का मान 1.89 है, जो आवश्यक मान से अधिक है । इसलिए शून्य परिकल्पना को खारिज करते हुए कहा जा सकता है कि .01 सार्थकता स्तर पर सार्थक भिन्नता छात्र-छात्राओं के समूहो में है ।

9.14 द्विदिश प्रसरण-विश्लेषण (Two way Analysis of Variance)

अनुसंधान में जब आश्रित चर (Dependent variable) पर एक साथ दो स्वतंत्र चर (Independent Variable) के प्रभाव का अध्ययन करने की आवश्यकता होती है, तब ऐसी स्थिति में समूह के प्रदत्त को दो वर्गों में विभाजित किया जाता है । ऐसे अभिकल्प को कारकीय अभिकल्प की संज्ञा दी जाती है । इस प्रकार द्वि-पक्षीय प्रसरण विश्लेषण (Two way Analysis of Variance) के अन्तर्गत स्वतंत्र चर अथवा परिवर्ती के दो कारकों के प्रभाव का अध्ययन आश्रित परिवर्ती पर किया जाता है। किसी भी स्वतंत्र परिवर्ती के कुछ वर्ग अवश्य होते हैं, जिन्हें स्तर की संज्ञा दी जाती है । यदि अनुसंधाकर्त्ता समायोजन पर लिंग तथा सामाजिक स्थिति के प्रभाव का अध्ययन करना चाहता है, तब लिंग प्रथम स्वतंत्र परिवर्ती है, जिसके दो स्तर छात्र तथा छात्राऐं हो सकते हैं उच्च मध्यम तथा निम्न स्थिति । अध्ययन में आश्रित स्थिति (उच्च, मध्यम व निम्न) का समायोजन

पर प्रभाव ज्ञात करना चाहता है। ऐसे कारकीय अभिकल्प को 2X3 कारकीय अभिकल्प कहा जाता है। यहां 2 से तात्पर्य स्वतंत्र परिवर्ती अर्थात सामाजिक आर्थिक लिंग के दो स्तर छात्र व छात्रा से है तथा 3 से तात्पर्य द्वितीय स्वतंत्र परिवर्ती अर्थात सामाजिक आर्थिक स्थिति के तीन स्तर उच्च , मध्यम व निम्न से है। इस प्रकार द्विपक्षीय प्रसरण विश्लेषण के अन्तर्गत दो स्वतंत्र परिवर्तियों के विभिन्न स्तरों के आधार पर कारकीय अभिकल्प होते हैं। यह 2X3, 2X4, 3X3, 3X4 अथवा 4X4 किसी भी प्रकार के हो सकते हैं। प्रत्येक कारकीय अभिकल्पों में कोष्ठक दिये होते हैं, जिन्हें आपस में गुणा कर ज्ञात किया जा सकता है। अगर 2X3 अभिकल्प है, तो इसमें 2X3 = 6 के निम्नलिखित कोष्ठक होंगे -

2X3 कारकीय अभिकल्प

द्वितीय स्वतंत्र परिवर्ती

उप समूह	**सामाजिक – आर्थिक स्थिति**			
	उच्च	**मध्यम**	**निम्न**	**योग**
छात्र	उच्च स्थितिके छात्र	मध्यम स्थिति के छात्र	निम्न आर्थिक स्थिति के छात्र	कुल
छात्रा	उच्च स्थिति के छात्रा	मध्यम स्थिति के छात्रा	निम्न आर्थिक स्थिति की छात्रा	कुल
कुल छात्र/ छात्रा	उच्च स्थिति के कुल छात्र/ छात्रा	मध्यम स्थिति के कुल छात्र/ छात्रा	निम्न आर्थिक स्थिति के कुल छात्र/ छात्रा	कुल

मैक्गुइन (F.J. McGuigan 1990) ने अंतक्रियाओं को परिभाषित करते हुए लिखा है कि, जब स्वतंत्र चर का एक मूल्य दूसरे स्वतंत्र चर के मूल्य विशेष से प्रभावित होकर परतंत्र चर को प्रभावित करता है, तब दो स्वतंत्र चरों में अंत: क्रिया होती है।"

(An interaction exists between two independent variables, if the dependent variable value that results from the one independent variable is determined by the specific assume by the other independent variable.)

उपर्युक्त परिभाषा के अध्ययन से स्पष्ट होता है कि जब एक स्वतंत्र चर का एक मूल्य दूसरे स्वतंत्र चर के किसी मूल्य से प्रभावित होकर या उस पर आश्रित होकर परतंत्र चर को प्रभावित करता है, तब इस अवस्था में दोनों स्वतंत्र चरों का परतंत्र चर पर अन्तक्रियात्मक प्रभाव पड़ता है। इस तथ्य को और भी स्पष्ट करते हुए कहा जा सकता है, जब दो स्वतंत्र चर परतंत्र को एक दूसरे पर आश्रित होकर प्रभावित करते है, तब स्वतंत्र चरों का परतंत्र चर पर अन्तक्रियात्मक प्रभाव पड़ता है। इसी प्रकार जब यह दोनो स्वतंत्र चरों का कोई अन्त:क्रियात्मक प्रभाव नही पड़ता है। स्वतंत्र चरों के आश्रित चरों के आश्रित चर पर इस प्रकार के अन्त:क्रियात्मक प्रभावों की गणना प्रसरण विश्लेषण के आधार पर की जाती है। सह-संबंधित चरों का आश्रित चर पर अन्तक्रियात्मक प्रभाव पड़ रहा है

अथवा नही, यह प्रसरण विश्लेषण की गणना से स्पष्ट हो जाता है। स्वतंत्र चरों का अन्त:क्रियात्मक प्रभाव सार्थक ढंग से पड़ रहा है अथवा नहीं, प्रसरण विश्लेषण की गणना से यह पहले ही स्पष्ट हो चुका है।

9.15 द्विदिश प्रसरण विश्लेषण की गणना विधि (Computation Method of Two Way ANOVA)

द्वि-दिश प्रसरण विश्लेषण की गणना विधि बहुत कुछ एकदिश प्रसरण-विश्लेषण की गणना विधि से मिलती है। इस विधि के निम्नलिखित चरण हैं –

1 संशोधन

2 समस्त वर्गों के योग

3 समूहों के मध्य वर्गों का योग

4 समूह की इकाइयों के अंतर्गत वर्गों का योग

5 पहले स्वतंत्र चर की मात्रा के वर्गों का योग

6 दूसरे स्वतंत्र चर की मात्रा के वर्गों का योग

7 स्वतंत्रता के अंशों का निर्धारण

8 प्रसरण – विश्लेषण की सारांश तालिका बनाना

9 सार्थकता स्तर की जाँच

द्वि-दिश प्रसरण विश्लेषण और एकदिश प्रसरण विश्लेषण के उपर्युक्त वर्णित पहले चार पद समान हैं। पांचवे और छठे पदों की गणना विधि अगले उदाहरण में बताई गई है। सातवें, आठवें और नवें पदों की गणना या वितरण पुन: एकदिश प्रसरण – विश्लेषण की भांति ही है।

उदहारण : एक अध्ययन 2 x 2 कारक अभिकल्प की सहायता से किये गये इस अध्ययन में चार निम्न A,B,C,D प्रायोगिक अवस्थाएं थीं।

समायोजन (Adjustment)

उच्च समायोजन =A	निम्न समायोजन =B
उच्च चिन्ता =C	निम्न चिन्ता = D

उपयुक्त चार प्रायोगिक अवस्थाएं A,B,C, D, स्वतंत्र चर 1 और स्वतंत्र चर 2 या समायोजन और चिंता से संबंधित हैं। यहां आश्रित चर (D.V.) शैक्षिक उपलब्धि है। प्रायोगिक स्थित A,B,C और D से संबंधित परतंत्र या आश्रित चर के प्राप्तांक निम्न प्रकार से हैं। प्रसरण विश्लेषण द्वारा गणना करके बताइये कि तीन उपकल्पनाएं कितनी सार्थकता स्तर पर सार्थक हैं।

स्थिति – 7	7	7	7	7	6	7	7	6	7
स्थिति – 5	4	5	7	7	5	4	5	4	6
स्थिति – 7	7	9	6	9	7	7	7	7	7

स्थिति – 7 7 7 7 5 5 6 7 7 6

हल – उपर्युक्त प्रश्न को हल करने के लिये आवश्यक है कि उपरोक्त प्रश्न में दी हुई चार प्रायोगिक अवस्थाओं और दो स्वतंत्र चरों के अनुसार उपकल्पनायें बनाई जायें। इस स्थिति में निम्नलिखित तीन उपकल्पनायें बनायी जाती हैं –

1 समायोजन के दो स्तरों के मध्यमानों में सार्थक अन्तर है।

2 चिन्ता के दो स्तरों के मध्यमानों में सार्थक अन्तर है।

3 समायोजन और चिन्ता का शैक्षिक उपलब्धि पर अन्त-क्रियात्मक प्रभाव पड़ता है।

उपरोक्त सभी उपकल्पनाओं के परीक्षण के लिए निम्न प्रकार से द्वि-दिश प्रसरण-विश्लेषण होगा –

स्थिति – A

स्थिति – B

स्थिति – C

स्थिति - D

X_1	X_2	X_3	X_4	X_1^2	X_2^2	X_3^2	X_4^2
7	4	7	7	49	16	49	49
7	5	9	7	49	25	81	49
7	7	6	7	49	49	36	49
7	7	9	7	49	49	81	49
6	5	7	5	36	25	49	25
7	4	7	5	49	16	49	25
7	5	7	6	49	25	49	36
6	4	7	7	36	16	49	49
7	6	7	7	49	36	49	49
7	5	7	6	49	25	49	36
$\sum = 64$	52	73	64	464	282	541	416

$\sum x_1 = 68$ $\sum x_1^2 = 464$

$\sum x_2 = 52$ $\sum x_2^2 = 282$

$\sum x_3 = 73$ $\sum x_1^2 = 541$

$\sum x_4 = 64$ $\sum x_4^2 = 280$

$n_{1=}10$ $n_2 = 10$ $n_3 = 10$ $n_4 = 10$

(1) संशोधन (C) की गणना -

$$C = \frac{(\sum x_1 + \sum x_2 + \sum x_3 + \sum x_4 + ...)^2}{N}$$

$$\frac{(68+52+73+64)^2}{10+10+10+10}$$

$$= \frac{(257)^2}{40} = \frac{66049}{40} = 1651.23$$

(2) समस्त वर्गों का योग (Total SS) की गणना -

Total SS = $\sum x_1^2 + \sum x_2^2 + \sum x_3^2 + \sum x_4^2 + ... \sum x_n^2 - C$

= 464+282+541+416-1651.23

=1703-1651.23

=51.77

(3) समूह के बीच के वर्गों का योग (Between SS) की गणना -

Between SS = $\frac{(\sum x_1)^2}{n_1} + \frac{(\sum x_2)^2}{n_2} + \frac{(\sum x_3)^2}{n_3} + \frac{(\sum x_4)^2}{n_4} + ... + \frac{\sum x_n^2}{n_n} - C$

$$= \frac{(68)^2}{10} + \frac{(52)^2}{10} + \frac{(73)^2}{10} + \frac{(64)^2}{10} - 1651.23$$

$$= \frac{4624}{10} + \frac{2704}{10} + \frac{5329}{10} + \frac{4096}{10} - 1651.23$$

$$= 462.4 + 270.4 + 532.9 + 409.6 - 1651.23$$

$$= 1675.3 - 1651.23$$

$$= 24.07$$

(4) समूहों की इकाइयों के द्वारा वर्गों के योग (Within SS or Error Variance) की गणना -

Within SS = Total SS – Between SS

= 51.77-24.07=27.70

=31.87

(5) पहले I.V. के मध्य वर्गों का योग (SS between amount of first I.V. – adjustment) की गणना -

$$=\frac{(\sum x_1+\sum x_3)^2}{n_1+n_3}+\frac{(\sum x_2+\sum x_4)^2}{n_2+n_4}-C$$

$$=\frac{(68+73)^2}{10+10}+\frac{(52+64)^2}{10+10}-1651.23$$

$$=\frac{19881}{20}+\frac{13456}{20}-1651.23$$

$$=994.05+672.80=1651.23$$

$$=1658.45-1651.23$$

$$=1666.85-1651.23$$

$$=15.62$$

(6) दूसरे I.V. के मध्य वर्गों का योग (SS between amount of Second I.V. – anxiety) की गणना -

$$=\frac{(\sum x_1+\sum x_2)^2}{n_1+n_2}+\frac{(\sum x_3+\sum x_4)^2}{n_3+n_4}-C$$

$$=\frac{(68+52)^2}{10+10}+\frac{(73+64)^2}{10+10}-1651.23$$

$$=\frac{14400}{20}+\frac{18769}{20}-1651.23$$

$$=720+938.45-1651.23$$

$$=1658.45-1651.23$$

$$=7.22$$

(7) अन्त: क्रिया SS (Interaction SS) की गणना -

Interaction SS = Among SS – Between SS for first I.V.- – Between SS for Secnd I.V.

= 24.07-15.62-7.22

=24.07-22.84=1.23

(7) df का निर्धारण

Between Groups df = K – 1 = 2 – 1 = 1

Within Groups df = N – K= 40 – 4 = 36

(9) सारांश : प्रसरण - विश्लेषण तालिका (Summary : ANOVA)

प्रसरण स्रोत	**वर्गों का योग (SS)**	**मध्यमान वर्ग M.S.**	**F . अनुपात (F-ratio)**	**सार्थकता स्तर**
Between Adjustment	15.62	1	15.62	20.55 < .01
Within	7.22	1	7.22	9.50< .01

Anxiety				
Interaction Adj×Anx	1.23	1	1.23	1.62 NS
Within groups (Error)	27.70	36	0.76	
Total	51.77	39		

परिणाम - F-ratio सारणी के अनुसार .01 सार्थकता स्तर पर और between groups d.f = 1 पर और within groups d.f = 36 पर F अनुपात का आवश्यक मान 7.42 है, जबकि गणना द्वारा प्राप्त पहली और दूसरी अवस्था में प्राप्त का मान इससे अधिक है, लेकिन अन्त:क्रिया की अवस्था में मान आवश्यक F का मान से बहुत कम है। इसलिए पहली दो उपकल्पनाओं से संबंधित शून्य उपकल्पनायें निरस्त होगी तथा तीसरी उपकल्पना से संबंधित शून्य उपकल्पना निरस्त नहीं होगी। सारांश में प्रसरण विश्लेषण की गणना के पश्चात हमारी उपकल्पनाओं के नतीजे निम्न प्रकार होंगे -

1 समायोजन के दो स्तरों के मध्यमानों में .01 सार्थकता स्तर पर सार्थक अन्तर है। इसलिए कह सकते हैं कि समायोजन शैक्षिक उपलब्धि को महत्वपूर्ण ढंग से प्रभावित करता है।

2 चिन्ता के दो स्तरों के मध्यमानों में .01 सार्थकता स्तर पर सार्थक अन्तर है। इसलिए कह सकते हैं कि चिन्ता शैक्षिक उपलब्धि को महत्वपूर्ण ढंग से प्रभावित करती है।

3 समायोजन और चिन्ता का शैक्षिक उपलब्धि पर अन्त:क्रियात्मक प्रभाव नहीं पड़ता है, क्योंकि अन्त: क्रिया से संबंधित उपकल्पना .01 सार्थकता स्तर पर सार्थक नहीं है।

अभ्यास प्रश्न

1. F- वितरण से आप क्या समझते हैं?
2. t- परीक्षण तथा F- परीक्षण के मध्य अंतर्संबंध को स्पष्ट करें |
3. F- परीक्षण के विभिन्न प्रकारों को स्पष्ट करें |
4. F- परीक्षण की मान्यताओं को स्पष्ट करें |
5. t- परीक्षण तथा F- परीक्षण के मध्य अंतर स्पष्ट करें |

9.16 सारांश

बड़े समूहों के मध्यमानों के अन्तर की सार्थकता की जाँच क्रान्तिक अनुपात (Critical Ratio = CR) के मान के द्वारा की जाती है जबकि छोटे समूहों के मध्यमानों की सार्थकता की जाँच t-

परीक्षण के मान के द्वारा की जाती है। जब प्रतिदर्शों का मान 30 या 30 से अधिक होता है तो उनके मध्यमानों के अन्तर की जाँच क्रांतिक अनुपात परीक्षण (Critical Ratio Test) द्वारा की जाती है।

t' परीक्षण छोटे आकार के निदर्शन (sampling) से संबंधित है, इसका श्रेय आयरिश निवासी विलियम गौसेट को जाता है |'t' परीक्षण का अनुप्रयोग (Application of t-test): दो स्वतंत्र समूहों के मध्यमानों के अन्तर की सार्थकता की जाँच, दो छोटे स्वतंत्र समूहों के मध्यमानों के अन्तर की सार्थकता की जाँच, दो सहसंबंधित या मैचिंग समूहों के मध्यमानों के अन्तर की सार्थकता की जाँच, तथा सहसंबंध गुणांक का सार्थकता परीक्षण के लिए किया जाता है |

जब दो से अधिक प्रतिदर्शों के माध्यों के बीच सार्थक अन्तर का पता लगाना होता है तो F- परीक्षण या प्रसरण विश्लेषण (Analysis of Variance-ANOVA) का प्रयोग किया जाता है। इसके अलावा F- परीक्षण से प्रसरण की समजातीयता की जाँच भी की जाती है |

9.17 शब्दावली

- **क्रान्तिक अनुपात (Critical Ratio):** बड़े समूहों के मध्यमानों के अन्तर की सार्थकता की जाँच क्रान्तिक अनुपात (Critical Ratio = CR) के मान के द्वारा की जाती है | जब प्रतिदर्शों का मान 30 या 30 से अधिक होता है तो उनके मध्यमानों के अन्तर की जाँच क्रांतिक अनुपात परीक्षण (Critical Ratio Test) द्वारा की जाती है।

- **t' परीक्षण (t-test):** t' परीक्षण छोटे आकार के निदर्शन (sampling) से संबंधित है, इसका श्रेय आयरिश निवासी विलियम गौसेट को जाता है | दो समूहों के मध्यमानों के अन्तर की सार्थकता की जाँच t' परीक्षण द्वारा किया जाता है |

- **F- परीक्षण (F-test):** परीक्षण या प्रसरण विश्लेषण (Analysis of Variance-ANOVA) से दो या दो से अधिक प्रतिदर्शों के माध्यों के बीच सार्थक अन्तर का पता लगाना होता है |

9.18 निबंधात्मक प्रश्न

1. आनुमानिक सांख्यिकी के अर्थ को स्पष्ट कीजिए एवं इसकी विशेषताओं की व्याख्या कीजिए |
2. प्राचलिक सांख्यिकी व अप्राचलिक सांख्यिकी के मध्य अंतर स्पष्ट कीजिए।
3. एक पार्श्व (पुच्छीय) तथा द्वि पार्श्व (पुच्छीय) परीक्षण के मध्य अंतर स्पष्ट कीजिए।
4. निराकरणीय परिकल्पना के अर्थ को स्पष्ट कीजिए तथा त्रुटियों के प्रकार (प्रथम व् द्वितीय) के मध्य अंतर स्पष्ट कीजिए।

5. निम्नलिखित आंकडों से टी – परीक्षण के मान का परिकलन कीजिए तथा 0.05 सार्थकता स्तर पर निराकरणीय परिकल्पना का परीक्षण कीजिए | (उत्तर 2.28)

	माध्य	S.D.	N	Df
लड़के	40.39	8.69	31	30
लड़कियां	35.81	8.33	42	41

6. निम्नलिखित आंकडों से एफ – परीक्षण (एनोवा) के मान का परिकलन कीजिए तथा 0.05 सार्थकता स्तर पर निराकरणीय परिकल्पना का परीक्षण कीजिए |(उत्तर 4.365)

I	II	III	IV	V
10	5	3	6	7
6	2	8	9	7
4	1	4	8	7
5	1	0	6	7
10	1	0	1	7

9.19 संदर्भ ग्रन्थ सूची

1. Garret, H.E. (1972). Statistics in Psychology and Education, New York, Vakils, Feffers and Simans Pvt. Ltd.
2. Tuckman Bruce W. (1978). Conducting Educational Research New York : Harcout Bruce Jovonovich Inc.
3. सिंह, ए०के० (2007) : मनोविज्ञान, समाजशास्त्र तथा शिक्षा में शोध विधियॉं, नई दिल्ली, मोतीलाल बनारसी दास
4. गुप्ता, एस०पी० (2008) : मापन एवं मूल्यांकन, इलाहाबाद, शारदा पब्लिकेशन
5. Best, John W. & Kahn (2008). Research in Education, New Delhi, PHI.
6. Good, Carter, V. (1963). Introduction to Educational Research, New York, Rand Mc Nally and company.
7. Koul, Lokesh (2002). Methodology of Educational Research New Delhi, Vikas Publishing Pvt. Ltd.
8. Karlinger, Fred N. (2002). Foundations of Behavioural Research, New Delhi, Surjeet Publications.

स्टूडेंट टी वितरण के लिए क्रांतिक मान

Critical Values of Student's Distribution (t)

	Two-tailed test level of significance		One-tailed test level of significance	
df	.05	.01	.05	.01
1	12.706	63.557	6.314	31.821
2	4.303	9.925	2.920	6.965
3	3.182	5.841	2.353	4.541
4	2.776	4.604	2.132	3.747
5	2.571	4.032	2.015	3.365
6	2.447	3.707	1.943	3.143
7	2.365	3.499	1.895	2.998
8	2.306	3.355	1.860	2.896
9	2.262	3.250	1.833	2.821
10	2.228	3.169	1.812	2.764
11	2.201	3.106	1.796	2.718
12	2.179	3.055	1.782	2.681
13	2.160	3.012	1.771	2.650
14	2.145	2.977	1.761	2.624
15	2.131	2.947	1.753	2.602
16	2.120	2.921	1.746	2.583
17	2.110	2.898	1.740	2.567
18	2.101	2.878	1.734	2.552
19	2.093	2.861	1.729	2.539
20	2.086	2.845	1.725	2.528
21	2.080	2.831	1.721	2.518
22	2.074	2.819	1.717	2.508
23	2.069	2.807	1.714	2.500
24	2.064	2.797	1.711	2.492
25	2.060	2.787	1.708	2.485
26	2.056	2.779	1.706	2.479
27	2.052	2.771	1.703	2.473
28	2.048	2.763	1.701	2.467
29	2.045	2.756	1.699	2.462
30	2.042	2.750	1.697	2.457
40	2.021	2.704	1.684	2.423
60	2.000	2.660	1.671	2.390
120	1.980	2.617	1.658	2.358
∞	1.960	2.576	1.645	2.326

एफ वितरण (एनोवा) के लिए क्रांतिक मान

Critical Values of the F Distribution

df for denominator	α	*df* for numerator 1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	.10	39.9	49.5	53.6	55.8	57.2	58.2	58.9	59.4	59.9	60.2	60.5	60.7
	.05	161	200	216	225	230	234	237	239	241	242	243	244
2	.10	8.53	9.00	9.16	9.24	9.29	9.33	9.35	9.37	9.38	9.39	9.40	9.41
	.05	18.5	19.0	19.2	19.2	19.3	19.3	19.4	19.4	19.4	19.4	19.4	19.4
	.01	98.5	99.0	99.2	99.2	99.3	99.3	99.4	99.4	99.4	99.4	99.4	99.4
3	.10	5.54	5.46	5.39	5.34	5.31	5.28	5.27	5.25	5.24	5.23	5.22	5.22
	.05	10.1	9.55	9.28	9.12	9.01	8.94	8.89	8.85	8.81	8.79	8.76	8.74
	.01	34.1	30.8	29.5	28.7	28.2	27.9	27.9	27.5	27.3	27.2	27.1	27.1
4	.10	4.54	4.32	4.19	4.11	4.05	4.01	3.98	3.95	3.94	3.92	3.91	3.90
	.05	7.71	6.94	6.59	6.39	6.26	6.16	6.09	6.04	6.00	5.96	5.94	5.91
	.01	21.2	18.0	16.7	16.0	15.5	15.2	15.0	14.8	14.7	14.5	14.4	14.4
5	.10	4.06	3.78	3.62	3.52	3.45	3.40	3.37	3.34	3.32	3.30	3.28	3.27
	.05	6.61	5.79	5.41	5.19	5.05	4.95	4.88	4.82	4.77	4.74	4.71	4.68
	.01	16.3	13.3	12.1	11.4	11.0	10.7	10.5	10.3	10.2	10.1	9.96	9.89
6	.10	3.78	3.46	3.29	3.18	3.11	3.05	3.01	2.98	2.96	2.94	2.92	2.90
	.05	5.99	5.14	4.76	4.53	4.39	4.28	4.21	4.15	4.10	4.06	4.03	4.00
	.01	13.7	10.9	9.78	9.15	8.75	8.47	8.26	8.10	7.98	7.87	7.79	7.72
7	.10	3.59	3.26	3.07	2.96	2.88	2.83	2.78	2.75	2.72	2.70	2.68	2.67
	.05	5.59	4.74	4.35	4.12	3.97	3.87	3.79	3.73	3.68	3.64	3.60	3.57
	.01	12.2	9.55	8.45	7.85	7.46	7.19	6.99	6.84	6.72	6.62	6.54	6.47
8	.10	3.46	3.11	2.92	2.81	2.73	2.67	2.62	2.59	2.56	2.54	2.52	2.50
	.05	5.32	4.46	4.07	3.84	3.69	3.58	3.50	3.44	3.39	3.35	3.31	3.28
	.01	11.3	8.65	7.59	7.01	6.63	6.37	6.18	6.03	5.91	5.81	5.73	5.67
9	.10	3.36	3.01	2.81	2.69	2.61	2.55	2.51	2.47	2.44	2.42	2.40	2.38
	.05	5.12	4.26	3.86	3.63	3.48	3.37	3.29	3.23	3.18	3.14	3.10	3.07
	.01	10.6	8.02	6.99	6.42	6.06	5.80	5.61	5.47	5.35	5.26	5.18	5.11
10	.10	3.29	2.92	2.73	2.61	2.52	2.46	2.41	2.38	2.35	2.32	2.30	2.28
	.05	4.96	4.10	3.71	3.48	3.33	3.22	3.14	3.07	3.02	2.98	2.94	2.91
	.01	10.0	7.56	6.55	5.99	5.64	5.39	5.20	5.06	4.94	4.85	4.77	4.71
11	.10	3.23	2.86	2.66	2.54	2.45	2.39	2.34	2.30	2.27	2.25	2.23	2.21
	.05	4.84	3.98	3.59	3.36	3.20	3.09	3.01	2.95	2.90	2.85	2.82	2.79
	.01	9.65	7.21	6.22	5.67	5.32	5.07	4.89	4.74	4.63	4.54	4.46	4.40
12	.10	3.18	2.81	2.61	2.48	2.39	2.33	2.28	2.24	2.21	2.19	2.17	2.15
	.05	4.75	3.89	3.49	3.26	3.11	3.00	2.91	2.85	2.80	2.75	2.72	2.69
	.01	9.33	6.93	5.95	5.41	5.06	4.82	4.64	4.50	4.39	4.30	4.22	4.16
13	.10	3.14	2.76	2.56	2.43	2.35	2.28	2.23	2.20	2.16	2.14	2.12	2.10
	.05	4.67	3.81	3.41	3.18	3.03	2.92	2.83	2.77	2.71	2.67	2.63	2.60
	.01	9.07	6.70	5.74	5.21	4.86	4.62	4.44	4.30	4.19	4.10	4.02	3.96
14	.10	3.10	2.73	2.52	2.39	2.31	2.24	2.19	2.15	2.12	2.10	2.08	2.05
	.05	4.60	3.74	3.34	3.11	2.96	2.85	2.76	2.70	2.65	2.60	2.57	2.53
	.01	8.86	6.51	5.56	5.04	4.69	4.46	4.28	4.14	4.03	3.94	3.86	3.80
15	.10	3.07	2.70	2.49	2.36	2.27	2.21	2.16	2.12	2.09	2.06	2.04	2.02
	.05	4.54	3.68	3.29	3.06	2.90	2.79	2.71	2.64	2.59	2.54	2.51	2.48
	.01	8.68	6.36	5.42	4.89	4.56	4.32	4.14	4.00	3.89	3.80	3.73	3.67
16	.10	3.05	2.67	2.46	2.33	2.24	2.18	2.13	2.09	2.06	2.03	2.01	1.99
	.05	4.49	3.63	3.24	3.01	2.85	2.74	2.66	2.59	2.54	2.49	2.46	2.42
	.01	8.53	6.23	5.29	4.77	4.44	4.20	4.03	3.89	3.78	3.69	3.62	3.55

Critical Values of the F Distribution

df for numerator													df for denominator
15	20	24	30	40	50	60	100	120	200	500	∞	α	
61.2	61.7	62.0	62.3	62.5	62.7	62.8	63.0	63.1	63.2	63.3	63.3	.10	1
246	248	249	250	251	252	252	253	253	254	254	254	.05	
9.42	9.44	9.45	9.46	9.47	9.47	9.47	9.48	9.48	9.49	9.49	9.49	.10	2
19.4	19.4	19.5	19.5	19.5	19.5	19.5	19.5	19.5	19.5	19.5	19.5	.05	
99.4	99.4	99.5	99.5	99.5	99.5	99.5	99.5	99.5	99.5	99.5	99.5	.01	
5.20	5.18	5.18	5.17	5.16	5.15	5.15	5.14	5.14	5.14	5.14	5.13	.10	3
8.70	8.66	8.64	8.62	8.59	8.58	8.57	8.55	8.55	8.54	8.53	8.53	.05	
26.9	26.7	26.6	26.5	26.4	26.4	26.3	26.2	26.2	26.2	26.1	26.1	.01	
3.87	3.84	3.83	3.82	3.80	3.80	3.79	3.78	3.78	3.77	3.76	3.76	.10	4
5.86	5.80	5.77	5.75	5.72	5.70	5.69	5.66	5.66	5.65	5.64	5.63	.05	
14.2	14.0	13.9	13.8	13.7	13.7	13.7	13.6	13.6	13.5	13.5	13.5	.01	
3.24	3.21	3.19	3.17	3.16	3.15	3.14	3.13	3.12	3.12	3.11	3.10	.10	5
4.62	4.56	4.53	4.50	4.46	4.44	4.43	4.41	4.40	4.39	4.37	4.36	.05	
9.72	9.55	9.47	9.38	9.29	9.24	9.20	9.13	9.11	9.08	9.04	9.02	.01	
2.87	2.84	2.82	2.80	2.78	2.77	2.76	2.75	2.74	2.73	2.73	2.72	.10	6
3.94	3.87	3.84	3.81	3.77	3.75	3.74	3.71	3.70	3.69	3.68	3.67	.05	
7.56	7.40	7.31	7.23	7.14	7.09	7.06	6.99	6.97	6.93	6.90	6.88	.01	
2.63	2.59	2.58	2.56	2.54	2.52	2.51	2.50	2.49	2.48	2.48	2.47	.10	7
3.51	3.44	3.41	3.38	3.34	3.32	3.30	3.27	3.27	3.25	3.24	3.23	.05	
6.31	6.16	6.07	5.99	5.91	5.86	5.82	5.75	5.74	5.7	5.67	5.65	.01	
2.46	2.42	2.40	2.38	2.36	2.35	2.34	2.32	2.32	2.31	2.30	2.29	.10	8
3.22	3.15	3.12	3.08	3.04	3.02	3.01	2.97	2.97	2.95	2.94	2.93	.05	
5.52	5.36	5.28	5.20	5.12	5.07	5.03	4.96	4.95	4.91	4.88	4.86	.01	
2.34	2.30	2.28	2.25	2.23	2.22	2.21	2.19	2.18	2.17	2.17	2.16	.10	9
3.01	2.94	2.90	2.86	2.83	2.80	2.79	2.76	2.75	2.73	2.72	2.71	.05	
4.96	4.81	4.73	4.65	4.57	4.52	4.48	4.42	4.40	4.36	4.33	4.31	.01	
2.24	2.20	2.18	2.16	2.13	2.12	2.11	2.09	2.08	2.07	2.06	2.06	.10	10
2.85	2.77	2.74	2.70	2.66	2.64	2.62	2.59	2.58	2.56	2.55	2.54	.05	
4.56	4.41	4.33	4.25	4.17	4.12	4.08	4.01	4.00	3.96	3.93	3.91	.01	
2.17	2.12	2.10	2.08	2.05	2.04	2.03	2.00	2.00	1.99	1.98	1.97	.10	11
2.72	2.65	2.61	2.57	2.53	2.51	2.49	2.46	2.45	2.43	2.42	2.40	.05	
4.25	4.10	4.02	3.94	3.86	3.81	3.78	3.71	3.69	3.66	3.62	3.6	.01	
2.10	2.06	2.04	2.01	1.99	1.97	1.96	1.94	1.93	1.92	1.91	1.90	.10	12
2.62	2.54	2.51	2.47	2.43	2.40	2.38	2.35	2.34	2.32	2.31	2.30	.05	
4.01	3.86	3.78	3.70	3.62	3.57	3.54	3.47	3.45	3.41	3.38	3.36	.01	
2.05	2.01	1.98	1.96	1.93	1.92	1.90	1.88	1.88	1.86	1.85	1.85	.10	13
2.53	2.46	2.42	2.38	2.34	2.31	2.30	2.26	2.25	2.23	2.22	2.21	.05	
3.82	3.66	3.59	3.51	3.43	3.38	3.34	3.27	3.25	3.22	3.19	3.17	.01	
2.01	1.96	1.94	1.91	1.89	1.87	1.86	1.83	1.83	1.83	1.80	1.80	.10	14
2.46	2.39	2.35	2.31	2.27	2.24	2.22	2.19	2.18	2.18	2.14	2.13	.05	
3.66	3.51	3.43	3.35	3.27	3.22	3.18	3.11	3.09	3.09	3.03	3.00	.01	
1.97	1.92	1.90	1.87	1.85	1.83	1.82	1.79	1.79	1.77	1.76	1.76	.10	15
2.40	2.33	2.29	2.25	2.20	2.18	2.16	2.12	2.11	2.10	2.08	2.07	.05	
3.52	3.37	3.29	3.21	3.13	3.08	3.05	2.98	2.96	2.92	2.89	2.87	.01	
1.94	1.89	1.87	1.84	1.81	1.79	1.78	1.76	1.75	1.74	1.73	1.72	.10	16
2.35	2.28	2.24	2.19	2.15	2.12	2.11	2.07	2.06	2.04	2.02	2.01	.05	
3.41	3.26	3.18	3.10	3.02	2.97	2.93	2.86	2.84	2.81	2.78	2.75	.01	

Critical Values of the F Distribution

df for denominator	α	*df* for numerator 1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
17	.10	3.03	2.64	2.44	2.31	2.22	2.15	2.10	2.06	2.03	2.00	1.98	1.96
	.05	4.45	3.59	3.20	2.96	2.81	2.70	2.61	2.55	2.49	2.45	2.41	2.38
	.01	8.40	6.11	5.18	4.67	4.34	4.10	3.93	3.79	3.68	3.59	3.52	3.46
18	.10	3.01	2.62	2.42	2.29	2.20	2.13	2.08	2.04	2.00	1.98	1.96	1.93
	.05	4.41	3.55	3.16	2.93	2.77	2.66	2.58	2.51	2.46	2.41	2.37	2.34
	.01	8.29	6.01	5.09	4.58	4.25	4.01	3.84	3.71	3.60	3.51	3.43	3.37
19	.10	2.99	2.61	2.40	2.27	2.18	2.11	2.06	2.02	1.98	1.96	1.94	1.91
	.05	4.38	3.52	3.13	2.90	2.74	2.63	2.54	2.48	2.42	2.38	2.34	2.31
	.01	8.18	5.93	5.01	4.50	4.17	3.94	3.77	3.63	3.52	3.43	3.36	3.30
20	.10	2.97	2.59	2.38	2.25	2.16	2.09	2.04	2.00	1.96	1.94	1.92	1.89
	.05	4.35	3.49	3.10	2.87	2.71	2.60	2.51	2.45	2.39	2.35	2.31	2.28
	.01	8.10	5.85	4.94	4.43	4.10	3.87	3.70	3.56	3.46	3.37	3.29	3.23
22	.10	2.95	2.56	2.35	2.22	2.13	2.06	2.01	1.97	1.93	1.90	1.88	1.86
	.05	4.30	3.44	3.05	2.82	2.66	2.55	2.46	2.40	2.34	2.30	2.26	2.23
	.01	7.95	5.72	4.82	4.31	3.99	3.76	3.59	3.45	3.35	3.26	3.18	3.12
24	.10	2.93	2.54	2.33	2.19	2.10	2.04	1.98	1.94	1.91	1.88	1.85	1.83
	.05	4.26	3.40	3.01	2.78	2.62	2.51	2.42	2.36	2.30	2.25	2.21	2.18
	.01	7.82	5.61	4.72	4.22	3.90	3.67	3.50	3.36	3.26	3.17	3.09	3.03
26	.10	2.91	2.52	2.31	2.17	2.08	2.01	1.96	1.92	1.88	1.86	1.84	1.81
	.05	4.23	3.37	2.98	2.74	2.59	2.47	2.39	2.32	2.27	2.22	2.18	2.15
	.01	7.72	5.53	4.64	4.14	3.82	3.59	3.42	3.29	3.18	3.09	3.02	2.96
28	.10	2.89	2.50	2.29	2.16	2.06	2.00	1.94	1.90	1.87	1.84	1.81	1.79
	.05	4.20	3.34	2.95	2.71	2.56	2.45	2.36	2.29	2.24	2.19	2.15	2.12
	.01	7.64	5.45	4.57	4.07	3.75	3.53	3.36	3.23	3.12	3.03	2.96	2.90
30	.10	2.88	2.49	2.28	2.14	2.05	1.98	1.93	1.88	1.85	1.82	1.79	1.77
	.05	4.17	3.32	2.92	2.69	2.53	2.42	2.33	2.27	2.21	2.16	2.13	2.09
	.01	7.56	5.39	4.51	4.02	3.70	3.47	3.30	3.17	3.07	2.98	2.91	2.84
40	.10	2.84	2.44	2.23	2.09	2.00	1.93	1.87	1.83	1.79	1.76	1.73	1.71
	.05	4.08	3.23	2.84	2.61	2.45	2.34	2.25	2.18	2.12	2.08	2.04	2.00
	.01	7.31	5.18	4.31	3.83	3.51	3.29	3.12	2.99	2.89	2.80	2.73	2.66
60	.10	2.79	2.39	2.18	2.04	1.95	1.87	1.82	1.77	1.74	1.71	1.68	1.66
	.05	4.00	3.15	2.76	2.53	2.37	2.25	2.17	2.10	2.04	1.99	1.95	1.92
	.01	7.08	4.98	4.13	3.65	3.34	3.12	2.95	2.82	2.72	2.63	2.56	2.50
120	.10	2.75	2.35	2.13	1.99	1.90	1.82	1.77	1.72	1.68	1.65	1.62	1.60
	.05	3.92	3.07	2.68	2.45	2.29	2.17	2.09	2.02	1.96	1.91	1.87	1.83
	.01	6.85	4.79	3.95	3.51	3.17	2.96	2.79	2.66	2.56	2.47	2.40	2.34
200	.10	2.73	2.33	2.11	1.97	1.88	1.80	1.75	1.70	1.66	1.63	1.60	1.57
	.05	3.89	3.04	2.65	2.42	2.26	2.14	2.06	1.98	1.93	1.88	1.84	1.80
	.01	6.76	4.71	3.88	3.41	3.11	2.89	2.73	2.60	2.50	2.41	2.34	2.27
∞	.10	2.71	2.30	2.08	1.94	1.85	1.77	1.72	1.67	1.63	1.60	1.57	1.55
	.05	3.84	3.00	2.60	2.37	2.21	2.10	2.01	1.94	1.88	1.83	1.79	1.75
	.01	6.63	4.61	3.78	3.32	3.02	2.80	2.64	2.51	2.41	2.32	2.25	2.18

Critical Values of the F Distribution

df for numerator													*df* for denominator
15	**20**	**24**	**30**	**40**	**50**	**60**	**100**	**120**	**200**	**500**	∞	α	
1.91	1.86	1.84	1.81	1.78	1.76	1.75	1.73	1.72	1.71	1.69	1.69	.10	17
2.31	2.23	2.19	2.15	2.10	2.08	2.06	2.02	2.01	1.99	1.97	1.96	.05	
3.31	3.16	3.08	3.00	2.92	2.87	2.83	2.76	2.75	2.71	2.68	2.65	.01	
1.89	1.84	1.81	1.78	1.75	1.74	1.72	1.70	1.69	1.68	1.67	1.66	.10	18
2.27	2.19	2.15	2.11	2.06	2.04	2.02	1.98	1.97	1.95	1.93	1.92	.05	
3.23	3.08	3.00	2.92	2.84	2.78	2.75	2.68	2.66	2.62	2.59	2.57	.01	
1.86	1.81	1.79	1.76	1.73	1.71	1.70	1.67	1.67	1.65	1.64	1.63	.10	19
2.23	2.16	2.11	2.07	2.03	2.00	1.98	1.94	1.93	1.91	1.89	1.88	.05	
3.15	3.00	2.92	2.84	2.76	2.71	2.67	2.60	2.58	2.55	2.51	2.49	.01	
1.84	1.79	1.77	1.74	1.71	1.69	1.68	1.65	1.64	1.63	1.62	1.61	.10	20
2.20	2.12	2.08	2.04	1.99	1.97	1.95	1.91	1.90	1.88	1.86	1.84	.05	
3.09	2.94	2.86	2.78	2.69	2.64	2.61	2.54	2.52	2.48	2.44	2.42	.01	
1.81	1.76	1.73	1.70	1.67	1.65	1.64	1.61	1.60	1.59	1.58	1.57	.10	22
2.15	2.07	2.03	1.98	1.94	1.91	1.89	1.85	1.84	1.82	1.80	1.78	.05	
2.98	2.83	2.75	2.67	2.58	2.53	2.50	2.42	2.40	2.36	2.33	2.31	.01	
1.78	1.73	1.70	1.67	1.64	1.62	1.61	1.58	1.57	1.56	1.54	1.53	.10	24
2.11	2.03	1.98	1.94	1.89	1.86	1.84	1.80	1.79	1.77	1.75	1.73	.05	
2.89	2.74	2.66	2.58	2.49	2.44	2.40	2.33	2.31	2.27	2.24	2.21	.01	
1.76	1.71	1.68	1.65	1.61	1.59	1.58	1.55	1.54	1.53	1.51	1.50	.10	26
2.07	1.99	1.95	1.90	1.85	1.82	1.80	1.76	1.75	1.73	1.71	1.69	.05	
2.81	2.66	2.58	2.50	2.42	2.36	2.33	2.25	2.23	2.19	2.16	2.13	.01	
1.74	1.69	1.66	1.63	1.59	1.57	1.56	1.53	1.52	1.50	1.49	1.48	.10	28
2.04	1.96	1.91	1.87	1.82	1.79	1.77	1.73	1.71	1.69	1.67	1.65	.05	
2.75	2.60	2.52	2.44	2.35	2.30	2.26	2.19	2.17	2.13	2.09	2.06	.01	
1.72	1.67	1.64	1.61	1.57	1.55	1.54	1.51	1.50	1.48	1.47	1.46	.10	30
2.01	1.93	1.89	1.84	1.79	1.76	1.74	1.70	1.68	1.66	1.64	1.62	.05	
2.70	2.55	2.47	2.39	2.30	2.25	2.21	2.13	2.11	2.07	2.03	2.01	.01	
1.66	1.61	1.57	1.54	1.51	1.48	1.47	1.43	1.42	1.41	1.39	1.38	.10	40
1.92	1.84	1.79	1.74	1.69	1.66	1.64	1.59	1.58	1.55	1.53	1.51	.05	
2.52	2.37	2.29	2.20	2.11	2.06	2.02	1.94	1.92	1.87	1.83	1.80	.01	
1.60	1.54	1.51	1.48	1.44	1.41	1.40	1.36	1.35	1.33	1.31	1.29	.10	60
1.84	1.75	1.70	1.65	1.59	1.56	1.53	1.48	1.47	1.44	1.41	1.39	.05	
2.35	2.20	2.12	2.03	1.94	1.88	1.84	1.75	1.73	1.68	1.63	1.60	.01	
1.55	1.48	1.45	1.41	1.37	1.34	1.32	1.27	1.26	1.24	1.21	1.19	.10	120
1.75	1.66	1.61	1.55	1.50	1.46	1.43	1.37	1.35	1.32	1.28	1.25	.05	
2.19	2.03	1.95	1.86	1.76	1.70	1.66	1.56	1.53	1.48	1.42	1.38	.01	
1.52	1.46	1.42	1.38	1.34	1.31	1.28	1.24	1.22	1.20	1.17	1.14	.10	200
1.72	1.62	1.57	1.52	1.46	1.41	1.39	1.32	1.29	1.26	1.22	1.19	.05	
2.13	1.97	1.89	1.79	1.69	1.63	1.58	1.48	1.44	1.39	1.33	1.28	.01	
1.49	1.42	1.38	1.34	1.30	1.26	1.24	1.18	1.17	1.13	1.08	1.00	.10	∞
1.67	1.57	1.52	1.46	1.39	1.35	1.32	1.24	1.22	1.17	1.11	1.00	.05	
2.04	1.88	1.79	1.70	1.59	1.52	1.47	1.36	1.32	1.25	1.15	1.00	.01	

इकाई - 10

काई वर्ग परीक्षण तथा मध्यांक परीक्षण

Chi –Square Test and Median Test

इकाई की रूपरेखा

10.1 प्रस्तावना
10.2 उद्देश्य
10.3 काई वर्ग (Chi-Square) परीक्षण
10.4 काई वर्ग की विशेषताएं
10.5 X^2 के विशेष गुण
10.6 X^2 के प्रयोग की शर्तें
10.7 X^2 परीक्षण के उपयोग
10.8 X^2 की गणना के चरण
10.9 काई वर्ग तथा प्रत्याशित आवृत्तियों की गणना
10.10 समानवितरण परिकल्पना
10.11 प्रसामान्य वितरण परिकल्पना
10.12 स्वतंन्त्रता वितरण परिकल्पना
10.13 काई वर्ग की सीमाएं
10.14 मध्यांक परीक्षण
10.15 मध्यांक परीक्षण की गणना
10.16 सारांश
10.17 शब्दावली
10.18 निबंधात्मक प्रश्न
10.19 संदर्भ ग्रन्थ सूची/ पाठ्य सामग्री
10.20 काई वर्ग का क्रांतिक मान

10.1 प्रस्तावना

कार्य के आधार पर सांख्यिकी को दो भागों में बांटा जाता है- विवरणात्मक सांख्यिकी (Descriptive Statistics) तथा अनुमानिक सांख्यिकी (Inferential Statistics)। अनुमानिक सांख्यिकी न्यादर्श (sample) की विशेषताओं के माध्यम से समग्र (population) के विशेषताओं के बारे में अनुमान लगाता है। अनुमानिक सांख्यिकी को उनके विशेषताओं के आधार पर दो भागों में वर्गीकृत किया जाता है- प्राचल सांख्यिकी (Parametric Statistics) तथा अप्राचल सांख्यिकी (Nonparametric Statistics). प्राचल सांख्यिकी कठोर अभिग्रह (assumptions) पर आधारित

होते हैं जबकि अप्राचल सांख्यिकी के सन्दर्भ में कठोर अभिग्रह नहीं होते। अप्राचल सांख्यिकी में प्रयुक्त आंकडों का संबंध प्रायः एक समष्टि के प्राचल (parameter) से भी नहीं होता। प्रसामान्य वितरण (normal distribution) के अभिग्रह भी इस विधि द्वारा प्राप्त निष्कर्षों पर लागू नहीं होते। इन तकनीको को वितरण मुक्त (distribution free) या अप्राचलिक तकनीक कहते हैं । अप्राचलिक सांख्यिकी तकनीक के अंतर्गत बहुत सारे सांख्यिकीय विधियाँ आती हैं - काई वर्ग परीक्षण (Chi-square Test), मान व्हिटनी यू परीक्षण (Mann Whitney U Test), क्रम निर्धारण सह संबंध गुणांक(Rank Order Coefficient of Correlation), मध्यांक परीक्षण (Median Test), चिन्ह परीक्षण (Sign Test), आसंग परीक्षण (Contingency Test) व फाई परीक्षण (Phi Test)। प्रस्तुत इकाई में आप काई वर्ग परीक्षण (Chi-square Test) तथा मध्यांक परीक्षण (Median Test) के बारे में वृहत अध्ययन करेंगे।

10.2 उद्देश्य:

प्रस्तुत इकाई के अध्ययन के उपरांत आप-

- काई वर्ग (Chi-Square) परीक्षण तथा शर्तों स्पष्ट कर सकेंगे।
- काई-वर्ग परीक्षण के महत्व की व्याख्या कर सकेंगे।
- मनोवैज्ञानिक अनुसंधान में काई-वर्ग परीक्षण के उपयोग को स्पष्ट कर सकेंगे।
- मध्यांक परीक्षण की अवधारणा को समझ सकेंगे।
- मध्यांक परीक्षण तथा काई-वर्ग परीक्षण के मानों को परिकलित कर सकेंगे।

10.3 काई वर्ग (Chi-Square) परीक्षण:

अप्राचल विधियों (Non Parametric Methods) में काई वर्ग (Chi-Square) परीक्षण एक प्रमुख विधि है। काई (x) ग्रीक भाषा का एक अक्षर है। काई-वर्ग वितरण की खोज सन् 1875 में हेलमर्ट ने की थी। बाद में सन 1900 में कार्ल पियर्सन ने पुन: इसका प्रतिपादन किया। सामाजिक एवं व्यवहारिक विज्ञानों के अनुसंधान कार्यों में काई-वर्ग परीक्षण का महत्व तथा उपयोग अत्यधिक होने के कारण इसका महत्व और भी बढ़ गया है।

गैरेट (H.E. Garrett, 1985) के शब्दों में - ''प्रेक्षित आवृत्तियों तथा प्रत्याशित आवृत्तियों के अन्तर का वर्ग किया जाता है, फिर प्रत्येक केस में प्रत्याशित संख्या या आवृत्ति से भाग दिया जाता है। इस प्रकार से प्राप्त अनुपात का योग ही काई-वर्ग (x^2) है।''

(The difference between observed and expected frequencies are squared and divided by the expected number in each case, and the sum of these quotients is x^2).

गिलफोर्ड (J.P. Guilford, 1987) के विचार में - ''काई-वर्ग अनुपातों का योग है। यह अनुपात मापित और संभावित आवृत्तियों के अन्तर या भिन्नता के वर्ग का अनुमानित आवृत्तियों से भाग देने से प्राप्त होता है।''

(By definition, a chi-square is the sum of ratios (any number can be summed). Each ratio is that between a squared discrepancy of difference and an expected frequency).

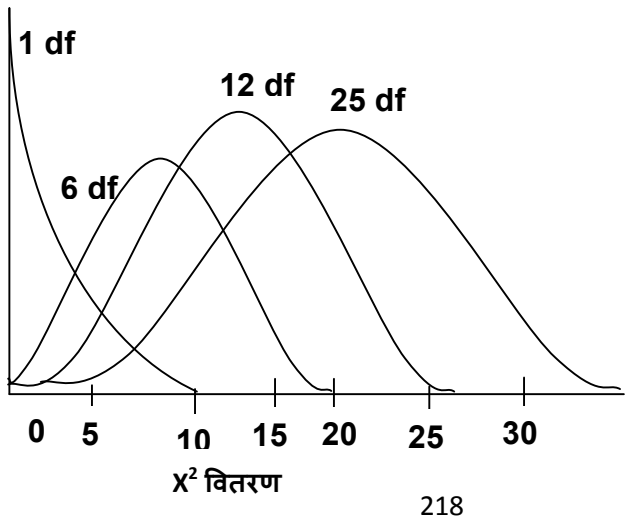
काई-वर्ग परीक्षण आवृत्तियों (frequencies) के मध्य अन्तर की सार्थकता का परीक्षण (test of significance) करता है। अवलोकित (Observed) तथा प्रत्याशित (Expected) आवृत्तियों के अन्तरों के शून्य होने पर काई-वर्ग का मान शून्य हो जाता है। जबकि अधिक अन्तर होने पर काई वर्ग का मान बढ़ता जाता है। काई-वर्ग के द्वारा सार्थकता ज्ञात करने के लिए मापित आवृत्तियों में अनुमानित आवृत्तियां ज्ञात की जाती हैं। अनुमानित आवृत्तियों को ज्ञात करने के लिए निम्न तीन प्रकार की परिकल्पनाओं की मदद ली गयी है -

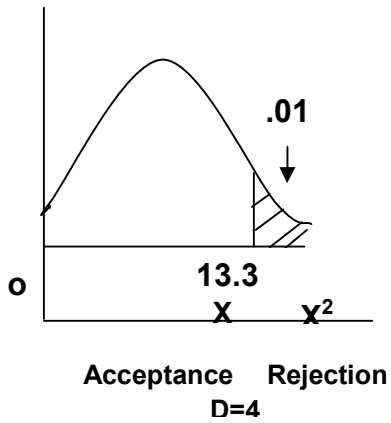
(1) समान वितरण की परिकल्पना (Hypothesis of Equal Distribution),

(2) सामान्य वितरण की परिकल्पना (Hypothesis of Normal Distribution),

(3) स्वतंत्र वितरण की परिकल्पना (Hypothesis of Independent Distribution)

काई-वर्ग का मान सदैव धनात्मक होता है।काई-वर्ग बंटन एक प्रायिकता बंटन (probability distribution) है जो केवल स्वतंत्र कोटियों (Degrees of freedom, df) पर निर्भर करता है। स्वतंत्र कोटियों के बहुत कम होने पर काई वर्ग बंटन धनात्मक रूप से विषम होता है, परन्तु जैसे-जैसे स्वतंत्र कोटियाँ बढ़ती जाती है, यह प्रसामान्य बंटन के अनुरूप हो जाता है। काई वर्ग का परिकलित मान संबंधित स्वतंत्र कोटि तथा निश्चित सार्थकता स्तर पर (Level of Significance) सारणी मान से कम होता है, तब शून्य परिकल्पना (Null hypothesis) स्वीकृत की जाती है। इसके विपरीत यदि परिकलित काई-वर्ग का मान सारणी मान से अधिक होता है तथा अवलोकित तथा प्रत्याशित आवृत्तियों के मध्य अन्तर को सार्थक माना जाता है, तब वैकल्पिक परिकल्पना (Alternate Hypothesis) को स्वीकृत किया जाता है। अर्थात शून्य परिकल्पना अस्वीकृत की जाती है। काई-वर्ग को निम्नांकित रेखाचित्र के माध्यम से समझा सकता है -





10.4 काई-वर्ग की विशेषताएं (Characteristics of x^2)

x^2 की कुछ प्रमुख विशेषताएं निम्न प्रकार से हैं -

(1) इस परीक्षण की सहायता से अप्राचल आंकड़ों के महत्व की जाँच की जाती है । इस परीक्षण के द्वारा सिर्फ ऐसे आंकड़ों या प्रदत्तों की जाँच की जाती है, जो प्रदत्त वर्गों के रूप में हों या आवृत्तियों के रूप में हों। कई बार आंकड़े आवृत्तियों के स्थान पर अनुपातों के रूप में होते हैं।

(2) काई-वर्ग परीक्षण की दूसरी प्रमुख विशेषता यह है कि काई-वर्ग, अनुपातों का योग होता है। यह अनुपातों का योग एक सिद्धान्त या परिकल्पना के आधार पर मुख्यत: प्रत्याशित आवृत्तियों के मध्य पाये जाने वाले अन्तर पर निर्भर करता है।

(3) काई-वर्ग परीक्षण की तीसरी विशेषता यह है कि सांख्यिकीय परीक्षण के द्वारा एक परिकल्पना से संबंधित एक से अधिक चरों की सार्थकता की जाँच एक ही समय में हो जाती है । ऐसा इसलिए संभव होता है, क्योंकि अनेक चरों से काई-वर्ग के मानों को एक साथ जोड़ लेते हैं और फिर सार्थकता की जाँच की जाती है । अत: कह सकते हैं कि काई-वर्ग परीक्षण में योगशीलता की विशेषता पायी जाती है।

(4) x^2 ऋणात्मक नहीं होता है, क्योंकि भिन्नताओं (Discrepancies) का वर्ग किया जाता है।

(5) x^2की गणना शून्य तब होती है, जब प्रेक्षित और प्रत्याशित आवृत्तियां एक समान होती है।

(6) प्रत्याशित आवृत्तियों और प्रेक्षित आवृत्तियों की भिन्नता (Discrepancy) जितनी अधिक होती है, काई-वर्ग का मूल्य उतना ही बढ़ जाता है।

मिनियम (E.W. Minium, 1976) के अनुसार, It is not the size of the description which accounts for a contribution to the value of x^2, it is the discrepancy relative to the magnitude to the expected frequency".

10.5 X^2 के विशेष गुण (Special Properties of X^2)

i. **X^2 का संचयात्मक गुण (Additive property of X^2):-** काई वर्ग का एक अत्यंत उपयोगी गुण यह है कि यदि किसी समग्र (Population) से अनेक यादृच्छिक प्रतिदर्श (Random Sample) चुनकर उनका अध्ययन किया जाये तो प्रतिदर्शों के अलग-अलग X^2 के मान को जोड़कर पूरे समग्र के बारे में अधिक विश्वसनीय निष्कर्ष निकाले जा सकते हैं।

ii. **X^2 बंटन का स्वरूप और स्वतंत्रता के अंश (Form of X^2-test and degree of freedom) :-** X^2 बंटन का स्वरूप df पर निर्भर करता है। प्रत्येक df के लिये एक अलग X^2 वक्र बनता है । बहुत कम df के लिए X^2 बंटन धनात्मक विषमता (Positive Skewed) वाले दाहिनी ओर को असममित वक्र (Symmetrical curve) के रूप में होता है। जैसे-जैसे df की संख्या अधिक होती जाती है वक्र की असममिति कम होती जाती है अर्थात वह सममित की ओर बढ़ता जाता है। df 30 से

अधिक होने पर बंटन, प्रसामान्य बंटन (Normal Distribution) के अनुरूप हो जाता है।

10.6 X^2 परीक्षण की शर्तें (Conditions for applying X^2-test)

काई-वर्ग का वितरण एक सैद्धान्तिक प्रारूप है । इसलिए प्राप्त काई-वर्ग के मूल्य इस प्रारूप की मान्यताओं की पूर्ति करने पर ही इस वितरण के अनुकूल होते हैं। ये मान्यताएं निम्नलिखित हैं -

1. जिस समग्र (Population) के संबंध में अनुमान लगाना है, उससे चयन किया गया न्यादर्श (Sample) यादृच्छ न्यादर्श है । व्यावहारिक रूप में मान्यता की पूर्ति कठिन कार्य है और कदाचित् इसकी पूर्ति बहुत कम अवस्थाओं में हो पाती है। इसलिए हम इस बात का ध्यान रखते हैं कि न्यादर्श इस प्रकार चयन किया जाये कि यादृच्छ न्यादर्श (Random Sample) ही तरह ही प्रतीत हो।
2. x^2 की दूसरी धारणा यह है कि निरीक्षण एक दूसरे से स्वतंत्र हों। उदाहरण के लिए, पेय (Drinks) से संबंधित प्रयोग में यादृच्छ रूप से चयन किये गये प्रयोज्यों को लिया गया था, परन्तु एक प्रयोज्य की पसन्द को दूसरे प्रयोज्य की पसन्द के आधार पर अनुमानित नहीं किया गया था, लेकिन मान लीजिए कि हर प्रयोज्य से तीन प्रयास कराये जायें, तो 100 प्रयोज्यों से 300 उत्तर प्राप्त होंगे। हर प्रयोज्य के तीन उत्तर एक दूसरे से स्वतंत्र नहीं है। यदि ऐसा है, तो x^2उत्तर प्राप्त होंगे । हर प्रयोज्य के तीन उत्तर एक दूसरे से स्वतंत्र नहीं है । यदि ऐसा है, तो x^2मॉडल का प्रयोग उपयुक्त नहीं है। सामान्य रूप से निरीक्षणों की संख्या के प्रयोज्यों की संख्या से अधिक होने पर निरीक्षण एक दूसरे से स्वतंत्र नहीं होंगे।
3. समग्र की इकाईयों की संख्या (N) यथोचित रूप से अधिक होनी चाहिए अन्यथा अवलोकित व प्रत्याशित आवृत्तियों के अन्तरों (fo-fe) का वितरण प्रसामान्य (Normal) नहीं होगा। व्यवहार में N=50 से अधिक होना चाहिए।
4. कोई भी प्रत्याशित कोष्ठ-आवृत्ति (expected cell frequency) 5 से कम नहीं होना चाहिए। यदि कोई आवृत्ति 5 से कम है तो उसे निकटवर्ती आवृत्तियों के साथ मिलाकर येट-संशोधन (Yate's Correction) द्वारा X^2 का मूल्य निकालना चाहिए।
5. प्रतिदर्श दैव आधार पर चुना हुआ होना चाहिए।
6. कोष्ठ आवृत्तियों के अवरोध (Constraints) रेखीय (Linear) होना चाहिए।

उपर्युक्त परिसीमाओं के उपरान्त भी काई वर्ग ($\mathbf{X^2}$) गुण स्वतंत्र की जाँच और अन्वायोजन-उत्कृष्टता परीक्षण (Test of Goodness of fit) करने में बहुत उपयोगी सांख्यिकीय माप है।

10.7 X^2 परीक्षण के उपयोग (Application of X^2 test):

शिक्षा और मनोविज्ञान संबंधी अध्ययनों में अप्राचल सांख्यिकी के आंकड़ों के अन्तर की सार्थकता की जाँच के लिए काई-वर्ग परीक्षण की बहुत अधिक उपयोगिता है। इन उपयोगिताओं से संबंधित कुछ प्रमुख बिन्दु निम्न प्रकार से हैं -

(1) काई-वर्ग परीक्षण का उपयोग बहुधा ऐसे अंक सामग्री या आंकड़ों के लिए किया जाता है, जिसे आवृत्तियों (Frequencies) और वर्गों (Categories) में व्यक्त किया जाता है। इसके अतिरिक्त इस परीक्षण का उपयोग अनुपातों (Proportions) और प्रसम्भाव्यताओं से संबंधित आंकड़ों या प्रदत्त सामग्री में भी यह परीक्षण बहुत उपयोगी है।

(2) काई-वर्ग परीक्षण की योगशील विशेषता (Additive property) के कारण इस परीक्षण का उपयोग एक ही समय में एक से अधिक परिकल्पनाओं और एक से अधिक परिस्थितियों के सार्थकता के अध्ययन के लिए किया जाता है। संक्षेप में काई-वर्ग में विभिन्न परिस्थितियों में काई-वर्ग के मानों को जोड़ करके या योग करके आंकड़ों के सार्थकता की जाँच की जाती है।

(3) इस काई-वर्ग परीक्षण के द्वारा प्रेक्षित घटनाओं (Observed Phenomenon) और प्रत्याशित घटनाओं (Expected Phenomenon) के अन्तर की सार्थकता की जाँच की जाती है। इस परीक्षण द्वारा यह ज्ञात हो जाता है कि अन्तर संयोगवश है अथवा किसी विशेष संबंध के कारण आता है।

(4) मनोविज्ञान और शिक्षा से संबंधित अध्ययनों में काईवर्ग परीक्षण बहुधा अग्रगामी अध्ययनों में किया जाता है। संक्षेप में काई-वर्ग परीक्षण की उपयोगिता अप्राचल आंकड़ों में ही सर्वाधिक है। इसके अतिरिक्त अनेक महत्वपूर्ण अनुसंधानों में भी काई-वर्ग परीक्षण का उपयोग आंकड़ों के विश्लेषण में किया जाता है।

(5) काई-वर्ग परीक्षण उन परिस्थितियों में अधिक उपयोगी है, जब प्रतिदर्श में अध्ययन इकाइयों की संख्या कम होती है।

(6) काई-वर्ग परीक्षण का उपयोग अप्राचलिक आंकड़ों के विश्लेषण में उसी प्रकार उपयोगी है, जिस प्रकार से t परीक्षण प्रचाल आंकड़ों के लिए उपयोगी है। दूसरे शब्दों में, जिस प्रकार से t परीक्षण का उपयोग सामान्य रूप से वितरित आंकड़ों के मध्यमान में किया जाता हैं, ठीक उसी प्रकार से जब आंकड़े सामान्य रूप से वितरित नहीं होते हैं, तब काई-वर्ग परीक्षण का उपयोग किया जाता है।

आधुनिक मनोवैज्ञानिक एवं शैक्षिक शोध में एक सांख्यिकीय प्रविधि के रूप में काई-वर्ग परीक्षण के कुछ विशिष्ट उपयोग हैं। यह शोधकर्ता के लिए एक महत्वपूर्ण उपकरण है, जिसका निम्न परीक्षण में प्रयोग किया जाता है:-

i. स्वतंत्रता की जाँच (Test of Independence):- X^2 द्वारा दो गुणों (attributes) में साहचर्य (association) का परीक्षण किया जाता है। उदाहरण के लिए साक्षरता और रोजगार में संबंध है या वे वस्तुत: स्वतंत्र हैं। माताओं और उनके पुत्रियों के बालों के रंग में साहचर्य है या नहीं, अधिगम और अभिप्रेरणा में संबंध है या वे वस्तुत: स्वतंत्र है इत्यादि। स्वतंत्र जाँच के लिए पहले दोनों गुणों को स्वतंत्र मान लिया जाता

है (शून्य परिकल्पना, Null Hypothesis) फिर इस आधार पर प्रत्याशित आवृत्तियॉ निकाली जाती हैं, जिनका अवलोकित आवृत्तियों से अन्तर ज्ञात करके काई-वर्ग का माप किया जाता है। अन्त में एक निश्चित सार्थकता स्तर पर (.01 या .05 पर) संबंधित df के अनुरूप X^2 का सारणी मूल्य से मिलान किया जाता है। यदि X^2 का परिगणित मूल्य सारणी मूल्य से अधिक है तो शून्य परिकल्पना असत्य हो जाती है अर्थात गुण स्वतंत्र नहीं होते अपितु उनमें साहचर्य पाया जाता है। इसके विपरीत स्थिति में शून्य परिकल्पना सत्य मानी जाती है।

ii. **अन्वायोजन-उत्कृष्टता की जाँच (Test of Goodness of fit) :-** X^2 का प्रयोग सैद्धान्तिक आवृत्ति बंटन (उदाहरण के लिए द्विपद या प्रसामान्य) और अवलोकित बंटन (observed distribution) में अंतर का परीक्षण करने के लिए भी किया जाता है। इस जाँच से यह पता चलता है कि अवलोकित आवृत्ति बंटन कहॉ तक सैद्धान्तिक आवृत्ति बंटन के अनुरूप है। दोनों में अंतर सार्थक है अथवा अर्थहीन। यदि परिकलित X^2 सारणी मूल्य से अधिक होता है तो अन्वायोजन उत्तम नहीं होता। इसके विपरीत जब परिकलित मूल्य प्रदत्त df पर सारणी मूल्य से कम होता है तो प्रत्याशित व अवलोकित आवृत्तियों का अन्तर अर्थहीन होता है अर्थात यह केवल प्रतिचयन उच्चावचनों (Sampling Fluctuations) के कारण होता है, अन्य किसी कारण से नहीं।

iii. **समग्र प्रसरण की जाँच (Test of Population Variance):-** X^2 परीक्षण के द्वारा समग्र के प्रसरण की विश्वस्यता सीमाएं निर्धारित की जाती है तथा इसके आधार पर यह भी ज्ञात किया जाता है कि प्रतिदर्श के प्रसरण तथा समग्र के प्रसरण में क्या कोई सार्थक अन्तर है ?

iv. **सजातीयता की जाँच (Test of Homogeneity):-** यह स्वतंत्र परीक्षण का ही विस्तृत स्वरूप है। X^2 के प्रयोग द्वारा इस तथ्य की भी जाँच की जाती है कि विभिन्न प्रतिदर्श एक समग्र से लिए गए हैं, अथवा नहीं।

10.8 X^2 गणना के चरण (Steps of the Calculation of Chi-square):

1. निम्नलिखित सूत्र के माध्यम से काई-वर्ग की गणना की जा सकती है –

$$Chi\ square = \sum [\frac{(fo - fe)2}{fe}]$$

जबकि $\sum$ = योग (Total),

f_0 = प्रेक्षित आवृत्तियां या प्राप्त आवृत्तियां (Observed frequencies) ,

f_e = प्रत्याशित आवृत्तियां या सैद्धान्तिक आवृत्तियां (Exoected frequencies)

$(f_0 - f_e)^2$ = प्रेक्षित आवृत्तियों और प्रत्याशित आवृत्तियों में अन्तर वर्ग (Square of difference of f_0 and f_e)

2. काई-वर्ग की गणना के दौरान सबसे पहले प्रेक्षित आवृत्तियों (f_0) को उपयुक्त खानों में रखते या लिखते हैं।
3. काई-वर्ग की गणना जिस उपकल्पना के आधार पर की जा रही है, उस उपकल्पना के अनुरूप प्रत्याशित आवृत्तियों (f_e) को उपयुक्त खानों में रखते या लिखते है।
4. (f_0) में (f_e) से के मान को घटाकर अर्थात $(f_0 - f_e)^2$ के मान को ज्ञात करते हैं, फिर इस मान को संबंधित खानों में लिखतेहै।
5. $f_0 - f_e$के मान का वर्ग करते हैं $(f_0 - f_e)^2$ के मान को ज्ञात करते हैं।
6. $(f_0 - f_e)^2$ के मान को f_e के मानों से विभाजित करके मान ज्ञात करते हैं इस प्रकार से जितने भी मान प्राप्त होते हैं, उनका योग करते हैं। इस प्रकार मानों का योग x^2 होता है।
7. स्वतंत्रता के अंश (Degree of freedom)अर्थात d.f.ज्ञात करते हैं।
8. काई-वर्ग तालिका की सहायता से काई-वर्ग के मान की सार्थकता का परीक्षण किया जा सकता है। यह तालिका पुस्तक के अन्त में दी गई हुई है। यह तालिका d.f.के मूल्य और सार्थकता स्तर के आधार पर देखी जाती है। इस तालिका में .10, .05, .02 और .01 सार्थकता स्तर तथा विभिन्न d.f. के मान दिये हुए है।
9. यदि X^2 का परिकलित मूल्य X^2 के सारणी मूल्य (संबंधितdf तथा सार्थकता स्तर पर) से कम हो जाता है, तो शून्य परिकल्पना (H_O) सत्य हो जाती है।

10.9 काई-वर्ग और प्रत्याशित आवृत्तियों की गणना (Calculation of x^2 and f_e)

निम्नलिखित तीन परिकल्पनाओं के आधार पर काई-वर्ग और प्रत्याशित आवृत्तियों की गणना की जाती हैं -

1 समानवितरण परिकल्पना (Hypothesis of Equal Distribution)

2 प्रसामान्य वितरण परिकल्पना (Hypothesis of Normal Distribution)

3 स्वतंन्त्रता वितरण परिकल्पना (Hypothesis of Independent Distribution)

10.10 समानवितरण परिकल्पना (Hypothesis of Equal Distribution)

समान वितरण परिकल्पना के माध्यम से सार्थकता ज्ञात करने के लिए आवश्यक है कि परिवर्ती या चर की संख्या एक ही हो। यह चर या परिवर्ती कितने ही भागों में विभाजित हो सकता है। जैसे 1 हां, उदासीन न। 2 बहुत अधिक, सामान्य बहुत कम। 3 बहुत सुन्दर, सामान्य, कम सुन्दर, बहुत कम सुन्दर आदि।

उदाहरण 1 कक्षा 12 के 78 छात्रों की अभिवृत्ति मापनी के एक प्रश्न के प्रति उत्तर में निम्न आवृत्तियां प्राप्त हुई। काईवर्ग की समान वितरण की परिकल्पना के आधार पर गणना करके बताइये कि क्या प्रश्न के प्रति उत्तरों में वास्तविक अन्तर है?

सहमत	उदासीन	अहमत
26	**14**	**38**

हल: उदाहरण 1 को समान वितरण परिकल्पना के आधार पर हल करना है। सर्वप्रथम समान वितरण के आधार पर शून्य परिकल्पना बनानी है। समान वितरण की शून्य परिकल्पना के अनुसार तीनों स्तंभों की आवृत्तियों के प्रति उत्तरों में शून्य उत्तर है अथवा तीनों स्तभों की आवृत्तियों में कोई अन्तर नहीं है अथवा तीनों स्तभों की आवृत्तियां समान है। निम्नांकित तालिका के अनुसार पहली पंक्ति में f_0के मान उदाहरण 1 के अनुसार लिखेंगे और फिर दूसरी पंक्ति में समान आवृत्तियां निम्न सूत्र के अनुसार लिखेंगे -

आवृत्तियों की कुल संख्या= N

सेल के खानों की संख्या Number of Cells

$$f_0 = \frac{78}{3} = 26$$

पंक्ति स्तम्भ (Columns)	सहमत	उदासीन	असहमत	पंक्ति का योग
प्रेक्षित आवृत्तियाँ f_0	26	14	38	78
अप्रेक्षित आवृत्तियाँ f_e	26	26	26	78
$f_0 - f_e$	0	-12	12	
$(f_0 - f_e)^2$	0	144	144	
$\frac{(f_0 - f_e)^2}{f_e}$	0	5.54	5.54	

$$x^2 = \sum\left[\frac{(f_0 - f_e)^2}{f_e}\right] = 0 + 5.54 + 5.54 = 11.08$$

df की गणना = (r-1) (c-1)

r = पंक्तियों की संख्या(No. of rows)

c = स्तंभों की संख्या (No. of columns)

df = 2

नोट - उपर्युक्त प्रश्न में पंक्ति केवल एक ही है, परन्तु स्तम्भ की संख्या 3 है। जब पंक्ति की संख्या 1 हो, तो df के लिए उपरोक्त सूत्र का प्रयोग नहीं करना चाहिए, बल्कि df=c-1 सूत्र का प्रयोग करना चाहिए। प्रश्न में df = 3-1 = 2 हैं।

परिणाम - काई-वर्ग की तालिका में .05 विश्वास स्तर पर तथा df = 2 पर x^2का मान 5.99 है और .01 सार्थकता स्तर तथा df = 2 पर x^2का मान 9.21 हैं। उपरोक्त उदाहरण में x^2का मान 11.08 प्राप्त हुआ है। .01 सार्थकता स्तर के आवश्यक मान 9.21 से अधिक हैं। अत: अपनी शून्य उपकल्पना को .01 विश्वास स्तर पर अस्वीकृत करते हुए कहा जा सकता है कि छात्रों के प्रति उत्तरों में वास्तविकता और सार्थक अन्तर है।

उदाहरण - 2 एक कक्षा के 63 छात्रों को तीन रंग लाल, हरा और नारंगी रंगों के लिए अपनी पसन्द बताने को कहा गया। उनकी पसन्द निम्न आवृत्तियों के रूप में प्राप्त हुई। गणना के आधार पर बताइये कि क्या छात्रों के रंगों के प्रति पसन्द में वास्तविक अन्तर है?

लाल	**हरा**	**नारंगी**
13	**29**	**21**

हल – उपर्युक्त उदाहरण को या समान वितरण की उपकल्पना के आधार पर हल किया जायेगा। समान वितरण की शून्य परिकल्पना के अनुसार तीनों स्तंभों की आवृत्तियों में शून्य अन्तर है। तालिका की पहली पंक्ति में f_e में मान उदाहरण 2 के अनुसार लिखेंगे, फिर दूसरी में समान आव्रत्तियां निम्न सूत्र के अनुसार लिखेंगे –

$$f_e = \frac{N}{Number\ of\ Cells} = \frac{63}{3} = 21$$

पंक्ति स्तम्भ (Columns)	सहमत	उदासीन	असहमत	पंक्ति का योग
प्रेक्षित आवृत्तियाँ f_0	13	29	21	62
अप्रेक्षित आवृत्तियाँ f_e	21	21	21	63
$f_0 - f_e$	-8	8	0	
$(f_0 - f_e)^2$	64	64	0	

$\frac{(f_0 - f_e)^2}{f_e}$	3.05	3.05	0	

$$x^2 = \sum\left[\frac{(f_0 - f_e)^2}{f_e}\right] = 0 + 3.05 + 3.05 = 6.10$$

df = (c-1) = 3-1 = 2

परिणाम - काई-वर्ग की सारणी में .05 सार्थकता स्तर पर तथा df = 2 पर आवश्यक x^2का मान = 5.99 है। उपर्युक्त उदाहरण में x^2का गणना द्वारा मान 6.10 प्राप्त हुआ है। गणना द्वारा प्राप्त x^2का मान तालिका के आवश्यक मान से अधिक है। अत: अपनी शून्य उपकल्पना को .05 विश्वास स्तर पर निरस्त कर सकते हैं। परिणामस्वरूप कहा जा सकता है कि तीनों प्रत्युत्तरों में किसी प्रकार का वास्तविक एवं सार्थक अन्तर है।

10.11 सामान्य वितरण परिकल्पना (Hypothesis of Normal Distribution)

पूर्व के उदाहरणों में काई वर्ग का मान समान वितरण (Equal Distribution) परिकल्पना के आधार पर निकाला गया है। आगे के तीन उदाहरणों में शून्य उदाहरणों में शून्य परिकल्पना सामान्य वितरण (Normal Distribution)पर आधारित है। इस अवस्था में सामान्य वितरण से संबंधित शून्य उपकल्पना बना लेते हैं, फिर काई-वर्ग के मान की गणना करते समय प्रत्याशित आवृत्तियां f_eज्ञात करने का आधार सामान्य वितरण सिद्धान्त (Theory of Normal Distribution)रहता है।

इसका उपयोग करते समय यह नित्तांत जरूरी है कि सामान्य वितरण वक्र के आधार को 6 भागों में बांटा जाय। -3 σ से +3σ तक 6 भाग होते हैं। शून्य से +3σ के अन्तर्गत NPC का 50 प्रतिशत क्षेत्र आता है। NPC तालिका में जो क्षेत्र दिया हुआ है, वह 50 प्रतिशत केस के लिए दिया हुआ है, जिसे 5 भागों में बांटा गया है। सामान्य संभावना वक्र के आधार के किस भाग में कितनी जनसंख्या होती है, यह आगे समझाया गया है।

उदाहरण 1. 60 बच्चों में सामाजिक आर्थिक स्तर का मापन किया गया। तीन श्रेणियों में मापन के लिए परिणाम निम्न प्रकार से आये हैं। सामान्य वितरण परिकल्पना के आधार पर बताइये कि तीनों श्रेणी के आंकड़ों में सार्थक अन्तर है अथवा नही?

A	B	C
उच्च सामाजिक आर्थिक स्तर	**औसत सामाजिक आर्थिक स्तर**	**निम्न सामाजिक आर्थिक स्तर**
15	**25**	**20**

हल - सामान्य संभावना वक्र NPCसारणी के अनुसार एक सिगमा 1σ के अन्तर्गत 3413 क्षेत्र दिया हुआ है। यह क्षेत्र 10000 जनसंख्या पर आधारित है। हम यह मान लें 1σ के अन्तर्गत .3413 क्षेत्र आता है, तो हम .34 भी क्षेत्र मान सकते हैं और .34 के बाद के दो अंको की उपेक्षा कर सकते हैं, क्योंकि दशमलव के तीसरे, चौथे अंक का कोई विशेष महत्व नहीं है। अत: सामान्य संभावना वक्र में -1 σ से +1 σ तक .34 + .34 = .68 क्षेत्र आयेगा। यह औसत विद्यार्थियों के लिए हो गया। बाकी शेष उच्च वर्ग में +1 σ से +1 σ के अन्तर्गत .16 क्षेत्र आयेगा। इसी प्रकार से तृतीय वर्ग विमा में भी -1 σ से -1 σ .16 क्षेत्र आयेगा। संक्षेप में सामान्य संभावना वक्र को तीन भागों में विभाजित करने पर एक भाग का मान 6/3 = 2 आता है। उपरोक्त विवरण के आधार पर इन तीन भागों के अनुपात को निम्न प्रकार से निकाला जा सकता है।

Aवर्ग में + 1 σ से + 3 σ के अन्तर्गत क्षेत्र होगा = .16

Bवर्ग में -1 σ से + 1 σ के अन्तर्गत क्षेत्र होगा = .68

Cवर्ग में - 3 σ से - 1 σ के अन्तर्गत क्षेत्र होगा = .16

उपरोक्त अनुपातों क आधार पर f_eकी गणना निम्न प्रकार से है। इन अनुपातों को निम्न NPCमॉडल से प्रदर्शित किया गया है -

चित्र - 1 NPC मॉडल द्वारा प्रदर्शित A,B,Cक्षेत्र

A, B, Cक्षेत्र और f_eकी गणना निम्न प्रकार से होगी -

A वर्ग = .16 X 60 = 9.6

B वर्ग = .68 X 60 = 40.8

C वर्ग = .16 X 60 = 9.6

पंक्ति स्तम्भ (Columns)	A	B	C	योग
प्रेक्षित आवृत्तियाँ f_0	15	25	20	60
प्रत्याशित आवृत्तियाँ f_e	9.60	40.80	9.60	60
$f_0 - f_e$	5.40	-15.8	10.40	
$(f_0 - f_e)^2$	29.16	249.64	108.16	
$\frac{(f_0 - f_e)^2}{f_e}$	3.04	6.12	11.25	

सूत्र का प्रयोग करने पर योग

$$x^2 = \sum \left[\frac{(f_0 - f_e)^2}{f_e} \right]$$

= 3.04+6.12+11.26 = 20.42

df = (c-1) = 3-1 = 2

परिणाम - काई-वर्ग सारणी में .01 सार्थकता स्तर पर तथा df = 2पर का आवश्यक x^2 का मान 9.21 है। उपरोक्त उदाहरण में x^2 का गणना द्वारा प्राप्त मान 20.42 है। गणना द्वारा प्राप्त x^2 का मान तालिका के आवश्यक मान से अधिक है। अत: अपनी शून्य उपकल्पना को .01 सार्थकता स्तर पर निरस्त करते हैं। गणना द्वारा प्राप्त परिणामों के आधार पर निष्कर्ष स्वरूप कहा जा सकता है कि सामाजिक-आर्थिक स्तर से संबंधित तीन प्रकार के प्रति उत्तरों में सार्थक और वास्तविक अन्तर दृष्टिगोचर होते हैं।

उदाहरण 2 85 छात्रों को प्रेक्षित आवृत्तियां निम्न प्रकार से हैं। सामान्य वितरण परिकल्पना के आधार पर बताइये कि चार श्रेणी की प्रेक्षित आवृत्तियों में 0.1 सार्थकता स्तर पर अन्तर है अथवा नहीं।

A	**B**	**C**	**D**	**योग**
15	**20**	**30**	**20**	**85**

हल : उपर्युक्त उदाहरण में A, B, C, D चार वर्गों के लिए f_0का मान क्रमश: 15, 20, 30 और 20 दिया हुआ है। इस अवस्था में उनकी प्रत्याशित आवृत्तियों f_e की गणना निम्न प्रकार से है -

सामान्य संभावना वक्र को चार भागों में विभाजित करने पर एक भाग का मान = $\frac{6\sigma}{4}$ = 1.5 σ आता है। इनके अनुपात का वितरण निम्न प्रकार है -

सामान्य संभावना वक्र को चार भागों में विभाजित करने पर एक भाग का मान आता है। इनके अनुपात का विवरण निम्न प्रकार हैं –

Aवर्ग में + 3 σ से + 1.5 σ के अन्तर्गत क्षेत्र होगा = .07

Bवर्ग में + 1.5 σ से + Mके अन्तर्गत क्षेत्र होगा = .43

Cवर्ग में -M से -1.5 σ के अन्तर्गत क्षेत्र होगा = .43

Dवर्ग में -1.5 σ से -3 σ के अन्तर्गत क्षेत्र होगा = .07

A, B, C, D क्षेत्रों के लिए f_e की गणना निम्न प्रकार से होगी -

A वर्ग = .07 X 85 = 5.95

B वर्ग = .43X 85 =36.55

C वर्ग = .43X 85 =36.55

D वर्ग = .07X 85 =5.95

पंक्ति स्तम्भ (Columns)	A	B	C	D	योग
प्रेक्षित आवृत्तियाँ f_0	15	20	30	20	85
प्रत्याशित आवृत्तियाँ f_e	5.95	36.55	36.55	5.95	85
$f_0 - f_e$	9.05	-16.55	-6.55	14.05	
$(f_0 - f_e)^2$	81.90	273.90	42.90	197.40	
$\frac{(f_0 - f_e)^2}{f_e}$	13.76	7.49	1.17	33.17	

$$x^2 = \sum \left[\frac{(f_0 - f_e)^2}{f_e} \right]$$

= 13.76+7.49+1.17+33.17 = 55

परिणाम: x^2 सारणी में .01 सार्थकता स्तर पर तथा df = 3का आवश्यक मान 11.345 है। उपरोक्त उदाहरण में गणना द्वाराx^2 मान आवश्यक x^2 मान से अधिक है। अत: अपनी शून्य उपकल्पना को .01 सार्थकता स्तर पर निरस्त करते हैं। गणना द्वारा प्राप्त नतीजों के आधार पर निष्कर्ष स्वरूप कहा जा सकता है कि सामाजिक-आर्थिक स्तर से संबंधित चार स्तरों की प्रेक्षित आवृत्तियों में वास्तविक और सार्थक भिन्नता है।

10.12 स्वतंत्र वितरण परिकल्पना (Independent Distribution)

इस परिकल्पना के अंतर्गत प्रत्याशित आवृत्तियों f_eकी गणना गणितीय सिद्धान्तों के अनुरूप की जाती है। अब तक के उदाहरणों में प्रेक्षित आवृत्तियों f_0 केवल एक ही चर से संबंधित थीं। स्वतंत्र वितरण परिकल्पना के स्वरूप और संख्या पर कोई प्रतिबंध नहीं होता है। इन परिकल्पनाओं में एक चर कई भागों में वितरित हो सकता है और इन भागों के समरूप दूसरे प्रेक्षित भी हो सकते हैं। बहुधा स्वतंत्र वितरण परिकल्पना द्वारा दो चरों से संबंधित प्रेक्षित आवृत्तियों f_0के अन्तर की सार्थकता का अध्ययन किया जाता है। इस प्रकार के चर आंकड़ों को प्रदर्शित करने वाली सारणी को आसंग सारणी कहते हैं। आगे के उदाहरणों में भी आसंग सारणी के द्वारा x^2 की गणना के उदाहरण दिये गये हैं।

उदाहरण 1 कक्षा 8 के छात्र-छात्राओं की तीन रंगों - हरा, गुलाबी और सफेद से संबंधित प्रेक्षित आवृत्तियां नीचे दी हुई हैं। x^2 की गणना के आधार पर बताइये कि क्या .01 सार्थकता स्तर पर इन आवृत्तियों में सार्थक अन्तर हैं?

	हरा	गुलाबी	सफेद	योग
छात्र (f_0)	**15**	**45**	**30**	**90**
छात्राएं (f_0)	**25**	**45**	**20**	**90**
कुल योग	**40**	**90**	**50**	**180**

हल - इस अवस्था में f_e का मान ज्ञात करने के लिए दोनों चरों के योग का योग है। यहां छात्रों की संख्या 90 और छात्राओं की संख्या 90 है। दोनों का योग 90+90 = 180 है। प्रश्न हरा रंग पसन्द करने वाले = 15 + 25 = 40 है, गुलाबी रंग पसन्द करने वाले 45+45= 90 है और सफेद रंग पसंद करने वाले 30+20= 50 है। अब प्रत्येक लिंग के लिए प्रत्याशित आवृत्तियों f_e का मान निम्न प्रकार से ज्ञात करेंगे –

(1) 180 में हरा रंग पसंद करने वालों की संख्या = 40
90 में हरा रंग पसंद करने वालों की संख्या= $\frac{40X90}{180}$ = 20

(2) 180 में गुलाबी रंग पसंद करने वालों की संख्या = 90
90 में गुलाबी रंग पसंद करने वालों की संख्या = $\frac{90X90}{180}$ = 45

(3) 180 में सफेद रंग पसंद करने वालों की संख्या = 50
90 में सफेद रंग पसंद करने वालों की संख्या = $\frac{50X90}{180}$ = 25

छात्र-छात्राओं के उपरोक्त (f_0) तथा (f_e) मानों की सहायता से x^2 की गणना निम्न प्रकार से होगी -

छात्र	हरा	गुलाबी	सफेद	योग
f_0	15	45	30	90
f_e	20	45	25	90
$f_0 - f_e$	-5	0	5	
$(f_0 - f_e)^2$	25	0	25	
$\frac{(f_0 - f_e)^2}{f_e}$	1.25	0	1	

छात्राएं	हरा	गुलाबी	सफेद	योग
f_0	25	45	20	90
f_e	20	45	25	90
$f_0 - f_e$	5	0	-5	
$(f_0 - f_e)^2$	25	0	25	

$\frac{(f_0 - f_e)^2}{f_e}$	1.25	0	1	

$$x^2 = \sum\left[\frac{(f_0 - f_e)^2}{f_e}\right]$$

= 1.25+0+1+1.25+0+1 = 4.5

df = (r-1) (c-1)

= (2-1) (3-1) = 1 × 2 = 2

परिणाम - काई वर्ग तालिका में .01 सार्थकता स्तर पर df = 2 पर x^2 का आवश्यक मान 9.210 हैं। उपरोक्त उदाहरणों में x^2 की गणना द्वारा प्राप्त मान 4.5 है। उदाहरण में गणना द्वारा प्राप्त x^2 का मानन आवश्यक x^2 के मान से कम है। अत: हम अपनी शून्य परिकल्पना को .01 सार्थकता स्तर पर निरस्त नहीं कर सकते हैं। इस प्रकार कहा जा सकता है कि तीन वर्गों की प्रेक्षित आवृत्तियों में वास्तविक और सार्थक भिन्नता विद्यमान नहीं है।

उदाहरण 2 - कक्षा 6 के छात्र-छात्राओं की तीन रंगों काला, पीला, नीला की पसन्द से संबंधित प्रेक्षित आवृत्तियाँ नीचे दी हुई हैं। x^2 की गणना के आधार पर बताइये कि क्या .05 सार्थकता स्तर पर इन आवृत्तियों में सार्थक अन्तर है?

	काला	**पीला**	**नीला**	**योग**
छात्र (f_0)	**30**	**35**	**45**	**110**
छात्राएँ (f_e)	**20**	**45**	**50**	**110**
कुल योग	**50**	**75**	**95**	**220**

हल - प्रत्येक लिंग के लिए प्रत्याशित आवृत्ति (f_e) का मान निम्न प्रकार से ज्ञात करेंगे -

(1) 220 में काला रंग पसंद करने वालों की संख्या = 50

110 में काला रंग पसंद करने वालों की संख्या = $\frac{50 \times 110}{220} = 25$

(2) 220 में पीला रंग पसंद करने वालों की संख्या = 75

110 में पीला रंग पसंद करने वालों की संख्या = $\frac{75 \times 110}{220} = 375$

(3) 220 में नीला रंग पसंद करने वालों की संख्या = 96

110 में नीला रंग पसंद करने वालों की संख्या = $\frac{95 \times 110}{220} = 475$

छात्र-छात्राओं के उपरोक्त (f_0) तथा (f_e) मानों की सहायता से x^2 की गणना निम्न प्रकार से होगी -

छात्र	**काला**	पीला	**नीला**	**योग**
f_0	30	35	45	110
f_e	25	37.5	47.5	110
$f_0 - f_e$	5	-2.5	-2.5	
$(f_0 - f_e)^2$	25	6.25	6.25	
$\frac{(f_0 - f_e)^2}{f_e}$	1	.17	.13	

छात्राएं	काला	पीला	**नीला**	योग
f_0	20	40	50	110
f_e	25	37.5	47.5	110
$f_0 - f_e$	-5	2.5	2.5	
$(f_0 - f_e)^2$	25	6.25	6.25	
$\frac{(f_0 - f_e)^2}{f_e}$	1	.17	.13	

$$x^2 = \sum \left[\frac{(f_0 - f_e)^2}{f_e} \right]$$

= 1+.17+.13+1+.17+.13 = 2.60

df = (r-1) (c-1)

= (2-1) (3-1) = 1 × 2 = 2

उदाहरण 3 - नीचे दी हुई सारणी में धूम्रपान और समायोजन से संबंधित प्रेक्षित आवृत्तियाँ दी हुई हैं। x^2 की गणना करके बताइये कि क्या धूम्रपान के स्तरों के कारण समायोजन के स्तरों में भिन्नता है? ?शून्य उपकल्पना की .01 सार्थकता स्तर पर जाँच कीजिए।

धूम्रपान	कम समायोजन	सामान्य समायोजन	अधिक समायोजन	योग
उच्च धूम्रपान f_0	15	35	20	70
औसत धूम्रपान f_0	10	20	40	70
निम्न धूम्रपान f_0	30	10	20	60
योग	55	65	80	200

हल - x^2 की गणना जिस प्रकार से उदाहरण 8 में की गयी है, ठीक उसी प्रकार से यहाँ x^2 की गणना की जायेगी। यहाँ चूँकि पंक्तियों के योग भिन्न-भिन्न हैं, इसलिए यहाँ कुछ गणनाएँ अधिक हैं।

उच्च धूम्रपान करने वालों के लिए f_e की गणना

(1) 200 में कम समायोजन करने वालों की संख्या = 55

70 में कम समायोजन करने वालों की संख्या = $\frac{55\times70}{200}=19.25$

(2) 200 में सामान्य समायोजन करने वालों की संख्या = 65

70 में सामान्य समायोजन करने वालों की संख्या = $\frac{65\times70}{200}=22.25$

(3) 200 में अधिक समायोजन करने वालों की संख्या = 80

70 में अधिक समायोजन करने वालों की संख्या = $\frac{80\times70}{200}=28$

औसत धूम्रपान करने वालों के लिए f_e की गणना

(1) 200 में कम समायोजन करने वाले व्यक्तियों की संख्या = 55

70 में कम समायोजन करने वाले व्यक्तियों संख्या = $\frac{55\times70}{200}=19.25$

(2) 200 में सामान्य समायोजन करने वाले व्यक्तियों की संख्या = 65

70 में सामान्य समायोजन करने वाले व्यक्तियों की संख्या = $\frac{65\times70}{200}=22.25$

(3) 200 में अधिक समायोजन करने वाले व्यक्तियों की संख्या = 80

70 में अधिक समायोजन करने वाले व्यक्तियों की संख्या = $\frac{80\times70}{200}=28$

निम्न धूम्रपान करने वालों के लिए f_e की गणना

(1) 200 में कम समायोजन करने वाले व्यक्तियों की संख्या = 55

70 में कम समायोजन करने वाले व्यक्तियों संख्या = $\frac{55\times60}{200}=16.5$

(2) 200 में सामान्य समायोजन करने वाले व्यक्तियों की संख्या = 65

70 में सामान्य समायोजन करने वाले व्यक्तियों की संख्या = $\frac{65\times60}{200}=19.5$

(3) 200 में अधिक समायोजन करने वाले व्यक्तियों की संख्या = 80

70 में अधिक समायोजन करने वाले व्यक्तियों की संख्या = $\frac{80\times60}{200}=24$

उपरोक्त f_0 तथा f_e के मानों की सहायता से x^2 की गणना निम्न प्रकार की जा सकती है –

उच्च धूम्रपान करने वाले व्यक्ति -

धूम्रपान	**कम समायोजन**	**सामान्य समायोजन**	**अधिक समायोजन**	**योग**
उच्च धूम्रपान वाले f_0	15	35	20	70
f_0	19.25	22.75	28	70
$f_0 - f$	-4.25	12.25	-8	
$(f_0 - f_e)^2$	18.06	150.06	64.00	
$\frac{(f_0 - f_e)^2}{f_e}$	.94	6.60	2.29	

उच्च धूम्रपान करने वाले व्यक्तियों के x^2 का मान = .94+6.60+2.29 = 9.83

औसत धूम्रपान करने वाले व्यक्ति -

धूम्रपान	**कम समायोजन**	**सामान्य समायोजन**	**अधिक समायोजन**	**योग**
औसत धूम्रपान वाले f_0	10	20	40	70
f_0	19.25	-22.75	28	70
$f_0 - f$	-9.25	2.75	12	
$(f_0 - f_e)^2$	85.56	7.56	144	
$\frac{(f_0 - f_e)^2}{f_e}$	4.45	.33	5.14	

औसत धूम्रपान करने वाले व्यक्तियों के x^2 का मान = 11.04+4.63+.67 = 16.34

धूम्रपान के तीनों स्तर के व्यक्तियों के x^2 का मानों का योग = 9.83+9.92+16.34 = 36.09

df की गणना = (r-1) (c-1) = (3-1) = 2 ×2 = 4

परिणाम - काई वर्ग सारणी में .01 सार्थकता स्तर पर df = 4 पर x^2 का आवश्यक मान 13.27 हैं। काई वर्ग का गणना द्वारा प्राप्त मान 36.09 है। उदाहरण में गणना द्वारा प्राप्त x^2 का मान आवश्यक x^2 के माने से अधिक है। अत: हम अपनी शून्य परिकल्पना को .01 सार्थकता स्तर पर निरस्त करते हुए निष्कर्ष स्वरूप कह सकते हैं कि धूम्रपान के स्तरों के कारण समायोजन के स्तरों में सार्थक भिन्नता महत्वपूर्ण हो जाते हैं।

2 × 2 आसंग सारणी में x^2 की गणना (Calculation of x^2 in 2 × 2 Contingency Table)

2 × 2 आसंग सारणी का अर्थ यह है कि जब X चर और Y चर, दोनों ही चर दो-दो भागों में विभक्त हों। 2 × 2 आसंग सारणी का उदाहरण निम्न प्रकार से है -

चर A

सफल - असफल

चर A

छात्र	A +B	A+B	
चर B			
छात्राएँ	C+D	C+D	
योग	A+C	B+D	= N

2 × 2 आसंग सारणी का मॉडल

2 × 2 आसंग सारणी से x^2 की गणना का सूत्र

$$x^2 = \frac{N(AD-BC)^2}{(A+B)(C+D)(B+D)(A+C)} \text{.....सूत्र 1}$$

तब इस सूत्र का उपयोग किया जाता है, जबकि 2 × 2 आसंग सारणी की प्रविष्टियों में 10 से बड़ी संख्या होती है।

$$x^2 = \frac{N[(AD-BC)-N/2]^2}{(A+B)(C+D)(A+C)(B+D)} \text{.....सूत्र 2}$$

उस समय दूसरे सूत्र का उपयोग किया जाता है। जबकि आसंग सारणी की प्रविष्टियों में 10 संख्याएं होती है। उपरोक्त दोनों सूत्रों में दिये हुए संकेतों का अर्थ ऊपर दी हुई 2 × 2 आसंत सारणी से स्पष्ट है।

उदाहरण - 10 चर A और चर B की प्रेक्षित आवृत्तियाँ नीचे 2 × 2 आसंग सारणी में दी हुई हैं। x^2 की गणना करके बताइये कि छात्र-छात्राओं की सफलता और असफलता संबंधी जो प्रेक्षित आवृत्तियाँ दी हुई हैं, क्या उनमें .05 सार्थकता स्तर पर अन्तर है?

चर A

सफल - असफल

चर A

छात्र	14	18	32
	A	B	A+B

चर B

छात्राएँ	C	D	C+D
	30	28	58
योग	A+C	B+D	= N

हल - उपर्युक्त उदाहरण में 2 × 2 आसंग सारणी के प्रत्येक सेल में संख्या 10 से अधिक हैं, इसलिए पहले सूत्र का प्रयोग होगा। इस आसंग सारणी में दोनों चरों की प्रक्षित आवृत्तियाँ (f_0) दिये हुए हैं। आसंत सारणी में मूल्यों को सूत्र में रखने पर,

$$x^2 = \frac{N(AD-BC)^2}{(A+B)(C+D)(B+D)(A+C)}$$

$$x^2 = \frac{58(14\times10-18\times16)^2}{32\times26\times28\times30} = \frac{58(140-288)^2}{698880}$$

$$x^2 = \frac{58(-148)^2}{698880} = \frac{58\times21904}{698880} = \frac{1270432}{698880}$$

x^2 = 1.82

df की गणना = (r-1) (c-1)

= (2-1) (2-1)=1 ×1 = 1

परिणाम - x^2 तालिका में .05 सार्थकता स्तर पर df = 1 पर x^2 का आवश्यक मान 3.841 हैं। गणना द्वारा प्राप्त x^2 का मान 1.82 प्राप्त हुआ है। सारणी द्वारा प्राप्त x^2 का मान आवश्यक x^2 के माने से कम है। अत: हम अपनी शून्य परिकल्पना को .05 सार्थकता स्तर पर निरस्त करते हुए निष्कर्ष स्वरूप कह सकते हैं कि विभिन्न चरों से संबंधित जो प्रेक्षित आवृत्तियाँ हैं, उनमें .05 सार्थकता स्तर पर सार्थक भिन्नता नही है।

10.13 काई-वर्ग की सीमाएं (Limitations of Chi-square Test)

काई वर्ग का परीक्षण दोषरहित नहीं है, इसके कुछ निम्नलिखित दोष है -

1 प्रक्षित आवृत्तियों की संख्या जब 30 अथवा इससे अधिक होती है तब इस अवस्था में प्रेक्षित और प्रत्याशित आवृत्तियों के सामान्य रूप से वितरित होने की संभावना बढ जाती है।

2 जब प्रेक्षित आवृत्तियां (f_0) या अप्रत्याशित आवृत्तियों (f_e) की संख्या किसी एक सेल में 5 से कम होती हैं, तब x^2का भ्मरल, जो गणना द्वारा प्राप्त होता है, वह मान दोषपूर्ण होता है। फिशर का इस संबंध में कहना है कि किसी भी एक सेल में पांच आवृत्तियों से कम आवृतियां नहीं होनी चाहिए। जब एक सेल में आवृत्तियों की संख्या 5 से कम आने की संभावना हो, तब इस संख्या को बढ़ाने का प्रयास करना चाहिए। यदि संख्या बढ़ाई न जा सके, तब येट्स संशोधन का प्रयोग करना चाहिए।

3 जिन चरों का अध्ययन काई-वर्ग परीक्षण के द्वारा किया जा रहा है, गणना के बाद उन चरों में संबंध का पता तो चल जाता है, लेकिन संबंध का कारण क्या है, यह बात काई-वर्ग परीक्षण से स्पष्ट नहीं होती है।

4 इस परीक्षण में केवल मौलिक संख्याओं (Absolute numbers) का प्रयोग किया जाता है। जब कभी प्रतिशत का प्रयोग करना पड़ता है, तब ऐसी परिस्थिति में काई-वर्ग के मान को मौलिक संख्या में परिवर्तित कर दिया जाता है।

5 प्राय: x^2 परीक्षण में प्राप्त आसंगत गुणांक का मान (Value of coefficient of contingency) सीमित होता हैं। उदाहरण के लिए 2 X 2 आसंग तालिका में यह मान .707 तथा 3, 4, 5, 6 तथा 10 संवर्गों (Categories) के लिए यह मान क्रमश: .816, .866, .894, .913 और .949 से अधिक नहीं होता है।

10.14 मध्यांक परीक्षण (Median Test)

मध्यांक परीक्षण दो समूहों की उपलब्धियों का तुलनात्मक अध्ययन हेतु प्रयोग में लाया जाने वाला सांख्यिकीय उपकरण है। इस परीक्षण में दो स्वतंत्र प्रतिदर्शों के मध्यांको के अन्तर की सार्थकता की जाँच की जाती है। इसका उपयोग यह निर्धारित करने के लिए किया जाता है कि दो समूहों के मध्यांक सार्थक रूप से भिन्न हैं अथवा नहीं। मध्यांक परीक्षण उस समय उपयोगी होता है जब स्वतंत्र चर के प्रभाव का अध्ययन प्रयोगात्मक समूह पर किया जा रहा हो और मध्यमान में नियंत्रित समूह भी हो। इसके अतिरिक्त मध्यांक परीक्षण की कुछ विशिष्टतायें निम्नवत् हैं:-

- मध्यांक परीक्षण का उपयोग उस स्थिति में भी किया जाता है जब दो अध्ययन समूहों में अध्ययन इकाइयों की संख्या अर्थात N असमान होते हैं।
- मध्यांक परीक्षण में गणनायें मध्यांक से संबंधित होती हैं।
- मध्यांक परीक्षण शून्य परिकल्पना पर आधारित होता है। परीक्षण में यह मान्यता रहती है कि दोनों समूहों के प्राप्तांकों में कोई अन्तर नहीं है।
- इस परीक्षण में दोनों समूहों के प्राप्तांकों का उभयनिष्ठ मध्यांक ज्ञात किया जाता है।
- समूहों की अध्ययन इकाईयों का चुनाव संयोगिक प्रतिचयन के आधार पर किया जाता है।

10.15 मध्यांक परीक्षण की परिकलन विधि (Computation Method of Median Test)

मध्यांक परीक्षण की गणना करने में सर्वप्रथम दोनों समूहों का उभयनिष्ठ मध्यांक (Common Median) ज्ञात करते हैं फिर दोनों समूहों के प्राप्तांकों में + तथा - चिन्ह लगाते हैं। वैसे प्राप्तांक जिसका मान उभयनिष्ठ मध्यांक से अधिक होते हैं उनके आगे धन चिन्ह (+) लगाते हैं तथा जो प्राप्तांक उभयनिष्ठ मध्यांक से कम होते हैं उनके आगे ऋण चिन्ह (-) लगाते हैं। धन और ऋण चिन्हों के योग के आधार पर 2x2 आसंग सारणी बनाकर उन प्रविष्टियों के आधार पर X^2 (काई वर्ग) की गणना करके सार्थक अन्तर का पता लगाते हैं।

मध्यांक परीक्षण में 2x2 आसंग सारणी का प्रारूप निम्न रूप में होता है:-

	धन (+) चिन्ह प्राप्त करने वालों की संख्या	ऋण (-) चिन्ह प्राप्त करने वालों की संख्या	
प्रायोगिक समूह	A	B	A + B
नियंत्रित समूह	C	D	C + D
	A + C	B + D	N

मध्यांक परीक्षण में X^2 की गणना का सूत्र-

प्रथम सूत्र का प्रयोग उस समय किया जाता है जब 2x2 आसंग सारणी के प्रत्येक सेल में संख्या 5 या 5 के आस-पास हो। द्वितीय सूत्र का प्रयोग उस समय किया जाता है जब 2x2 आसंग सारणी के प्रत्येक सेल में संख्या 7 या 7 से अधिक हो।

उदाहरण:- दो समूहों के अवलोकित प्राप्तांक निम्नवत् है। मध्यांक परीक्षण की सहायता से 0.5 सार्थकता स्तर पर दोनों समूहों में अन्तर की सार्थकता ज्ञात कीजिए।

समूह – I 16 18 23 20 20 24 26 32 31

35 36 32 29 25 26

समूह- II 15 17 20 17 21 23 22 21
28

27 32 28 26 21 22

सर्वप्रथम हमें उभयनिष्ठ मध्यांक की गणना करनी होगी। आवृति वितरण बनाकर उभयनिष्ठ मध्यांक निम्न प्रकार से निकालेगें।

वर्गान्तर (QI)	बारंबारता (f)
35-38	2
31-34	4
29-30	4
23-26	7
11-22	9
15-18	4
	N = 30

= 22.5 + 1.14

उभयनिष्ठ मध्यांक = 23.64 = 24

अब उभयनिष्ठ मध्यांक से ऊपर (+) व नीचे (-) के प्राप्तांकों की गिनती कर ली जाती है। अर्थात + चिन्ह तथा - चिन्ह की गिनती अलग-अलग कर ली जाती है।

समूह I	चिन्ह	समूह- II	चिन्ह
16	-	15	-
18	-	17	-
23	-	20	-
10	-	19	-
20	-	21	-
24	-	23	-
26	+	22	-
32	+	21	-
31	+	28	+
35	+	27	+
36	+	32	+
32	+	28	+
27	+	26	+

25	+	21	-
26	+	22	-

2x2 आसंग सारणी

	+ चिन्ह की संख्या	- चिन्ह की संख्या	
समूह – I	9 A	6 B	15 A + B
समूह- II	5 C	10 D	15 C + D
	A + C 14	B + D 16	N = 30

विवेचन:- काई वर्ग की तालिकानुसार 0.05 सार्थकता स्तर और df = 1 पर X^2 का आवश्यक मान 3.841 है। गणना द्वारा X^2 का मान 2.14 प्राप्त हुआ है जो X^2 के आवश्यक मान से कम है। अत: शून्य परिकल्पना स्वीकार कर ली जाती है। अर्थात 0.05 स्तर पर दो समूहों में सार्थक अन्तर नहीं है।

10.16 सारांश (Summary)

अप्राचल विधियों (Non Parametric Methods) में काई वर्ग (Chi-Square) परीक्षण एक प्रमुख विधि है।

काई-वर्ग परीक्षण आवृत्तियों (frequencies) के मध्य अन्तर की सार्थकता का परीक्षण (test of significance) करता है। अवलोकित (Observed) तथा प्रत्याशित (Expected) आवृत्तियों के अन्तरों के शून्य होने पर काई-वर्ग का मान शून्य हो जाता है। जबकि अधिक अन्तर होने पर काई वर्ग का मान बढ़ता जाता है। काई-वर्ग का मान सदैव धनात्मक होता है। काई-वर्ग बंटन एक प्रायिकता बंटन (probability distribution) है जो केवल स्वातन्त्रय कोटियों (Degrees of freedom, df) पर निर्भर करता है। स्वतंत्र कोटियों के बहुत कम होने पर काई वर्ग बंटन धनात्मक

रूप से विषम होता है, परन्तु जैसे-जैसे स्वतंत्र कोटियाँ बढ़ती जाती है, यह प्रसामान्य बंटन के अनुरूप हो जाता है।

काई वर्ग का परिकलित मान संबंधित स्वतंत्र कोटि तथा निश्चित सार्थकता स्तर पर (Level of Significance) सारणी मान से कम होता है, तब शून्य परिकल्पना (Null hypothesis) स्वीकृत की जाती है। इसके विपरीत यदि परिकलित काई-वर्ग का मान सारणी मान से अधिक होता है तथा अवलोकित तथा प्रत्याशित आवृत्तियों के मध्य अन्तर को सार्थक माना जाता है, तब वैकल्पिक परिकल्पना (Alternate Hypothesis) को स्वीकृत किया जाता है। अर्थात शून्य परिकल्पना अस्वीकृत की जाती है।

इस इकाई में X^2 के प्रयोग की शर्तों का भी उल्लेख किया गया है।

X^2 में संचयात्मक गुण (Additive property of X^2) पाया जाता है व इसके बंटन का स्वरूप स्वतंत्रता के अंश पर निर्भर करता है।

X^2 जाँच के उपयोग (Application of X^2 test):आधुनिक शैक्षिक शोध में एक सांख्यिकीय प्रविधि के रूप में काई-वर्ग परीक्षण के बहुत व्यापक उपयोग हैं। यह शोधकर्ता का एक महत्वपूर्ण उपकरण है, जिसका निम्न परीक्षण में प्रयोग किया जाता है:-

i. स्वतंत्रता की जाँच (Test of Independence)
ii. अन्वायोजन-उत्कृष्टता की जाँच (Test of Goodness of fit)
iii. समग्र प्रसरण की जाँच (Test of Population Variance)
iv. सजातीयता की जाँच (Test of Homogeneity)

X^2 का मान परिकलित करने के लिए प्रत्याशित आवृत्तियों की आवश्यकता होती है जिसकी गणना निम्न तीन परिकल्पनाओं के आधार पर की जाती है-

i. समान वितरण की परिकल्पना (Hypothesis of Equal Distribution)
ii. प्रसामान्य वितरण की परिकल्पना Hypothesis of Normal Distribution)
iii. स्वतंत्र वितरण की परिकल्पना (Hypothesis of Independent Distribution)

काई वर्ग के अनुप्रयोग की एक आवश्यक शर्त यह है कि कोई भी कोष्ठ-आवृत्ति 5 से कम नहीं होना चाहिए अन्यथा X^2 का मान भ्रमात्मक निकलेगा। ऐसी स्थिति पर येट संशोधन का किया जाना आवश्यक समझा जाता है।

मध्यांक परीक्षण दो समूहों की उपलब्धियों का तुलनात्मक अध्ययन हेतु प्रयोग में लाया जाने वाला सांख्यिकीय उपकरण है। इस परीक्षण में दो स्वतंत्र प्रतिदर्शों के मध्यांको के अन्तर की सार्थकता की जाँच की जाती है। इसका उपयोग यह निर्धारित करने के लिए किया जाता है कि दो समूहों के मध्यांक सार्थक रूप से भिन्न हैं अथवा नहीं।

10.17 शब्दावली (Glossary)

- **काई-वर्ग परीक्षण :** अप्राचल सांख्यिकीय विधि (Non Parametric Method) में काई वर्ग (Chi-Square) परीक्षण एक प्रमुख विधि है। काई-वर्ग परीक्षण आवृत्तियों (frequencies) के मध्य अन्तर की सार्थकता का परीक्षण (test of significance) करता है।

- **अवलोकित (Observed)आवृत्ति**: किसी भी वितरण की वास्तविक आवृति।

- **प्रत्याशित (Expected) आवृत्ति**: किसी भी वितरण की सैद्धांतिक आवृति।

- **अन्वायोजन-उत्कृष्टता(Goodness of fit):**अन्वायोजन उत्तम तब माना जाता है जब अवलोकित और प्रत्याशित आवृत्तियों के वक्र लगभग एक दूसरे के अनुरूप हों।

- **येट संशोधन**: इसके अनुसार काई-वर्ग परीक्षण के परिकलन में प्रयुक्त 2x2 सारणी में दी हुई सबसे छोटी आवृत्ति में $\frac{1}{2}$ या 0.5 जोड़ दिया जाता है और शेष 3 आवृत्तियों को इस ढंग से समायोजित किया जाता है कि सीमान्त जोड़ पूर्ववत् रहे।
- **स्वतंत्रता की जाँच (Test of Independence):** X^2 द्वारा दो गुणों (attributes) में साहचर्य (association) का परीक्षण किया जाता है।
- **मध्यांक परीक्षण** में दो स्वतंत्र प्रतिदर्शों के मध्यांको के अन्तर की सार्थकता की जाँच की जाती है। इसका उपयोग यह निर्धारित करने के लिए किया जाता है कि दो समूहों के मध्यांक सार्थक रूप से भिन्न है अथवा नहीं।

10.18 निबंधात्मक प्रश्न (Essay Type Questions):

1. काई वर्ग (Chi-Square) परीक्षण की विशेषताओं को स्पष्ट कीजिए।
2. काई-वर्ग परीक्षण के महत्व की व्याख्या कीजिए।
3. शैक्षिक अनुसंधान में काई-वर्ग परीक्षण के उपयोग को स्पष्ट कीजिए।
4. काई-वर्ग परीक्षण के प्रयोग की शर्तों को स्पष्ट कीजिए।
5. निम्न आंकड़े से काई-वर्ग परीक्षण का मान परिकलित कीजिए।

	उत्तीर्ण	अनुत्तीर्ण	पुन:परीक्षा	कुल
लड़के	35	40	25	100
लडकियां	25	35	40	100
कुल	60	75	65	200

(उत्तर : .05 सार्थकता स्तर पर तथा df=4 पर काई वर्ग परीक्षण का मान 3.45)

6. कक्षा 8 के 100 छात्रों को एक सीनरी को सुन्दरता के आधार पर आकलन करने को कहा गया। छात्रों की पसन्द से संबंधित प्रत्युत्तर संबंधी आवृतियां निम्न प्रकार से हैं। गणना के आधार पर बताइये कि क्या छात्रों की पसन्द में .01 सार्थकता अन्तर सार्थक अन्तर है?

A	**B**	**C**	**D**	**E**	**F**
अतिसुन्दर	**सुन्दर**	**साधारण**	**असुन्दर**	**बहुत सुन्दर**	**योग**
30	**35**	**20**	**10**	**5**	**100**

(परिणाम - काई-वर्ग सारणी में .01 सार्थकता स्तर पर तथा df = 4पर का आवश्यक मान 13.27 है। उपरोक्त उदाहरण में x^2 का गणना द्वारा प्राप्त मान 32.50 है। गणना द्वारा प्राप्त x^2 का मान तालिका के आवश्यम मान से बहुत अधिक है। अत: अपनी शून्य उपकल्पना को .01 सार्थकता स्तर पर निरस्त करते हैं। गणना द्वारा प्राप्त परिणामों के आधार पर निष्कर्ष स्वरूप कहा जा सकता है कि पांचों प्रकार के प्रत्युत्तरों में सार्थक और वास्तविक अन्तर है।)

7. 80 छात्रों को प्रेक्षित आवृत्तियां निम्नप्रकार से हैं। सामान्य वितरण परिकल्पना के आधार पर बताइये कि पांच खण्डों की प्रेक्षित आवृत्तियों में 0.1 सार्थकता स्तर पर अन्तर है अथवा नहीं।

A	**B**	**C**	**D**	**E**
10	**20**	**25**	**15**	**10**

परिणाम -काई-वर्ग सारणी में .01 सार्थकता स्तर पर तथा df = 4 पर x^2का आवश्यक मान 39.74 है। उपरोक्त उदाहरण में गणना द्वाराx^2 मान आवश्यक x^2 मान से अधिक है। अत: हम अपनी शून्य उपकल्पना को .01 सार्थकता निरस्त करते हैं। गणना द्वारा प्राप्त परिणामों के आधार पर निष्कर्ष स्वरूप कहा जा सकता है कि पांच स्तरों की प्रेक्षित आवृत्तियों में सार्थक और वास्तविक अन्तर है।

10.19 संदर्भ ग्रन्थ सूची/ पाठ्य सामग्री (References and Useful Readings)

- Garret, H.E. (1972). Statistics in Psychology and Education, New York, Vakils, Feffers and Simans Pvt. Ltd.
- Best, John W. & Kahn (2008). Research in Education, New Delhi, PHI.

- Good, Carter, V. (1963). Introduction to Educational Research, New York, Rand Mc Nally and company.
- Koul, Lokesh (2002). Methodology of Educational Research New Delhi, Vikas Publishing Pvt. Ltd.
- Karlinger, Fred N. (2002). Foundations of Behavioural Research, New Delhi, Surjeet Publication.
- सिंह, ए०के० (2007) : मनोविज्ञान, समाजशास्त्र तथा शिक्षा में शोध विधियॉं, नई दिल्ली, मोतीलाल बनारसी दास
- गुप्ता, एस०पी० (2008) : मापन एवं मूल्यांकन, इलाहाबाद, शारदा पब्लिकेशन
- शर्मा, आर०ए० (2001) :शिक्षा अनुसंधान के मूल तत्व एवं शोध प्रक्रिया, में रठ, आर०लाल० पब्लिकेशन्स।
- राय, पारसनाथ (2001) : अनुसंधान परिचय, आगरा, लक्ष्मी नारायण अग्रवाल पब्लिकेशन्स।

Critical Values of Chi Square

df	Level of significance .05	.01
1	3.84	6.64
2	5.99	9.21
3	7.82	11.34
4	9.49	13.28
5	11.07	15.09
6	12.59	16.81
7	14.07	18.48
8	15.51	20.09
9	16.92	21.67
10	18.31	23.21
11	19.68	24.72
12	21.03	26.22
13	22.36	27.69
14	23.68	29.14
15	25.00	30.58
16	26.30	32.00
17	27.59	33.41
18	28.87	34.80
19	30.14	36.19
20	31.41	37.57
21	32.67	38.93
22	33.92	40.29
23	35.17	41.64
24	36.42	42.98
25	37.65	44.31
26	38.88	45.64
27	40.11	46.96
28	41.34	48.28
29	42.56	49.59
30	43.77	50.89

इकाई - 11

सार्थकता स्तर, स्वतन्त्रता के अंश तथा प्रथम एवं द्वितीय प्रकार की त्रुटि

Level of Significance, Degree of Freedom and Type I & Type II Error

इकाई की रूपरेखा

11.1 प्रस्तावना
11.2 उद्देश्य
11.3 सार्थकता स्तर
11.4 स्वतंत्रता के अंश
11.5 मानक त्रुटि की सार्थकता के निर्धारण में स्वतन्त्रता के अंशो का महत्व
11.6 सह-सम्बन्धित समूह में स्वतन्त्रता के अंशों की गणना
11.7 प्रथम प्रकार एवं द्वितीय प्रकार की त्रुटि
11.8 प्रथम प्रकार एवं द्वितीय प्रकार की त्रुटि को दूर करने के उपाय
11.9 सारांश
11.10 शब्दावली
11.11 निबन्धात्मक प्रश्न
11.12 सन्दर्भ ग्रन्थ सूची

11.1 प्रस्तावना

सांख्यिकी वैज्ञानिक कार्यप्रणाली की एक शाखा है, जिसके द्वारा प्रयोगों तथा सर्वेक्षणों के आधार पर प्राप्त आंकड़ों का संकलन (Collection), वर्गीकरण (Classification), विवरण (Description) तथा विवेचन की जाती है। कार्य के आधार पर सांख्यिकी को दो भागों में वर्गीकृत किया जा सकता है- वर्णनात्मक सांख्यिकी (Descriptive statistics) व आनुमानिक सांख्यिकी (inferential statistics)। मनोवैज्ञानिक या शैक्षिक शोध के माध्यम से ज्ञान सृजन हेतु कुछ विशेष परिकल्पनाओं की जाँच करनी होती है।

आनुमानिक सांख्यिकी (inferential statistics) का प्रयोग परिकल्पनाओं की जाँच करने के लिए किया जाता है। परिकल्पनाओं की जाँच करने में बहुत सारे तकनीकी संप्रत्यय को जानना आवश्यक है, प्रस्तुत इकाई में आप सार्थकता स्तर, स्वतंत्रता के अंश तथा त्रुटियों के प्रकार (प्रथम व् द्वितीय) के सन्दर्भ में अध्ययन करेंगे।

11.2 उद्देश्य

इस इकाई के अध्ययनोपरांत आप-

- सार्थकता के स्तर के अर्थ को स्पष्ट कर पायेंगे।
- स्वतंत्रता के अंश की व्याख्या कर सकेंगे।
- त्रुटियों के प्रकार (प्रथम व द्वितीय) के मध्य अंतर स्पष्ट कर पायेंगे ।

11.3 सार्थकता के स्तर (Level of Significance):

किसी भी शोध में नल प्राक्कल्पना का विकास उसे अस्वीकृत करने के दृष्टिकोण से ही किया जाता है ताकि उसके विपरीत शोध प्राक्कल्पना (research hypothesis) को अंतिम रूप से स्वीकृत किया जा सके। नल प्राक्कल्पना की स्वीकृति या अस्वीकृति के लिए कुछ विशेष कसौटियों का इस्तेमाल किया जाता है। ये विशेष कसौटियाँ सार्थकता के स्तर के नाम से जानी जाती है। अर्थात नल प्राक्कल्पना को स्वीकृत या अस्वीकृत करने के लिए जिस कसौटी का प्रयोग किया जाता है, सार्थकता के स्तर (Level of Significance) कहलाती है। व्यवहारिक विज्ञान के शोधों में नल प्राक्कल्पना को स्वीकृत या अस्वीकृत करने के लिए प्राय: सार्थकता के दो स्तरों का चयन किया जाता है- 0.05 स्तर या 5 प्रतिशत स्तर तथा .0.01 या 1 प्रतिशत स्तर सार्थकता के स्तर को शोधकर्ता द्वारा किये जाने वाले त्रुटियों की मात्रा का भी पता चलता है। यदि नल प्राक्कल्पना को 0.05 या 5 प्रतिशत स्तर पर अस्वीकृत किया जाता है तो इसका अर्थ है कि शोधकर्ता द्वारा लिए गये निर्णय में त्रुटि की संभावना मात्र 5 प्रतिशत है, अर्थात वह अपने द्वारा लिए गए निर्णय को 95 प्रतिशत विश्वास के साथ कहने में सक्षम है। ठीक इसी प्रकार यदि शोधकर्ता नल प्राक्कल्पना को 0.01 या 1 प्रतिशत स्तर पर अस्वीकृत करता है तो इसका अर्थ है कि उसके द्वारा लिए गए निर्णय में त्रुटि की संभावना मात्र 1 प्रतिशत है अर्थात इस निर्णय को वह 99 प्रतिशत विश्वास के स्तर (level of confidence) के साथ कह सकता है।

किसी नल प्राक्कल्पना की अस्वीकृति के लिए यह आवश्यक है कि शोध द्वारा प्राप्त सांख्यिकीय मान (Calculate statistical value) प्रसामान्य वक्र के 5 प्रतिशत या 1 प्रतिशत क्षेत्र क्षेत्र पर दिए गए सांख्यिकीय मान के बराबर या अधिक हो। अगर कोई नल प्राक्कल्पना 5 प्रतिशत पर अस्वीकृत कर दिया जाता है तो स्वत: ही 1 प्रतिशत पर भी अस्वीकृत हो जाता है। इसके विपरीत यह सत्य नहीं हो सकता।

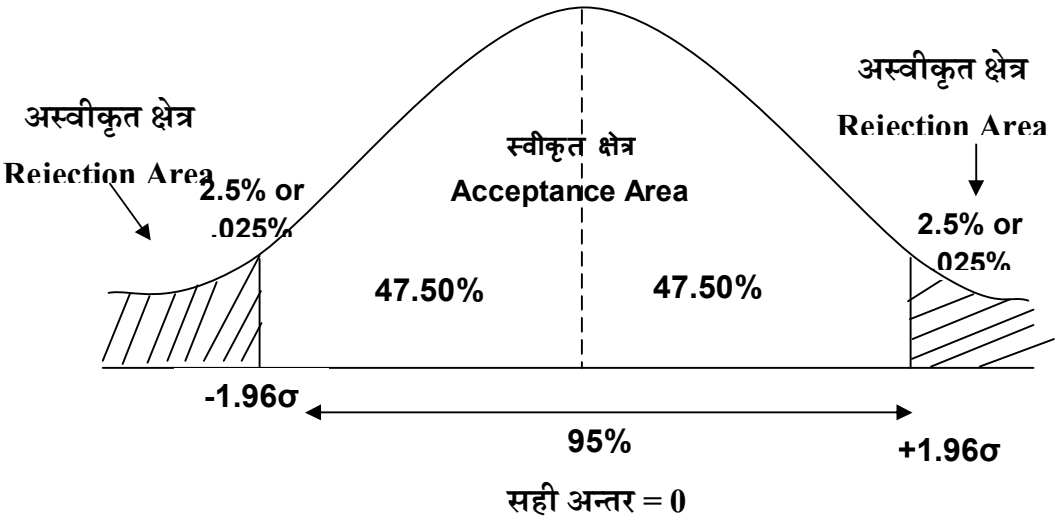
जब कोई नल प्राक्कल्पना 0.05 स्तर पर अस्वीकृत कर दी जाती है तो इसका अर्थ है कि संबंधित शोध जिनसे आंकड़े प्राप्त हुए हैं को यदि 100 बार दोहराया जाए तो उसमें से 5 बार नल प्राक्कल्पना सत्य होगी और 95 बार असत्य होगी। व्यवहारिक विज्ञान में सांख्यिकीय दृष्टिकोण से 100 में 5 बार को सहनीय माना गया है, अत: इस स्तर पर नल प्राक्कल्पना को अस्वीकृत किया जा सकता है।

0.01 सार्थकता स्तर को (0.05 की अपेक्षा) ज्यादा तीखा (कठोर) माना जाता है। जब कोई नल प्राक्कल्पना 0.01 स्तर पर अस्वीकृत कर दी जाती है तो उसका अर्थ है कि संबंधित शोध जिनसे आंकड़े प्राप्त हुए हैं, यदि 100 बार दोहराया जाए तो उसमें से 1 बार नल प्राक्कल्पना सत्य होगी और 99 बार असत्य होगी। 100 बार में से 1 बार सही होने से शोधकर्ता इसे और अधिक विश्वास व सक्षमता के साथ अस्वीकृत करता है। सार्थकता के दोनों स्तरों (0.01 व 0.05) में किसी एक भी स्तर पर नल प्राक्कल्पना के सत्य होने पर भी अस्वीकृत किया जाता है तो इस तरह के त्रुटि को प्रथम प्रकार की त्रुटि (Type- I error) कही जाती है। 0.01 स्तर पर प्रथम प्रकार की त्रुटि की मात्रा 0.05 स्तर पर के प्रथम प्रकार की त्रुटि की मात्रा से कम होती है, इसलिए 0.01 का सार्थकता स्तर 0.05 सार्थकता स्तर की अपेक्षा ज्यादा विश्वसनीय होता है।

सार्थकता स्तर के निर्धारण के बिना परिकल्पना का परीक्षण करना संभव नहीं है | परिकल्पना परीक्षण को सार्थकता परीक्षण की संज्ञा भी दी जाती है। कभी-कभी प्रतिदर्श या सांख्यिकी (Statistics) के आधार पर प्राचल (Parameters) को ज्ञात नहीं करना पड़ता, बल्कि प्राचल का दावा किया जाता है। उस दावे को परिकल्पना परीक्षण के माध्यम से या तो स्वीकृत किया जाता है अथवा अस्वीकृत। जैसा कि पूर्व में बताया गया है कि शून्य परिकल्पना (H_0) में प्राचल को स्वीकृत किया जाता है, जबकि वैकल्पिक परिकल्पना (H_1) में प्राचल को अस्वीकृत किया जाता है। सार्थकता परीक्षण करते समय उचित परिकल्पना तथा सार्थकता स्तर का निर्धारण आवश्यक है अन्यथा परिणाम गलत होने की संभावना रहती है।

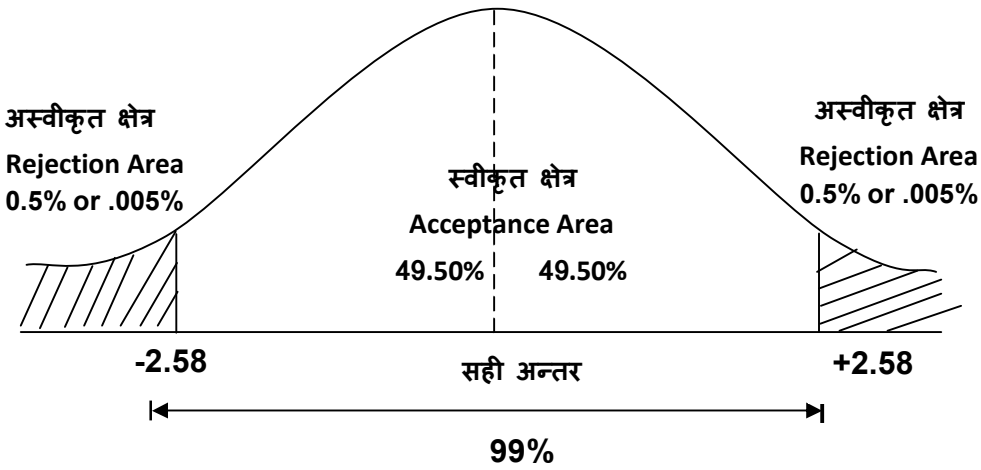
सार्थकता स्तर तथा परीक्षण के प्रकार में घनिष्ठ सम्बन्ध होता है | परीक्षण के प्रकार अर्थात एक पार्श्व परीक्षण तथा द्विपार्श्व परीक्षण के आधार पर सार्थकता स्तर का मान निर्भर करता है | प्राक्कल्पना परीक्षण में एक पार्श्व परीक्षण तथा द्विपार्श्व परीक्षण की भूमिका महत्वपूर्ण है। सांख्यिकीय विश्लेषण में इन परीक्षणों के स्वरूप को जानना आवश्यक होता है। जब शोधकर्ता नल प्राक्कल्पना (null hypothesis) का उल्लेख इस प्रकार से करता है कि उसमें अध्ययन किये जाने वाले समूहों के बीच कोई अन्तर नहीं है अर्थात वह नल प्राक्कल्पना की अभिव्यक्ति, अदिशात्मक रूप में करता है तो इसे द्वि-पार्श्व परीक्षण (Two- tailed test) कहा जाता है। इसके विपरीत जब शोधकर्ता नल प्राक्कल्पना का उल्लेख इस प्रकार से करता है कि उसमें अध्ययन किये जाने वाले समूहों के बीच अन्तर की दिशा का पता चलता है तो उसे एक पार्श्व परीक्षण (One- tailed test) कहा जाता है। उदाहरणस्वरूप यदि शोधकर्ता यह नल प्राक्कल्पना (hypothesis) बनाता है कि कला स्नातक के छात्रों एवं छात्राओं के माध्य उपलब्धि प्राप्तांकों (Mean achievement scores) में कोई अन्तर नहीं है। स्पष्टत: यहाँ शोध प्राक्कल्पना होगा कि इन दोनों समूहों के माध्य उपलब्धि प्राप्तांकों में अन्तर है। उपर्युक्त नल प्राक्कल्पना के परीक्षण के लिए द्विपार्श्व परीक्षण का प्रयोग वांछनीय है, क्योंकि माध्यों का अन्तर धनात्मक दिशा ((positive direction) तथा ऋणात्मक दिशा (negative direction) दोनों में ही होने की सम्भावना है। इस दशा में यह प्रसामान्य वितरण

(normal distribution) वक्र के दोनों छोरों (दायीं छोर या धनात्मक दिशा और बाँई छोर या ऋणात्मक दिशा) को एक साथ मिला देते हैं जिसे क्रान्तिक क्षेत्र (critical region) या अस्वीकृति का क्षेत्र (region of rejection) कहा जाता है। निम्न रेखाचित्र में अस्वीकृति के 5 प्रतिशत क्षेत्र अर्थात 0.05 सार्थकता स्तर को दर्शाया गया है, जिसे प्रसामान्य वक्र (normal curve) के दोनों छोरों पर समान रूप से विभाजित कर दिया गया है। इस प्रकार 2.5 प्रतिशत क्षेत्र प्रसामान्य वितरण (normal distribution) वक्र के दायीं ओर तथा 2.5 प्रतिशत बायीं ओर का क्षेत्र होगा। 5 प्रतिशत का Z प्राप्तांक अर्थात सिग्मा प्राप्तांक जिसे प्रसामान्य वक्र के X अक्ष पर दिखलाया गया है ± 1.96 है।



0. 05 स्तर पर द्विपार्श्व परीक्षण (2.5% या 0.025 प्रत्येक छोर पर)

यदि हम 1% सार्थकता स्तर की बात करते हैं तो वक्र के दोनों छोरों पर 0.5% (या .005) का अस्वीकृत क्षेत्र होगा। इस क्षेत्र का Z प्राप्तांक ± 2.58 होता है। इसको निम्न रेखाचित्र के माध्यम से दर्शाया जा सकता है |



0. 01 स्तर पर द्विपार्श्व परीक्षण (0.5% या 0.005 प्रत्येक छोर पर)

अर्थात द्विपार्श्व परीक्षण में न्यादर्श वितरण के (sampling distribution) के दोनों छोरों (+Ve तथा -Ve) को ध्यान में रखकर माध्य अन्तरों (Mean differences) से संबंधित निराकरणीय प्राक्कल्पना या शोध प्राक्कल्पना की जाँच की जाती है, क्योंकि इसमें अन्तर धनात्मक या ऋणात्मक कुछ भी दिशा ज्ञात नहीं होती है।

द्विपार्श्व परीक्षण के विपरीत यदि निराकरणीय प्राक्कल्पना को परिवर्तित कर उसे दिशा के संदर्भ में बात किया जाय चाहे वह धनात्मक हो या ऋणात्मक, एक पार्श्व परीक्षण का उदाहरण होगा। उदाहरणस्वरूप कला स्नातक के छात्रों की शैक्षिक उपलब्धि उस कक्षा के छात्राओं की तुलना में अधिक है। इस तरह की प्राक्कल्पना, स्पष्ट रूप से अन्तर की दिशा की ओर इंगित करता है। इस तरह का उदाहरण एक पार्श्व परीक्षण का उदाहरण होगा। एक पार्श्व परीक्षण के लिए अस्वीकृत (rejection) का 5 प्रतिशत क्षेत्र प्रसामान्य वक्र का ऊपरी छोर या निचली छोर पर ही होगा। इस स्थिति में 0.05 स्तर की प्रसम्भाव्यिता (Probability) P/2 जो 0.05/2 या 0.10 होती है या (0.05 +0.05) होगी। उसी प्रकार से इस परीक्षण के अस्वीकृति का 1% क्षेत्र प्रसामान्य वक्र (Normal Curve) का ऊपरी छोर या निचली छोर पर ही होगा। इस स्थिति में 0.01 स्तर की प्रसम्भाव्यिता (Probability) P/2 जो वस्तुत: 0.02 होती है (0.01+0.01=0.02) होगी।

सार्थकता स्तर का चुनाव (Selection of the level of Significance):- प्रतिदर्श व प्राचल के संबंध की जाँच करने के लिए इस स्तर का पूर्व में ही निर्धारण कर लिया जाता है, जिसके आधार पर परिकल्पना की मान्यता को स्वीकार या अस्वीकार करना हो। दूसरे शब्दों में प्रतिदर्श व समग्र के विभिन्न सांख्यिकी मापों को किस स्तर तक स्वीकार करना है। इस बात का पूर्व निर्धारण करना ही सार्थकता स्तर का चुनाव कहलाना है।

प्रसामान्य वक्र के आधार पर विभिन्न सार्थकता स्तरों α के लिए Z (Standard Normal Variate) के मान निम्नलिखित है:-

सार्थकता स्तर α	**10% या 0.1**	**5% या 0.05**	**2% या 0.02**	**1% या 0.01**
बायाँ पक्ष परीक्षण Z	-1.28	-1.65	- 2.06	- 2.33
दायाँ पक्ष परीक्षण Z	+ 1.28	+ 1.65	+ 2.06	+ 2.33
दोनों पक्ष का परीक्षण Z	± 1.65	± 1.96	± 2.33	± 2.58

अभ्यास प्रश्न

1. सार्थकता स्तर को परिभाषित कीजिये|
2. सार्थकता स्तर के चयन का आधार को स्पष्ट कीजिये|
3. एक पार्श्व परीक्षण तथा द्विपार्श्व परीक्षण में सार्थकता स्तर को रेखाचित्र के माध्यम से स्पष्ट करें |

11.4 स्वतंत्र कोटियाँ (Degree of Freedom):-

स्वतंत्र कोटि से तात्पर्य एक समंक श्रेणी के ऐसे वर्गों से है जिसकी आवृत्तियॉ स्वतंत्र रूप से निर्धारित की जा सकती है। दूसरे शब्दों में, इसका तात्पर्य प्राप्तांकों को स्वतंत्र रूप से परिवर्तित (freedom to vary) होने से होता है। जब सांख्यिकी (Statistics) का प्रयोग प्राचल (Parameter) का आंकलन करने के लिए किया जाता है, तो स्वतंत्र मात्रा की संख्या रखे गए प्रतिबंधों (restrictions) पर निर्भर करता है। प्रत्येक ऐसे प्रतिबंध के लिए स्वतंत्र मात्रा (one degree of freedom) सीमित हो जाता है। यही कारण है कि स्वतंत्र मात्रा की संख्या (number of degree of freedom) एक सांख्यिकी से दूसरे सांख्यिकी के लिए अलग-अलग होता है। स्वतंत्र कोटि या मात्रा को निम्न उदाहरण से समझा जा सकता है। उदाहरण के लिए 3 विद्यार्थियों के अंक 70 प्रतिशत हैं। पहले विद्यार्थी के अंक 80 प्रतिशत, दूसरे विद्यार्थी के अंक यदि 75 प्रतिशत हैं अब तीसरे विद्यार्थी के अंक बताने के लिए आप स्वतंत्र नहीं है, तीसरे विद्यार्थी के अंक तो 55 प्रतिशत ही होंगे। इस उदाहरण में प्रथम दो विद्यार्थियों के अंक यदि 90 प्रतिशत तथा 40 प्रतिशत हों, तब भी आप तीसरे विद्यार्थी के अंक बताने के लिए स्वतंत्र नहीं हैं, क्योंकि उसके अंक 80 प्रतिशत ही होंगे। दूसरे शब्दों में, समान्तर माध्य ज्ञात होने पर विचरण (n-1) स्वतंत्र कोटियों के कारण ही होता है। स्वतंत्र कोटियॉ (Degrees of Freedom):-

d.f. अथवा $v = n-1$

एक सारणी में स्वतंत्र कोटियॉ (d.f.) = (r-1) (c-1) यहाँ r पंक्तियों की संख्या तथा c स्तंभों की संख्या है।

11.5 मानक त्रुटि की सार्थकता के निर्धारण में स्वतन्त्रता के अंशो का महत्व (Significance of Degree of Freedom in determining Standard Error)

किसी प्रतिदर्श के मध्यमान की विश्वसनीयता की जाँच उसकी मानक त्रुटि के मान के आधार पर की जाती है, और मानक त्रुटि की सार्थकता की जाँच प्रतिदर्श की संख्या (N) अथवा स्वतन्त्रता के अंशों के आधार पर भी जाती है, कम से कम छोटे प्रतिदर्शों द्वारा अध्ययन में स्वतन्त्रता के अंशों का विशेष महत्तव रहता है। अतः छोटे प्रतिदर्शों की गणना में स्वतन्त्रा के अंशो का महत्तव बढ़ जाता है।

यह माना जाता है कि जब किसी एक वितरण की संख्या (N) 30 से कम होती है, तब वह एक प्रसामान्य वितरण (Normal Distribution) नहीं होता। यही कारण है कि छोटे प्रतिदर्श में मध्यमान से विचलन की दूरियों पर प्रसामान्य वितरण के सामान्य नियम पूरी तरह लागू नहीं होते हैं। जैसे- प्रसामान्य वितरण में $M \pm 1.96\sigma$ के अन्तर्गत एक वितरण की 95.44 प्रतिशत संख्या आ जाती है, लेकिन यदि हमारा प्रतिदर्श छोटा है, और मान लिजिए कि उसकी संख्या 25 है तब t(टी)

सारणी के अनुसार उस स्थिति में मध्यमान से सिग्मा(σ) दूरी $M \pm 1.96\sigma$ न होकर $M \pm 2.06\sigma$ हो जाती है। इसी तरह से प्रसामान्य वितरण में एक वितरण की $M \pm 2.58\sigma$ के अन्तर्गत 99 प्रतिशत संख्या आ जाती है, परन्तु छोटे प्रतिदर्श के लिए यह दूरी $M \pm 2.58\sigma$ न रहकर $M \pm 2.80\sigma$ हो जाती है। इसका मुख्य कारण यह है कि जब एक प्रतिदर्श की संख्या छोटी रहती है तब प्रतिदर्श की इकाईयों का विक्षेपण अपने मध्यमान से अपेक्षाकृत दूर-दूर रहता है परन्तु प्रसामान्य वितरण में अधिकतर इकाईयाँ अपने मध्यमान के आस-पास ही रहती है। यही कारण है कि छोटे प्रतिदर्श में वितरण वक्र मध्य में चपटा रहता है।

जैसा कि यह हमें मालूम है कि प्रसामान्य विवरण में वितरण वक्र (distribution Curve) घंटाकार रहता है, तथा उसमें मध्यमान से थोड़ी ही सिग्मा दूरी पर काफी संख्या आ जाती है। यही कारण है कि बड़े प्रतिदर्शों में विश्वास के विभिन्न स्वीकृत स्तरों पर- जैसे 5%, 2% तथा 1% विश्वास के स्तरों पर प्रायः जहाँ मानक त्रुटि के मान क्रमशः 1.96, 2.33 तथा 2.58 निश्चित से ही रहते हैं, इसके विपरीत छोटे प्रतिदर्शों के लिए ये मान (Value)विभिन्न स्वतन्त्रता के अंशो पर बहुत भिन्न-भिन्न होते हैं। इसीलिए परिशुद्धता के लिए मानक त्रुटि की सार्थकता की जाँच सम्बन्धित स्वतन्त्रता के अंशो पर ही की जानी चाहिए छोटे प्रतिदर्शों में करना तो बहुत ही आवश्यक है।

11.6 सह-सम्बन्धित समूह में स्वतन्त्रता के अंशों की गणना (Computation of Degree of Freedom in Correlated Groups)

जब एक ही समूह को एक परीक्षण दो बार दिया जाता है, तब उस स्थिति में स्वतन्त्रता के अंशो (d.f.) की गणना दोनों समूहों की संख्या, प्रथम स्थिति वाले समूह की संख्या तथा द्वितीय स्थिति वाले समूह की संख्या के आधार पर गणना नहीं की जाती है। ऐसी स्थिति में केवल एक ही समूह की संख्या के आधार पर स्वतन्त्रता के अंशो (d.f.) की गणना की जाती है। जैसे- यदि प्रथम स्थिति में संख्या 20 है तब यहाँ पर d.f. का सूत्र निम्न होगा।

$$d.f. = (N - 1)$$

इसके अतिरिक्त, यदि 40 व्यक्तियों को किसी एक विशेष आधार पर सह-सम्बन्धित करके दो समतुल्यात्मक समूहो (Matched groups) में विभाजित कर दिया जाता है, उस स्थिति में भी d.f. का सूत्र दोनों समूहों के लिए n-1 ही रहेगा जैसे- 20-1= 19 होगा। ऐसा प्रायः उस स्थिति में भी होता है, जब कि दो समूहों को समरूप युग्मों के आधार पर तुल्यात्मक किया जाता है।

लेकिन, यदि एक समूह को किसी एक आधार पर तुल्यात्मक (Match) न करके संयोग (Random) के आधार पर दो समान समूहों में विभाजित करते हैं तब ऐसी स्थिति में d.f. की गणना के लिए निम्न सूत्र का प्रयोग करते हैः-

$$d.f. = (N_1 - 1) + (N_2 - 1) - 1$$

यदि 40 व्यक्तियों को दो समान समूहो में संयोग के आधार पर विभाजित किया जाता है तब d.f. = (20 – 1)+(20 – 1) – 1 ± 37 होगा।

जब दो समूह किसी एक आधार पर समरूप रहते हैं, उससे उनकी विचलनशीलता कम हो जाती है, इससे उनकी मध्यमान की मानक त्रुटि (SEm) तथा उसके अनुसार, अन्तर की मानक त्रुटि (SEd)का मान भी कम हो जाता है। SEd के मान के कम हो जाने से क्रान्तिक अनुपात (Critical Ratio) का मान बढ़ जाता है, ऐसी स्थिति में दो मध्यमानों के अन्तर की सार्थकता को निश्चित करने के लिए कठोर माप दण्ड अपनाया जाता है और d.f. की मात्रा को कम करना पड़ता है, क्योंकि d.f. का मान जितना कम होगा, सार्थकता के लिए उतना ही अधिक C.R. के मान की आवश्यकता पड़ती है। यही कारण है कि सह-सम्बन्धित समूहों में d.f. की संख्या को सामान्यतः कम रखा जाता है।

अभ्यास प्रश्न

1. स्वतंत्र कोटि को परिभाषित कीजिये |
2. स्वतंत्र कोटि को उदाहरण के माध्यम से समझाएं |
3. परिकल्पना परीक्षण में स्वतंत्र कोटि की अवधारणा के महत्व को स्पष्ट कीजिये |

11.7 प्रथम प्रकार की त्रुटि व द्वितीय प्रकार की त्रुटि (Type- I Error and Type-II Error):

किसी अनुसंधान से संबंधित परिकल्पना परीक्षण करते समय दो प्रकार की त्रुटियाँ हो सकती हैं। किसी भी निर्णय पर पहुँचते समय दो प्रकार की गलती की संभावना रहती है। इसको एक उदाहरण द्वारा समझा जा सकता है। माना कि एक न्यायाधीश द्वारा व्यक्ति जिस पर खून करने का आरोप है निर्णय देते समय दो प्रकार की त्रुटि या गलती की जा सकती है- यदि उस व्यक्ति द्वारा खून किया गया हो तो उसे मौत की सजा सुनाने के बजाय उसे छोड़ दिया जाय अथवा यदि उस व्यक्ति द्वारा खून नहीं किया गया हो तथा उसे मौत की सजा सुना दी जाय, दोनों स्थितियों में गलत निर्णय हुआ है। सही निर्णय तभी माना जायेगा जबकि खून करने पर सजा मिले तथा झूठा आरोप होने पर छोड़ दिया जा ये। खून करने पर पर्याप्त साक्ष्य के अभाव में छोड़ देना प्रथम प्रकार की त्रुटि या जिसे अल्फा-त्रुटि (α *Error*) तथा खून नहीं करने पर मौत की सजा सुना देना द्वितीय प्रकार की त्रुटि अथवा बीटा-त्रुटि (β *Error*) है। दूसरे शब्दों में प्रथम प्रकार की त्रुटि उस दशा में उत्पन्न होती है जब ऐसी शून्य

परिकल्पना (H_0) को अस्वीकार (reject) कर दिया जाता है जो वास्तव में सही है। अर्थात सत्य शून्य परिकल्पना की अस्वीकृति ही प्रथम प्रकार की त्रुटि है। द्वितीय प्रकार की त्रुटि उस दशा में उत्पन्न होती है, जबकि गलत शून्य परिकल्पना को स्वीकार कर लिया जाता है। अर्थात गलत शून्य परिकल्पना की स्वीकृति ही द्वितीय प्रकार की त्रुटि है। दोनों ही त्रुटियाँ अनुचित हैं।

α = प्रथम प्रकार की त्रुटि की प्रायिकता β = द्वितीय प्रकार की त्रुटि की प्रायिकता

	वास्तव में शून्य परिकल्पना सत्य है।	वास्तव में शून्य परिकल्पना असत्य है।
शून्य परिकल्पना स्वीकृति की जाती है	सही निर्णय	β त्रुटि (द्वितीय प्रकार की त्रुटि)
शून्य परिकल्पना अस्वीकृत की जाती है	α त्रुटि (प्रथम प्रकार की त्रुटि)	सही निर्णय

परिकल्पना परीक्षण में त्रुटियों को पूरी तरह समाप्त नहीं किया जा सकता। परिकल्पना परीक्षण करते समय अधिकतर α त्रुटि को कम करने का प्रयास किया जाता है, जबकि β त्रुटि पर नियंत्रण नहीं रखा जाता। α त्रुटि ही सार्थकता स्तर कहलाती है। इसे कभी-कभी बहुत कम कर दिया जाता है। इस स्थिति में सत्य शून्य परिकल्पना तो स्वीकृति हो जाती है, लेकिन इसके कारण असत्य शून्य परिकल्पना के स्वीकृत होने की प्रायिकता भी बढ़ जाती है। β का परिकलन सामान्य क्रम में नहीं किया जाता, लेकिन यह समझना आवश्यक है कि सार्थकता स्तर α को बहुत कम करना ठीक नहीं है। अत: 1 प्रतिशत के स्थान पर सामान्यतया 5 प्रतिशत सार्थकता स्तर पर रखना ज्यादा अच्छा है।

11.8 प्रथम एवं द्वितीय प्रकार की त्रुटि को दूर करने के उपाय(Remedy for removing Type I Error and Type II Error)

उपरोक्त दोनों प्रकार की त्रुटियों को यथा संभव नियन्त्रित करने का प्रयास करना चाहिए। वैज्ञानिक अध्ययनों में दोनों प्रकार की त्रुटियों के भ्रामक परिणाम हो सकते हैं। अतः प्रथम प्रकार की त्रुटि को दूर करने के लिए अध्ययनकर्त्ता को चाहिए कि वह अपने विश्वास के स्तर को नीचा न करे, बल्कि अपने अध्ययन की पुनरावृत्ति करे या फिर अपने निरीक्षणों की संख्या (N) में वृद्धि करें। निरीक्षणों की संख्या में वृद्धि करने से प्रतिदर्श की मानक त्रुटि घट जाती है, तथा प्रतिदर्श की विश्वसनीयता बढ़ जाती है। ऐसा करने से उसे अपने परिणामों को कम से कम 5 प्रतिशत विश्वास के स्तर पर सार्थक बनाने में सहायता मिलेगी और वह अपने अध्ययन में प्रथम प्रकार की त्रुटि से बच जायेगा। प्रथम प्रकार की त्रुटि को कम करने का एक तरीका यह भी है कि अल्फा स्तर को 0.01 या 0.001 पर रखा जाए। ऐसी स्थिति में स्वभावतः प्रथम प्रकार की त्रुटि की संभावना क्रमशः 100 में से 1 बार तथा

1000 में 1 बार होगी जोकि न गण्य है, परन्तु इस प्रकार से जब हम प्रथम प्रकार की त्रुटि को कम करने का प्रयास करते हैं तो साथ ही साथ द्वितीय प्रकार की त्रुटि के अधिक हो जाने की संभावना में वृद्धि हो जाती है।

द्वितीय प्रकार की त्रुटि प्रायः कम प्रभावशील होती है। परन्तु यदि किसी एक रोग के इलाज के लिए कोई गुणकारी औषधि उपलब्ध न हो, और नई औषधि के निर्माण को इस आधार पर अस्वीकृत कर दिया कि इसके उपयोग द्वारा परिणाम केवल 0.01 विश्वास के स्तर पर ही सार्थक है परन्तु 0.001 विश्वास के स्तर पर सार्थक नहीं है, तब यहाँ पर द्वितीय प्रकार की त्रुटि अवष्य हानिकारक होगी। क्योंकि इससे एक अच्छी प्रभावशाली औषधी का उपयोग सम्भवतः न हो सकेगा। जबकि व्यवहारिक रूप से उसका उपयोग होना चाहिए था। इसके विपरीत ऐसी परिस्थातियों में विश्वास के स्तर को उच्च श्रेणी का अवश्य होना चाहिए जब कि शून्य उपकल्पना के अस्वीकृत हो जाने के दुष्परिणाम निकलते हो।

सामान्यतः सामाजिक अध्ययनों में 5 प्रतिशत विश्वास का स्तर सन्तोषजनक रहता है, जबकि उच्च श्रेणी के वैज्ञानिक अध्ययनों में 1 प्रतिशत विश्वास का स्तर आवश्यक होता है। 1 प्रतिशत विश्वास के स्तर को अधिक ऊँचा-जैसे 0.005 अथवा 0.001 उसी स्थिति में उठाना चाहिए जबकि शून्य उपकल्पना के अस्वीकृत किये जाने के परिणाम अत्यन्त गंभीर होने की संभावना अधिक हो।

अभ्यास प्रश्न

1. α त्रुटि को परिभाषित कीजिये |
2. β त्रुटि को परिभाषित कीजिये |
3. परिकल्पना परीक्षण में त्रुटियों को क्या पूरी तरह समाप्त किया जा सकता है? व्याख्या करें|
4. प्रथम तथा द्वितीय प्रकार की त्रुटियों में अंतर करें |

11.9 सारांश

प्रस्तुत इकाई में आपने सार्थकता स्तर, त्रुटियों के प्रकार तथा स्वतंत्रता के अंश के बारे में अध्ययन किया | यहाँ पर इन सभी सम्प्रत्ययों के बारे में संक्षिप्त विवरण दिया जा रहा है |

नल प्राक्कल्पना की स्वीकृति या अस्वीकृति के लिए कुछ विशेष कसौटियों का इस्तेमाल किया जाता है। ये विशेष कसौटियाँ सार्थकता के स्तर के नाम से जानी जाती है। व्यवहारिक विज्ञान के शोधों में नल प्राक्कल्पना को स्वीकृत या अस्वीकृत करने के लिए प्राय: सार्थकता के दो स्तरों का चयन किया जाता है- 0.05 स्तर या 5 प्रतिशत स्तर तथा .0.01 या 1 प्रतिशत स्तर।

सत्य शून्य परिकल्पना की अस्वीकृति ही प्रथम प्रकार की त्रुटि है। द्वितीय प्रकार की त्रुटि उस दशा में उत्पन्न होती है, जबकि गलत शून्य परिकल्पना को स्वीकार कर लिया जाता है।

स्वतंत्र कोटि से तात्पर्य एक समंक श्रेणी के ऐसे वर्गों से है जिसकी आवृत्तियॉ स्वतंत्र रूप से निर्धारित की जा सकती है। दूसरे शब्दों में, इसका तात्पर्य प्राप्तांकों को स्वतंत्र रूप से परिवर्तित (freedom to vary) होने से होता है।

11.10 शब्दावली

- **सार्थकता स्तर Level of significance)**: नल प्राक्कल्पना की स्वीकृति या अस्वीकृति के लिए कुछ विशेष कसौटियों का इस्तेमाल किया जाता है। ये विशेष कसौटियाँ सार्थकता के स्तर के नाम से जानी जाती है। व्यवहारिक विज्ञान के शोधों में नल प्राक्कल्पना को स्वीकृत या अस्वीकृत करने के लिए प्राय: सार्थकता के दो स्तरों का चयन किया जाता है- 0.05 स्तर या 5 प्रतिशत स्तर तथा .0.01 या 1 प्रतिशत स्तर।

- **प्रथम प्रकार की त्रुटि Type one error):** सत्य शून्य परिकल्पना की अस्वीकृति ही प्रथम प्रकार की त्रुटि है।

- **द्वितीय प्रकार की त्रुटि (Type two error):** इस प्रकार की त्रुटि उस दशा में उत्पन्न होती है, जबकि गलत शून्य परिकल्पना को स्वीकार कर लिया जाता है।

- **स्वतंत्र कोटि Degree of Freedom):** इसका तात्पर्य प्राप्तांकों को स्वतंत्र रूप से परिवर्तित (freedom to vary) होने से होता है।

11.11 निबंधात्मक प्रश्न

1. सार्थकता स्तर का अर्थ स्पष्ट कीजिए एवं इसकी विशेषताओं की व्याख्या कीजिए|
2. स्वतंत्रता के अंश की उपयोगिता पर प्रकाश डालिए।
3. त्रुटियों के प्रकार (प्रथम व द्वितीय) का अर्थ स्पष्ट कीजिए एवं इसकी विशेषताओं की व्याख्या कीजिए|
4. त्रुटियों के प्रकार (प्रथम व द्वितीय) के मध्य अंतर स्पष्ट कीजिए।

11.12 संदर्भ ग्रन्थ सूची/ पाठ्य सामग्री

- Garret, H.E. (1972). Statistics in Psychology and Education, New York, Vakils, Feffers and Simans Pvt. Ltd.
- Tuckman Bruce W. (1978). Conducting Educational Research New York : Harcout Bruce Jovonovich Inc.
- सिंह, ए०के० (2007) : मनोविज्ञान, समाजशास्त्र तथा शिक्षा में शोध विधियॉ, नई दिल्ली, मोतीलाल बनारसी दास

- गुप्ता, एस०पी० (2008) : मापन एवं मूल्यांकन, इलाहाबाद, शारदा पब्लिकेशन
- Best, John W. & Kahn (2008). Research in Education, New Delhi, PHI.
- Good, Carter, V. (1963). Introduction to Educational Research, New York, Rand Mc Nally and company.
- Koul, Lokesh (2002). Methodology of Educational Research New Delhi, Vikas Publishing Pvt. Ltd.
- Karlinger, Fred N. (2002). Foundations of Behavioural Research, New Delhi, Surjeet Publications.

इकाई - 12

मापन का अर्थ एवं उद्देश्य , मापन एवं मूल्यांकन में अंतर

Meaning and purpose of Measurement, difference between measurement and Evaluation

इकाई की रूपरेखा

12.1 प्रस्तावना
12.2 उद्देश्य
12.3 मापन का अर्थ
12.4 मापन के आवश्यक तत्व
12.5 मापन के प्रकार
12.6 मापन के कार्य
12.7 मूल्यांकन : संप्रत्यय
12.8 मूल्यांकन एवं मापन में अंतर
12.9 शब्दावली
12.10 सारांश
12.11 निबंधात्मक प्रश्न
12.12 अतिरिक्त संदर्भ ग्रंथ सूची

12.1 प्रस्तावना

मनुष्य के सभ्यता के विकास में जैसे- जैसे विज्ञान की प्रगति हुई, मापन विधियों का भी उत्तरोत्तर विकास होता गया | प्रारम्भ में लगभग सभी क्षेत्रों में प्रयत्न एवं भूल विधि का ही सहारा लिया जाता था , पर कालान्तर में अनुभव के अलग- अलग हिस्सों को जमाकर ज्ञान की दर्शनशास्त्र शाखा का जन्म हुआ| लगभग तीन शताब्दी पूर्व जब गैलीलियो ने प्रयोगात्मक विधि के नियमों की सत्यता व असत्यता की जाँच की तो आधुनिक विज्ञान का पादुर्भाव हुआ | तब से न केवल भौतिक एवं रसायन क्षेत्र में बल्कि मनोविज्ञान , शिक्षाशास्त्र , अर्थशास्त्र, भूगोल, समाजशास्त्र, जीवशास्त्र आदि सभी विषयों में मानव के परिमाणात्मक ज्ञान का विस्तार हुआ | वर्तमान युग में मनोविज्ञान तथा शिक्षा की प्रगति को भी मापन ने बहुत हद तक प्रभावित किया है | मनोविज्ञान तथा शिक्षा के अंतर्गत मानव के विभिन्न व्यवहारों का अध्ययन किया जाता है | इस कार्य के लिए मानव व्यवहार का मापन करना अत्यंत आवश्यक हो जाता है | यदि साधारण शब्दों में कहना हो तो , मापन के द्वारा किसी तथ्य के विभिन्न आयामों को अंक प्रदान करना ही मापन है |

12.2 उद्देश्य

इस इकाई को पढ़ने के बाद आप-

- मापन का अर्थ बता सकेंगे एवं परिभाषित कर सकेंगे।
- मापन एवं मूल्यांकन के उद्देश्योंको बता सकेंगे।
- मापन के अर्थ एवं उद्देश्य को बता सकेंगे।
- मापन एवं मूल्यांकन के अंतर को स्पष्ट कर सकेंगे।
- मापन के प्रमुख कार्यों को समझ सकेंगे |

12.3 मापन का अर्थ (Meaning of Measurement)

प्रायः मापन से अर्थ यह लगाया जाता है कि मापन प्रदत्तों का अंको के रूप में वर्णन करता है | मापन किसी वस्तु का शुद्ध व वस्तुनिष्ठ रूप से वर्णन करता है | किसी भौतिक पदार्थ के गुण व विशेषताओं के परिणाम अंकात्मक रूप देने की क्रिया को मापन क्रिया कहते हैं | कई प्रमुख विद्वानों मापन को अपने तरह से परिभाषित किया है जिनमें से कुछ प्रमुख परिभाषाएँ नीचे दी जा रहीं है-

ऍम. एस . स्टीवेंस के अनुसार, मापन किन्हीं निश्चित नियमों के अनुसार वस्तुओं को अंक प्रदान करने की प्रक्रिया है

Measurement is the process of assigning numbers to objects according to certain agreed rules.

ब्रेडफील्ड तथा मोरडॉक के अनुसार' मापन के द्वारा किसी तथ्य के विभिन्न आयामों को प्रतीक प्रदान करना ही मापन कहलाता है

Measurement is the process of assigning symbols to dimensions of phenomena in order to characterize the status of phenomena as precisely as possible.

हैल्मसटेडर के अनुसार " मापन को एक प्रक्रिया के रूप में परिभाषित किया जाता है , जिसमें किसी व्यक्ति या पदार्थ में निहित विशेषताओं का आंकिक वर्णन होता है |

Measurement has been defined as the process of obtaining a numerical description of the extent to which a person or thing possesses some characteristic.

ई. ए. पील के अनुसार " मापन का उद्देश्य व्यक्ति को एक संतुलित व्यक्तित्व प्रदान करना है, ताकि वह समाज द्वारा प्रदत्त उत्तरदायित्वों का निर्वाह बखूबी कर सके |

Its purpose is to promote the development of a well integrated person, capable of exercising such responsibility in society as in power allowed.

यदि साधारण शब्दों में कहा जाये तो " मापन विभिन्न निरीक्षणों, वस्तुओं या घटनाओं को कुछ विशिष्ट नियमों के अनुसार सार्थक व संगत रूप से संकेत चिन्ह या आंकिक संकेत प्रदान करने की प्रक्रिया है |

Measurement is the process of assigning symbols or numerals to observations, objects or events in some meaningful or consistent manner according to rules.

उपरोक्त विवरण के अनुसार यह कहा जा सकता है कि मापन के मुख्य रूप से तीन कार्य है जो निम्नलिखित हैं

1. यह वस्तुओं की श्रेणी व्यक्त करता है |
2. यह संख्याओं की श्रेणी को व्यक्त करता है |
3. यह वस्तुओं को अंक प्रदान करने वाले नियमों को व्यक्त करता है |

12.4 मापन के आवश्यक तत्व (Essential elements of Measurement)

मूलतः मापन प्रक्रिया के तीन चरण है

1. गुणों को पहचानना (Identifying and defining the traits)
2. गुणों को अभिव्यक्त करने वाले संक्रिया विन्यास को निश्चित करना (Determining set of operations by which traits may be expressed)
3. गुणों को अंशों या योग की इकाईयों में मात्रांकित करना (To quantify the traits in the units of parts or sum)

1. **गुणों को पहचानना (Identifying and defining the traits):** किसी भी व्यक्ति या वस्तु के मापन से पूर्व सर्वप्रथम उसके गुणों को पहचानकर, उनकी व्याख्या की जाती है , क्योंकि मापन के अंतर्गत व्यक्ति या वस्तु के सम्पूर्ण व्यवहार का अध्ययन न करके उसके केवल कुछ ही गुणों का मापन किया जाता है | जैसे मेज या कमरे की लम्बाई, शारीरिक तापक्रम, बालक की बुद्धि एवं सृजनात्मकता, किशोर की संवेगात्मक परिपक्वता , रुचि आदि |
2. **गुणों को अभिव्यक्त करने वाले संक्रिया विन्यास को निश्चित करना (Determining set of operations by which traits may be expressed):** मापन के दूसरे चरण में उन संक्रिया विन्यासों को निश्चित करना जिनके माध्यम से मापन कर्ता उन गुणों को अभिव्यक्त कर सके, जैसे लम्बाई मापन हेतु मीटर और टेप का प्रयोग करते हैं , परन्तु कुछ लम्बाई एवं दूरी का मापन इतना सरल नहीं होता जैसे – पृथ्वी की सूरज से दूरी या फिर भारत से अमेरिका की दूरी |

3. **गुणों को अंशों या योग की इकाईयों में मात्रांकित करना (To quantify the traits in the units of parts or sum) :** मापन के तीसरे चरण में संक्रियाओं के निष्कर्षों को मात्रात्मक रूप में व्यक्त करते हैं | मापन में हमारा सम्बन्ध अधिकाँश रूप में इन प्रश्नों – कितने तथा कितना में रहता है |

अभ्यास प्रश्न

1 मापन के आवश्यक तत्वों का वर्णन करें |

2 मापन के तीन चरणों के बारे में उदाहरण सहित लिखिए |

3 गुणों को पहचानना (Identifying and defining the traits) से आप क्या समझते है ?

12.5 मापन के प्रकार (Types of Measurement)

मनोवैज्ञानिक मापन के मुख्य रूप से दो प्रकार होते हैं

1. **मानसिक मापन (Mental Measurement)**
2. **भौतिक मापन (Physical measurement**

1. **मानसिक मापन (Mental Measurement) :** मानसिक मापन का प्रारम्भ बुद्धि के मापन के लिए अल्फ्रेड बिने के द्वारा बुद्धि परीक्षण के लिए परीक्षण बना कर हुआ | मानसिक मापन की प्रकृति सापेक्षिक प्रकार की होती है | मानसिक मापन में अंको का स्वयं कोई अस्तित्व नहीं होता| जैसे यदि मानसिक मापन के अंतर्गत हम यह कहें कि राम ने किसी बुद्धि परीक्षण में 50 अंक प्राप्त किये हैं तब इसके द्वारा किसी वास्तविक तथ्य की सूचना प्राप्त नहीं होती, क्योंकि इस 50० अंक में स्वयं अपना कोई अस्तित्व नहीं है | मानसिक मापन में कोई निश्चितता नहीं होती| मानसिक मापन परिवर्तनीय होते हैं | मानसिक मापन वस्तु के किसी आंशिक गुण के मात्रा से ही सम्बंधित होता है | मानसिक मापन का प्रयोग मुख्य रूप से बुद्धि , अभिक्षमता, उपलब्धि, रुचि , योग्यता आदि के मापन में किया जाता है |
2. **भौतिक मापन (Physical measurement):** भौतिक मापन का आरम्भ प्रयोगात्मक मनोविज्ञान में किये गए प्रयासों के परिणामस्वरूप हुआ | भौतिक मापन की प्रकृति निरपेक्ष होती है | इतना ही नहीं भौतिक मापन निश्चित होता है | इसमें यादृच्छ शून्य बिंदु होता है | भौतिक मापनों की व्याख्या मानसिक मापनों अपेक्षा सरल होती है | इसमें सम्पूर्णता एवं वस्तुनिष्ठता पायी जाती है | भौतिक मापन स्थिर होता है |

मानसिक मापन (Mental Measurement) एवम भौतिक मापन (Physical measurement) में अंतर

क्रम संख्या	मानसिक मापन (Mental Measurement)	भौतिक मापन (Physical measurement)
1.	मानसिक मापन के अंतर्गत विभिन्न मानसिक क्रियाओं एवं शीलगुणों का मापन होता है	भौतिक मापन के अंतर्गत भौतिक गुणों का मापन होता है
2.	मानसिक मापन की प्रकृति सापेक्षिक प्रकार की होती है	भौतिक मापन की प्रकृति निरपेक्ष प्रकार की होती है
3	मानसिक मापन में अंको का स्वयं में कोई अस्तित्व नहीं होता है	भौतिक मापन में अंक महत्वपूर्ण होते हैं
4.	मानसिक मापन में कोई यादृच्छ शून्य बिंदु नहीं होता है	भौतिक मापन में एक यादृच्छ शून्य बिंदु होता है
5.	मानसिक मापन भौतिक मापनों की अपेक्षा अधिक परिवर्तनीय होते हैं	भौतिक मापन स्थिर होते हैं
6.	मानसिक मापन में आत्मनिष्ठता पायी जाती है	भौतिक मापन में वस्तुनिष्ठता पायी जाती है
7.	मानसिक मापन वस्तु के किसी आंशिक गुण के मापन से ही सम्बंधित होती है	भौतिक मापन में सम्पूर्णता पाई जाती है

अभ्यास प्रश्न

1 मनोवैज्ञानिक मापन कितने प्रकार के होते हैं ?

2 मानसिक मापन (Mental Measurement) एवम भौतिक मापन (Physical measurement) में अंतर स्पष्ट कीजिये ?

12.6 मापन के कार्य (Functions of Measurement)

मूलतः प्रत्येक व्यक्ति अपने आप में भिन्न प्रकृति का होता है | व्यक्ति विशेष की अपनी विशेष योग्यता होती है | इस प्रकार के वैयक्तिक विभिन्नताओं का ज्ञान प्राप्त करने का एक मात्र साधन मापन ही है | मापन के निम्न मुख्य कार्य हैं –

1. वर्गीकरण (Classification)
2. पूर्वकथन (Prediction)
3. तुलना (Comparison)
4. परामर्श एवं निर्देशन (Guidance and counseling)
5. निदान (Diagnosis)
6. अन्वेषण (Research)

1. **वर्गीकरण (Classification)**: पूरी दुनिया में कोई भी दो व्यक्ति एक सामान नहीं है | वे न केवल शारीरिक बल्कि मानसिक दृष्टिकोण से एक दूसरे से भिन्न होते हैं | शोध से यह निष्कर्ष निकाला गया है कि प्रत्येक व्यक्ति क्षमता, रुचि एवं व्यक्तित्व के अन्य शील- गुणों की दृष्टि से भिन्न होता है | मापन एक प्रमुख कार्य विभिन्न आधार पर वर्गीकरण करना है |
2. **पूर्वकथन (Prediction):** पूर्व कथन से हमारा तात्पर्य व्यक्ति की वर्तमान योग्यताओं के आधार पर भविष्य के बारे में घोषणा करना है | मनोविज्ञान में पूर्वकथन करने की विशेष आवश्यकता पड़ती है | बहुत से बुद्धि परीक्षणों के आधार पर हम लोग किसी भी व्यक्ति विशेष के सम्बन्ध में निर्णय लेते हैं |
3. **तुलना (Comparison):** तुलना मापन का एक अति महत्वपूर्ण कार्य है | प्रत्येक परिक्षा का उद्देश्य यह होता है कि उसके परिणामों के आधार पर दो व्यक्तियों , दो कक्षाओं अथवा दो अध्ययन प्रणालियों की तुलना की जा सके | प्रमापीकृत परीक्षाओं के आधार पर , जिनके मानक पहले से ही तैयार किये होते हैं भिन्न- भिन्न व्यक्तियों की तुलना आपस में आसानी से की जा सकती है |
4. **परामर्श एवं निर्देशन (Guidance and counseling):** मनोवैज्ञानिक एवं व्यावसायिक क्षेत्रों में विद्यार्थ में मापन बहुत ही महत्वपूर्ण होता है | मनोवैज्ञानिक परीक्षणों के आधार पर शिक्षक न केवल अपने विद्यार्थियों का मार्गदर्शन करता है बल्कि उनको व्यावसायिक मार्गदर्शन भी प्रदान करता है |
5. **निदान (Diagnosis):** चिकित्सा में चिकित्सक निदान कारी अनेक प्रकार के उपकरणों जैसे थर्मामीटर , एक्स- रे , आदि की सहायता से करता है लेकिन मनोविज्ञान के क्षेत्र में वह विभिन्न प्रकार के उपकरणों जैसे बुद्धि लब्धि परीक्षणों , रुचि परीक्षण इत्यादि के माध्यम से करता है |
6. **अन्वेषण (Research):** कोई भी मनोवैज्ञानिक अनुसंधान मापन का प्रयोग किये बिना अधूरा है | मनोविज्ञान के क्षेत्र में भुत से शोध कार्यों में मापन उपकरणों का प्रयोग व्यापक रूप से किया जाता है | दूसरे शब्दों में हम यह कह सकते हैं कि जिस प्रकार भौतिक

मनोविज्ञान में शोध के लिए यंत्रों की आवश्यकता होती है उसी प्रकार मनोविज्ञान में मनोवैज्ञानिक परीक्षणों की आवश्यकता होती है |

अभ्यास प्रश्न

1 मापन के प्रमुख कार्यों की सूची बनायें |

2 अन्वेषण में मापन का क्या योगदान है ? उदाहरण सहित लिखें |

3 परामर्श एवं निदान में मापन की क्या भूमिका है ? स्पष्ट करें |

12.7 मूल्यांकन : संप्रत्यय(Evaluation : Concept)

आधुनिक युग में मूल्यांकन मनोविज्ञान एवं शिक्षा की एक महत्वपूर्ण देन है | बिना मूल्यांकन के शिक्षा तथा मनोविज्ञान ही नहीं बल्कि मानव मात्र का समग्र जीवन ही व्यर्थ प्रतीत होने लगता है | मूल्यांकन एक निरंतर एवं विस्तृत चलने वाली प्रक्रिया है जबकि किसी माप की उपयोगिता के सम्बन्ध में निर्णय या मूल्य प्रदान किया जता है | मूल्यांकन के अंतर्गत किसी गुण या विशेषता का मूल्य निर्धारित किया जाता है अर्थात मूल्यांकन द्वारा परिमाणात्मक तथा गुणात्मक दोनों ही प्रकार की सूचनाएँ प्राप्त होती हैं | मूल्यांकन के अर्थ को स्पष्ट करते हुए कहा जा सकता है कि –

मूल्यांकन	=	मापन +		मूल्य निर्धारण
(Evaluation)		**(Measurement)**		**(Value judgement)**
		(Quantitative)		**(Qualitative)**

इस प्रकार मूल्यांकन का आशय मापन के साथ- साथ मूल्य निर्धारण से है अर्थात अधिगम अनु द्वारा विद्यार्थी में आपेक्षित व्यवहारगत परिवर्तन किस सीमा तक हुए ? इसका मूल्य निर्धारण (मूल्यांकन) करके निर्णय देना है | अतः मापन , मूल्यांकन का ही एक भाग है जो ददैव उसमें निहित रहता है |

NCERT, दिल्ली की पुस्तक " Concept of Evaluation" के अनुसार मूल्यांकन प्रक्रिया में मुख्यतः तीन बातों के सम्बन्ध में निर्णय लिया जाता है –

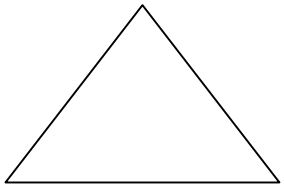
(1) शिक्षण उद्देश्य की प्राप्ति किस सीमा तक हुई ?

(2) उद्देश्य स्पष्ट करने की विधि/ प्रविधि कितनी प्रभावी कितनी प्रभावी रही ?

(3) अधिगम- अनुभव कितने प्रभावी उत्पादक रहे ?

उपरोक्त तीनों बिंदु मिलकर मूल्यांकन प्रक्रिया को पूरा करते हैं | इन तीनों के सम्बन्ध को त्रिभुजाकर आकृति से निम्न प्रकार प्रदर्शित किया जा सकता है-

Objectives



Learning Experience Evaluation procedure/ techniques

मूल्यांकन की परिभाषाएं

मूल्यांकन को विद्वानों ने अपने तरह से परिभाषित किया है | कुछ महत्वपूर्ण परिभाषाएं नीचे दी जा रही हैं -

टारगेर्सन तथा एडम्स के अनुसार मूल्यांकन का अर्थ है- किसी वस्तु या प्रक्रिया का मूल्य निर्धारित करना तथा शैक्षिक मूल्यांकन से आशय किसी शिक्षण प्रक्रिया या अधिगम अनुभवों की उपयोगिता के सम्बन्ध में मूल्य – प्रदान करना होता है |

To evaluate is to ascertain the value of some process of thing. Thus educational evaluation in the passing on judgement on the degree of worthwhileness of some teaching process or learning experience

दांडेकर के शब्दों में शैक्षिक उद्देश्यों को बालक द्वारा किस सीमा तक प्राप्त किया गया है यह जानने की व्यवस्थित प्रक्रिया को ही मूल्यांकन की संज्ञा दी जाती है |

Evaluation may be defined as a systematic process of determining the extent to which educational objectives are achieved by pupils.

गुड्स के शब्दों में "मूल्यांकन एक ऐसी प्रक्रिया है, जिससे सही ढंग से किसी वस्तु का मापन किया जा सकता है |"

Evaluation is a process of ascertaining or judging the value or amount of something by careful appraisal.

कोठारी कमीशन ने मूल्यांकन को परिभाषित करते हुए कहा है कि अब यह माना जाने लगा है कि मूल्यांकन एक अनवरत प्रक्रिया है , यह सम्पूर्ण शिक्षा प्रणाली का एक अभिन्न अंग है और यह शिक्षण लक्ष्यों से घनिथ रूप से सम्बंधित है |

It is now agreed that evaluation is a continuous process, forms an integral part of the total system of education and is closely related to educational objectives.

राष्ट्रीय शैक्षिक अनुसंधान परिषद के अनुसार मूल्यांकन एक प्रक्रिया है , जिसके द्वारा यह ज्ञात किया जाता है कि उद्देश्य किस सीमा तक प्राप्त किये गए हैं , कक्षा में दिए गए अधिगम अनुभव कहाँ तक प्रभावशाली सिद्ध हुए हैं और कहाँ तक शिक्षा के उद्देश्य पूर्ण किये गए हैं |

Evaluation is the process of determining the extent to which an objective is being attained, the effectiveness of the learning experiences provided in the classroom and how well goals of education have been accomplished

अभ्यास प्रश्न

1 मूल्यांकन से आप क्या समझते हैं |

2 मूल्यांकन से मुख्यतः किन बातों के सन्दर्भ में निर्णय लिया जाता है ?

3 कोठारी कमीशन ने मूल्यांकन को किस रूप में परिभाषित किया है ?

4 राष्ट्रीय शैक्षिक अनुसंधान परिषद के अनुसार मूल्यांकन की क्या परिभाषा है ?

12.8 मूल्यांकन एवं मापन में अंतर (Differences between Evaluation and measurement)

क्रम संख्या	मूल्यांकन	मापन
1.	मूल्यांकन का क्षेत्र व्यापक है |	मापन का क्षेत्र सीमित है | मापन व्यवहार के कुछ ही आयामों को प्रतीक प्रदान करता है |
2.	मूल्यांकन एक सतत एवं निरंतर चलने वाली प्रक्रिया है	मापन सतत प्रक्रिया नहीं है, बल्कि यह मूल्यांकन प्रक्रिया का एक अंग है
3	मूल्यांकन में गुणात्मक तथा परिमाणात्मक दोनों ही प्रकार के निर्णय किये जाते हैं| यह संख्यात्मक तथा वर्णनात्मक दोनों ही प्रकार का होता है |	मापन में परिमाणात्मक निर्णय लिए जाते हैं यह केवल संख्यात्मक होता है |
4	मूल्यांकन में मापन द्वारा प्रदत्त आंकड़ों का विश्लेषण व्याख्या व अर्थापन किया जाता है |	मापन में मूल्यांकन हेतु आवश्यक आंकड़े उपलब्ध कराये जाते हैं |

5.	मूल्यांकन द्वारा निदानात्मक तथा उपचारात्मक शिक्षण संभव है |	मापन के द्वारा निदानात्मक उपचारात्मक शिक्षण संभव नहीं है
6	मूल्यांकन अपने आप में एक साध्य है |	मापन एक साधन है अपने आप में एक साध्य नहीं है |
7.	मूल्यांकन का कार्य साक्ष्यों के विश्लेषण से निष्कर्ष निकालना होता है |	मापन का कार्य साक्ष्यों का एकत्रीकरण है |
8.	मूल्यांकन के अंतर्गत अंकात्मक एवं गुणात्मक दोनों ही प्रकार के निरीक्षणों स्थान दिया जाता है |	मापन उन निरीक्षणों की ओर संकेत करता है जिन्हें अंकात्मक रूप से प्रदर्शित किया जाता है |
9.	मूल्यांकन एक निरंतर चलने वाली प्रक्रिया है	मापन किसी भी समय किया जा सकता है अर्थात प्रक्रिया निश्चित होती है |
10	मूल्यांकन में वस्तु का मूल्य क्या है (what value) इसका उत्तर दिया जाता है | उदाहरणार्थ राजीव ने अपने कालेज में प्रथम स्थान प्राप्त किया |	मापन में वस्तु कितनी है , इसका उत्तर दिया जाता है | उदाहरणार्थ राजीव ने परिक्षा में 85 प्रतिशत अंक प्राप्त किये |
11	इसके द्वारा शिक्षण अधिगम प्रक्रिया में सुधार एवं परिमार्जन किया जाता है|	इसके द्वारा शिक्षण अधिगम प्रक्रिया में सुधार एवं परिमार्जन संभव नहीं है |
12	मूल्यांकन के द्वारा तुलनात्मक अध्ययन किया जाता है |	मापन के द्वारा तुलनात्मक अध्ययन करना संभव नहीं है|
13	मूल्यांकन की सहायता से तीनों पक्षों (ज्ञानात्मक , भावात्मक, क्रियात्मक उद्देश्य) के उद्देश्यों का मापन किया जाता है |	मापन की सहायता से केवल ज्ञानात्मक पक्ष के उद्देश्यों का मापन किया जा सकता है |

अभ्यास प्रश्न

1 मापन एवं मूल्यांकन के मध्य तीन अंतर स्पष्ट करें |

2 मूल्यांकन एवं मापन में से किसका क्षेत्र ज़्यादा व्यापक है |

3 मूल्यांकन एवं मापन में से कौन सा साध्य है एवं कौन सा साधन है?

12.9 सारांश

इस इकाई के अध्ययन के उपरांत आप यह जान चुके हैं कि मापन एवं मूल्यांकन क्या होताहै | आप इन दोनों के बीच के अंतर को भी समझ चुके होंगे | मापन मूलतः मापन प्रदत्तों का अंको के रूप में वर्णन करता है | मनोवैज्ञानिक मापन मूल रूप से दो तरह के होते हैं- मानसिक मापन एवं भौतिक मापन | मापन कुछ महत्वपूर्ण कार्य होते हैं |

1. यह वस्तुओं की श्रेणी व्यक्त करता है
2. यह संख्याओं की श्रेणी को व्यक्त करता है
3. यह वस्तुओं को अंक प्रदान करने वाले नियमों को व्यक्त करता है |

मूल्यांकन का अर्थ व्यापक होता है | मूल्यांकन एक निरंतर एवं विस्तृत चलने वाली प्रक्रिया है जहाँ किसी माप की उपयोगिता के सम्बन्ध में निर्णय या मूल्य प्रदान किया जाता है | मूल्यांकन के अंतर्गत किसी गुण या विशेषता का मूल्य निर्धारित किया जाता है अर्थात मूल्यांकन द्वारा परिमाणात्मक तथा गुणात्मक दोनों ही प्रकार की सूचनाएँ प्राप्त होती हैं |

12.10 शब्दावली (Glossary)

- **मापन :** मापन किसी वस्तु का शुद्ध व वस्तुनिष्ठ रूप से वर्णन करता है | किसी भौतिक पदार्थ के गुण व विशेषताओं के परिणाम अंकात्मक रूप देने की क्रिया को मापन क्रिया कहते हैं |
- **मूल्यांकन :**मूल्यांकन एक निरंतर एवं विस्तृत चलने वाली प्रक्रिया है जन्हाँ कि किसी माप की उपयोगिता के सम्बन्ध में निर्णय या मूल्य प्रदान किया जता है | मूल्यांकन के अंतर्गत किसी गुण या विशेषता का मूल्य निर्धारित किया जाता है |
- **मानसिक मापन :** मानसिक मापन का प्रारम्भ बुद्धि के मापन के लिए अल्फ्रेड बिने के द्वारा बुद्धि परीक्षण के लिए परीक्षण बना कर हुआ | मानसिक मापन की प्रकृति सापेक्षिक प्रकार की होती है | मानसिक मापन में अंको का स्वयं कोई अस्तित्व नहीं होता|
- **भौतिक मापन:** भौतिक मापन का आरम्भ प्रयोगात्मक मनोविज्ञान में किये गए प्रयासों के परिणामस्वरूप हुआ | भौतिक मापन की प्रकृति निरपेक्ष होती है | इतना ही नहीं भौतिक मापन निश्चित होता है | इसमें यादृच्छ शून्य बिंदु होता है | भौतिक मापनों की व्याख्या मानसिक मापनों की अपेक्षा सरल होती है | इसमें सम्पूर्णता एवं वस्तुनिष्ठता पायी जाती है | भौतिक मापन स्थिर होता है |

12.11 निबंधात्मक प्रश्न

1. मापन के अर्थ को स्पष्ट करते हुए उसके उद्देश्यों का वर्णन कीजिये |
2. मनोवैज्ञानिक मापन कितने प्रकार का होता है | मापन के आवश्यक तत्वों का वर्णन कीजिये |
3. मूल्यांकन के अर्थ को स्पष्ट करते हुए मूल्यांकन एवंमापन में अंतर स्पष्ट कीजिये
4. टिप्पणी लिखें
    1. मापन के आवश्यक तत्व
    2. मापन की विशेषताएं
    3. मापन के उद्देश्य
    4. मूल्यांकन
    5. मापन के प्रमुख कार्यों की उदाहरण सहित व्याख्या करें

12.12 अतिरिक्त संदर्भ ग्रंथ सूची

- Koul, Lokesh (2002). Methodology of Educational Research New Delhi, Vikas Publishing Pvt. Ltd.
- Karlinger, Fred N. (2002). Foundations of Behavioural Research, New Delhi, Surjeet Publications.
- Ebel, Robert L. (1966) Measuring Educational Achievement, New Delhi, PHI.
- Garret, H.E. (1972). Statistics in Psychology and Education, New York, Vakils, Feffers and Simans Pvt. Ltd.
- गुप्ता, एस०पी० (2008) : मापन एवं मूल्यांकन, इलाहाबाद, शारदा पब्लिकेशन|
- राय, पारसनाथ (2001) : अनुसंधान परिचय, आगरा, लक्ष्मी नारायण अग्रवाल पब्लिकेशन्स
- Best, John W. & Kahn (2008). Research in Education, New Delhi, PHI.

- Cronbach, Lee J. (1996). Essentials of Psychological Testing, New York, Harper and Row Publishers.
- Good, Carter, V. (1963). Introduction to Educational Research, New York, Rand Mc Nally and company.
- अस्थाना, डा बिपिन एवं अस्थाना श्वेता (2009) : मनोविज्ञान एवं शिक्षा में मापन एवं मूल्यांकन, अग्रवाल पब्लिकेशंस, आगरा–2
- सिंह, अरूण कुमार, (2001) शिक्षा मनोविज्ञान, पटना, भारती भवन, पब्लिशर्स एड डिस्ट्रीब्यूटर्स।
- सिंह, अरूण कुमार, (2001) संज्ञानात्मक मनोविज्ञान, वाराणसी, मोतीलाल बनारसीदास पब्लिशर्स एड डिस्ट्रीब्यूटर्स।
- सिंह, अरूण कुमार, (2001) उच्चतर मनोविज्ञान, पटना,भारती भवन, पब्लिशर्स एड डिस्ट्रीब्यूटर्स।
- Anastasi, Anne (1998): psychological testing (6th Edition.) London : Macmilan Publishing Company.
- Garrett. H.E. (1985): Statistics in psychology and Education Bombay: Vaklis, Feffer and Simons Ltd.
- Ghisselli, E. E. (1964) : Theory of Psychological Measurement, New Delhi : Tata Mc Graw Hill Publishing Co. Ltd..
- Guilford, J. P.(1954) Psychometric Methods, New Delhi: Tata Mc Graw Hill Publishing Co. Ltd.
- Thorndike, R.L. and Hegen, E.P. (1979): Measurement and Evaluation in Psychology and Education, New Delhi: Wiley Eastern Limited.

- सिंह, अरूण कुमार, (2001) शिक्षा मनोविज्ञान, पटना, भारती भवन, पब्लिशर्स एड डिस्ट्रीब्यूटर्स।
- सिंह, अरूण कुमार, (2001) संज्ञानात्मक मनोविज्ञान, वाराणसी, मोतीलाल बनारसीदास पब्लिशर्स एड डिस्ट्रीब्यूटर्स।
- सिंह, अरूण कुमार, (2001) उच्चतर मनोविज्ञान, पटना,भारती भवन, पब्लिशर्स एड डिस्ट्रीब्यूटर्स।

इकाई - 13

परिमाणात्मक एवं गुणात्मक मापन

Quantitative and qualitative Measurement

इकाई की रूपरेखा

13.1 प्रस्तावना
13.2 उद्देश्य
13.3 परिमाणात्मक मापन : संप्रत्यय
13.4 गुणात्मक मापन : संप्रत्यय
13.5 परिमाणात्मक मापन एवं गुणात्मक मापन में अंतर
13.6 मापन के उपकरण
13.7 सारांश
13.8 शब्दावली
13.9 अतिरिक्त संदर्भ ग्रंथ सूची
13.10 निबंधात्मक प्रश्न

13.1 प्रस्तावना:

मापन से हमारा अर्थ किसी भी अवलोकन को परिमाणात्मक रूप से व्यक्त करने से है | यदि दूसरे शब्दों में कहा जाये तो ,किसी भौतिक पदार्थ के गुण अथवा विशेषताओं के परिणाम को अंकात्मक रूप देने की क्रिया को मापन क्रिया कहते हैं | इस क्रिया में किसी भी वस्तु के गुणों को उचित इकाई में प्रकट किया जाता है | ऐसे तो मापन जैसे निरपेक्ष शब्द की व्याख्या करना एक दुष्कर कार्य है किन्तु सुविधा के हिसाब से यह अर्थ लगाया जाता है कि यह आंकड़ों का अंको के रूप में वर्णन करता है एवं किसी भी प्रत्यय का शुद्ध एवं वस्तुनिष्ठ रूप से वर्णन करता है | किसी भी व्यक्ति में क्या गुण है इसकी जानकारी मापन देता है | उदाहरण के लिए , कविता अंग्रेज़ी कितने प्रभावशाली एवं सुन्दर ढंग से बोलती है या विनय का गणित का ज्ञान इतना कम क्यों है? या अमित की बुद्धि – लब्धि क्या है आदि मानसिक योग्यताओं की जानकारी मापन के क्षेत्र के अंतर्गत आती है | लेकिन , मानसिक गुणों का मापन प्रत्यक्ष रूप से करना अत्यंत कठिन कार्य है | प्रत्येक मापन क्रिया दो पदों में की जाती है | सर्वप्रथम, मापकर्ता यह निश्चय करता है कि उसे किस गुण अथवा योग्यता का मापन करना है | दूसरे वास इसके लिए उपयुक्त मापन उपकरण का चयन करता है | समस्त भौतिक मापन करने हेतु हमारा आधार शून्य होता है तथा इसका मान प्रत्येक स्थान एवं समय पर सामान ही होता है जबकि मानसिक मापन इतना वस्तुनिष्ठ सुनिश्चित एवं सही नहीं होता इसका आधार पूरी निर्धारित मानक होते हैं जो आत्म निष्ठ होने के साथ – साथ विशिष्टता के परे भी होते हैं |

13.2 उद्देश्य

इस इकाई को पढ़ने के बाद आप-

- मापन का अर्थ बता सकेंगे एवं परिभाषित कर सकेंगे।
- परिमाणात्मक मापन को उदाहरण की सहायता से समझा सकेंगे |
- गुणात्मक मापन को उदाहरण की सहायता से समझा सकेंगे |
- परिमाणात्मक मापन एवं गुणात्मक मापन के बीच के अंतर को उदाहरण की सहायता से समझा सकेंगे |

13.3 परिमाणात्मक मापन : संप्रत्यय (Concept of Quantitative measurement)

मनोविज्ञान तथा शिक्षा में मापन का सम्बन्ध भौतिक मापन से न होकर मानसिक मापन से है | यह एक अत्यंत जटिल कार्य है, क्योंकि मनोवैज्ञानिक मापन में व्यवहार का मापन निहित है | व्यवहार परिस्थिति एवं उद्दीपक के होते हुए भी कालांतर में व्यवहार में परिवर्तन आ जाता है | अतः मानसिक मापन कभी निश्चित नहीं हो सकता | ज्ञानोपार्जन बुद्धि व्यक्तित्व – ये सभी तत्व जिनका मनोविज्ञान में मापन होता है , जटिल हैं | यही कारण है कि इस शताब्दी के प्रारम्भ तक इन क्षेत्रों में मापन विज्ञान अधिक विकसितनहीं था | भौतिक एवं मनोवैज्ञानिक मापन में मुख्य अंतर यह है कि भौतिक मापन मुख्यतः परिमाणात्मक होता है जबकि मनोवैज्ञानिक मापन मुख्यतः गुणात्मक है | परिमाणात्मक से अर्थ यह है कि – ऐसी कोई वस्तु जिसकी भौतिक जगत में सत्ता हो , जिसमें आकार, विषय वस्तु प्रमाणआदि गुण हों जिसे देखा जा सके एवं जिसकी उपस्थिति या अनुपस्थिति को अनुभव किया जा सके | इन अर्थों में भौतिक मापन परिमाणात्मक हुआ , जैसे- दूरी ,लम्बाई , क्षेत्रफल, भार, आयतन इत्यादि का मापन | इन मापनों के लिए कुछ इकाइयों की आवश्यकता पडती है; जैसे – दूरी १२ इंच== 1फुट या 3 फुट = 1 गज

परिमाणात्मक मापन के कुछ प्रमुख गुण निम्न प्रकार के हैं –

1. इन सभी इकाइयों का सम्बन्ध एक शून्य बिंदु से होता है | इकाइए का अर्थ होता है , शून्य बिंदु से ऊपर एक निश्चित मूल्य | छह फीट का अर्थ है ० से ऊपर छह फीट |
2. परिमाणात्मक मापन में किसी यंत्र पर सामान इकाईयाँ सामान परिमाण की होती हैं | जैसे 1 फीट के सभी इंच बराबर दूरी के होते हैं , एक मील में में सभी गज सामान दूरी के आदि |
3. परिमाणात्मक मापन अपने आप में सम्पूर्ण होता है | हम यदि चाहे तो किसी कपडे के टुकड़े की सारी लम्बाई का मापन कर सकते हैं | इसी प्रकार हम किसी कमरे में सम्पूर्ण आयतन या किसी दुकान में बोरियों में भरी चीनी की मात्रा का मापन कर सकते हैं |

4. किसी वस्तु का मापन स्थिर या निरपेक्ष रहता है, जैसे मांसपेशियां के सिकुदने की गति| इन सभी विशेषताओं से ज्ञात होता है कि परिमाणात्मक भौतिक मापन या वस्तुनिष्ठ होता है | यह आत्मनिष्ठ मूल्यांकन से प्रभावित नहीं होता है |

अभ्यास प्रश्न

1 परिमाणात्मक मापन से आप क्या समझते हैं ?

2 परिमाणात्मक मापन के कुछ महत्वपूर्ण गुणों को बताए |

3 भौतिक मापन परिमाणात्मक मापन होता है इस कथन की व्याख्या करें |

13.4 गुणात्मक मापन : संप्रत्यय (Concept of Qualitative measurement)

परिमाणात्मक मापन के विपरीत, मनोवैज्ञानिक गुणात्मक मापन , आत्मनिष्ठ एवं अनिश्चित होता है , जैसे- किसी अध्यापक के कार्य का निर्णय | किसी खिलौने के गुण के सम्बन्ध में निर्णय करते समय हमें किसी प्रतिमान को आधार बनाना पड़ता है | इस प्रकार के प्रतिमान की सत्ता मूल्यांकन करने वाले के मन में ही रहती है | आवश्यक नहीं है यह प्रतिमान उचित ही हो | एसी प्रकार अध्यापक की विशेषता का मापन या निर्णय करते समय प्रधानाध्यापक उसका सारा कार्य नहीं देखता , पर केवल उसका एक न्यादर्श ले लेता है | वह उसके बारे में इस प्रकार से निर्णय ले सकता है कि वह अध्यापक श्रेष्ठ कोटि का है, माध्यम कोटि का है या फिर निम्न कोटि का है | किन्तु इन प्रतीकों का कोई निश्चित मूल्य नहीं होता | कोई अध्यापक कितना श्रेष्ठ, माध्यम या निम्न कोटि का है यह कैसे जाना जा सकता है ? इसी प्रकार एक अध्यापक किसी छात्र द्वारा लिखे हिन्दी कम्पोजीशन का मूल्यांकन उसकी भाषा व्याकरण विषय-वस्तु के आधार पर कर सकता है और उसी के अनुसार उसे अंक दे सकता है | परन्तु विद्यार्थी से किस प्रकार के भाषा विषयवस्तु आदि की आशा रखनी चाहिए, इसका कोई निश्चित आदर्श नहीं है | यह तो केवल अध्यापक के मन में स्थित प्रतिमान पर निर्भर करता है |

1. इसमें कोई शून्य बिंदु नहीं होता| यदि किसी किसी बुद्धि परीक्षण में किसी बालक की बुद्धि लब्धि शून्य आ भी जाये तो इसका यह अर्थ कदापि नहीं है कि उस बालक में बुद्धि शून्य है| इसी प्रकार इकाईयों का सम्बन्ध निरपेक्ष (Absolute) न होकर सापेक्ष(Relative) है | यदि एक बालक की बुद्धिलब्धि 120 है और दूसरे की 60 , तो इसका अर्थ यह नहीं है कि पहले में दूसरे से दुगुनी बुद्धि है |
2. मानसिक या गुणात्मक मापन की इकाइयां आपस में समान नहीं हैं| 15 और 15.5 मानसिक आयु वाले बालकों की मानसिक आयु का अंतर उतना ही नहीं है , जितना 5 एवं 5.5 की मानसिक आयु वाले बालकों का| यद्यपि निरपेक्ष अंतर 0.5 वर्ष है , पर वास्तव में 5 तथा 5.5 में 15 तथा 15.5 की अपेक्षा अधिक अंतर है |
3. भौतिक मापन जैसे 80 पौंड या 15 इंच निश्चित परिमाण की ओर संकेत करते हैं किन्तु मनोवैज्ञानिक मापन में ऐसा नहीं है | यदि एक परीक्षार्थी गणित के प्रश्नों में से 10 में से 8

ठीक करे तथा लेखन में 300 शदों में से 50 भूल करे तो हम यह नहीं कह सकते कि वह गणित में होंशियार है और लेखन में कमजोर | हमें यह देखना पडेगा कि गणित के प्रश्न कठिन थे या सरल या इसी प्रकार लेखन में बोले गए प्रश्न कैसे थे | इसके अतिरिक्त अन्य विद्यार्थियों ने कितने प्रश्न किये और कितनीं भूलें की | अतः गुणात्मक मापन का तुलनात्मक महत्व है |

गुणात्मक मापन में तुलना का आधार प्रायः मानक होते हैं जो सामान्य वितरण में औसत निष्पादन के आधार पर पाये जाते हैं |

अभ्यास प्रश्न

1 गुणात्मक मापन से आप क्या समझते हैं ?

2 गुणात्मक मापन के कुछ महत्वपूर्ण गुणों को बताएं |

3 मनोवैज्ञानिक मापन गुणात्मक मापन होता है इस कथन की व्याख्या करें |

13.5 परिमाणात्मक मापन एवं गुणात्मक मापन में अंतर (Differences between quantitative and qualitative measurement)

ऊपर के उपखंडों में परिमाणात्मक मापन एवं गुणात्मक मापन की महत्वपूर्ण विशेषताओं का उल्लेख किया गया है जिसके आधार पर नीचे परिमाणात्मक मापन एवं गुणात्मक मापन के मध्य अंतर की व्याख्या की जा रही है -

क्रम संख्या	**परिमाणात्मक मापन**	**गुणात्मक मापन**
1.	शून्य बिंदु	कोई भी शून्य बिंदु नहीं बल्कि एक प्रतिमान या मानक	
2.	निश्चित तथा निरपेक्षा मूल्य की इकाईयाँ	अनिश्चित तथा केवल सापेक्ष मूल्य की इकाईयाँ	
3.	वस्तु की सम्पूर्ण मात्रा या परिमाण का माप संभव	वस्तु के किसी आंशिक गुण का ही मापन संभव
4 .	वस्तुनिष्ठ	प्रायः आत्मनिष्ठ, यद्यपि वस्तुनिष्ठ बनाने के लिए वैज्ञानिको के प्रयास

अभ्यास प्रश्न

1 परिमाणात्मक मापन एवं गुणात्मक मापन के मध्य अंतर को स्पष्ट करें |

2 परिमाणात्मक मापन एवं गुणात्मक मापन में से कौन सा मापन आत्मनिष्ठ एवं कौन सा मापन वस्तुनिष्ठ होता है ?

3 परिमाणात्मक मापन एवं गुणात्मक मापन में से कौन सा मापन शून्य बिंदु एवं कौन सा मापन कोई भी शून्य बिंदु नहीं बल्कि एक प्रतिमान या मानक को आधार बनाता है ?

13.6 मापन के उपकरण (Instrument of Measurement)

वर्तमान युग में मनोविज्ञान तथा शिक्षा की प्रगति को भी मापन ने बहुत हद तक प्रभावित किया है | मनोविज्ञान तथा शिक्षा के अंतर्गत मानव के विभिन्न व्यवहारों का अध्ययन किया जता है | इस कार्य के लिए मानव व्यवहार का मापन करना अत्यंत आवश्यक हो जाता है | मापन के लिए विभिन्न प्रकार के उपकरणों की सहायता ली जाते हैं | परीक्षण सूची (Check List),निर्धारण मापनी (Rating Scale),अवलोकन (Observation),साक्षात्कार (Interview), समाजमीति (Sociometry) आदि उपकरण मापन के लिए महत्वपूर्ण उपकरण हैं |

परीक्षण सूची (Check List) ऐसी सरल युक्ति (Simple method)है जिसमें अध्ययन के अन्तर्गत समस्या के सम्बन्ध में शोध द्वारा आवश्यक समझे जाने वाले मदों की सूची बनाई जाती है | प्रत्येक मद के सामने कुछ स्थान रखा जाता है जिसमें वह उसकी उपस्थिति या अनुपस्थिति जाँच कर के 'हां' या 'नहीं'में अंकित कर दी जाती है या उ़सकी प्रकार या संख्या उपयुक्त शब्द या संख्या लिख कर दर्शाई जाती है | इस सूची से प्रेक्षक का ध्यान सभी प्रासंगिक घटकों के तरफ आकर्षित हो जाता है और वह आंकड़ों (Data)को शीघ्रता व सुव्यवस्थित रूप में संलेख कर लेता है |

इस प्रकार परीक्षण सूची के उत्तर यथार्थ से सम्बन्धित होते हैं ,किसी निर्णय से नहीं | परीक्षण सूची शैक्षिक सर्वेक्षणों में तथ्यों के एकत्र करने का महत्वपूर्ण उपकरण होती है , अथार्त पुस्तकालय ,खेल –कूद सुविधाएँ ,स्कूल के भवन ,पाठ्यपुस्तकें ,शिक्षण विधियाँ, आदि की जाँच के लिए | परीक्षण सूची कभी –कभी प्रश्नावली के रूप में भी प्रयोग की जाती है जिसमें शोधकर्ता के स्थान पर प्रतिवादी ही उत्तर भर कर देता है |

निर्धारण मापनी (Rating Scale) मूल्यांकन के क्षेत्र में व्यवहार में आने वाले उपकरणों में सबसे अधिक प्रचलित हैं |यह अनेक रूपों में पायी जाती है |

गुड तथा स्कैट्स के अनुसार –'यह पुकारन मूल्यांकन की जाने वाली वस्तु के विभिन्न अंगों की ओर ध्यान आकर्षित करती हैं |किन्तु इसमें उतने प्रश्न अथवा खण्ड नहीं होते जितने चेकलिस्ट अथवा स्कोर कार्ड में होते हैं |'

वानहैलेन के अनुसार - निर्धारण मापनी (Rating Scale) किसी चर की श्रेणी ,उसकी गहनता अथवा महत्व अथवा बारम्बारता को निश्चित करती है |'

जॉनडब्ल्यू वेस्ट के अनुसार– 'निर्धारण मापनी (Rating Scale) किसी व्यक्ति के गुणों अथवा वस्तु के सीमित पक्षों का गुणात्मक विवरण प्रस्तुत करती हैं |'

निर्धारण मापनी (Rating Scale) दो मूल अवधारणाओं पर निर्धारित होती है :-(१)सातत्य की स्थिति और (२)उस सातत्य का प्रतीनिधित्व |

पहले की जाँच अन्तिम वितरण अध्ययन से तथा दूसरे की जाँच परीक्षण की वैधता से होती है |

अवलोकन (Observation)- हम सदैव अपने चारों ओर होने वाली क्रियाओं एवं घटनाओं का अवलोकन करते रहतें हैं | प्रातः सो कर उठने से लेकर रात्रि के सोने तक प्रंकभति की छटा से लेकर भौतिक जगत के सभी क्रिया कलापों का अवलोकन करते हैं |यह संसार के बारे में सूचनायें प्राप्त का मूल साधन है | यह हमारे दैनिक जीवन की एक महत्वपूर्ण क्रिया ही नहीं है | बल्कि वैज्ञानिक जानकारी का एक प्रमुख साधन भी है |यह एक वैज्ञानिक विधि बन जाती है ,यदि –

1. यदि अनुसंधान की समस्या के निर्धारण में सहायक होते हैं |
2. इसका नियोजन व्यवस्थित हो |
3. यह वैधता एवं विश्वसनीयता की जाँच का साधन हो |
4. वास्तव में अनुसंधान में एक उपकरण के रूप में इसका सम्बन्ध व्यक्ति के ब्राह्य व्यवहार से है | इसका सम्बन्ध न तो लिखित अभिव्यक्ति से ,न साक्षात्कार में उसके द्वारा दिए गए उत्तर से ,अपितु स्वाभाविक परिस्थिति में उसके निरीक्षण से है |

गुड तथा हैट(Good & Hatt) के अनुसार–'विज्ञान का प्रारम्भ अवलोकन से होता है |तथा इसकी पुष्टि के लिए अवलोकन में ही लौटना पड़ता है |

अवलोकन की कुछ विशेषताएं इस प्रकार है–

1. कुशलता से किया गया अवलोकन |
2. उद्देश्य पूर्ण अवलोकन |
3. व्यवस्थित अवलोकन |
4. सावधानी से किया गया अवलोकन |
5. सावधानी से किया गया शुद्ध ,वैध तथा विश्वसनीय अवलोकन |

उपर्युक्त विशेषतायें होने पर ही अवलोकन वैज्ञानिक अनुसंधान का आधार बनता है |

साक्षात्कार :

साक्षात्कार शैक्षिक अथवा मनोवैज्ञानिक स्तर पर सम्पन्न की गई वह प्रक्रिया है ,जिसमें दो अपरिचित एक दूसरे के सम्पर्क में आते हैं | **गुड तथा हैट** ने इसे स्पष्ट करते हुए लिखा है कि विश्वसनीयता तथा विस्तार को तब तक नहीं पाया जा सकता है जब तक कि मष्तिष्क में स्पष्ट नहीं है| अपितु आँकड़े प्राप्त करने का एक प्रमुख पूर्ण उदाहरण है ,जो अन्य उपकरणों का पूरक है |

जॉन डब्ल्यू बेस्ट के अनुसार –"साक्षात्कार एक प्रकार से एक मौखिक प्रकार की प्रश्नावली है| इसके अन्तर्गत उत्तर लिखने के बजाय आमने –सामने की स्थिति में विषयी मौखिक उत्तर देता है |

साक्षात्कार की श्रेष्ठता के कारण (Reasons of Superiority of Interview)-

1. लोग लिखने की अपेक्षा बात करना अधिक पसंद करते हैं |
2. साक्षात्कार में मित्रवत व्यवहार कर गोपनीय सूचना भी प्राप्त की जा सकती है |
3. यदि विषयनी ने किसी प्रकार का गलत अर्थ लगा लिया है तो साक्षात्कारकर्ता पूरक प्रश्न द्वारा स्पष्टीकरण कर सकता है |
4. साक्षात्कार के द्वारा बच्चों ,अशिक्षितों ,भाषा की कम क्षमता रखने वाले तथा कम बुद्धि वालों से भी सूचना प्राप्त कर सकते हैं |
5. साक्षात्कार से प्राप्त सूचना विश्वसनीय ,वैध ,वस्तुनिष्ठ तथा अनुसंधान के लिए उपयोगी है |

साक्षात्कार की सीमाएं (Limitations of Interview)- साक्षात्कार की निम्नलिखित सीमाएं है-

1. साक्षात्कार में अनुसंधानकर्त्ता को विषयी की मौखिक रिपोर्ट पर बहुत अधिक आश्रित रहना पड़ता है |
2. बोलने में कठिनाई आदि होने पर सूचनायें प्राप्त करने में कठिनाई हो सकती है |
3. विषयी जानबूझ कर कुछ सूचनाएं छिपा सकता हैं |
4. विषयी के पक्षपात पूर्ण विचार से भी सही सूचना नहीं मिलेगी |
5. साक्षात्कार में विषयी की स्मरण शक्ति पर निर्भर रहना पड़ता है | वह तुरन्त स्मरण करने में असमर्थ हो सकता है |
6. साक्षात्कारकर्ता का व्यवहार उसकी अभिवृत्ति तथा उपस्थिति भी उत्तर देने में बाधा डालती है |
7. **समाजमितीय विधि (Sociometric Method):-** समाजमितीय विधि (Sociometric technique)एक तरह की नामजदगी विधि (nominating technique)है | इस विधि का विकास जे० एल० मोरेनों ने १९३४ में सामूहिक मनोबल के मापन के लिए किया| सामाजिक अनुसन्धानों में अक्सर इस विधि इस विधि का उपयोग सामूहिक संगठन ,समूह

संरचना, सामाजिक स्थिति, सामाजिक अंतःक्रियाओं, आकर्षण-विकर्षण पसंदगी – नापसंदगी के अध्ययन हेतु किया जाता हैं | इस विधि में एक समूह के सदस्यों से गोपनीय ढंग से पूछा जाता है कि वे समूह के किन सदस्यों के साथ किसी विशिष्ट क्रिया को करना पसंद करेंगे या नापसंद करेंगे | किनका व्यक्तित्व आपको आकर्षित करता है या अपने समूह के किस सदस्य के प्रति विकर्षण की प्रतिक्रिया करते हैं | इस प्रकार समाजमिति केवल समूह सदस्यों में विद्यमान पसंदगी –नापसंदगी या आकर्षण–विकर्षण के मूल्यांकन के माप है |

8. **जेनिंग्स** ने समाजमिति को परिभाषित करते हुए कहा है कि "-समाजमिति को एक ऐसा यंत्र मन जा सकता है जिसके माध्यम से एक विशेष समाज, एक विशेष समूह में प्रचलित सम्पूर्ण संरचना को स्पष्ट रूप से तथा आलेखीय आधार पर प्रस्तुत किया जा सकता है |"
9. **करलिंगर** के अनुसार –" समाजमिति एक विस्तृत पद है जिससे अनेक विधियों का संकेत मिलता है | इन विधियों के द्वारा व्यक्तियों का चयन , सम्प्रेषण और अन्तः क्रिया प्रतिमानों से सम्बन्धित आकड़ों का संकलन और विश्लेषण किया जाता है |"
10. अतः वैयक्तिक सम्बन्धों को ज्ञात करने के लिए समाजमितिय को परिष्कृत किया जाता है| इस विधि में सर्वप्रथम समाजमितिक मापदंड का कथन निश्चित सांकृत्यों के रूप किया जाता है |
11. मान लीजिए कि किसी समूह में अंतःव्यक्तिक आकषर्ण का अध्ययन करना है | समूह के प्रत्येक सदस्य से यह पूछा जायेगा कि वह किसी व्यक्ति विशेष को किसी विशेष क्षेत्र में पसंद करता है या नापसंद करता है | चूँकि इस प्रकार का प्रश्न पूछना बहुत उचित नहीं होता है इस लिए इतना ही पूछा जाता है कि आप अमुक कार्य के लिए किस व्यक्ति को अधिक पसंद करेंगे | समूह के सदस्यों से प्राप्त स्वीकृति या अस्वीकृति के आधार पर समाजमिति प्रदत्तों की व्याख्या की जा सकती है इन प्रदत्तों के आधार पर समाज आलेख की भी रचना की जा सकती है | वैसे समाजमिति विधि द्वारा प्राप्त आकड़ों का निरूपण कई विधियों द्वारा किया जा सकता है |

अभ्यास प्रश्न

1 समाजमितिय विश्लेषण की विधियाँ (Methods of Sociometric Analysis) बताएं |

2 निर्धारण मापनी के गुणों एवं दोषों का विस्तार से उल्लेख करें |

3 साक्षात्कार के प्रकार (Types of Interview) के बारे में विस्तार से चर्चा कीजिये |

4 परीक्षण सूची में मदों को लिखने व व्यवस्थित करने की रीतियों का विस्तार से उल्लेख करें|

13.7 सारांश

मापन की क्रिया में किसी भी वस्तु के गुणों को उचित इकाईमें प्रकट किया जाता है | ऐसे तो मापन जैसे निरपेक्ष शब्द की व्याख्या करना एक दुष्कर कार्य है किन्तु सुविधा के हिसाब से यह अर्थ लगाया जाता है कि यह आंकड़ों का अंको के रूप में वर्णन करता है एवं किसी भी प्रत्यय का शुद्ध एवं वास्तुनिस्थ रूप से वर्णन करता है | किसी भी व्यक्ति में क्या गुण है इसकी जानकारी मापन देता है| उदाहरण के लिए , कविता अंग्रेज़ी कितने प्रभावशाली एवं सुन्दर ढंग से बोलती है या विनय का गणित का ज्ञान इतना कम क्यों है? या अमित की बुद्धि – लब्धि क्या है आदि मानसिक योग्यताओं की जानकारी मापन के क्षेत्र के अंतर्गत आती है | लेकिन , मानसिक गुणों का मापन प्रत्यक्ष रूप से करना अत्यंत कठिन कार्य है | प्रत्येक मापन क्रिया दो पदों में की जाती है | सर्वप्रथम, मापकर्ता यह निश्चय करता है कि उसे किस गुण अथवा योग्यता का मापन करना है | दूसरे वास इसके लिए उपयुक्त मापन उपकरण का चयन करता है | समस्त भौतिक मापन करने हेतु हमारा आधार शून्य होता है तथा इसका मान प्रत्येक स्थान एवं समय पर सामान ही होता है जबकि मानसिक मापन इतना वस्तुनिष्ठ, सुनिश्चित एवं सही नहीं होता इसका आधार पूरी निर्धारित मानक होते हैं जो आत्म निष्ठ होने के साथ – साथ विशिष्टता के परे भी होते हैं |

13.8 शब्दावली:

- **परिमाणात्मक मापन** : परिमाणात्मक से अर्थ यह है कि – ऐसी कोई वस्तु जिसकी भौतिक जगत में सत्ता हो , जिसमें आकार, विषय वस्तु प्रमाण आदि गुण हो जिसे देखा जा सके एवं जिसकी उपस्थिति या अनुपस्थिति को अनुभव किया जा सके | इन अर्थों में भौतिक मापन परिमाणात्मक हुआ , जैसे- दूरी ,लम्बाई , क्षेत्रफल, भार, आयतन इत्यादि का मापन | इन मापनों के लिए कुछ इकाईयों की आवश्यकता पडती है; जैसे – दूरी 12 इंच=1 फुट या 3 फुट = 1 गज

- **गुणात्मक मापन** : परिमाणात्मक मापन के विपरीत, मनोवैज्ञानिक गुणात्मक मापन , आत्मनिष्ठ एवं अनिश्चित होता है , जैसे- किसी अध्यापक के कार्य का निर्णय |
- **परीक्षण सूची (Check List)**: ऐसी सरल युक्ति (Simple method)है जिसमें अध्ययन के अन्तर्गत समस्या के सम्बन्ध में शोध द्वारा आवश्यक समझे जाने वाले मदों की सूची बनाई जाती है |

- **निर्धारण मापनी (Rating Scale) :** किसी व्यक्ति के गुणों अथवा वस्तु के सीमित पक्षों का गुणात्मक विवरण प्रस्तुत करती हैं |

- **अवलोकन (Observation)-** हम सदैव अपने चारों ओर होने वाली क्रियाओं एवं घटनाओं का अवलोकन करते रहतें हैं | प्रातः सो कर उठने से लेकर रात्रि के सोने तक प्रंकभति की छटा से लेकर भौतिक जगत के सभी क्रिया कलापों का अवलोकन करते हैं |

- **साक्षात्कार:** साक्षात्कार शैक्षिक अथवा मनोवैज्ञानिक स्तर पर सम्पन्न की गई वह प्रक्रिया है ,जिसमें दो अपरिचित एक दूसरे के सम्पर्क में आते हैं |

- **समाजमिति:** यह एक विस्तृत पद है जिससे अनेक विधियों का संकेत मिलता है | इन विधियों के द्वारा व्यक्तियों का चयन , सम्प्रेषण और अन्तः क्रिया प्रतिमानों से सम्बन्धित आकड़ों का संकलन और विश्लेषण किया जाता है |

13.9 निबंधात्मक प्रश्न

1. परिमाणात्मक मापन से आप क्या समझते हैं? इसके उद्देश्यों की व्याख्या करें।
2. गुणात्मक मापन से आप क्या समझते हैं? इसके उद्देश्यों की व्याख्या करें।
3. परिमाणात्मक मापन एवं गुणात्मक मापन में क्या अंतर है | स्पष्ट करें |
4. आकंडा संग्रहण के विभिन्न तकनीको की व्याख्या करें |

13.10 अतिरिक्त संदर्भ ग्रंथ सूची

- अस्थाना, डा बिपिन एवं अस्थाना श्वेता (2009) : मनोविज्ञान एवं शिक्षा में मापन एवं मूल्यांकन, अग्रवाल पब्लिकेशंस, आगरा –2 |
- सिंह, अरूण कुमार, (2001) शिक्षा मनोविज्ञान, पटना, भारती भवन, पब्लिशर्स एड डिस्ट्रीब्यूटर्स।
- सिंह, अरूण कुमार, (2001) संज्ञानात्मक मनोविज्ञान, वाराणसी, मोतीलाल बनारसीदास पब्लिशर्स एड डिस्ट्रीब्यूटर्स।
- सिंह, अरूण कुमार, (2001) उच्चतर मनोविज्ञान, पटना,भारती भवन, पब्लिशर्स एड डिस्ट्रीब्यूटर्स।
- Anastasi, Anne (1998): psychological testing (6th Edition.) London : Macmilan Publishing Company.
- Garrett. H.E. (1985): Statistics in psychology and Education Bombay: Vaklis, Feffer and Simons Ltd.

- Ghisselli, E. E. (1964) : Theory of Psychological Measurement, New Delhi : Tata Mc Graw Hill Publishing Co. Ltd.
- Guilford, J. P.(1954) Psychometric Methods, New Delhi: Tata Mc Graw Hill Publishing Co. Ltd..
- Thorndike, R.L. and Hegen, E.P. (1979): Measurement and Evaluation in Psychology and Education, New Delhi: Wiley Eastern Limited.
- सिंह, अरूण कुमार, (2001) शिक्षा मनोविज्ञान, पटना, भारती भवन, पब्लिशर्स एड डिस्ट्रीब्यूटर्स।
- सिंह, अरूण कुमार, (2001) संज्ञानात्मक मनोविज्ञान, वाराणसी, मोतीलाल बनारसीदास पब्लिशर्स एड डिस्ट्रीब्यूटर्स।
- सिंह, अरूण कुमार, (2001) उच्चतर मनोविज्ञान, पटना,भारती भवन, पब्लिशर्स एड डिस्ट्रीब्यूटर्स।

इकाई - 14

मनोवैज्ञानिक मापन के स्तर, विभिन्न प्रकार के मापन के स्तर

Levels of Psychological Measurement,Various types of Scale (Nominal, Ordinal, Ratio and Interval)

इकाई की रूपरेखा

14.1 प्रस्तावना
14.2 उद्देश्य
14.3 मनोवैज्ञानिक मापन के स्तर : संप्रत्यय
14.4 नामित स्तर (Nominal Scale)
14.5 क्रमिक स्तर (Ordinal Scale)
14.6 अंतराल स्तर (Interval Scale)
14.7 अनुपात स्तर (Ratio Scale)
14.8 मापन के स्तर
14.9 सारांश
14.10 शब्दावली
14.11 निबंधात्मक प्रश्न
14.12 अतिरिक्त संदर्भ ग्रंथ सूची

14.1 प्रस्तावना

मापन का जीवन में अत्यंत महत्व है | सोते जागते, उठाते बैठते – सभी समयों पर एवं अन्य अनेक अवसरों पर हम मापन का उपयोग करते हैं | मापन का अर्थ है , किन्हीं निश्चित इकाइयों में वस्तु या गुण के परिमाण का पता लगाना यह मानवीय मन के विभिन्न पक्षों या गुणों के सम्बन्ध में भी उतना ही सत्य है जितना भौतिक वस्तुओं के सम्बन्ध में| मनोवैज्ञानिक मापन भौतिक मापन की अपेक्षा अधिक जटिल होता है क्योंकि मनोविज्ञान का उद्देश्य केवल मानवीय व्यवहार का पता लगाना ही नहीं बल्कि उसमें हो रहे परिवर्तनों को देखना भी है | जब तक निश्चित एवं यथार्थ मापन के साधनों का विकास नहीं हो जाता , यह संभव नहीं होगा | मनोवैज्ञानिक व्यक्तित्व गुणों का अध्ययन एवं मापन करने का का इच्छुक रहता है और उनका उद्देश्य व्यक्ति के व्यक्तित्व का संगठन एवं सर्वतोमुखी विकास करना| इन गुणों एवं अभिवृत्तियों का विकास करने के चरों या कारकों का पता लगाना आवश्यक होता है | मापन इस तरीके से अत्यन उपयोगी है |

14.2 उद्देश्य

इस इकाई को पढ़ने के बाद आप-

- मापन का अर्थ बता सकेंगे एवं परिभाषित कर सकेंगे।
- मनोवैज्ञानिक मापन के विभिन्न स्तरों को बता सकेंगे।
- मनोवैज्ञानिक मापन के नामित स्तर को उदाहरण सहित बता सकेंगे।
- मनोवैज्ञानिक मापन के क्रमिक स्तर को उदाहरण सहित बता सकेंगे।
- मनोवैज्ञानिक मापन के अंतराल स्तर को उदाहरण सहित बता सकेंगे।
- मनोवैज्ञानिक मापन के अनुपात स्तर को उदाहरण सहित बता सकेंगे।

14.3 मनोवैज्ञानिक मापन के स्तर : संप्रत्यय (Levels of Psychological measurement : Concept)

मनोवैज्ञानिक मापन का आधार आंकड़े होते हैं| मापन चाहें किसी भी प्रकार का हो – भौतिक, सामाजिक, आर्थिक अथवा मनोवैज्ञानिक, हमें सम्बंधित आंकडें उपलब्ध कराने ही पड़ते हैं | सुविधा के लिए उपलब्ध आंकड़ों को हम चार स्तरों में रखते हैं | ये चारों स्तर एक निश्चित क्रम में रखे जाते हैं | जो स्तर जितना निम्न होता है , उसका मापन उतना ही सरल होता है लेकिन उसके द्वारा किये गए मापन में हमारे निष्कर्षों की शुद्धता उतनी ही संदेहास्पद होगी , इसके विपरीत स्तर जितना ही उच्च होगा उसका मापन उतना ही जटिल होगा लेकिन उसके द्वारा प्राप्त निष्कर्ष अधिक शोध होंगे| इस प्रकार मापन की शुद्धता उसके स्तर पर निर्भर करती है | बहुधा, मापन प्रक्रिया के अंतर्गत व्यक्तियों , वस्तुओं , घटनाओं , निरीक्षणों को अंकात्मक रूप प्रदान किया जाता है परिणाम स्वरुप प्रत्येक मापनी का एक ही उद्देश्य होता है तथा उसके नियम , सिद्धांत , विशेषताएं, सीमाएं एवं सांख्यकीय विधियाँ दूसरे स्तर से पूर्णतया भिन्न होते हैं | स्टीवेंस ने मापन के चार सामान्य स्तरों का उल्लेख किया है | यह चार स्तर है

1. **नामित स्तर (Nominal Scale)**
2. **क्रमिक स्तर (Ordinal Scale)**
3. **अंतराल स्तर (Interval Scale)**
4. **अनुपात स्तर (Ratio Scale)**

उपरोक्त स्तरों को अनेक कसौटियों के आधार पर अलग- अलग किया जा सकता है | जिन नियमों के आधार पर प्रतीको का आरोपण किया जाता है वही इनके लिए कसौटियों का निर्माण करते हैं | उच्च स्तरों के लिए अधिक नियंत्रित नियमों की आवश्यकता होती है| मापनी का स्तर जितना उच्च होगा, अंको का उतना ही अधिक आरोपण उस पर किया जा सकता है | हम प्रत्येक स्तर को अलग – अलग देखेगें |

14.4 नामित स्तर (Nominal Scale)

नामित मापनी : इस प्रकार की मापनियों में हम अंको का प्रयोग वर्गों को इंगित करने के लिए करते हैं| एक समूह या वर्ग के सदस्यों को प्रायः समान समझा जाता है | और इसी आधार पर एक समूह को समूह – अ और दूसरे समूह को समूह – ब कहकर पुकारते हैं | नंबरों को परिवर्तित करके भी उद्देश्य को प्राप्त किया जा सकता है |

वर्गीकरण , तार्किक रूप से निम्नतम कोटि का मापन है | जब वर्गों को रेखीय मापनी पर क्रमबद्ध किया जाता है , जो कि मात्रात्मक वर्गीकरण है, तब हम पूर्ण मापन की ओर एक कदम आगे अग्रसर होते हैं | उच्चतम मापन में भी वर्गीकरण के सिद्धांत का आरोपण होता है|

प्रकारात्मक प्रकार के वर्गीकरण में भी हम कुछ सांख्यकीय सिद्धांतों का उपयोग कर सकते हैं| हम हर वर्ग में तत्वों की संख्या की गिनती कर आवृत्तियाँ प्राप्त कर सकते हैं | इसमें हम यह ज्ञात कर सकते हैं कि कौन सा वर्ग सबसे अधिक लोकप्रिय है | इस प्रकार का वर्ग, बहुलांक (मोड) वर्ग होता है | इसी प्रकार की सांख्यकी का प्रयोग उच्च स्तरीय मापन में भी किया जा सकता है|

उदाहरण : क्रिकेट टीम में खिलाड़ियों का टी- शर्टपर नंबर अंकित करना , जिससे उन्हें पहचाना जा सके कि अब कौन से नंबर से नंबर का खिलाड़ी खेल रहा है| इसी प्रकार ग्रामीण व शहरी , स्त्री तथा पुरुष व अशिक्षित वर्ग में अंतर स्पष्ट करने के लिए उन्हें अलग अलग वर्गों में रखा जाएगा | इसी प्रकार ए टी ऍम का प्रयोग करने के लिए बैंको द्वारा अलग अलग कोड निर्धारित करना , इंटरनेट पर आन लाइन अकाउंट खोलने के लिए या इ- मेल पता खोलने के लिए अलग अलग पास वर्ड का निर्धारण किया जाना | डाक वितरण के लिए पिन कोड देना , जैसे कोटा के लिए -३२४०२१ आदि | रेलवे डिविजन को संकेत चिन्ह प्रदान करना , विभिन्न बैंको के लिए अलग – अलग कोड नंबर तथा संकेत चिन्ह निर्धारित करना, जैसे स्टेट बैंक इंडिया की विभिन्न शाखाओं को , जो अलग- अलग शहरों व राज्यों में स्थापित हैं , अलग- अलग कोड नंबर दिया जाना | | इसी प्रकार टेलीफोन या मोबाइल का नंबर प्रदान किया जाना आदि सभी उदाहरण शाब्दिक स्तर के मापन के अंतर्गत आते हैं|

विभिन्न प्रकार के मापन वर्गीकरण में मापन के इस स्तर का प्रयोग करतें हैं| शोध के हिसाब से यह स्तर महत्वपूर्ण नहीं है क्योंकि इसमें गिनती करने के अलावा किसी प्रकार की सांख्यकीय प्राविधि का प्रयोग नहीं किया जाता है |

अभ्यास प्रश्न

1 नामित स्तर के मापन से आप क्या समझते हैं ?

2 नामित स्तर का मापन किस प्रकार का मापन है ?

3 नामित स्तर के मापन का एक उदाहरण दें |

4 क्या नामित स्तर के मापन में सांख्यकीय प्रविधि का प्रयोग किया जा सकता है ?

14.5 क्रमिक स्तर के मापन

मापनियों के क्रम (Order) में क्रमिक स्तर नीचे से ऊपर की ओर द्वितीय क्रमांक पर आता है| इस मापन में व्यक्तियों ,वस्तुओं , घटनाओं , विशेषताओं या प्रतिक्रियाओं को किसी गुण के आधार पर एक क्रम (Hierarchical Order) में आरोही (Ascending Order) या अवरोही (Descending Order) में व्यवस्थित करते हैं | इसके पश्चात उन्हें रैंक प्रदान की जाती है , जैसे सुंदरता प्रतियोगिता (Beauty Contest) में मिस इंडिया या मिस यूनिवर्स का चयन सुंदरता के आधार पर करना , छात्रों को अंको के आधार पर , प्रथम, द्वितीय व तीसरा श्रेणी का निर्धारण करना, किसी कार्यालय या संस्थान में अनुभव व शैक्षिक रिकार्ड को वरीयता देते हुए कर्मचारियों की नियुक्ति करना या नौकरी में प्रोन्नति देना , फार्मूला वन रेस कर में अच्छा प्रदर्शन करने पर खिलाड़ियों को ट्राफी देना आदि क्रमिक स्तर के मापन के अंतर्गत आते हैं | इस मापन के स्तर को क्रम प्रदान करने के लिए निम्न दो विधियों का प्रयोग करतें हैं –

पंक्ति क्रम विधि

युग्म क्रम विधि

प्रथम विधि (First Method) तो साधारण है तथा इसके अंतर्गत वस्तुओं को उनके कोटि क्रम के अनुसार क्रमबद्ध किया जाता है, जैसे आइसक्रीम के फ्लेवर व स्वयं की पसंद के अनुसार, आइसक्रीम को क्रम में रखना -

1. स्ट्राबेरी आइसक्रीम
2. वनीला आइसक्रीम
3. चाकलेटी आइसक्रीम
4. मैंगो आइसक्रीम
5. आरेंज आइसक्रीम
6. मिल्की आइसक्रीम आदि

इसके दूसरे तरफ युग्म तुलना विधि में समस्त सदस्यों की तुलना जोड़े में की जाती है | समूह में जोड़े की संख्या निर्धारित करने के लिए निम्नलिखित सूत्र का प्रयोग किया जाता है |

कुल जोड़ों की संख्या ,

समूह में कुल सदस्यों की संख्या

युग्म तुलना विधि में समूह के समस्त सदस्यों का श्रृंखला के समस्त पदार्थों का युग्म या जोड़ों की तुलना की जाती है | किस समूह में कितने जोड़े बनेगें , उसके लिए उपरोक्त सूत्र का प्रयोग किया जाता है | इस स्केल का प्रयोग भौतिक , सामाजिक तथा मनोविज्ञान के क्षेत्र में किया जाता है , फिर भी इसे अत्यधिक, शुद्ध, विश्वसनीय व वैज्ञानिक पद्धति नहीं माना जाता है | इस स्केल में सान्खिकीय प्रविधियों, जैसे मध्यांक (Median) , शातान्शीय मान (Percentiles) , सह सम्बन्ध गुणांक (r) की प्रयोग की संभावना रखते हुए भी यह मापनी दो व्यक्तियों के मध्य अंतर तो बताती है , लेकिन इससे यह पता नहीं चल पाता है उन व्यक्तियों के मध्य वास्तविक अंतर कितना है |

उदाहरण के लिए यदि a और b बराबर नहीं है तो वी किसी दिशा में भिन्न होंगे | यह दिशा प्रायः वस्तुओं कि किसी एक पक्ष के सन्दर्भ में होती हैं जैसे- ऊंचाई, गर्मी, तीव्रता एवं शाब्दिक क्षमता |

कभी – कभी वर्गों का वर्गीकरण दो या अधिक परिवर्तियों के आधार पर किया जाता है | उदाहरणार्थ हम व्यक्तियों को सामाजिक- आर्थिक स्तर के आधार पर श्रेणीबद्ध कर सकते हैं ,जहाँ प्रवृति दो या उससे अधिक पक्ष हैं | जैसे – आय , शिक्षा , तथा व्यवसाय | दो व्यक्ति आय के हिसाब से एक ही श्रेणी में हो सकते हैं , पर शिक्षा के हिसाब से वे बिल्कुल भिन्न श्रेणीयों में भी हो सकते हैं |

मिश्रित प्रवृर्तियों के आधार पर वर्गीकरण करने का प्रचलन मनोविज्ञान में बहुत प्रचलित है | इस प्रकार वर्गीकरण के लिए हम बहुपक्षीय मापनी (Multi- dimensional Scaling) या कारक विश्लेषण (Factor Analysis) का प्रयोग करते हैं |

अभ्यास प्रश्न

1 क्रमिक स्तर के मापन से आप क्या समझते हैं ?

2 क्रमिक स्तर के मापन का एक उदाहरण प्रस्तुत करें |

3 क्रमिक स्तर का मापन किस प्रकार मापन है ?

14.6 अंतराल स्तर (Interval Scale)

यह मापन का तीसरा स्तर (Third Level) है | इसमें उपरोक्त दोनों स्तरों की सीमाओं का निर्धारण किया गया है | इस मापनी के अंतर्गत हम किन्हीं दो वर्गों व्यक्तियों या वस्तुओं के मध्य अंतर को अंको के माध्यम से प्रदर्शित करते हैं | प्रत्येक अंतर की डोरी सामान होती है | यद्यपि इस मापनी का कोई परिशुद्ध बिंदु नहीं होता है जिसके आधार पर यह पता ल गाया जा सके कि कोई भी अंक इस आधार पर शून्य से कितना दूर है , फिर भी सामान दूरी पर व्यवस्थित अंको को ही हम मापनी की स्थिर इकाई मानते हैं | यह मापनी क्रमिक मापनी की अपेक्षा अधिक शुद्ध विकसित एवं सूचनाएं प्रदान करती हैं क्योंकि यह मापनी विभिन्न इकाईयों के बीच के अंतर को भी स्पष्ट करती है | इस प्रकार की मापनी में दो वस्तुओं में वही दूरी रहती है जो कि बौद्धिक स्तर पर होती है | इन दूरियों को अंको के माध्यम से दर्शाया जाता है | उदाहरण के लिए यदि दो वस्तुओं को 5 और 10अंक दिए गए हैं तो 5 वाली वस्तु की 10 वाली वस्तु से दूरी उतनी ही होगी जितनी 15 वाली 20 वाली से | हम

इस प्रकार भी कह सकते हैं कि अ से ब की दूरी , ब से स के दूरी के बराबर होगी | इस प्रकार कथनों को प्रयोगात्मक रूप से जांचा जा सकता है |

इस स्तर पर हम अंतरालों को जोडने की बात कर सकते हैं , परतु इसका तात्पर्य यह नहीं है कि योगिकता के महत्वपूर्ण विशेषता को हमने प्राप्त कर लिया | मापनी पर मूल्यों को जोडने का कोई भी अर्थ नहीं है | इसका सरल सा कारण यह है कि हमें शून्य का मूल्य ज्ञात नहीं है या उसे हमने किसी वंचित स्थान पर स्थिर कर रखा है | यहाँ शून्य कदाचित वह सीमा नहीं है जहाँ विशेषता की मात्रा समाप्त हो जाती है | यदि हम अंतराल मापनी पर 5 और 8 अंको को ले और उन्हें जोड़ें तो हमें 14 प्राप्त होता है | जो यह बताता है कि शून्य से यह जोड़ 14 इकाईयाँ ऊपर है | अब यदि हमने शून्य को 8 पर स्थिर कर दिया तो वास्तविक शून्य से इसकी दूरी 21 इकाई है | जब कि मापनी पर यह हमें केवल 14 प्राप्त होती है | अतः इस मापनी पर योग, शून्य की स्थिति के साथ – साथ परिवर्तित होता रहता है | अंतराल मापनी के उदाहरण के लिए थर्मामीटर , कैलेंडर तथा घड़ी आदि को लिया जा सकता है | इस मापनी का स्तर एक प्रकार से गुणात्मक आंकड़ों को परिमाणात्मक आंकड़ों में प्रस्तुत करता है | फारेन्हाईट तथा सेंटीग्रेट थर्मामीटर इस मापनी के उपयुक्त तथा प्रचलित उदाहरण हैं | थर्मामीटर में तापक्रम 98 से 108 डिग्री तक अंकित होता है तथा उसमें अंतर 99 तथा 100 डिग्री के मध्य होता है |

वास्तविक शून्य बिंदु का न होना ही इस मापनी का प्रमुख दोष है | जिसके कारण इस मापनी द्वारा किया गया मापन सापेक्ष होता है न कि निरपेक्ष अर्थात यदि कोई छात्र किसी परीक्षण में शून्य अंक प्राप्त करता है तो इसका अर्थ यह नहीं है उस छात्र की उस विषय की ज्ञान की मात्रा बिलकुल नहीं है | थर्मामीटर में किसी व्यक्ति का तापक्रम देखने पर 9 8.4 डिग्री सामान्य माना जाता है | यदि किसी कारणवश यदि एक व्यक्ति का तापमान देखने पर 9 7 डिग्री आता है तो जहाँ यह एक ओर यह दर्शाता है कि अमुक व्यक्ति (Any Person) को बुखार नहीं है वहाँ हमें यह अंदाजा नहीं लगाना चाहिए कि उस व्यक्ति के शरीर में ताप या गर्मी है ही नहीं | इस मापनी की महत्वपुर्ण बात यह है कि इसमें स्केल पर किसी भी जगह इकाइयों की सामान दूरी का अंतर सदैव सामान रहता है |

अब हमें यह देखना है कि अंतराल मापनी द्वारा मापन में हम किन सांख्यकीय विधियों का प्रयोग कर सकते हैं | इस मापनी द्वारा मापन में करीब – करीब सभी महत्वपूर्ण सांख्यकीय विधियों का प्रयोग किया जा सकता है | उदाहरण के लिए औसतांक (Mean) , मानक विचलन (Standard Deviation) तथा सह सम्बन्ध गुणांक (r) आदि का और उन समस्त सांख्यकीय विधियों का जी उक्त सांख्यकीय विधियों पर आधारित हैं | इस स्तर पर केवल हम Coefficient of Variance का प्रयोग नहीं कर सकते |

अभ्यास प्रश्न

1 अंतराल स्तर के मापन से आप क्या समझते हैं ?

2 अंतराल स्तर के मापन का एक उदाहरण प्रस्तुत करें |

3 अंतराल स्तर का मापन , मापन का कौन सा स्तर है?

4 अंतराल स्तर के मापन में किस प्रकार के सांख्यकीय प्रविधियों का प्रयोग किया जा सकता है ?

14.7 अनुपात स्तर (Ratio Scale)

यह मापन का चतुर्थ स्तर (Fourth Level) है | इस मापन स्तर पर मापन अधिक यथार्थ एवं शुद्ध (Correct) रहता है | मापन की यह वस्तुनिष्ठ , विश्वसनीय व वैज्ञानिक मापनी है | इसमें उपरोक्त तीनों प्रकार की विशेषताएं विद्यमान होतीं हैं | इस स्तर की प्रमुख विशेषता निरपेक्ष शून्य बिंदु है | इस शून्य बिंदु का सम्बन्ध किसी घटना , शील गुण या विशेषता की शून्य मात्रा से होता है | भौतिक मापन में हमेशा निरपेक्ष शून्य बिंदु पाया जाता है , जैसे- मीटर , किलोमीटर , ग्राम , लीटर , मिलीमीटर आदि

अनुपात मापनी या स्तर को निरपेक्ष शून्य (Absolute Zero) बिंदु मापनी का प्रारंभिक बिंदु माना जाता है | इसी के द्वारा हम दो स्थानों या विशेषताओं के मध्य दूरी का अनुमान लगा पातें हैं तथा कह सकते हैं कि अ स्थान की तुलना में ब स्थान कितना अधिक पास या दूर है | इसी प्रकार , यदि किसी गुण के आधार पर अमित , राजीव व प्रशांत को क्रमशः ३०, ६०, तथा ९० अंक प्रदान कियें जाए तो इस मापनी के अनुसार हम कहेगें कि जो गुण अमित में जिस मात्रा में विद्यमान है , राजीव में उससे दो गुनी मात्रा में है तथा प्रशांत में तीन गुना अधिक मात्रा में पाया जाता है | अतः इस मापनी की प्रत्येक इकाई की दी गयी संख्या मापित गुण की विभिन्न मात्राओं के मध्य अनुपात को प्रकट करती हैं | इसमें गणितीय संक्रियाओं की प्रयोग की निश्चित सीमा न होकर समस्त संक्रियाओं– गुणा, जोड़ , भाग , घटाना अदि का प्रयोग किया जाता है |

उदाहरण के लिए एक आनुपातिक मापनी में किन्हीं दो बिंदुओं के बीच का अनुपात, मापन की इकाई पर निर्भर नहीं रहता | लम्बाई जिसका मापन फूट इंच या किन्ही अन्य इकाइयों में होता है , एक आनुपातिक मापनी है | एक वस्तु जिसकी लम्बाई १२ फूट ६ इंच है उस वस्तु से दुगुनी है जिसकी लम्बाई ६ फूट ३ इंच है | वज़न या भार का मापन भी आनुपातिक मापनी में होता है क्योंकि ओउंस तथा पाउंड में , ऑउंस भी एक वास्तविक शून्य बिंदु होता है | यदि हम पाउंड तथा ऑउंस दोनों में किन्हीं दो वस्तुओं का भार ज्ञात करें तो हम पायेंगें कि उनके ऑउंस तथा पाउंड के वज़न में आनुपातिक सम्बन्ध होगा | आनुपातिक मापनी में मापन की इकाई निहित या स्वेच्छाचारी होती है पर शून्य बिंदु निश्चित होता है |

अभ्यास प्रश्न

1 अनुपात स्तर के मापन से आप क्या समझते हैं ?

2 अनुपात स्तर के मापन का एक उदाहरण प्रस्तुत करें |

3 अनुपात स्तर के मापन का प्रारंभिक बिंदु क्या होता है?

4 अनुपात स्तर का मापन, मापन का कौन सा स्तर है ?

5 अनुपात स्तर के मापन का प्रारंभिक बिंदु क्या होता है?

14.8 मापन के स्तर (Levels Of Measurement)

क्रम संख्या	**मापनी (Scale)**	**प्रकृति (Nature)**	**मापन (Measurement)**
1	**वर्गीकरण/ नामित (Nominal Scale)**	समानता (Equivalence)	आवृत्ति वितरण बहुलांक (Mode)
2	**क्रमिक Ordinal**	समानता से बड़ा	मध्यांक (Median), शतांश (Percentile) रो (Rho)
3	**अंतराल (Interval)**	समानता से बड़ा किन्हीं दो अंतरालों का ज्ञात अनुपात	औसतांक (Median) मानक विचलन (Standard Deviation) सह – सम्बन्ध (Co-relation)
4	**अनुपात (Ratio)**	समानता से बड़ा किन्हीं दो अंतरालों का ज्ञात अनुपात किन्हीं दो मापनी मूल्यों का ज्ञात अनुपात	ज्यामितिक औसतांक (Geometric Mean) विचलन गुणांक (Coefficient of Variation)

अभ्यास प्रश्न

1 नामित स्तर के मापन की प्रकृति क्या होती है ?

2 क्रमिक स्तर के मापन की प्रकृति क्या होती है ?

3 अंतराल स्तर के मापन की प्रकृति क्या होती है ?

4 अनुपात स्तर के मापन की प्रकृति क्या होती है ?

14.9 सारांश (Summary)

मापन का जीवन में अत्यंत महत्व है | सोते जागते, उठते बैठते – सभी समयों पर एवं अन्य अनेक अवसरों पर हम मापन का उपयोग करते हैं| मनोवैज्ञानिक मापन का आधार आंकड़े होते हैं | मापन चाहें किसी भी प्रकार का हो – भौतिक, सामाजिक, आर्थिक अथवा मनोवैज्ञानिक, हमें सम्बंधित आंकडें उपलब्ध कराने ही पड़ते हैं | सुविधा के लिए उपलब्ध आंकड़ों को हम चार स्तरों में रखते हैं | ये चारों स्तर एक निश्चित क्रम में रखे जाते हैं |

1. नामित स्तर (Nominal Scale)
2. क्रमिक स्तर (Ordinal Scale)
3. अंतराल स्तर (Interval Scale)
4. अनुपात स्तर (Ratio Scale)

1. **नामित स्तर (Nominal Scale)** : इस प्रकार की मापनियों में हम अंको का प्रयोग वर्गों को इंगित करने के लिए करते हैं | एक समूह या वर्ग के सदस्यों को प्रायः समान समझा जाता है |
2. **क्रमिक स्तर (Ordinal Scale):**मापनियों के क्रम में क्रमिक स्तर नीचे से ऊपर की ओर द्वितीय क्रमांक पर आता है | इस मापन में व्यक्तियों ,वस्तुओं , घटनाओं , विशेषताओं या प्रतिक्रियाओं को किसी गुण के आधार पर एक क्रम (Hierarchical Order) में आरोही (Ascending Order) या अवरोही (Descending Order) में व्यवस्थित करते हैं | इसके पश्चात उन्हें रैंक प्रदान की जाती है |
3. **अंतराल स्तर (Interval Scale**): यह मापन का तीसरा स्तर है | इसमें उपरोक्त दोनों स्तरों की सीमाओं का निर्धारण किया गया है | इस मापनी के अंतर्गत हम किन्हीं दो वर्गों व्यक्तियों या वस्तुओं के मध्य अंतर को अंको के माध्यम से प्रदर्शित करते हैं | प्रत्येक अंतर की डोरी सामान होती है |
4. **अनुपात स्तर (Ratio Scale):** यह मापन का चतुर्थ अनुपात स्तर है | इस मापन स्तर पर मापन अधिक यथार्थ एवं शुद्ध रहता है | मापन की यह वस्तुनिष्ठ, विश्वसनीय व वैज्ञानिक मापनी है | इसमें उपरोक्त तीनों प्रकार की विशेषताएं विद्यमान होतीं हैं | इस स्तर की प्रमुख विशेषता निरपेक्ष शून्य बिंदु है | इस शून्य बिंदु का सम्बन्ध किसी घटना , शील गुण या विशेषता की शून्य मात्रा से होता है |

14.10 शब्दावली

- **नामित स्तर(Nominal Scale)** : इस प्रकार की मापनियों में हम अंको का प्रयोग वर्गों को इंगित करने के लिए करते हैं| एक समूह या वर्ग के सदस्यों को प्रायः सामान समझा जाता है |

- **क्रमिक स्तर (Ordinal Scale):**मापनियों के क्रम में क्रमिक स्तर नीचे से ऊपर की ओर द्वितीय क्रमांक पर आता है | इस मापन में व्यक्तियों ,वस्तुओं , घटनाओं , विशेषताओं या प्रतिक्रियाओं को किसी गुण के आधार पर एक क्रम (Hierarchical Order) में आरोही (Ascending Order)या अवरोही (Descending Order) में व्यवस्थित करते हैं | इसके पश्चात उन्हें रैंक प्रदान की जाती है |

- **अंतराल स्तर (Interval Scale**): यह मापन का तीसरा स्तर है | इसमें उपरोक्त दोनों स्तरों की सीमाओं का निर्धारण किया गया है | इस मापनी के अंतर्गत हम किन्हीं दो वर्गों व्यक्तियों या वस्तुओं के मध्य अंतर को अंको के माध्यम से प्रदर्शित करते हैं | प्रत्येक अंतर की डोरी सामान होती है |

- **अनुपात स्तर (Ratio Scale):** यह मापन का चतुर्थ अनुपात स्तर है | इस मापन स्तर पर मापन अधिक यथार्थ एवं शुद्ध रहता है | मापन की यह वास्तुनिस्थ , विश्वसनीय व वैज्ञानिक मापनी है | इसमें उपरोक्त तीनों प्रकार की विशेषताएं विद्यमान होतीं हैं | इस स्तर की प्रमुख विशेषता निरपेक्ष शून्य बिंदु है | इस शून्य बिंदु का सम्बन्ध किसी घटना , शील गुण या विशेषता की शून्य मात्रा से होता है |

14.11 निबंधात्मक प्रश्न

1. मापन का मनोविज्ञान में क्या महत्व है ? विस्तार से अपने शब्दों में उदाहरण सहित वर्णन करें |
2. मापन के चार स्तर कौन- कौन से है ?
3. मापन के चारों स्तरों के बारें में उदाहरण सहित लिखिए |
4. मापन का सबसे शुद्ध स्तर कौन सा होता है ? उदाहरण सहित समझाएं |
5. मनोविज्ञान में मापन के किस स्तर की आवश्यकता सबसे ज़्यादा होती हैं ? उदाहरण सहित समझाएं |

14.12 अतिरिक्त संदर्भ ग्रंथ सूची (References)

- अस्थाना, डा बिपिन एवं अस्थाना श्वेता (2009) : मनोविज्ञान एवं शिक्षा में मापन एवं मूल्यांकन, अग्रवाल पब्लिकेशंस, आगरा –2
- सिंह, अरूण कुमार, (2001) शिक्षा मनोविज्ञान, पटना, भारती भवन, पब्लिशर्स एड डिस्ट्रीब्यूटर्स।

- सिंह, अरूण कुमार, (2001) संज्ञानात्मक मनोविज्ञान, वाराणसी, मोतीलाल बनारसीदास पब्लिशर्स एड डिस्ट्रीब्यूटर्स।
- सिंह, अरूण कुमार, (2001) उच्चतर मनोविज्ञान, पटना,भारती भवन, पब्लिशर्स एड डिस्ट्रीब्यूटर्स।
- Anastasi, Anne (1998): Psychological testing (6th Edition.) London: Macmilan Publishing Company
- Garrett. H.E. (1985): Statistics in psychology and Education Bombay: Vaklis, Feffer and Simons Ltd.
- Ghisselli, E. E. (1964) : Theory of Psychological Measurement, New Delhi : Tata Mc Graw Hill Publishing Co. Ltd..
- Guilford, J. P.(1954) Psychometric Methods, New Delhi: Tata Mc Graw Hill Publishing Co. Ltd..
- Thorndike, R.L. and Hegen, E.P. (1979): Measurement and Evaluation in Psychology and Education, New Delhi: Wiley Eastern Limited.
- सिंह, अरूण कुमार, (2001) शिक्षा मनोविज्ञान, पटना, भारती भवन, पब्लिशर्स एड डिस्ट्रीब्यूटर्स।
- सिंह, अरूण कुमार, (2001) संज्ञानात्मक मनोविज्ञान, वाराणसी, मोतीलाल बनारसीदास पब्लिशर्स एड डिस्ट्रीब्यूटर्स।
- सिंह, अरूण कुमार, (2001) उच्चतर मनोविज्ञान, पटना,भारती भवन, पब्लिशर्स एड डिस्ट्रीब्यूटर्स।

इकाई -15

परीक्षण रचना के सोपान, पदों का लेखन एवं चयन पद विश्लेषण तकनीक

Steps of Test construction, writing and selection of items; Item Analysis techniques

15.1 प्रस्तावना

15.2 उद्देश्य

15.3 व्यवहार परीक्षण

15.4 उत्तम परीक्षण की विशेषताएं

15.5 परीक्षण निर्माण के पद

15.5.1 नियोजन (Planning)

15.5.2 परीक्षण निर्माण (Preparation)

15.5.3 पद विश्लेषण मूल्यांकन (Evaluation or Try-out or Item-analysis)

15.5.4 एकांशों का चयन

15.5.5 प्रमापीकरण (Standardization)

15.6 सारांश

15.7 शब्दावली

15.8 स्वमूल्यांकन हेतु प्रश्न

15.9 संदर्भग्रंथसूची

15.1 प्रस्तावना

विभिन्न प्रकार की मनोवैज्ञानिक परीक्षाओं का निर्माण करना शैक्षिक अनुसंधान का एक महत्वपूर्ण अंग है। प्रत्येक शोधकर्ता को कोई न कोई परीक्षा तो स्वयं बनानी ही पड़ती है क्योंकि बनी बनाई परीक्षाएं एवं मापनियाँ प्राय: उपलब्ध नहीं होती है। मनोवैज्ञानिक विशेषताएँ एवं चर इतने अधिक है कि उन सबका मापन करने वाली परीक्षाएं कभी उपलब्ध होने की संभावना नहीं हो सकती। अत: प्रत्येक शोधकर्ता को यह अच्छी तरह जानना एवं समझना चाहिए कि इन परीक्षाओं का निर्माण

किस प्रकार किया जाता है । प्रस्तुत अध्याय में यही प्रयास किया गया है कि परीक्षण निर्माण की प्रक्रिया को समझा जाए , पदों के लेखन, चयन एवं पद विश्लेषण तकनीकी को भी समझा जाये |

15.2 उद्देश्य

इस इकाई के अध्ययन के पश्चात आपको :

- विभिन्न व्यवहार परीक्षणों की जानकारी प्राप्त हो सकेगी |
- उत्तम परीक्षण की विशेषताओं के बारे में जान सकेंगे ।
- परीक्षण निर्माण के विभिन्न पदों की जानकारी हो सकेगी ।
- पद विश्लेषण की विस्तृत प्रक्रिया की जानकारी प्राप्त हो सकेगी ।
- एकांशों के चयन एवं प्रमाणीकरण से परिचित हो सकेंगे।

15.3 व्यवहार परीक्षण (Behavioural Testing)

मानव का व्यवहार वातावरण से बहुत प्रभावित होता है | जो कुछ वह अपने परिवेश में सीखता है वह उसके व्यक्तित्व का अंग बनता है | व्यवहार औपचारिक, अनौपचारिक, उद्देश्यपूर्ण अनेक तरीको से सीखता है, लेकिन हम जो उसे उद्देश्यपूर्ण व्यवहार देते हैं उसका मापन भी करना चाहते है | उसके लिये हमें परीक्षण रचना करनी होती है | व्यवहार के तीन पक्ष होते हैं- संज्ञानात्मक, भावात्मक एवं क्रियात्मक। साधारणतय इनके लिए उपलब्धि परीक्षण, मनोवैज्ञानिक परीक्षण एवं निष्पादन परीक्षण बनाये जाते हैं जिसको निम्नलिखित रूप में समझा जा सकता है -

(a) संज्ञानात्मक व्यवहार का परीक्षण

इस हेतु कक्षा कक्ष में निर्धारित उद्देश्यों के अनुरूप जो शिक्षण कार्य किया गया उसके फलस्वरूप जो बालक ने अर्जित किया वह कितना किया इसके मापन हेतु उपलब्धि परीक्षण का निर्माण किया जाता है । आवश्यकतानुसार निदानात्मक परीक्षण का निर्माण भी किया जाता है अत: उपयोग के आधार पर इन्हें और अनेक भागों में बाँटा जा सकता है :

उपलब्धि परीक्षण

अध्यापक निर्मित परीक्षण 1. मौखिक परीक्षण 2. लिखित परीक्षण

3. निबन्धात्मक परीक्षण 4. वस्तुनिष्ठ परीक्षण

(b) भावात्मक व्यवहार परीक्षण - भावात्मक व्यवहार के मापन हेतु साधारणतया मानवीकृत परीक्षको का उपयोग किया जाता है जो मनोवैज्ञानिक परीक्षणों के रूप में उपलब्ध हेतु इनकी

विश्वसनीयता एवं वैद्यता व्यापक स्तर पर प्रशासित कर उच्च स्तर की ज्ञात की हुई होती है उसके अलावा सीमित उद्देश्यों के लिए छोटे न्यादर्शो की उपयोगिता हेतु स्वनिर्मित व्यवहार परीक्षण बनाये जाते हैं |

(c) क्रियात्मक व्यवहार परीक्षण - क्रियात्मक व्यवहार के परीक्षण हेतु प्रायोगिक परीक्षणों का निर्माण किया जाता है और आवश्यकतानुसार कुछ मानकीकृत निदानात्मक परीक्षण भी उपलब्ध होते हैं।

15.3.1 वस्तुनिष्ठ परीक्षण के प्रारूप - पाठ्यक्रम निर्माण के बाद उसका क्रियान्वयन विद्यालय में होता है। पाठ्यक्रम की विषयवस्तु पर तो अध्यापक प्रश्नों का निर्धारण करता ही है किन्तु यथावश्यक मूल्यांकन के अन्य पक्षों को ध्यान में रखते हुए वह मूल्यांकन प्रक्रिया में संलग्न रहता है। उद्देश्याधारित वस्तुनिष्ठ प्रश्नों का निर्माण करता है जो कई प्रकार से प्रस्तुत किये जा सकते हैं। निम्नांकित रेखाचित्र के माध्यम से वस्तुनिष्ठ प्रश्नों के प्रारूप को स्पष्ट कर सकते हैं।

वस्तुनिष्ठ प्रश्न

1. प्रत्यास्मरण रूप (Recall Type) - इस वर्ग के अन्तर्गत ऐसे प्रश्न रखे जाते हैं जिनकी सहायता से सीखे हुए तथ्य की पुनरावृति या प्रत्यास्मरण किया जा सके। ये प्रश्न परीक्षार्थी की धारणशक्ति (Power of retention) का मापन करने में सहायक होते हैं। ये प्रश्न मात्र रटने पर बल देते हैं। बालक कितना समझ सका है, इस प्रकार का परीक्षण इन प्रश्नों द्वारा नहीं किया जा सकता। ये प्रश्न दो प्रकार के होते हैं-

(अ) साधारण प्रत्यास्मरण रूप (Simple recall) - सूचनात्मक ज्ञान के परीक्षण हेतु इस प्रकार के प्रश्नों का अधिकांशत: प्रयोग किया जाता है। ये प्रश्न एक लघुवाक्य के रूप में होते हैं एवं इनका उत्तर भी स्पष्ट रूप से एक छोटे वाक्य या कुछ निश्चित शब्दों के रूप में होता है।

उदाहरणार्थ -

(1) राजस्थान की राजधानी कहां है? (.....)

(2) भारत के तीसरे राष्ट्रपति कौन थे? (.....)

(3) लोक सभा में विपक्ष के नेता कौन हैं? (.....)

(4) शिक्षा में बी0एस0 ब्लूम का योगदान किस दृष्टि से है? (.....)

(5) रघुवंश किस कवि की रचना है? (.....)

(ब) रिक्त स्थान पूर्ति रूप (Completion Type) - इस प्रकार के प्रश्न अपूर्ण कथनों अथवा वाक्य के रूप में दिये जाते हैं। परीक्षार्थी को इस अपूर्ण (रिक्त) स्थान की पूर्ति करनी होती है। रिक्त स्थान के लिए केवल एक ही शब्द सही होता है। यह प्रश्न पूछने का एक स्वाभाविक तरीका है। इस प्रकार के प्रश्न ऐसी सामग्रियों से पूछे जा सकते हैं जिनके उत्तर बिल्कुल निश्चित होते हैं।

उदाहरणार्थ -

(1) बहुलांक¾ 3 मध्यांक.... 2 .....

(2) ताजमहल का निर्माण ..... ने करवाया।

(3) भारत में केन्द्र शासित राज्यों की संख्या.... है।

प्रत्यास्मरण प्रश्नों की विशेषताएं –

1 ऐसे प्रश्नों का निर्माण सरलता से किया जा सकता है।

2 इनको अनुमान से नहीं किया जा सकता।

3 एक प्रश्न से मात्र एक तत्व का ही मापन होता है।

4 मुख्यत: ऐसे प्रश्नों की सहायता से ज्ञानात्मक उद्देश्यों की पूर्ति होती है।

सावधानियां -प्रश्नों का पाठ्यक्रम से यथातथ्यवाक्य के रूप में नहीं उतारना चाहिए।

1 रिक्त स्थान अधिक नहीं देने चाहिए।

2 खाली जगह में एक सामान्य निश्चित उत्तर अपेक्षित होना चाहिए जैसे शाहजहां ने ताजमहल का निर्माण ..... में करवाया। यह प्रश्न उपयुक्त नहीं क्योंकि परीक्षार्थी इनमें स्थान तथा वर्ष दोनों ही भरने के लिए सोच सकता है।

3 अति सामान्य बातों को भरने के लिए रिक्त स्थान न छोड़े।

4 अपूर्ण वाक्यों की पूर्ति कराने के बजाय सीधा प्रश्न पूछना अधिक अच्छा होता है, जैसे ..... न्यूयार्क की राजधानी है। इसके स्थान पर साधारण प्रत्यास्मरण रूप यह प्रश्न पूछना अधिक अच्छा होगा न्यूयार्क राज्य की राजधानी क्या है?

अभिज्ञान रूप (Recognition Type) - जैसा कि शब्द से ही स्पष्ट है अभिज्ञान अर्थात पहचानना। इस प्रकार के प्रश्नों का उद्देश्य है कि छात्रों ने जो सूचनात्मक ज्ञान प्राप्त किया है यदि उसे उनके सामने पुन: प्रस्तुत कर दिया जाय तो वे उसे यथातथ्य पहचान जायेंगे। ऐसे प्रश्नों में प्रश्नों के बाद कई उत्तर कथनों, शब्दों आदि के रूप में दिये होते हैं। परीक्षार्थी को उन उत्तरों मेंसे सही उत्तर का चयन करना होता है। ऐसे प्रश्न स्वरूपात्मक दृष्टि से कई प्रकार के होते हैं।

(अ) एकान्तर प्रत्युत्तर या सत्य असत्य रूप (Alternate Response or True-false Type) - इस प्रकार के प्रश्नों में दिये गये कथन के बारे में छात्रों को यह बताना होता है कि कथन सत्य है या असत्य, सही है या गलत। इनका उत्तर 'हां' एवं 'न' तथा अन्य इसी प्रकार के रूप में दिया जा सकता है। सादे तथ्यों, विचारों और अवधारणाओं के परीक्षण में इस ढंग के प्रश्न प्रयोग किये जाते हैं। सही गलत वाले प्रश्नों के उत्तरों पर अंक देना आसान एवं वस्तुनिष्ठ होता है।

उदाहरणार्थ -

(1) त्रिभुज के तीनों कोणों का योग दो समकोण होता है। T/F

(2) रवीन्द्रनाथ टैगोर को विज्ञान में नोबल पुरस्कार मिला था। T/F

(3) लिटमस पत्र तेजाब के घोल में नीला हो जाता है। T/F

(4) तत्परूष समास में और शब्द का लोप होता है। T/F

विशेषताएं - ऐसे प्रश्नों की रचना एवं अंकन सरल होता है। कम समय में अधिक प्रश्नों को हल किया जा सकता है। सम्पूर्ण पाठ्यसामग्री का प्रश्नों में समावेश होता है। इन विशेषताओं के बावजूद इनमें सबसे बड़ी कमी यह है कि 50 प्रतिशत प्रश्नों को परीक्षार्थी अनुमान से सही कर सकता है। अनुमान को कम करने के लिए निम्नलिखित सूत्र का प्रयोग कर हैं। S = R - W जहाँ S ¾ वास्तविक अंक, R ¾ सही उत्तरों की संख्या, W ¾ गलत उत्तरों की संख्या

सावधानियाँ - इस प्रकार के प्रश्न बनाते समय कुछ विशेष बातों का ध्यान रखना आवश्यक है:

1 विस्तृत ज्ञान के परीक्षण से बचना चाहिए।

2 लम्बे एवं जटिल कथनों से बचना चाहिए।

3 दोहरे कथनों को प्रस्तुत नहीं करना चाहिए।

4 सही एवं गलत कथनों का आकार लगभग समान हो।

(ब) बहुनिर्वचन या बहु-विकल्प रूप प्रश्न (Multy Choice Type Item)

बहु विकल्प प्रश्नों में किसी प्रश्न के बहुत से उत्तर या किसी वाक्य की पूर्ति के बहुत से विकल्प दिये जाते हैं और उनमें से सबसे उत्तम उत्तर या विकल्प का चयन करने के लिए छात्र से कहा जाता है। बहु विकल्प प्रश्न रिक्त स्थान पूर्ति प्रश्नों से भिन्न होते हैं। रिक्त स्थान पूर्ति प्रश्नों में छात्रों को केवल रिक्त स्थान दिया जाता है और उसमें भरने के लिए शब्द उसे स्वयं सोचना पड़ता है परन्तु बहु-विकल्प प्रश्नों में उसके सामने बहुत से विकल्प उत्तर देने या वाक्य पूर्ति करने के लिए रख दिये जाते हैं। बहु विकल्प प्रश्नों के कई प्रकार होते हैं। संभवत: सबसे अधिक सामान्य प्रकार के बहु विकल्प प्रश्नों के ऊपर एक वाक्य दे दिया जाता है और नीचे उसके कुछ उत्तर सुझाए जाते हैं, जिनमें से सर्वोत्तम उत्तर को छांटने के लिए कहा जाता है। यह स्तम्भ (Stem) किस्म कहलाती है।

उदाहरणार्थ -

1 भारत के प्रथम राष्ट्रपति थे -

(अ) डा0 जाकिर हुसैन (ब) डा0 राजेन्द्र प्रसाद

(स) सरदार पटेल (द) डा0 राधाकृष्णन

2 27 का घनमूल होता है -

(अ) 9 (ब) 27

(स) 3 (द) 729

विशेषताएँ -

इस प्रकार के प्रश्नों का निर्माण कठिन किन्तु अंकन सरल होता है। इसलिए ये अधिक वस्तुनिष्ठ होते हैं। इनका उत्तर परीक्षार्थी तर्क एवं चिन्तन से ही दे पाता है। उत्तर में विकल्प अधिक होने के कारण अनुमान से उत्तर ज्ञात करना आसान नहीं है। मानदण्ड परीक्षा (criterian test) के लिए इस प्रकार के प्रश्न उत्तम होते हैं। इनमें कोई एक निश्चित एवं निरपेक्ष उत्तर नहीं होता बल्कि उनमें यथासम्भव सर्वोत्तम विकल्प को छाँटा जाता है। मानकीकरण के सन्दर्भ में अनुमान से हुई त्रुटि से बचने के लिए निम्नलिखित सूत्र का प्रयोग प्राप्तांकों के शुद्धिकरण के लिए किया जाता है।

जहाँ S ¾ शुद्ध किया गया फलांक

R¾ सही प्रत्युत्तरों की संख्या

W¾ गलत प्रत्युत्तरों की संख्या

N¾ विकल्पों की संख्या

(स) तुल्य या मिलान रूप प्रश्न (Matching Type Item)

इस प्रकार के प्रश्नों में शब्दों, वाक्यांशों या वाक्यों के दो समान्तर कॉलम होते हैं। प्रथम कॉलम के शब्दों या वाक्यांशों के साथ क्रमविहिन तद्तुल्य दूसरे कॉलम के शब्दों या वाक्यांशों को मिलाना होता है। हर तुलित जोड़े पर अलग-अलग अंक दिये जाते हैं। इसमें ध्यान रखा जाता है कि एक स्तम्भ में दूसरे स्तम्भ से पद अधिक हों। परीक्षण विशेषज्ञों का विचार है कि तुल्य पदों का एक लम्बा अभ्यास बनाने की अपेक्षा सन्तुलित रखा जाय। इसके लिए विशेषज्ञों ने प्रथम कॉलम में पाँच एवं दूसरे कॉलम में तीन पद रखना सबसे अच्छा है।

उदाहरणार्थ -

स्तम्भ -A		स्तम्भ -B
(1)	कालिदास	(1) कर्मकाण्ड
(2)	रामायण	(2) महाकाव्य
(3)	उपनिषद	(3) ज्ञानकाण्ड
		(4) रधुवंश
		(5) खण्डकाव्य

विशेषताएँ -

ऐसे प्रश्न अंकन एवं रचना की दृष्टि से सरल होते हैं। ज्ञानात्मक उद्देश्यों के मापन के लिए अधिक उपयोगी होते हैं। लिडक्विष्ट के अनुसार ये प्रश्न 'कब' 'क्या' तथा 'क्यों' परिस्थितियों के लिए

अधिक उपयोगी होते हैं। अनुमान से प्रश्न हल करने की सम्भावना कम रहती है। अनुमान को कम करने के लिए ही दूसरे स्तम्भ में पदों की संख्या अधिक रखी जाती है। जिससे स्वत: मिलान को रोका जा सके। इन सब विशेषताओं के होते हुए भी इस प्रकार के प्रश्नों का उपयोग अपेक्षाकृत कम ही है क्योंकि जटिल विचारों या अवधारणाओं के परीक्षण में इन्हें नहीं अपनाया जा सकता।

(द) वर्गीकरण रूप प्रश्न (Classification Type Item)

इस प्रकार के प्रश्नों के अन्तर्गत कुछ ऐसे शब्दों का समूह दिया जाता है जिसमें एक शब्द असंगत या बेमेल होता है। परीक्षार्थी उस असंगत शब्दा का चयन करके रेखांकित करता है। प्रश्न बनाते समय वर्ग निर्धारण की उपयुक्तता पर ध्यान देना अपरिहार्य है। वर्ग बनाते समय आयु स्तर को नकारा नहीं जा सकता।

उदाहरणार्थ -

(1) 1,4,9,16,25,27 उत्तर - 27

(2) राम,मोहन,संजय,मालती,विजेन्द्र। उत्तर - मालती

(3) मध्यमान, मध्यांक, बहुलांक, परीक्षण, सहसम्बन्ध। उत्तर -सहसम्बन्ध

विशेषताएँ -

इस प्रकार के प्रश्नों को बोध उद्देश्य तथा विभेदीकरण की क्षमताओं के लिए प्रयुक्त करते हैं। विष्पत्ति तथा बुद्धि परीक्षण में ऐसे प्रश्नों का प्रयोग किया जाता है। रचना एवं अंकन की दृष्टि से ये सरल होते हैं। अनुमान से उत्तर देने की सम्भावना बहुत कम होती है। इस प्रश्नों के माध्यम से छात्रों की तार्किक क्षमता का भी अनुमान लगाया जा सकता है।

(य) सादृश्य अनुभव रूप प्रश्न (Analogy Type Item)

इस प्रकार के प्रश्नों में दो समान परिस्थितियों को प्रस्तुत किया जाता है। पहली परिस्थिति पूर्ण होती है जबकि द्वितीय परिस्थिति को अपूर्ण रखा जाता है। पहली परिस्थिति के आधार पर समान सम्बन्ध स्थापित करते हुए दूसरी परिस्थिति की पूर्ति की जाती है। ऐसे प्रश्न प्रत्यास्मरण एवं अभिज्ञान दोनों ही प्रकार के होते हैं। ऐसे प्रश्नों की रचना एवं अंकन सरल होते हुए भी इनका प्रयोग सूझ तथा तार्किक क्षमताओं के मापन के लिए किया जाता है। इनकी सहायता से विश्लेषण उद्देश्यों का मापन किया जाता है।

उदाहरणार्थ -

(i) राजस्थान : जयपुर : : उत्तरप्रदेश :.....

(ii) 27 : 3 : : 64 : .....

(iii) समकोण : 90^0 : : सरलकोण : .....

(iv) जायसी : भक्तिकाल : : धनानन्द : .....

15.4 उत्तम परीक्षण की विशेषताएं (Characteristics of a good test)-

एक उत्तम परीक्षण आवश्यक रूप से एक प्रयोजन पूर्ण एवं मानकीकृत यन्त्र है जो परीक्षार्थी का वस्तुनिष्ठ एवं व्यापक निरीक्षण करता है। उत्तम परीक्षण, धन, समय, शक्ति, फलांकन, प्रशासन आदि में मितव्ययी एवं उत्तम होता है। ऐसा परीक्षण विश्वनीय, वैध, अधिक भेद-बोधक शक्ति वाला एवं निर्धारित मानकों पर खरा उतरता है। उत्तम परीक्षण की विशेषताओं की निम्न रेखाचित्र के आधार पर दो कसौटियों के आधार पर विभाजित कर प्रस्तुत किया जा सकता है।

उत्तम परीक्षण
(Good test)

व्यवहारिक कसौटियाँ (Practical Criteria)	तकनीकी कसौटियाँ (Technical Criteria)
1- सोद्देश्यता (Proposivness)	1. मानकीकृत (Standardized)
2- व्यापकता (Comprehensiveness)	2. वस्तुनिष्ठता (Objectivity)
3- मितव्ययता (Economical)	3. विभेदकारिता (Discriminative)
4- सर्वमान्यता (Acceptability)	4. विश्वसनीयता (Reliability)
5- उपयोगिता (Utility)	5. वैधता (Valicity)
6- प्रतिनिधित्वता (Reprentativeness)	6. मानक (Norms)

(अ) उत्तम परीक्षण की व्यावहारिक कसौटियां (Practical criteria of a good test)

1 सोद्देश्यता (Proposivness) - कहा जाता है कि बिना उद्देश्य के कोई भी व्यक्ति किसी कार्य की ओर प्रवृत्त नहीं होता है। इस कथन के आधार पर कोई भी कार्य करने से पूर्व उसके उद्देश्य निर्धारित करने होते हैं। जिनके आधार पर कार्य के निर्गत का परीक्षण किया जा सके। इसलिए परीक्षण निर्माण से पूर्व परीक्षण के विशिष्ट उद्देश्य निर्धारित करना अपरिहार्य है। यदि परीक्षण के उद्देश्य पूर्व निर्धारित नहीं है तो वह परीक्षण उत्तम परीक्षण नहीं हो सकता एवं न उसके परिणाम ही यथेष्ठ रूप से विश्लेषित किये जा सकते हैं क्योंकि मूल्यांकन के समय हम यह देखते है कि हमारे उद्देश्यों की प्राप्ति कहां तक हुई है।

2. व्यापकता (Comprehensiveness) - व्यापकता से तात्पर्य परीक्षण में इस प्रकार के प्रश्नों को स्थान दिये जाने से है जो उस क्षेत्र के समस्त पहलुओं का मापन कर सके अन्य शब्दों में निर्धारित वांछित व्यवहार का विस्तृत रूप से अध्ययन कर सके। उदाहरणार्थ यदि उपलब्धि परीक्षण बनाया गया है तो यह आवश्यक है कि उसके माध्यम से सम्पूर्ण पाठ्यक्रम के ज्ञान का परीक्षण किया जा सके न कि परीक्षण पाठ्यक्रम के कुछ भाग का ही परीक्षण कर सके।

3 मितव्ययता (Economical) - मितव्ययता एक उत्तम परीक्षण का आवश्यक गुण है । वही परीक्षण उत्तम परीक्षण कहा जा सकता है जो धन, समय, शक्ति आदि की दृष्टि से मितव्ययी हो। इसके लिए परीक्षण की विषय सामग्री ऐसी होनी चाहिए जिसमें अत्यधिक धन एवं शक्ति की आवश्यकता न हो । परीक्षण व्यापक आवश्यक हो किन्तु ध्यान रहे कि प्रशासन में समय अनावश्यक रूप से अधिक नहीं लगना चाहिए।

4 सर्वमान्यता (Acceptability) - परीक्षण की सर्वमान्यता से तात्पर्य जिस स्तर एवं दृष्टिकोण को ध्यान में रखकर परीक्षण का निर्माण किया गया था उस पर सर्वदा वह खरा उतरे। अन्य शब्दों में परीक्षण का उन समस्त व्यक्तियों एवं परिस्थितियों में सदैव प्रयोग अहं होना है जिन पर उनका मानकीकरण किया गया है । उदाहरणार्थ बिने साइमन बुद्धि मापनी का प्रयोग प्रत्येक व्यक्ति एवं स्थिति में किया जा सकता है । इस मापनी को कहीं भी यथावश्यक प्रशासित किया जा सकता है ।

5 उपयोगिता एवं प्रतिनिधित्वता (Utility and Representativeness) - परीक्षण को निर्माण, प्रशासन एवं फलांकन की दृष्टि से सरल होना चाहिए । एक परीक्षण जिसके निर्माण में कठिनाई न हो सम्भवत: अधिक श्रम एवं धन व्यय साध्य भी नहीं होता । यदि परीक्षण में प्रशासन के निर्देश स्पष्ट होंगे तो परीक्षण को आसानी से समझा जा सकेगा। परीक्षण फलांकन के लिए परीक्षण निर्माण के समय ही फलांकन कुंजी बनानी चाहिए जिससे फलांकन वस्तुनिष्ठ एवं विश्वसनीय हो। उपर्युक्त तथ्यों या गुणों से युक्त परीक्षण निश्चित रूप से उपयोगी होगा। परीक्षण जिन गुणों के मापने के लिए बनाया जा रहा है । उन सभी का परीक्षण में प्रतिनिधित्व हो अर्थात उन सभी गुणों से सम्बन्धित यथावश्यक पद परीक्षण में समाहित किये गये हों जिससे वांछित एवं यथेष्ठ परिणाम प्राप्त हो सकें।

(ब)उत्तम परीक्षण की तकनीकी कसौटियाँ (Technical Criteria of a good test) -

1 मानकीकरण (Standardization)- परीक्षण के मानकीकरण से अभिप्राय उसके मानक स्थापित करने से है । परीक्षण में दिये जाने वाले प्रश्नों, निर्देशों, परीक्षण प्रशासन एवं फलांकन प्रक्रिया को पहले ही निश्चित कर लिया जाता है जिससे मूल्यांकन वस्तुनिष्ठ हो सके। सी.के. गुड़ ने परीक्षण के मानकीकरण के सम्बन्ध में कहा है - ''मानकीकृत परीक्षण से हमारा तात्पर्य ऐसे परीक्षण से है जिसमें अनुभवों के आधार पर विषय वस्तु का चयन किया गया हो, जिसके मानक निर्धारित हों, जिसके प्रशासन एवं फलांकन में समरूप विधियों का प्रयोग हुआ हो तथा जिसके फलांकन में सापेक्षतया

वस्तुनिष्ठ विधि का प्रयोग किया गया हो।'' जिस परीक्षण का मानकीकरण नहीं हुआ हो वह किसी भी दृष्टि से यथेष्ट परिणाम नही दे सकता। अत: यह उत्तम परीक्षण की अपरिहार्य कसौटी है।

2 वस्तुनिष्ठता (Objectivity) - वस्तुनिष्ठता से आशय परीक्षण में सम्मिलित सभी प्रश्नों के निश्चित उत्तर होने एवं एक से अधिक परीक्षको द्वारा अंकन करने पर परीक्षार्थी के निश्चित प्राप्तांक आने से है। जैसा कि शब्द से ही स्पष्ट है इस प्रकार के परीक्षण में वस्तु (विषय वस्तु) प्रधान होती है व्यक्ति का अपना निर्णय उसमें समाहित नहीं किया जा सकता। जैसा कि निबन्धात्मक प्रश्न के अंकन के समय परीक्षक अपनी दृष्टि से अंकन करता है इसी कारण उस प्रश्न के परीक्षण में विभिन्न परीक्षणों के फलांकन में भिन्नता पायी जाती है। वस्तुनिष्ठता के अभाव में परीक्षण विश्वसनीय एवं वैध भी नहीं हो सकता।

3 विभेदकारिता (Discriminative) - उत्तम परीक्षण विभेदकारी होता है। विभेदकारी होने का आशय परीक्षण द्वारा उच्च योग्यता एवं निम्न योग्यता वाले परीक्षार्थियों में विभेद किया जा सके। अर्थात परीक्षण में उच्च बुद्धि लब्धि या योग्यता वाले एवं निम्न बुद्धि लब्धि या योग्यता वाले परीक्षार्थियों को ध्यान में रखकर ही पदों को समाहित किया गया हो जिससे जो कठिन पद है उन्हें मात्र उच्च योग्यता वाले परीक्षार्थी ही हल कर पाये। यदि सभी पद सामान्य छात्रों को ध्यान में रखकर बना दिये जाएं तो परीक्षण द्वारा स्तर निर्धारित कर पाना सम्भव नहीं होगा क्यों हर परीक्षार्थी प्रश्नों के सही उत्तर देने में समर्थ होंगे? इसकी विपरीतावस्था में भी परीक्षण विभेदकारी नहीं हो सकता। इसलिए परीक्षण में विभेदकारिता का गुण लाने के लिए जटिल एवं सरल दोनों ही प्रकार के प्रश्नों या पदों को समाहित किया जाना आवश्यक है।

4 विश्वसनीयता (Reliability) - विश्वसनीयता से आशय परीक्षण के बार बार प्रयोग करने या प्रशासित करने पर प्राप्त निष्कर्षों की समानता से है। दूसरे शब्दों में कहा जा सकता है कि परीक्षण के परिणाम पुन: परीक्षण में भी समान बने रहे तो परीक्षण विश्वसनीय होगा। उदाहरण के लिए यदि प्रथम परीक्षण में परीक्षार्थी ने 60 अंक प्राप्त किए हैं यदि उसी परीक्षण को या तत्समान परीक्षण को कुछ समय बाद उसी छात्र पर प्रशासित करने पर परीक्षार्थी के लगभग 60 अंक आते हैं तो यह परीक्षण विश्वसनीय कहलाएगा। लगभग शब्द का प्रयोग इसलिए किया गया है कि द्वितीय परीक्षण के समय कोई परीक्षण कई कारक परीक्षण को प्रभावित कर सकते हैं। अत: यदि 58 या 62 अंक तक भी परीक्षार्थी प्राप्त करता है तो भी विश्वसनीयता गुण कायम रहता है यदि द्वितीय परीक्षण में 45 या 72 आदि अंक जो पूर्व परीक्षण से अधिक विचलित है परीक्षार्थी प्राप्त करता है तो वह परीक्षण विश्वनीय नहीं कहा जा सकता।

5 वैधता (Validity)- परीक्षण की तकनीकी कसौटी के सन्दर्भ में वैधता भी अपरिहार्य है। परीक्षण की व्यावहायिक कसौटी में उसी सोद्देश्य के विषय में चर्चा की गयी है। स्पष्ट है कि परीक्षण किसी न किसी उद्देश्य को लेकर बनाया जाता है। यदि परीक्षण पूर्व निर्धारित उद्देश्य की परीक्षा या जाँच नहीं

की गयी तो परीक्षण की उपादेयता ही समाप्त हो जाती है। वैधता भी उद्देश्यों के सन्दर्भ में आंकी जाती है परीक्षण तभी वैध कहलाएगा जब वह उन्हीं उद्देश्यों की परीक्षा करे जिनके लिए उसे बनाया गया है। यदि पूर्व निर्धारित उद्देश्यों के अलावा अन्य उद्देश्यों की परख करता भी है तो वह परीक्षण वैध नहीं कहा जा सकता। ज्ञानात्मक पक्ष की परख करने वाला परीक्षण ज्ञानात्मक पक्ष की ही परख करे भावात्मक एवं क्रियात्मक की नहीं। इसी प्रकार अन्य क्षेत्रों के बारे में समझना चाहिए।

6 मानक (Norms) -शैक्षिक मापान में प्राप्तांकों का स्वयं कोई विशेष (standarads) की आवश्यकता पड़ती है इन्हीं प्रतिमानों को मानक कहा जाता है। किसी व्यक्ति की समूह में स्थिति जानने के लिए या उसकी अन्य व्यक्तियों से तुलना करने के लिए मानक आवश्यक है। मानक विशेष समूह में व्यक्तियों के औसत निष्पादन की इकाई है। परीक्षण के मानकों को बड़े समूह पर प्रशासित करके ज्ञात किया जाता है। इन मानकों की सहायता से किसी परीक्षण पर प्राप्त व्यक्ति के मूल प्राप्तांकों (Raw Scores) की व्याख्या की जाती है।

15.5 परीक्षण निर्माण के पद (Steps of test construction)

सामान्य रूप से सभी प्रकार की वस्तुनिष्ठ परीक्षाओं के निर्माण की प्रक्रिया के निम्नलिखित चरण होते हैं

15.5.1 नियोजन (Planning)
15.5.2 निर्माण (Preparation)
15.5.3 मूल्यांकन (Evaluation or Try-out or Item-analysis)
15.5.4 एकांशों का चयन
15.5.5 प्रमापीकरण (Standardization)

15.5.1 नियोजन (Planning)- किसी भी परीक्षा का निर्माण करने से पहले उसकी एक विस्तृत योजना तैयार करनी होती है। इसका अर्थ यह है कि परीक्षा संबंधी बहुत से निर्णय इस स्तर पर लेने होते हैं। उन्हीं के अनुसार बाद में सम्पूर्ण कार्य करना होता है। यदि यह निर्णय पहले से नहीं लिये जाते तो सम्पूर्ण कार्य की रूपरेखा अस्पष्ट रहती है तथा बाद में कई प्रकार की कठिनाईयां काम में बाधा डालती है। नियोजन के अन्तर्गत जो निर्णय शोधकर्ता को लेने होते हैं तथा जो अन्य कार्य इस स्तर पर करने होते हैं, ये इस प्रकार हैं -

i. परीक्षा के उद्देश्य का निर्धारण अर्थात किस उद्देश्य की उपलब्धि हेतु परीक्षा का निर्माण किया जाना है। उद्देश्य के अनुसार परीक्षा के निर्माण की प्रक्रिया में कभी कभी अन्तर हो जाता है, यथा यदि परीक्षा का उद्देश्य चयन (selection) है तो उसके एकांशों (items) की कठिनाई का स्तर सीमित एवं ऊँचा रखना पड़ेगा, अर्थात परीक्षा कठिन बनानी होगी। यदि

परीक्षा का उद्देश्य किसी समूह की विशेषता का वर्णन भर करना है तो उसके एकांशों की कठिनता का विस्तार अधिक रखना होगा, अर्थात उसमें सरल एवं कठिन सभी प्रकार के प्रश्न रखने होंगे।

ii. जिस विशेषता, चर (variable) अथवा तत्त्व (factor) का मापन करना है उसे व्यवहारों (behavioural terms) के रूप में परिभाषित करना। इसका अर्थ है उन माध्यमों को खोजना एवं परिभाषित करना जिनमें उस चर अथवा विशेषता की अभिव्यक्ति होती है और जिसका मापन संभव है। किसी भी मनोवैज्ञानिक विशेषता को हम सीधे सीधे नहीं देख सकते हैं और न सीधे उसका मापन कर सकते हैं क्योंकि वे अमूर्त होती हैं, यथा 'क्रोध'। केवल व्यक्ति का प्रत्यक्ष व्यवहार ही हमें इस बात का ज्ञान कराता है कि व्यक्ति क्रोध में है। ठीक वैसे ही जैसे जब पंखा चलता है तभी हमें पता लगता है कि बिजली आ रही है। अत: परीक्षा के निर्माण हेतु इन माध्यमों को खोजना एवं परिभाषित करना अत्यंत आवश्यक होता है और ये माध्यम मनोवैज्ञानिक परीक्षाओं की स्थिति में सामान्यत: व्यक्तियों के व्यवहार ही होते हैं।

iii. यह निर्धारित करना कि परीक्षा किस आयु, किस कक्षा, किन व्यक्तियों के लिए बनानी है।

iv. यह निर्धारित करना कि परीक्षा में कितने एवं किस प्रकार के एकांश होंगे।

v. परीक्षा की भाषा क्या होगी, यह निर्धारित करना।

vi. यह निर्धारित करना कि परीक्षा का मूल्यांकन (try-out) एवं प्रमापीकरण (standardization) के न्यादर्श पर किया जाएगा, उसका आकार (size) क्या होगा?

vii. यह निर्धारित करना कि परीक्षा की समरूप दूसरी परीक्षा का निर्माण करना भी आवश्यक है अथवा नहीं। यदि निर्माणकर्त्ता परीक्षा की समरूप विश्वसनीयता स्थापित करना चाहता है तो उसे परीक्षा के दो समान रूप तैयार करने होंगे।

viii. अधिक से अधिक कितने समय की परीक्षा होगी, यह निर्धारित करना।

ix. यह निर्धारित करना कि परीक्षा कब तक तैयार हो जानी चाहिए।

उपरोक्त सारे निर्णय परीक्षा निर्माण का कार्य आरंभ करने से पहले ही लेने होते हैं। ये निर्णय लेने में संबंधितविषयों एवं क्षेत्रों की पुस्तको का अध्ययन भी करना पड़ता है। जो परीक्षाएं उस क्षेत्र में पहले से उपलब्ध हैं उनका भी अध्ययन करना पड़ता है। यह सब कार्य परीक्षा के नियोजन के ही अन्तर्गत आता है।

15.5.2 निर्माण (Preparation)- नियोजन का कार्य पूरा हो जाने के बाद परीक्षा के निर्माण का कार्य आरंभ होता है। इस स्तर पर निर्माता बहुत से एकांशों (items) को बनाता है। जिस प्रकार के एकांश परीक्षा में रखने का निर्णय लिया जा चुका है उसी प्रकार के तथा वांछनीय संख्या के दुगने अथवा तिगुने एकांश बनाता है। इन एकांशों का स्रोत निर्माता का अपना अनुभव, अपना ज्ञान, पूर्व में बनी हुई उसी प्रकार की परीक्षाएं एवं संबंधित पुस्तकें होती है। एकांशों के उत्तर किस प्रकार से

प्राप्त होंगे इस दृष्टिकोण से एकांश कई प्रकार के होते हैं, यथा (i) हाँ न विकल्प वाले, (ii) सत्य असत्य विकल्प वाले (iii) पूर्ति प्रकार के (completion type) (iv) बहु विकल्पीय (multiple choice type) (v) तुलनात्मक (vi) मिलान करने वाले, (matching type) (vii) सादृश्यात्मक (analogy type) (viii) शब्द श्रेणी (verbal series) (ix) संख्या श्रेणी (number series) आदि। सभी परीक्षाओं में इन सबका प्रयोग नहीं होता। अधिकांश में बहुविकल्पीय एंकाशों का प्रयोग होता है। बुद्धि परीक्षाओं एवं सम्प्राप्ति परीक्षाओं में ही कई प्रकार के एकांशों का प्रयोग होता है।

इस प्रकार जब वांछनीय संख्या में एकांश बन जाते हैं तो उन्हें निर्माता एक एक करके पुन: पढ़ता है और सोचता है कि क्या प्रत्येक एकांश उसी विशेषता, उसी उद्देश्य का मापन करता है जिसके मापन हेतु उसे बनाया गया था। आवश्यकतानुसार उन्हें काँट-छाँट कर सुधार संवार कर पुन: साफ साफ लिखता है तथा अपने शोध मार्गदर्शक (research-guide) अथवा/एवं उस क्षेत्र के एक दो विशेषज्ञों के साथ बैठकर विचार विमर्श करता है। प्राय: टाइप कराकर अथवा फोटो कापी कराकर एक-एक कापी उनके पास छोड़ दी जाती है जिससे वे समय मिलने पर उनको पढ़कर उनमें संशोधन की सकें। इस स्तर पर प्रत्येक एकांश के उत्तरों की कुंजी भी एकांशों के साथ ही बनाई जाती है। साधारणतया जो उत्तर सही स्वीकार किया जाता है उस पर सही का चिन्ह लगा दिया जाता है ताकि विशेषज्ञ को पता चल सके कि निर्माता ने किसे सही उत्तर माना है और यह जाँच कर सके कि वही एक उत्तर सही है अथवा कोई दूसरा उत्तर भी सही हो सकता है। इस प्रकार की परीक्षाओं में यह अत्यंत आवश्यक होता है कि केवल एक ही उत्तर सही होना चाहिए। साथ ही इस स्तर पर एकांशों की भाषा, शब्दों के विशेषतापरक व्यवहारों की पर्याप्तता आदि की भी अच्छी तरह जाँच की जाती है। यह भी पुन: विचार किया जाता है कि जिस आयु स्तर, शैक्षिक स्तर के लिए परीक्षा का निर्माण किया गया है वह उसके लिए उपयुक्त है अथवा नहीं।

इसी के साथ इसी स्तर पर परीक्षा को प्रशासित करने के निर्देश भी लिखने चाहिए। परीक्षा को किस प्रकार प्रशासित किया जाएगा तथा परीक्षार्थी किस प्रकार, कहाँ अपने उत्तर लिखेंगे आदि सूचनाएं परीक्षा के प्रथम पृष्ठ पर ही लिखी जाती है। इनको भी कई कई बार पढ़कर सुधारा संवारा जाता है तथा यह प्रयास किया जाता है कि ये निर्देश संक्षिप्त होते हुए भी पूर्णतया स्पष्ट हों।

इस प्रकार निर्माण के स्तर पर निम्नलिखित कार्य निर्माता को करने होते हैं -

i. वांछनीय संख्या में तथा वांछनीय प्रकार के एकांशों को निर्माण करना।
ii. सही उत्तरों का निर्धारण करना।
iii. प्रशासन के निर्देश तैयार करना।
iv. विशेषज्ञों से उनका जाँच कराना।
v. एकांशों का पुन: सम्पादन करना तथा उनकी अधिक संख्या में फोटो कापियाँ कराना।

इस प्रकार परीक्षा का प्रथम प्रारूप तैयार हो जाता है।

15.5.3 एकांशों का मूल्यांकन (Item-analysis or Try-out)/पद विश्लेषण - निर्माण के स्तर पर परीक्षा का प्रथम प्रारूप (prelimirary form) तैयार हो जाता है, परन्तु यह निश्चित नहीं हो पाता है कि उसके एकांश कितने उपयुक्त एवं वैध हैं। अत: एकांशों की उपयुक्तता एवं वैधता ज्ञात करने हेतु उनकी सघन जाँच इस स्तर पर की जाती है। इस जाँच के साधारणतया दो चरण होते हैं -

(क) पूर्व -अन्वीक्षा (Pre-try-out)

(ख) अन्वीक्षा (Try-out)

अन्वीक्षा के स्तर पर यह जाँच की जाती है कि परीक्षा का जो प्रथम प्रारूप तैयार किया गया है उसके कितने एकांश अत्याधिक उपयुक्त एवं वैध हैं। इस प्रकार अन्वीक्षा का उद्देश्य परीक्षा के प्रथम प्रारूप के एकांशों में से अच्छे अर्थात उपयुक्त एवं वैध एकांशें को छांटना होता है। इसीलिए प्रथम प्रारूप में वांछनीय संख्या के लगभग दुगने एकांश रखे जाते हैं। इस स्तर पर प्राय: बहुत से एकांश अस्वीकृत हो जाते हैं। अनेको एकांश चयन की कसौटी पर खरे नहीं उतरते।

(क) पूर्व -अन्वीक्षा (Pre-try-out)

इस स्तर पर मोटे तौर पर से यह जाँच की जाती है कि परीक्षा का प्राथमिक प्रारूप भाषा के दृष्टिकोण से समझने के दृष्टिकोण से समय एवं उत्तरांकन (scoring) के दृष्टिकोण से, कहाँ तक उपयुक्त है। इसके लिए पहले एक छोटा न्यादर्श जिसमें लगभग 15-20 परीक्षार्थी हों, छाँटा जाता है। यह न्यादर्श उन्हीं बालकों, छात्रों, व्यक्तियों आदि के समूह का प्रतिनिधि रूप होना चाहिए जिनके लिए परीक्षा का निर्माण किया जा रहा है।

इन 15-20 परीक्षार्थियों को जब परीक्षा दी जाती है तो यह पता चल जाता है कि कोई एकांश ऐसा तो नहीं है जिसकी भाषा अथवा उसका कोई शब्द इतना कठिन हो कि बहुत से परीक्षार्थियों की समझ में न आता हो। उसे नोट कर के बाद में उसमें परिवर्तन कर लेते हैं। इसी प्रकार कितना समय परीक्षा को पूर्ण करने में लगता है, इसका भी अनुमान लग जाता है। इस प्रकार प्राथमिक जाँच अथवा पूर्व अन्वीक्षा एक प्रकार से परीक्षा के प्रथम प्रारूप का पूर्व अध्ययन होता है। इसके बाद इसके एकांशों की सघन अन्वीक्षा की जाती है। वास्तविक अन्वीक्षा (try-out) उसी को कहते हैं। इस स्तर पर प्रत्येक एकांश का विश्लेषण किया जाता है। इसीलिए इसे एकांश विश्लेषण (Item-analysis)भी कहते हैं। एकांशों का मूल्यांकन (Item-evaluation)भी कहा जाता है।

(ख) वास्तविक अन्वीक्षा अथवा एकांश विश्लेषण (Item-Analysis)- प्रत्येक वस्तुनिष्ठ परीक्षा के निर्माण का एकांश विश्लेषण एक अत्यंत महत्त्वपूर्ण पक्ष है। इस सम्पूर्ण प्रक्रिया के प्रमुख चरण इस प्रकार हैं -

i. एक प्रतिनिधि न्यादर्श का चयन जो पर्याप्त रूप से बड़ा हो।

ii. इस न्यादर्श पर परीक्षा का प्रशासन।

iii. परीक्षा का उत्तरांकन (scoring) एवं मापांको का तालिकाकरण।

iv. एकांशों के सांख्यिकीय मान (क) काटिन्य-स्तर (difficulty-level) एवं (ख) विभेदक सूचकांक (discrimination index) की गणना करना।

प्राय: परीक्षाओं के निर्माता यह प्रश्न पूछा करते हैं कि परीक्षा -अन्वीक्षा हेतु न्यादर्श कितना बड़ा होना चाहिए। इस संबंधमें कोई अपरिवर्तनीय नियम नहीं हो सकता। न्यादर्श जितना बड़ा होगा परिणाम उतने ही स्थायी होंगे। कुछ विशेषज्ञों का कहना है कि न्यादर्श का आकार 400 के आस पास होना चाहिए। यहएक आदर्श स्थिति है। कुछ परीक्षाओं के लिए सही ढंग से चुना गया। 100 का न्यादर्श भी पर्याप्त समझा जा सकता है। परन्तु इससे छोटा नहीं होना चाहिए। इस न्यादर्श पर परीक्षा की प्रशासित करके उस पर सभी परीक्षार्थियों के मापांको को एक तालिका में प्रस्तुत किया जाता है। उकसे बाद उन मापांको के आधार पर प्रत्येक एकांश की कठिनता का स्तर तथा उसकी विभेदकारी शक्ति के सूचकांक की गणना की जाती है।

15.5.4 एकांशों का चयन -एकांशों की दोनों विशेषताओं को ज्ञात कर लेने के पश्चात् इनके आधार पर उन एकांशों का चयन किया जाता है जो सर्वोत्तम है। चयन का आधार एक कसौटी होती है। इस कसौटी में एकांश का काठिन्य सूचकांक 30-80 के बीच तथा वैधता सूचकांक 30 से ऊपर रखा जाता है। परन्तु यह कसौटी अत्यंत लचीली होती है। प्रत्येक प्रकार की परीक्षा के निर्माण में इसका प्रयोग नहीं किया जाता। यह कसौटी उस परीक्षा के लिए उपयुक्त समझी जाती है जिसका उद्देश्य किसी बड़े समूह की विशेषता का मापन करके उसकी इकाइयों को कवेल श्रेणियों में बाँटना हो, अर्थात उस विशेषता का समूहगत सर्वेक्षण करना हो। यदि परीक्षा का उद्देश्य कुछ बहुत उच्च योग्यता अथवा विशेषता वाले व्यक्तियों का चयन करना हो, अर्थात परीक्षा का उद्देश्य चयन हो तो प्राय: उन एकांशों को परीक्षा में सम्मिलित किया जाता है जिसका काठिन्य सूचकांक 50 अथवा उसके आसपास हो तथा वैधता सूचकांक भी .5 से ऊपर हो। इस प्रकार इन दो सांख्यिकीय मानों के आधार पर एकांशों का चयन किया जाता है। जितने एकांश इस कसौटी पर खरे उतरते हैं उन्हें लेकर पुन: परीक्षा का अन्तिम रूप तैयार किया जाता है। यह कर लेने के बाद परीक्षा अंतिम रूप से तैयार मान ली जाती है।

15.5.5 प्रमापीकरण (Standardization)- परीक्षा का अंतिम रूप तैयार हो जाने पर उसके प्रमापीकरण की प्रक्रिया आरंभ होती है। प्रत्येक परीक्षा का प्रमापीकरण आवश्यक नहीं होता। यदि परीक्षा एक अध्यापक द्वारा केवल अपनी कक्षा अथवा अपने विद्यालय के विद्यार्थियों के लिए बनाई है तो उसके प्रमापीकरण की आवश्यकता नहीं होती। ऐसी परीक्षा को 'अध्यापक द्वारा निर्मित' (teacher made) परीक्षा कहते हैं। यदि परीक्षा विभिन्न नगरों के, विभिन्न विद्यालयों के अनेको

विद्यार्थियों के लिए बनाई गई है तो उसका प्रमापीकरण करना आवश्यक होता है। विशेषज्ञों के अनुसार एक प्रमापीकृत परीक्षा की निम्नलिखित विशेषताएँ होती हैं -

1. उसकी विषय वस्तु का चयन परीक्षण के आधार पर किया जाता है।
2. उसके प्रशासन की विधि भी निश्चित एवं प्रमापीकृत होती है।
3. उसके स्कोरिंग की विधि भी वस्तुनिष्ठ एवं प्रमापीकृत होती है।
4. वह पर्याप्त रूप से विश्वसनीय होती है।
5. वह पर्याप्त रूप से वैध होती है।
6. उसके मानक उपलब्ध होते हैं।

इनमें से पहली तीन विशेषताओं का निर्धारण तो परीक्षा का अन्तिम रूप तैयार हाने तक ही हो जाता है। विषय-वस्तु का चयन एकांशों के विश्लेषण के आधार पर किया जाता है। उसी स्तर पर प्रशासन के निर्देश, प्रशासन की समयाविधि, उत्तरों के अंकन आदि का भी प्रमापीकरण हो जाता है। परीक्षा की विश्वसनीयता, वैधता एवं उसके मानकों का निर्धारण बाद में किया जाता है।

15.6 सारांश

इस प्रकार उपरोक्त अध्ययन से यह जानकारी मिलती है किसी भी परीक्षण निर्माण में बनने वाले पदों की भाषा शब्दों का चयन पद की भावना पद में संदेश कठिनाई सार इत्यादि का पता लगाने से पदों की छँटनी हो जाती है और विद्यार्थियों की आवश्यकता के अनुरूप उद्देश्यों की पूर्ति करने वाला परीक्षण उपलब्ध होता है।

15.7 शब्दावली

1- **पद विश्लेषण -** वह प्रक्रिया जिसमें किसी परीक्षण के विभिन्न पदों की सापेक्षिक कठिनाई सतर एवं विभेदनकारी शक्ति का पता लगाया जाता है।
2- **विभेदकारी -** कक्षा के उत्तम, मध्यम एवं मध्यम से नीचे वाले विद्यार्थियों में विभेद कर सके।

15.8 स्वमूल्यांकनहेतु प्रश्न

अतिलघुत्तरात्मक प्रश्न

1- पद किसे कहते हैं ?
2- परीक्षा निर्माण के कितने सोपान होते हैं ?

लघुत्तरात्मक प्रश्न

1- पद विश्लेषण किसे कहते हैं?
2- विभेदनकारी शक्ति का क्या अर्थ है ?
3- कठिनाई स्तर का क्या अर्थ है ?
4- व्यवहार परीक्षणों की व्याख्या कीजिए।

निबन्धात्मक प्रश्न

1- परीक्षण निर्माण की सम्पूर्ण प्रक्रिया का वर्णन कीजिए।
2- परीक्षण निर्माण में पद विश्लेषण प्रक्रिया क्या है उसे विस्तार से समझाइये।

15.9 संदर्भ ग्रंथ सूची

- अनिल कुमार (2008) शिक्षा के मापन मूल्याकंन एवं निर्देशन, राजस्थान नई दिल्ली
- भार्गव महेश (1971) मनोवैज्ञानिक मूल्यांकन एवं मापन, हर प्रसाद भार्गव शैक्षिक प्रकाशन आगरा।
- डी.एन. श्रीवास्तव सांख्यिकी एवं मापन- विनोद पुस्तक मंदिर, आगरा गैरिट एम.ई. (1996) मनोविज्ञान एवं शिक्षा में सांख्यिकी।
- रायजादा बी.एस. (1997) शिक्षा मे अनुसंधान के आवश्यक तत्व, राजस्थान हिन्द्र ग्रन्थ अकादमी जयपुर |
- गुप्ता, एस.पी. (2007) आधुनिक मापन एवं मूल्याकंन शारदा पुस्तक भवन इलाहाबाद |
- भटनागर, आर.पी. (1995) शिक्षा अनुसंधान विधि एवं विश्लेषण ईगल मुक्स इंटरनेशनल मेरठ |
- अग्रवाल, वाई. पी. (1990) स्टेस्टिकल मेथड, स्टर्लिंग पब्लिशर्स, प्रा.लि., नई दिल्ली |
- गेरेट, हेनरी (2007) शिक्षा और मनोविज्ञान में सांख्यिकी , पैरागन इंटरनेशनल पब्लिशर्स, नई दिल्ली |

इकाई - 16

कठिनाई स्तर एवं विभेदन शक्ति

Difficulty Level and Discrimination Power

इकाई की रूपरेखा

16.1 प्रस्तावना

16.2 उद्देश्य

16.3 पद कठिनाई स्तर

16. पद कठिनाई स्तर की गणना

16.5 पद विभेदन शक्ति

16.6 पद विभेदन शक्ति की गणना

16.7 सारांश

16.8 शब्दावली

16.9 स्वमूल्यांकन प्रश्न

16.10 संदर्भ ग्रंथ सूची

16.1 प्रस्तावना

पिछले अध्याय में आपने यह जान लिया कि परीक्षण निर्माण के क्या चरण है पदों के निर्माण हेतु भाषा, मानसिक स्तर, के साथ साथ वह पद प्रभावी तभी हो सकता है जब उसका कठिनाई स्तर का निर्धारण कर सके वह पद कक्षा/समूह के विद्यार्थियों में विभेद कर सके अर्थात कठिनाई, सूचकांक एवं विभेदन गुणांक ज्ञात करने के क्या तरीके हो सकते हैं। इन सब पर विस्तार से चर्चा इस अध्याय में की जायेगी।

16.2 उद्देश्य

इस इकाई के अध्ययन के पश्चात आप जान सकेंगे कि -

- कठिनाई स्तर का क्या अर्थ होता है।
- कठिनाई स्तर कैसे ज्ञात किया जाता है।
- पद विभेदन क्षमता क्या होती है।
- पद विभेदन क्षमता ज्ञात करने के तरीके क्या होते हैं।

16.3 पद कठिनाई स्तर

किसी प्रश्न के कठिनाई स्तर से तात्पर्य विद्यार्थियों की दृष्टि में प्रश्न की कठिनाई से है। परीक्षण में जितने पद होंगे उतने ही स्वतंत्र रूप से कठिनाई स्तर होंगे। किसी भी समूह के समस्त व्यक्तियों द्वारा हल करने वाले अत्यन्त सरल पद या हल न करने वाले अत्यन्त कठिन पदों को परीक्षण में सम्मिलित नहीं किया जाता है। सामान्यत: ऐसा माना जाता है कि किसी समूह में 50 प्रतिशत लोगों द्वारा किसी पद को हल कर लिया जाता है तो वह पद उपयुक्त कठिनाई स्तर का माना जायेगा। लेकिन इसका अर्थ कतई यह नहीं हो सकता कि किसी परीक्षण में सभी पद उपरोक्त विशेषताएं लिए हो। ऐसे पद भी होने चाहिए जिन्हें समूह के श्रेष्ठतम एवं न्यूनतम व्यक्तियों द्वारा हल किया हो।

परीक्षण में जितने पद होगें उतने ही स्वतंत्र रूप से कठिनाई स्तर होंगे। परीक्षण के पदों में कठिनता स्तर इंगित करने के लिए किसी पद का सही व गलत उत्तर देने वाले व्यक्तियों का प्रतिशत ज्ञात किया जाता है। किसी समूह के समस्त व्यक्तियों द्वारा हल करने वाले तथा हल न करने वाले पद को परीक्षण में सम्मिलित नहीं किया जाता है। जो पद समूह के पचास प्रतिशत ज्ञात किया जाता है। वह उपयुक्त कठिनता स्तर को समझा जाता है। यह जरूरी नहीं है कि परीक्षण में केवल ऐसे पद ही सम्मिलित किये जाए जिन्हें पचास प्रतिशत व्यक्तियों ने हल किया है, बलिक ऐसे पदों को भी शामिल किया जाता है जिन्हें समूह के श्रेष्ठतम व निम्नतम व्यक्तियों ने भी हल किया हो। कठिनता स्तर से पदों को क्रमिक रूप से व्यवस्थित किया जा सकता है। इससे यह भी संकेत मिलता है कि परीक्षण में कौन सा पद प्रथम, मध्य तथा अन्त में आयेगा। पदों का कठिनता स्तर ज्ञात करने की कोई निश्चित उपयुक्त विधि नहीं है। टोटे 1967 के अनुसार पद के कठिनता को ज्ञात करने की सबसे उपयोगी विधि पद को सही हल करने वाले परीक्षार्थियों का अनुपात है। अनुपात जितना कम होगा पद उतना ही कठिन होगा।

इस संबंधमें ब्रेडफील्ड तथा मोरडोक का विचार है ''विभेदन शीलता की मात्रा को पद कठिनता की सूची के रूप में लिया जा सकता है, समूह के 90 प्रतिशत व्यक्तियों द्वारा शुद्ध हल किये गये पद को अत सरल पद, 10 प्रतिशत व्यक्तियों द्वारा शुद्ध हल किये गये पद को अति सरल पद, 10 प्रतिशत व्यक्तियों द्वारा हल किये गये पद को अति कठिन पद तथा 50 प्रतिशत व्यक्तियों शुद्ध हल किये गये पद को अति सरल पद 10 प्रतिशत व्यक्तियों द्वारा हल किये गये पद को अति कठिन पद तथा 50 प्रतिशत व्यक्तियों द्वारा शुद्ध हल किये गये पद को उपयुक्त कठिनता स्तर का पद समझा जाता है।

16.4 पद कठिनता स्तर की गणना

पद की कठिनता स्तर ज्ञात करने की प्रमुख विधियाँ निम्न है -

1- सामान्य सूत्र के माध्यम से पद के कठिनता स्तर को ज्ञान करने का सामान्य सूत्र इस प्रकार है-

$$I.D. = \frac{R}{N} \times 100$$

यहाँ

$I.D.$ = पद कठिनता

R = सही उत्तर देने वाले व्यक्तियों की संख्या

N = व्यक्तियों की कुल संख्या

यदि किसी समूह के 75 छात्रों में से 60 ने पद का सही उत्तर दिया तो इस पद का कठिनता स्तर

$$I.D. = \frac{60}{75} \times 100$$

$I.D. = 80\%$, होगा

2- 27 प्रतिशत उच्च तथा 27 प्रतिशत निम्न समूह के सही प्रत्युत्तर द्वारा - इस विधि द्वारा कठिनता स्तर ज्ञात करने के लिए सर्वप्रथम सभी उत्तरदाताओं के परीक्षण के कुल प्राप्तांक के आधार पर उच्चतम से निम्नतम की ओर व्यवस्थित करके उसमें से उपर 27 प्रतिशत तथा नीचे के 27 प्रतिशत व्यक्तियों का चयन किया जाता है। इसके बाद प्रत्येक पद के सही प्रत्युतरों की गणना का उच्च तथा निम्न समूहों का अलग अलग योग ज्ञात कर निम्नांकित सूत्र द्वारा कठिनता स्तर ज्ञात किया जाता है -

$$100 - \frac{U + L}{2}$$

उदाहरणार्थ, किसी पद को उच्च समूह के 50 व्यक्तियों तथा निम्न समूह के 27 व्यक्तियों ने हल किया तो उसका कठिनता स्तर 100 - 50 +20/2 = 65 होगा। इस विधि में कठिनता

मूल्य का प्रसार 0 से 100 तक होता है। 90 से अधिक तथा 19 से कम कठिनता मूल्य वाले पद को कमजोर तथा अनुपयुक्त समझना चाहिए। अत्यन्त कठिन व अत्यन्त सरल पदों को परीक्षण में नहीं रखना चाहिए।

3- हार्पर की फैसीलिटी इन्डेक्स - 27 प्रतिशत उच्च तथा 27 प्रतिशत निम्न मूह के प्रत्युत्तर की विधि एक ऐसा प्रतिशत है जिसके द्वारा विश्वसनीय परिणाम प्राप्त किये जा सकते हैं। हार्पर की विधि में उच्च समूह तथा निम्न समूह के सही प्रत्युत्तरों को जोड़कर दोनों समूहों के अधिकतम योग से विभाजित कर दिया जाता है।

Facility Index सूत्र निम्न है।

$$\text{Facility Index (FI)} = \frac{R(U) + R(L)}{2E}$$

उदाहरणार्थ, यदि 400 में से किसी उच्च समूह के 70 तथा निम्न समूह के 50 व्यक्तियों ने सही प्रत्युतर दिया तो उनका

$$(FI) = \frac{70 + 50 \times 100}{2 \times 108}$$

FI = 120/216 = 56 % हुआ। अर्थात इस पद का कठिनता स्तर 56 प्रतिशत हुआ।

4- सामान्य वक्र के द्वारा परीक्षण पद के कठिनता को सामान्य वक्र के मानक विचलन द्वारा भी ज्ञात किया जा सकता है। यदि किसी परीक्षण पद को 84 प्रतिशत परीक्षार्थी सही रूप से हल कर लेते हैं तो सामान्य वक्र में उनका क्रम $-1\sigma(S.D.)$ होगा अर्थात मध्यमान से 1 मानक विचलन कम होगा। इसी तरह यदि पद को केवल 16 प्रतिशत विद्यार्थी ही हल कर पाते है तो उनका क्रम $-0.56\sigma(S.D.)$ या $+0.56\sigma(S.D.)$ है, तो इसका तात्पर्य यह होगा कि उस पद को क्रमश: 69 प्रतिशत तथा 31 प्रतिशत व्यक्तियों ने हल किया। अत: यहां पर कठिनता स्तर 31 प्रतिशत होगा।

16.5 पद विभेदन शक्ति

किसी मनोवैज्ञानिक परीक्षण के लिए लिखे गये पदों की एक महत्वपूर्ण विशेषता विभेदन शक्ति कहीं जाती है। यह माना जाता है कि मापी जाने वाली योग्यता समूह के सभी व्यक्तियों में समान मात्रा में नहीं पायी जाती। कुछ व्यक्ति योग्यता में अधिक तथा कुछ कम योग्यता वाले होगे। उदाहरणार्थ? यदि हम बुद्धि का मापन कर रहे हैं तो कुछ व्यक्ति औसत से नीचे पाये जायेगें। एक अच्छे परीक्षण की यह विशेषता होनी चाहिए कि वह व्यक्तियों की योग्यता की मात्रा के आधार पर भेद या अन्तर को स्पष्ट कर सके। अत: इस उद्देश्य को पूरा करने के लिए पदो के भीतर विभेदन शक्ति कहा जाता है। बी 1953 के अनुसार मापे जाने वाले शीलगुण या शीलगुणों के समूह के रूप में श्रेष्ठ व्यक्तियों से अलग करने की किसी पद की क्षमता को विभेदन शक्ति कहा जाता है।

16.6 पद विभेदन शक्ति की गणना

पदो की विभेदन शक्ति की गणना हेतु अनेक विधियाँ प्रचलित है। इनमें से मुख्य विधियाँ निम्न हैं -

1 फ्लानागन का प्रोडक्ट मोमेन्ट सहसंबंध गुणांकविधि

फ्लानागन ने तालिका में कठिनता स्तर और विभेदनशक्ति संबंधीदेशनांको के विभिनन मूल्यों को व्यवस्थित किया है। उनके द्वारा दिये गये निर्देशों की सहायता से कठिनाई और विभेदनशीलता के सूचकांक को सीधे सीधे तालिका से देखा जा सकता है। गिलफोर्ड ने फेलनागन विधि को किसी पद की वैधता ज्ञात करने की सबसे प्रभावशाली विधि बताया है। इस विधि के चार मुख्य चरण है -

क) सम्पूर्ण प्रतिदर्श से 27 प्रतिशत उच्च तथा 27 प्रतिशत निम्न व्यक्तियों को छांटना।

ख) प्रत्येक पद के सही प्रत्युतरों की गणना का उच्च तथा निम्न समूह का अलग अलग योग ज्ञात करना |

ग) दोनों समूहों - उच्च U तथा निम्न L के मध्य सही प्रत्योत्तरों का अन्तर ज्ञात करना।

घ) फ्लैगन की सारणी द्वारा प्रोडक्ट मोमेण्ट सह संबंधज्ञात करना।

इस विधि में सूचकांक को प्रसार 0 से $\pm .93$ के बीच आता है। निम्न सहसंबंध वाले पदों को परीक्षण से छांट दिया जाता है, चाहे व धनात्मक या ऋणात्मक कुछ भी हो। शून्य या ऋणात्मक सूचकांको वाले पदो को अनुपयुक्त तथा 0.25 से कम वैधता गुणांक वाले पदों को कमजोर पद माना जाता है।

2 डेविस विभेदनकारी सूची

डेविस के चार्ट से भी दिये गये निर्देशों की सहायता से भी गुणांकों की जानकारी प्राप्त की जा सकती है। डेविस की विधि पदों का विभेद मूल्य ज्ञात करने की एक महत्वपूर्ण विधि है। इस चार्ट में विभेदनकारी गुणांक प्रतिशत तथा सह संबंधोंपर आधारित होते हुए भी ये प्रतिशत तथा सह संबंध के रूप मे नहीं पढ़ी जाती है। यह चार्ट सीधी रेखा मापनी है। क्योंकि इसमें मापनी के समस्त बिन्दुओं पर देशनांको के मध्य की दूरी एक समान होती है। ये बिन्दु Z प्राप्तांक होते हैं, इनको जोड़ा तथ औसत किया जाता है। इस विधि के चार चरण होते हैं।

क) किसी समूह के 27 प्रतिशत उच्च तथा 27 प्रतिशत निम्न व्यक्तियों को छांटना|

ख) प्रत्येक पद के सही प्रत्यतरों की गणना कर उच्च तथा निम्न समूहों को अलग अलग योग करना।

ग) दोनों समूहों के सही प्रत्यत्तरों के मध्य अन्तर ज्ञात करना।

घ) चार्ट के माध्यम से विभेदनकारी सूची को देखना।

3. सायमण्ड विधि

यह विधि उच्च तथा निम्न समूहों पर आधारित होती है तथा जिसकी यह मान्यता है कि किसी परीक्षण के श्रेष्ठपद वे है जिन्हें उच्च समूह के व्यक्ति हल कर सकें तथा कमजोर पद वे हैं जिने केवल कमजोर द्वारा ही हल किया जा सके। इस विधि के तीन मुख्य चरण है।

क) श्रेष्ठव कमजोर व्यक्तियों के दो समूह 'अ' एवं 'ब' बना लिये जाते हैं।

ख) प्रत्येक पद के सही प्रत्युतर की गणना कर ली जाती है तथा दोनों अ व ब समूहों को अलग अलग योग कर लिया जाता है।

ग) दोनों समूहों के सही प्रत्यतरों के मध्य अन्तर प्रत्येक पद की वैधता की मात्रा को व्यक्त करता है।

सायमण्ड विधि द्वारा विभेदन देशनांक की गणना

पद क्रम	उच्च वर्ग	निम्न वर्ग	विभेदन शक्ति	व्याखा
1	18	05	13	उत्तम
2	17	15	02	निर्बल
3	10	10	00	निरर्थक
4	06	09	03	अवैध
5	09	06	03	साधारण
6	15	11	04	साधारण
7	19	07	12	उत्तम
8	08	08	00	निरर्थक
9	16	05	11	उत्तम
10	12	11	01	निर्बल

उक्त तालिका के अध्ययन से स्प"ट होता है कि कुछ विभेदन गुणांक शून्य है। ऐसे पदों की निरर्थक माना जाता है क्योंकि ये विभेदन शक्ति नहीं रखते है। जिन पदों पर दोनों समूहों का अन्तर अधिक है उन्हें उत्तम कहा जायेगा। किन्तु जिनमे यह अन्तर कम है उन पदों को निर्बल माना जायेगा। जिस पद का गुणांक ऋणात्मक है वह अवैध होता है। निरर्थक व अवैध परीक्षण के लिये नहीं चुने जाते हैं।

4 कैली विधि

कैली विधि भी किसी समूह के उच्चतम एवं निम्नतम 27 प्रतिशत पर आधारित है परन्तु दोनों समूहों के सही प्रत्युत्तरों के अनुपात से संबंधितन होकर सामान्य संभावना वक्र की सिगमा इकाई(σ *unit*) के आधार पर पदों के अन्तरों को प्रदर्शित करती है। इस विधि के चार चरण होते हैं -

क) 27 प्रतिशत उच्च तथा 27 निम्न व्यक्तियों को छांटना

ख) प्रत्येक पद के सही प्रत्युत्तर की गणना करके उच्च तथा निम्न समूहों का अलग अलग योग ज्ञात करना।

ग) सामान्य संभावना वक्र की उपयुक्त तालिका से उच्च तथा निम्न समूहों के प्रत्युतरो के योग के आधार पर सिगमा मूल्य ज्ञात करना।

घ) उच्च समूह द्वारा प्राप्त सिग्मा मूल्य मे से निम्न समूह के सिगमा मूल्य को घटाना।

कैली विधि के अनुसार गुणांक का प्रसार 0 से ± 5.18 के मध्य होता है। ऋणात्मक या शून्य देशनांक वाले पद अवैध तथा 0.40 गुणांक से कम वाले पदों को दुर्बल समझा जाता है।

5- गिलफोर्ड का काई वर्ग परीक्षण विधि

गिलफोर्ड 1954 ने पदों की विभेदन शक्ति ज्ञात करने के लिये काई वर्ग परीक्षण विधि का सुझाव दिया है। काई वर्ग परीक्षण का प्रयोग करने के लिए यह आवश्यक है कि उच्च समूह तथा निम्न समूह में व्यक्तियों की संख्या एक समान हो। काई वर्ग का सूत्र इस प्रकार है -

$$x^2 = \frac{N(p\mu - PI)}{4PQ}$$

$x^2 =$ Chi-suquare काई वर्ग

N = उत्तरदाताओ की कुल संख्या

$p\mu =$ उच्च समूह में सफल व्यक्तियों का अनुपात

(Proporition of succersful individuals in upper group)

P = निम्न समूह मेंसफल व्यक्तियों का अनुपात

(Proporition of succersful individuals in lower group)

P = $p\mu$ तथा PI का अंकागणितीय माध्य

(Airthmatic means of $p\mu$ and PI)

Q = 1- P

काई वर्ग के सार्थक आने पद पद को धनात्मक विभेदन शक्ति से पूर्ण माना जाता है। और ऐसे पदों का चयन अंतिम रूप से परीक्षण के लिए कर लिया जाता है।

फलस्वरूप हम यह कह सकते हैं कि, पद विश्लेषण की सहायता से किसी निम्न कोटि के पद की गुणवत्ता को बढ़ाया नहीं जा सकता। हम सिर्फ अवैध, निरर्थक और दुर्बल पदों को परीक्षण के अंतिम प्रारूप में सम्मिलित किए जाने से रोक सकते हैं।

16.7 सारांश

पद विश्लेषण प्रक्रिया मे जब तक प्रत्येक पद का कठिनाई स्तर एवं उस पद की विभेदन शक्ति ज्ञात न हो तब तक परीक्षण की गुणवत्ता सुनिश्चित नहीं की जा सकती अत: यह आवश्यक है कि प्रत्येक पद के वैधता गुणांक पूरे परीक्षण के साथ सहसंबंधज्ञात पूरे परीक्षण की वैधता सुनिश्चित की जाती है। पद कठिनाई स्तर एवं विभेदन क्षमता ज्ञात करने की विभिनन विधियाँ उपलब्ध है जो अनुसंधानकर्ता अपने अनुसंधान के परीक्षण में प्राप्त आंकड़ों के आधार पर चयन हो सकता है। इस प्रकार इस अध्याय का अध्ययन विद्यार्थी को विश्वसनीय एवं वैध परीक्षण निर्माण करने में ससहायक सिद्ध होगा।

16.8 शब्दावली

- **पद विभेदन शक्ति** - प्रश्न पद का वह गुण जो किसी गुण/व्यवहार को अधिक कम जानने वालों में विभेद कर सके।
- **सहसंबंध-** जब दो या दो से अधिक पदों, चरों, घटनाओं मे चरमात्मक संबंधपाया जाता है जब ऐसे पारस्परिक संबंधको सहसंबंध कहते हैं।
- **विश्वसनीयता -** जब कोई उपकरण कितनी ही बार प्रयुक्त होने पर वही नि"कर्ष दे तो वह गुण उसकी विश्वसनीयता कहलाता है।
- **वैधता -** कोई उपकरण जिस गुण के मापन के लिए बनाया गया है वह उस गुण की कितनी शुद्धता से माप करता है यह उसकी वैधता कहलाती है।

16.9 स्वमूल्यांकनप्रश्न

अतिलघुत्तरात्मक प्रश्न

1- निम्नलिखित का अर्थ बताओ (a) V.I. (b) D.I. (c) F.I.

2- वैधता गुणांक का सामान्य सूत्र क्या है?

3- फसिलिटि इन्डेक्स का सूत्र क्या है।

लघुत्तरात्मक प्रश्न

1- पद कठिनता स्तर का अर्थ उदाहरण सहित समझाइये।

2- पद विभेदन शक्ति का अर्थ उदाहरण सहित समझाइये।

निबंधात्मक प्रश्न

1- पद कठिनता स्तर ज्ञात करने की विभिन्न विधियों को उदाहरण सहित व्याख्या कीजिए।

2- पद विभेदन क्षमता ज्ञात करने की विभिन्न विधियों को उदाहरण सहित व्याख्या कीजिए।

16.10 संदर्भ ग्रंथ सूची

- अनिल कुमार (2008) शिक्षा के मापन मूल्याकंन एवं निर्देशन, राजस्थान नई दिल्ली |
- भार्ग्व महेश (1971) मनोवैज्ञानिक मूल्यांकन एवं मापन, हर प्रसाद भार्गव शैक्षिक प्रकाशन आगरा।
- डी.एन. श्रीवास्तव सांख्यिकी एवं मापन- विनोद पुस्तक मंदिर, आगरा गैरिट एम.ई. (1996) मनोविज्ञान एवं शिक्षा में सांख्यिकी।
- रायजादा बी.एस. (1997) शिक्षा मे अनुसंधान के आवश्यक तत्व, राजस्थान हिन्द्र ग्रन्थ अकादमी जयपुर
- गुप्ता, एस.पी. (2007) आधुनिक मापन एवं मूल्याकंन शारदा पुस्तक भवन इलाहाबाद
- भटनागर, आर.पी. (1995) शिक्षा अनुसंधान विधि एवं विश्लेषण ईगल मुक्स इंटरनेशनल मेरठ
- अग्रवाल, वाई. पी. (1990) स्टेस्टिकल मेथड, स्टर्लिंग पब्लिशर्स, प्रा.लि., नई दिल्ली |
- गेरेट, हेनरी (2007) शिक्षा और मनोविज्ञान में सांख्यिकी , पैरागन इंटरनेशनल पब्लिशर्स, नई दिल्ली |

इकाई - 17

विश्वसनीयता अर्थ एवं प्रकार

Reliability: Meaning & Types

इकाई की रूपरेखा

17.1 प्रस्तावना

17.2 उद्देश्य

17.3 विश्वसनीयता का अर्थ

17.4 विश्वसनीयता का महत्व

17.5 विश्वसनीयता की वैध परिभाषा

17.6 विश्वसनीयता के विभिन्न प्रकार

17.7 परीक्षण की विश्वसनीयता को बढ़ाना

17.8 सारांश

17.9 शब्दावली

17.10 स्वमूल्यांकन प्रश्न

17.11 संदर्भ ग्रन्थ सूची

17-1 प्रस्तावना

पिछले अध्याय में आपने अच्छे परीक्षण की विशेषताओं में विश्वसनीयता को एक प्रमुख विशेषता के रूप में समझा है। इस अध्याय में विश्वसनीयता को विस्तार में समझाने का प्रयास किया है। इस अध्याय में यह भी प्रयास किया गया है कि हम यह जान सके कि विश्वसनीयता की आवश्यकता कब और कहां पड़ती है।

किसी भी परीक्षण कर्ता को अपने अपने उपकरण निर्माण से उपरान्त उसके मानकीकरण हेतु उच्च कोटी की विश्वसनीयता ज्ञात करना आवश्यक होता है। प्रस्तुत अध्याय इन सबकी आवश्यकता की पूर्ति करता है।

17-2 उद्देश्य

इस इकाई के अध्ययन के पश्चात आप निम्नलिखित के बारे में जानकारी प्राप्त कर सकेगें-

- विश्वसनीयता का अर्थ एवं महत्व जान सकेगें।
- विश्वसनीयता के विभिन्न वर्गीकरण और प्रणालियों का अध्ययन कर सकेगें।
- विश्वसनीयता को प्रभावित करने वाले कारकों की जानकारी प्राप्त हो सकेगी।

- परीक्षण विश्वसनीयता को बढ़ाने की जानकारी प्राप्त हो सकेगी।

17-3 विश्वसनीयता का अर्थ

किसी वस्तु की विश्वसनीयता से तात्पर्य उस वस्तु पर किए जाने वाले विश्वास से है जैसा कि शब्द से ही स्पष्ट है। उदाहरणार्थ जब हम किसी ऐसे व्यक्ति के विषय में जिसने कभी गलत कार्य नही किया हो, गलत कार्य करने की सूचना पाते है तब तात्कालिक रूप से इस पर विश्वास नहीं करते क्योंकि उस व्यक्ति के प्रति हमारा विश्वास न करने का कारण एक लम्बे समय तक उसका किया गया अवलोकन एवं उसके द्वारा किए गए विश्वास योग्य कार्य है। उसके द्वारा पूर्व में बार-बार किए गए शुद्ध कार्यों ने उसे विश्वसनीय बना दिया है। इसी प्रकार शिक्षा के क्षेत्र में किसी छात्र के परीक्षा में कुछ अंक आते हैं और कुछ समय बाद यदि उसे वहीं परीक्षण पुन: दिया जाय और पूर्व परीक्षा के लगभग समान अंक ही प्राप्त हो तब हम उस परीक्षा को विश्वसनीय परीक्षा कहेगें। इस प्रकार कहा जा सकता है कि विश्वसनीयता किसी परीक्षण के माप की परिशुद्धता की सूचक होती है। यह भी कहा जा सकता है कि एक ही साधन द्वारा व्यक्ति के मापों को बार-बार दोहराने पर उसके नापों में पायी जाने वाली संगति और स्थिरता की मात्रा की सूचना है। एक से अधिक बार किसी परीक्षण को किसी व्यक्ति या विशेष समूह पर प्रशासित किये जाने पर यदि अंको में अन्तर नहीं आता है तो परीक्षण विश्वसनीय कहलायेगा।

कुछ विद्वानों ने विश्वसनीयता को निम्नलिखित शब्दों में परिभाषित किया है -

1- गैरिट - ''एक परीक्षण या मानसिक मापन यंत्र की विश्वसनीयता उस संगति पर निर्भर करती है जो उन योग्यताओं का अनुमान लगाती है जिनके लिए उनका प्रयोग हुआ है''

"The realiability of test of any measuring instruments depend upon the consistency with which it gauges the ability to whom it is applied."

2- फ्रीमेन - ''विश्वसनीयता का तात्पर्य उस विशेषता से है जिसमें एक परीक्षण आन्तरिक रूप से समान है एवं जो परीक्षण एवं पुनर्पपरीक्षण में समान फल प्रदान करता है।''

"The realiability refers to the extent to which a test is internally consisitend and the extent to which it gives consistent result on testing and restesting"

3- स्टोडोला एवं स्टोरडल - ''एक ही समूह के व्यक्तियों पर समरूप परीखण प्रसारित कर एवं दो या अधिक फलांको के मध्य सह-सम्बन्ध ज्ञान करने के रूप में परीक्षण विश्वसनीयता को परिभाषित कियाजा सकता है।''

"Tke realiability of a test can be defined as the correlation between two or more sets of scores on equivalent tests from the same group of individuals."

4- गिलफोर्ड - संक्षेप में, विश्वसनीयता प्राप्त परीखण प्राप्तांकों में वास्तविक विचरण अनुपात है।''

"Brifly, realiability is the proportion of the true variance in obtained test scores"

17-4 विश्वसनीयता का महत्व

एक श्रेष्ठ परीक्षण में अनेक विशेषता विद्यमान होती है। एक उत्तम प्रकार का परीक्षण वहीं होता है जिस पर विश्वास किया जा सके। परीक्षण की विश्वसनीयता इस तथ्य को प्रकट करती है कि उसमें चर- त्रुटि कितनी है। यदि परीक्षाण में चर त्रुटि कम होती है तो वह अधिक विश्वसनीता परीक्षण होगा, इसके विपरीत यदि चर त्रुटि अधिक होती है तो परीक्षण की विश्वसनीयता कम होगी। परीक्षण की विश्वसनीयता का अर्थ यह होता है कि उस परीक्षण के प्राप्तांकों में स्थायित्व है। इससे तात्पर्य यह है कि यदि एक परीक्षण को एक समूह के विभिन्न अवसरों पर दिया जाये तो अभ्यर्थियों के प्राप्तांकों में समरूपता अथवा स्थायित्व होना चाहिए। यदि छात्रों के प्राप्तांक विभिन्न अवसरो पर दिय जाये तो वह परीक्षण विश्वसनीय नही माना जायेगा। सांख्यिकीय दृष्टि से विश्वसनीयता अपने स्वयं का सह-सम्बन्ध को प्रकट करता है।

विश्वसनीयता परीक्षण के आकार पर निर्भर करती है, जिसे अंग्रेजी भाषा में व्यक्त करते हैं कि - (Reliability is the function of the test length"

परीक्षण की विश्वसनीयता उसमें सम्मिलित किये गये सोपानों पर निर्भर करती है। जैसे निबन्धात्मक परीक्षा में साधारणतया पांच प्रश्न सरल कराये जाते हैं इसलिए कम विश्वसनीय होता है और वस्तुनिष्ठ परीक्षा में लगभग सौ प्रश्न हल कराये जाते हैं, इसलिए अधिक विश्वसनीय होता है एक परीक्षण में पदों की संख्या बढ़ा देने से उसकी विश्वसनीयता भी बढ़ जाती है।

विश्वसनीयता परीक्षण की मुख्य परिभाषा -

शिक्षा और मनोविज्ञान के विद्वानों द्वारा परीक्षण की विश्वसनीयता को विविध प्रकार से परिभाषित किया गया हैं। विद्वानों द्वारा दी गयी कुछ प्रमुख परिभाषाओं का विवरण निम्नवत है -

एनेस्टी के शब्दों में - परीक्षण विश्वसनीयता विभिन्न अवसरों या समान पदों के विभिन्न विन्यासों में एक ही व्यक्ति के संगति प्राप्तांकों की और इंगित करती है।

गिलफोर्ड के मतानुसार - विश्वसनीयता प्राप्त परीक्षण प्राप्तांकों में वास्तविक चरिता का अनुपात है।

घिसेली के विचार से - मापन की विश्वसनीयता का व्यक्ति के कुछ गुणों पर प्राप्तांकों के अव्यवस्थित विचलन की सीमा के रूप में परिभाषित किया गया है जबकि उस गुण को अनेक बार मापा गया है।

स्टोडोला एवं स्टोरडल ने बताया है - एक ही समूह के व्यक्तियों पर समरूप परीक्षण प्रशासित कर एंव दो से अधिक फलको के विन्यासों के मध्य सह-सम्बन्ध ज्ञात करने के रूप में परीक्षण विश्वसनीयता को परिभाषित किया जा सकता है।

एच.ई.गैरिट के अनुसार - एक परीक्षण या मानसिक मापन परीक्षण की विश्वसनीयता उस संगति पर निर्भर करती है जो उन व्यक्तियों की योग्यता का अनुमान लगाती है जिनके लिये उसका प्रयोग होता है।

उपर्युक्त परिभाषाओं के आलोक में विश्वसनीयता का अभिप्राय बोध होता है। इसके अंतर्गत एक परीक्षण को एक ही समूह पर एक से ज्यादा बार प्रयुक्त करने पर प्राप्तांक में एकरूपता या स्थायित्व प्राप्त होता है।

साधारण तौर पर परीक्षण की विश्वसनीयता विशिष्ट जनसंख्या परिस्थितियों पर निर्भर करती है।

17-5 विश्वसनीयता की वैध परिभाषा

सैद्धान्तिक रूप से परीक्षण की विश्वसनीयता का सम्बन्ध वास्तविक प्राप्तांकों से होता है, जो विद्यार्थी अंक प्राप्त करता है वह उसके वास्तविक अंक नही होते उनमें त्रुटि होती है, जिसे चर त्रुटि की संज्ञा दी जाती है। यह सकारात्मक और ऋणात्मक दोनों तरह का होता है। जिससे तात्पर्य यह है कि, विद्यार्थी द्वारा प्राप्त किये प्राप्तांक अंको से कम या ज्यादा दोनों प्रकार के हो सकते हैं। इस तथ्य को निम्नलिखित रूप में जे.पी. गिलफोर्ड ने परिभाषित किया है -

17-6 विश्वसनीयता के विभिन्न प्रकार

विश्वसनीयता के प्रकार तथा विश्वसनीयता की गणना करने की पद्धति एक ही होती है। जबकि वैधता में वैधता के प्रकार और उसकी पद्धतियाँ पृथक होती है।

विश्वसनीयता की गणना करने हेतु मनोवैज्ञानिको ने कई विधियों का विकास किया है। किसी परीक्षण की विश्वसनीयता की गणना करने की मुख्य समस्या यह है कि वास्तविक अको की चरिता का आंकलन शुरू रूप में कैसे किया जाए या त्रुटि अंक चरिता का अनुपात शुरू रूप लिया जाए तो वास्तविक अंक चरिता निकाल सकते हैं। विश्वसनीयता गुणांक यर्थाथ अंक चरिता का अंश होता है। प्राप्तांक चरिता उपलब्ध होती है। मनोवैज्ञानिको ने इस अलग-अलग पद्धतियों द्वारा यही अनुमान लगाने का प्रयत्न किया है कि प्राप्तांक चरिता में वास्तविक अंक चरिता कितनी हो सकती है। जैसे -

प्राप्तंक = वास्तविक अंक चरिता + त्रुटि चरिता

$$\text{विश्वसनीयता गुणांक} = \frac{\text{वास्तविक अंक चरिता}}{\text{प्राप्तांक चरिता}}$$

$$\text{विश्वसनीयता गुणांक} = \frac{\text{प्राप्तांक चरिता - त्रुटि अंक}}{\text{प्राप्तांक चरिता}}$$

विश्वसनीयता की गणना में वास्तविक अंक चरिता या त्रुटि चरिता का अनुमान लगाने का प्रयत्न किया जाता है। इसके लिये जिन प्रमुख पद्धतियों का सामान्यता प्रयुक्त करते हैं वे निम्नलिखित है -

ली.जे. क्रानबैक ने अपनी पुस्तक में पांच पद्धतियों का वर्णन किया है। इन्होने विश्वसनीयता गुणांक हो स्वत: सह सम्बन्ध बताया है।

1- **चरिता विश्लेषण विधि -** इस विधि का विकास हाइट ने किया है अतएवं इस विधि को हाइट विश्वसनीयता भी कहते हैं।

2- **स्थायित्व एवं तुल्यता गुणांक-** अन्य विद्वान इसे अर्द्ध विच्छेद विधि भी कहते हैं।

3- **आन्तरिक स्थापित्व गुणांक-** अन्य विद्वान इसे कर्तयुक्त तुल्यता विधि भी कहते हैं। इसे कूडर रिचार्डसन ने दिया है। इन विधियों के अतिरिक्त पांचवी हाइट ने दी है जो विश्वसनीयता गुणांक का अनुमान ज्यादा शुद्ध रूप में करती है।

4- **तुल्यता गुणांक-** इसे दूसरे विद्वानों ने समतुल्य प्रारूप पद्धति विकल्प प्रारूप कहा है।

5- **स्थायित्व गुणांक-** अन्य मनोवैज्ञानिको ने परीक्षण को पुन: परीक्षण विधि की संज्ञा दी है।

(1) स्थायित्व गुण -

क्रानबैक की इस विधि का गिलफोर्ड ने परीक्षण पुनर्वपरिक्षण विधि कहा है। विश्वसनीयता की यह पद्धति सर्वाधिक सरल और सुगम है। इस पद्धति में एक न्यादर्श का चयन करके यह परीक्षण दिया जाता है। तथा कुछ समयोन्परात उसी न्यादर्श को वहीं परीक्षण दिया जाता है। इस तरह न्यादर्श के दो प्राप्तांक मिल जाते हैं। इन दोनों में सांख्यिकीय की तकनीकी द्वारा सह सम्बन्ध की गणना की जाती है। इसी सह-सम्बन्ध गुणांक को विश्वसनीयता गुणांक कहते हैं।

पुनर्परीक्षण प्रणाली की पृष्ठ-भूमि - इस विधि की निम्नांकित पृष्ठ भूमि है -

1- परीक्षण के पदों का कठिनाई स्तर समान होता है पद की कठिनाई परीक्षार्थी की जानकारी पर निर्भर करती है। यदि परीक्षार्थी को पद की जानकारी है तो वह आसान होता है एवं अगर पद की जानकारी नहीं है तो कठिन होता हे।

2- परीक्षण में पदों की संख्या ज्यादा होती है, इसलिए परीक्षार्थी पदों का स्मरण नहीं रख पाते, और अभ्यास का भी पुनर्वपरिक्षण के प्राप्तांक पर असर नहीं पड़ता है।

3- परीक्षार्थी की आन्तरिक योग्यता स्थायी होने के कारण परिपक्वता का भी असर पुनर्पपरीक्षण के प्राप्तांकों पर नही होता।

पुनर्परीक्षण प्रणाली के गुण - इस प्रणाली के निम्नलिखित प्रमुख गुण है -

1- पुनर्परीक्षण की अवधि छ: माह से कम ही होनी चाहिए।

2- इस विधि में सांख्यिकी की सह सम्बन्ध प्रविधि को इस्तेमाल सरलता से किया जाता है जो विश्वसनीयता गुणांक होता है।

3- यह विधि गति परीक्षणों के लिये अधिक उपयुक्त है।

4- यह विश्वसनीयता मालूम करने की सबसे आसान पद्धति है।

पुनर्परीक्षण प्रणाली के दोष - इस प्रणाली के निम्नलिखित दोष हैं -

1. परीक्षणों की समस्या-स्तर समान नही होता है, अतएवं पदों की विजातीयता विश्वसनीयता गुणांक को प्रभावित करती है।
2. पुनर्परीक्षण के प्राप्तांकों पर स्मृति, अभ्यास, परिपक्तवा एवम् कौशल का असर पड़ता है।
3. पुनर्परीक्षण के समय न्यादर्श के सभी परीक्षार्थी का उपलब्ध होना भी संभव नही हो पाता है यह भी देखा गया हे कि पुनर्वपरिक्षण में अभ्यार्थी उतने गंभीर नहीं रहते जिससे उनके प्राप्तांकों में ज्यादा विभेद हो जाता है।

4. इस पद्धति में समय एवं बल का ज्यादा अपव्यय होता है और विश्वसनीयता गुणांक शुद्ध नहीं होता है। परीक्षण की यर्थाथ विश्वसनीयता से सदैव कम होती है।

स्थायित्व गुणांकका अर्थापन - इस विधि द्वारा जो विश्वसनीयता गुणांक प्राप्त होता है उसका अर्थापन अधोलिखित रूप में कर सकते हैं -

परीक्षार्थी	प्रथम बार	द्वितीय बार	प्रथम बार	15
जनवरी				
1-	X_{11}	X_{12}		
1-	X_{12}	X_{22}		
1-	X_{13}	X_{26}		
1-	X_{14}	X_{24}		
-	-	-		
-	-	-		
-	-	-		
N	N_{1N}	X_{2N}		

17.7 परीक्षण विश्वसनीयता को बढ़ाना

हम इस विषय पर पहले ही चर्चा कर चुके हैं कि परीक्षण की विश्वसनीयता को कई प्रकार की स्थितियाँ प्रभावित करती है जो परीक्षण को अविश्वनीय होने में सहायक होती है। फिर भी हम परीक्षण की विश्वसनीयता को बढ़ाने का प्रयास करते हैं ताकि वह विश्वसनीय होने के साथ-साथ वैध भी हो। इसके लिए हम कई प्रकार की विधियों का भी प्रयोग करते हैं जेसे -

1- परीक्षण में पदों की संख्या को बढ़ाना किसी परीक्षण की विश्वसनीयता को बढ़ाने के लिए हम परीक्षण में उसके अन्तर्गत आने वाले पदों की संख्या को भी बढ़ा सकते हैं। इससे परीक्षण की लम्बाई भी बड़ जाती हैं इसके लिए सूत्र का प्रयोग किया जाता है।

परीक्षण की लम्बाई बढ़ाना = (वांछित विश्वसनीयता X (1-प्राप्त विश्वसनीयता)

(प्राप्त विश्वसनीयता X (1-वांधित विश्वसनीयता)

उदाहरण के लिए यदि किसी परीक्षण में 50 प्रश्न है तो दूसरे परीक्षण में पदों की संख्या 133 होगी। परीक्ष्ज्ञण में पदों की बढ़ी हुई संख्या के कारण उसकी विश्वसनीयता भी बड़ जाएगी। परीक्षण की बढ़ी हुई लम्बाई, अनुमान के कारण हुई त्रुटियों, विषय-वस्तु के प्रतिदर्श के चयन में हुई त्रुटियों तथा कुछ आकस्मिक त्रुटियों को दूर करने में सहायक होती है।

17-7 सारांश

इस प्रकार इस अध्याय के अध्ययन के पश्चात हमने जाना कि -

1- विश्वसनीयता किसी भी मानकीकृत परीक्षण का एक महत्वपूर्ण गुण है।

2- विश्वसनीयता को निरीक्षित और सत्य प्राप्तांकों के मध्य अन्तरों का मापक समझा जा सकता है।

विश्वसनीयता ज्ञात करने की निम्नलिखित विधियाँ है -

1- पुन: परीक्षण विधि

2- चरिता विश्लेषण विधि

3- अर्द्धविच्छेन विधि

4- तर्कयुक्त तुल्यता विधि

5- विश्वसनीयता गुणांक

17.9 शब्दावली

- **विश्वसनीयता गुणांक-** विश्वसनीयता प्राप्त परीक्षण प्राप्तांकों में वास्तविक विचरण अनुपात

17.10 स्वमूल्यांकन प्रश्न

अतिलघुत्तरात्मक प्रश्न -

1- विश्वसनीयता किस कहते हैं ?

2- विश्वसनीयता गुणांक का प्रतीक क्या है ?

3- विश्वसनीयता गुणांक को ज्ञात करने का सूत्र क्या है ?

लघुत्तरात्मक विधि -

1- विश्वसनीयता का अर्थ एवं महत्व समझाइये।

2- विश्वसनीयता का मूलभूत अर्थ बताइये।

निबधात्मक प्रश्न -

1- विश्वसनीयता को प्रभावित करने वाले कारकों का वर्णन कीजिए।

2- विश्वसनीयता के विभिन्न प्रकारो का अर्थ समझाइये।

17.11 संदर्भ ग्रन्थ सूची

- अनिल कुमार (2008) शिक्षा के मापन मूल्यांकन एवं निर्देशन, राजस्थान नई दिल्ली
- भार्ग्व महेश (1971) मनोवैज्ञानिक मूल्यांकन एवं मापन, हर प्रसाद भार्गव शैक्षिक प्रकाशन आगरा।
- डी.एन. श्रीवास्तव सांख्यिकी एवं मापन- विनोद पुस्तक मंदिर, आगरा गैरिट एम.ई. (1996) मनोविज्ञान एवं शिक्षा में सांख्यिकी।
- रायजादा बी.एस. (1997) शिक्षा मे अनुसंधान के आवश्यक तत्व, राजस्थान हिन्दी ग्रन्थ अकादमी जयपुर

- गुप्ता, एस.पी. (2007) आधुनिक मापन एवं मूल्यांकन शारदा पुस्तक भवन इलाहाबाद
- भटनागर, आर.पी. (1995) शिक्षा अनुसंधान विधि एवं विश्लेषण ईगल बुक्स इंटरनेशनल मेरठ |
- अग्रवाल, वाई. पी. (1990) स्टेस्टिकल मेथड, स्टर्लिंग पब्लिशर्स, प्रा.लि., नई दिल्ली |
- गेरेट, हेनरी (2007) शिक्षा और मनोविज्ञान में सांख्यिकी , पैरागन इंटरनेशनल प ब्लिशर्स, नई दिल्ली |

इकाई - 18

परीक्षण विश्वसनीयता ज्ञात करने की विधियाँ

Methods of estimating test Reliability

इकाई की रूपरेखा

18.1 प्रस्तावना

18.2 उद्देश्य

18.3 परीक्षण विश्वसनीय

18.4 विश्वसनीयता ज्ञात करने की विधियाँ

18-4-1 परीक्षण पुनपरीक्षण विधि

18-4-2 समान प्रारूप विधि

18-4-3 अर्द्धविच्छेदन विधि

18-4-4 तार्किक समतुल्यता विधि

18-5 विश्वसनीयता गुणांक को प्रभावित करने वाले कारक

18-6 सारांश

18-7 शब्दावली

18-8 स्वमूल्याकंन हेतु प्रश्न

18-9 संदर्भग्रंथसूची

18.1 प्रस्तावना

पिछले अध्याय में आपने विश्वसनीयता क्या है। उसका क्या महत्व है और उसकी वैद्य परिभाषा क्या है ? उसको समझकर आपने यह भी समझा कि विश्वसनीयता ज्ञात करना किसी परीक्षण के लिए कितनी महत्ता रखता है | उच्च कोटी की विश्वसनीयता प्राप्त होने पर ही उसे मानकीकृत परीक्षण कहा जा सकता है प्रस्तुत अध्याय में विश्वसनीयता गुणांक का अर्थ बताते हुए उसको ज्ञान करने की विभिन्न साख्यिकीय विधियों को समझाने का प्रयास किया जा रहा है। साथ ही यह भी स्पष्ट किया जा रहा है। कि ऐसे कौनसे कारक है जो विश्वसनीयता गुणांक को प्रभावित करते हैं।

18.2 उद्देश्य

इस इकाई के अध्ययन के पश्चात आप :-

1- परीक्षण विश्वसनीयता का अर्थ समझ सकेंगे।

2- विश्वसनीयता गुणांक का अर्थ जान पायेंगे।

3- विश्वसनीयता गुणांक ज्ञात करने की विभिन्न विधियों को जानकारी प्राप्त कर सकेंगे।

18.3 परीक्षण विश्वसनीयता का अर्थ

परीक्षण की 'विश्वसनीयता' का सम्बन्ध मापन की चर त्रुटियों से है। परीक्षण की यह विशेषता बताती है कि परीक्षण किस सीमा तक चर त्रुटियों से मुक्त हैं। विश्वसनीयता का शाब्दिक अर्थ विश्वास करने की सीमा से है। अत: विश्वसनीय परीक्षण है, जिस पर विश्वास किया जा सके। यदि किसी परीक्षण का प्रयोग बार-बार उन्हीं छात्रों पर किया जाये तथा वे छात्र बार-बार समान अंक प्राप्त करें, तो परीक्षण को विश्वसनीय कहा जाता है। स्पष्ट है कि परीक्षण की विश्वसनीयता का सम्बन्ध उससे मिलने वाले प्राप्तांकों में स्थायित्व से है। यदि परीक्षण से प्राप्त अंको में स्थायित्व है तो परीक्षण को विश्वसनीय परीक्षण के रूप में स्वीकार किया जाता है। उदाहरण के लिए यदि किसी बुद्धि परीक्षण से रमेश की बुद्धिलब्धि 112 प्राप्त होती है तथा 10 दिन के पश्चात् पुन: उस परीक्षण का प्रयोग करके रमेश की बुद्धिलब्धि ज्ञात की जाती है। यदि इस बार रमेश की बुद्धिलब्धि 112 के लगभग आती है, तो परीक्षण को विश्वसनीय परीक्षण कहा जायेगा, परन्तु यदि दूसरी बार रमेश की बुद्धिलब्धि 112 से काफी कम या अधिक आती है तो परीक्षण को अविश्वसनीय परीक्षण कहा जायेगा। इस प्रकार से विश्वसनीयता किसी परीक्षण पर किसी समूह के सदस्यों के द्वारा प्राप्त अंको की संगतता की द्योतक होती है। किसी परीक्षण को विश्वसनीयता बताती है कि प्राप्तांक किसी सीमा तक चर त्रुटियों से मुक्त है। परीक्षण पर प्राप्त अंको को सैद्धान्तिक दृष्टि से वास्तविक प्राप्तांक तथा चर त्रुटि का योग माना जा सकता है। दूसरे शब्दों में किसी भी प्राप्तांक (X) को दो भागों में विभक्त माना जा सकता है, प्रथम भाग छात्र की वास्तविक योग्यता को व्यक्त करता है जिसे वास्तविक या सत्य प्राप्तांक (T) कहा जा सकता है, जबकि द्वितीय भाग मापन में हुई त्रुटि का द्योतक होता है जिसके त्रुटि अंक (E) कहा जा सकता है। अत:

$$X = T + E$$

विचलन के रूप में लिखा जा सकता है कि

$$x = t + e$$

क्योंकि त्रुटि (e) शून्य के दोनों और रैन्डम रूप से वितरित मानी जा सकती है, इसलिए प्रसरण रूप से उपरोक्त समीकरण को लिखा जा सकता है।

कुल प्रसरण (Total Variance)	सत्य प्रसरण (True Variance)	त्रुटि प्रसरण (Error Variance)

नि: सन्देह इस समीकरण में कुल प्रसरण को x से, सत्य प्रसरण को t से एवं त्रुटि प्रसरण को e से इंगित किया गया है। इस समीकरण के दोनों पक्षों को कुल प्रसरण t से भाग देने पर उपरोक्त समीकरण के दांये पक्ष का प्रथम पद परीक्षण की विशवासनीयता को इंगित करता

है। अत: कहा जा सकता है कि वास्तविक प्राप्तांकों के प्रसरण का कुल प्राप्तांकों के प्रसरण से अनुपात ही विश्वसनीयता है। दूसरे शब्दों में सत्य प्रसरण के अनुपात को ही विश्वसनीयता गुणांक कहा जाता है।

अत: विश्वसनीयता को प्रसरणों के अनुपात के रूप से व्यक्त करते समय दो बातों को स्मरण रखना आवश्यक हैं प्रथम, कुल प्राप्तांक (X) को सत्य प्राप्तांक (T) व त्रुटि प्राप्तांक (E) के रूप में विभाजित करना, केवल सैद्धान्तिक रूप से सम्भव है। व्यवहार में इस प्रकार का विभाजन करना असंभव है। किसी छात्र के कुल प्राप्तांक (x) के सापेक्ष न तो सत्य प्राप्तांक (T) का मान ज्ञान किया जा सकता है और न ही त्रुटि अंश (E) का मान ज्ञान किया जा सकता है। इन प्रकार का विभाजन केवल विश्वसनीयता के सैद्धांतिक विवेचन के लिए परिकल्पित किया गया हैं द्वितीय, परिकल्पित की गयी त्रुटि (E) शून्य के दोनों और रैन्डम ढंग से विचरित होती है। कहने का अर्थ है अंश का मान कम भी हो सकता है तथा अधिक भी हो सकता है अथवा धनात्मक भी हो सकता है तथा ऋणात्मक भी हो सकता है।

अनास्तेसी के अनुसार -

''परीक्षणी की विश्वसनीयता से अभिप्राय भिन्न-भिन्न अवसरों पर, या समलुत्य पदो के भिन्न-भिन्न विन्यासों पर, किसी व्यक्ति के द्वारा प्राप्त अंको की संगतिये है।''

स्टोडोला व स्टोर्डल के शब्दों में

''विश्वसनीयता को किसी समूह के व्यक्तियों के लिए समतुल्य परीक्षणों पर प्राप्तांकों के दो या दो से अधिक विन्यासो के मध्य सहसम्बन्ध के रूप में परिभाषित किया जा सकता है।''

गिलफोर्ड के अनुसार

''विश्वसनीयता परीक्षण प्राप्तांकों में सत्य प्रसरण का अनुपात है।

विश्वसनीयता परीक्षण प्राप्तांकों में सत्य प्रसरण का अनुपात है।''

विश्वसनीयता को स्थिरता गुणांक, समतुल्यता गुणांक, तथा सजातीयता गुणांक के रूप में भी परिभाषित किया जाता है।

18.4 विश्वसनीयता ज्ञात करने की विधियाँ

विश्वसनीयता दो समरूप एवं समान्तर परीक्षाओं के परिणामों के मध्य तुलना की सहायता से ज्ञात की जाती है जिसकी मुख्यत: सह-सम्बन्ध द्वारा निकाला जाता है और निकाले गये सह-सम्बन्ध की विश्वसनीयता गुणांक कहते हैं। विश्वसनीयता गुणांक ज्ञात करने की प्रमुख विधियाँ निम्न लिखित है -

(1) परीक्षण पुनपरीक्षण विधि

(2) समान प्रारूप विधि

(3) अर्द्ध विच्छेदन विधि

(4) कूडर रिचर्डसन विधि का तर्क युक्त समानता विधि -

18.4.1 परीक्षण पुनपरीक्षण विधि -

इस विधि के अन्तर्गत एक ही परीक्षण को छात्रों के एक ही समूह पर कुछ समयान्तराल पर दोबार प्रशासित करते हैं एवं दोनों समयों में प्राप्त प्राप्ताकों के मध्य विश्वसनीयता गुणांक ज्ञात करते हैं। इस विधि में एक ही परीक्षण को दो बार छात्रों पर प्रसारित किया जाता है। तथा दोनों बार के प्राप्तांकों में स्थिरता देखी जाती है। इसलिए प्राप्त विश्वसनीयता गुणांक को स्थिरत गुणांक भी कहते हैं। यदि पहली बार प्राप्त किए प्राप्तांकों एवं द्वितीय समय में प्राप्त प्राप्तांकों में अधिक अन्तर आता है तो यह परीक्षण विश्वसनीयता के लिए दोनों बार प्राप्त प्राप्तांक लगभग एक समान होने चाहिए।

दोष -

1- इसमें परीक्षण को दो बार प्रसारित करने के कारण विश्वसनीयता पर अभ्यास एवं स्मृति का प्रभाव पड़ता है, क्योकि अभ्यास एवं स्मृति के कारण पूर्व की अपेक्षा द्वितीय समय में फलांक अधिक हो जाते हैं। यदि दोनों परीक्षणों के मध्य समय कम रहता है तब स्मृति के कारण व्यक्ति बहुत से प्रश्नों का उत्तर पहले की भांति देता है इसके विपरीत यदि दोनों परीक्षणों के मध्य समयान्तराल अधिक रखा जाता है तो व्यक्ति के मानसिक विकास, योग्यता, अनुभव ज्ञान आदि का प्रभाव प्राप्तांकों पर पड़ता है जिससे प्राप्तांक बढ़ जाते हैं। दो बार परीक्षण देने के कारण इसमें समय का दुरूपयोग होता है। इस विधि के व्यक्तित्व परीक्षणों तथा अभिवृत्ति मापनियों की विश्वसनीयता सही प्रकार से ज्ञात नहीं की जा सकती है क्योंकि व्यक्तित्व, शीलगुण, रूचि आदि सदैव स्थिर रहकर परिवर्तन शील रहते हैं। अब प्रश्न उठता है कि इन दो परीक्षणों (परीक्षण एवं पुनपरीक्षण के मध्य समयान्तराल कितना हो? यह समय कुछ मिनट से लेकर महीनों के मध्य हो सकता है लेकिन समस्या फिर भी वहीं रही कि कम समयान्तराल में स्मृति एवं अभ्यास का एवं अधिक समयान्तराल होने पर बालक का मानसिक विकास, अनुभव, ज्ञान आदि का विश्वसनीयता पर प्रभाव पडेगा ही। इसलिए समय सीमा निर्धारण पूर्णत: सम्भव है। विश्वसनीयता गुणांक ज्ञान करने की इस विधि का यह प्रमुख दोष है।

18.4.2 समान प्रारूप विधि - जेसा कि शब्द से इस विधि में परीक्षण के दो समान प्रारूपों को तैयार किया जाता है तथा एक ही समूह पर इन दोनों परीक्षणो को एक ही समय में प्रकाशित किया जाता है। समूह द्वारा सफलता पूर्वक परीक्षणों को हल करने के उपरान्त दोनों परीक्षणों का अलग - अलग फलांकन कर लिया जाता है तथा इनके मध्य सह सम्बन्ध ज्ञात किया जाता है। प्राप्त सह सम्बन्ध को ही विश्वसनीयता गुणांक कहते हैं। इस विधि में दो समान परीक्षणों के विश्वसनीयता गुणांक को तुल्यता गुणांक के नाम से भी सम्बोधित करते हैं। इस विधि में परीक्षणों को दूसरे रूप में भी प्रशासित किया जा सकता है जिसमें दोनों समान परीक्षणों के मध्य समयान्तरण रखा जाता है। जिससे यह विधि परीक्षण पुनर्परीक्षण विधि को ही भांति कार्य करती है जिसकी सहायता से स्थिरता एवं तुल्यता को निकाला जा सकता है।

इस विधि में अनुभव, अभ्यास तथा परीक्षाओं की व्यक्तिगत विभिन्नताओं का प्रभाव विश्वसनीयता पर नही पड़ पाता क्योंकि दोनों परिक्षणों की सामग्री भिन्न होती है लेकिन दोनों परीक्षणों के प्रश्नों से अधिक समानता (एकरूपता) होने से विश्वसनीयता बढ़ जाती है।

दोनो परीक्षणों के मध्य पर्याप्त समयान्त राल रखने पर अनुभव, स्मृति आदि के कारण प्राप्तांकों में भी विचलन नही होता। यह समयान्त राल चार सप्ताह हो सकता है । इन विशेषताओं के उपरान्त भी कुछ ऐसी समस्याएं है जो इस विधि में आती है, जैसे समय एवं शक्ति का दुरूपयोग, दो समान प्रारूप तैयार करने में अत्यन्त कठिनाईयों का आना आदि। यद्यपि एक परीक्षण का मानकीकरण काराना कठिन है कि जबकि इस विधि में दो परीक्षाओं के मानकीकरण से समस्या और बढ़ जाती है ।

परीक्षण के समान का समानान्तर द्वितीय परीक्षण प्रारूप तैयार करते समय निम्नलिखित बिन्दुओं को ध्यान में रखना आवश्यक हे -

1- सभी पद समाजातीय होने चाहिए।

2- पदों की संख्या दोनों प्रारूपों के समान होनी चाहिए।

3- सभी पद कठिनाई स्तर और विभेदीकरण की दृष्टि से समान रूप से बंटे हो।

4- पदों के प्रकार, विषय, वस्तु कठिनाई स्तर और न्यादर्श दोनों प्रारूपों से समान होने चाहिए।

5- दोनों प्रारूपों पर प्राप्त प्राप्तांकों के मध्यमान एवं मानक विचलन में समीपता होनी चाहिए।

6- परीक्षण का प्रशासन एवं फलांकन एक समान होना चाहिए।

18.4.3 अर्द्ध विच्छेदन विधि - विश्वसनीयता ज्ञात करने के लिए इन विधि का प्रयोग उत्तम है । इसके अन्तर्गत सामान्य रूप से एक ही परीक्षण को एक समय मे ही छात्रों पर प्रशासित कते है । इसमें न परीक्षण को दो बार प्रशासित करना पड़ता है एवं न ही दो परीक्षणों को एक साथ। इसलिए यह विधि पूर्व की दोनों विधियों से उत्तम है । सामान्यत: रूप से परीक्षण को प्रशासित करने के बाद फलांकन के समय इस एक ही परीक्षण को दो हिस्सों में विभक्त कर लिया जाता है। तथा दोनों हिस्सों का फलांकन अलग-अलग किया जाता है तथा दोनों हिस्सों के फलांको के मध्य सहसम्बन्ध निकाला जाता है । जिसे विश्वसनीयता गुणांक कहते हैं । इस विधि के अन्तर्गत एक ही छात्र को एक ही परीक्षण में दो अलग-अलग हिस्सों में अंक प्राप्त होते हैं तथा हिस्सों का आपस में सम्बन्ध निकाला जाता है । इसलिए इस गुणांक को आन्तरिक संगति गुणांक कहते हैं। अब प्रश्न उठता है कि एक ही परीक्षण को दो समान हिस्सों में कैसे विभक्त किया जाये क्योंकि दोनों हिस्से पाठ्य वस्तु, कठिनाई स्तर एवं अन्य कारकों की दृष्टि के समान होने चाहिए। परीक्षण को दो हिस्सो में विभाजित करने के कई तरीके हैं लेकिन मुख्य रूप से सहविषय तरीके का ही प्रयोग किया जाता है । अर्थात परीक्षण के एक भाग में संख्याओं 2,4,6,8 ..... तथा दूसरे भाग में विषय संख्याओं (प्रथम सख्याओं) 1,3,5,7,9 ..... वाले पदों को सम्मिलित करते हैं । इससे पूर्व में ही परीक्षण के सभी पदों को उनकी बढ़ती हुई कठिनाई स्तर के अनुरूप रखते है इसके बाद परीक्षण का सह विषम के आधार पर विभाजन किया जाता है, जिसको निम्नलिखित रूप से भी दर्शाया जा सकता है -

पद 1,2,3,4,5,6,7,

कम ..... अधिक

कठिनाई स्तर

18.4.4 कुडर रिचर्डसन फार्मूला का प्रयोग (तर्कयुक्त समानता विधि)

यह फार्मूला विच्छिन्नित अर्थ विधियों (प्रथम अर्थ बनाम द्वितीय अर्थ समसंख्यी बनाम विषय संख्या वाले मद इत्यादि) के सभी संभावित संयोजनों से प्राप्त विश्वसनीयताओं के औसत का अनुमान प्रस्तुत करता है और यह केवल एक बार के परीक्षण के आधार पर करता है। इस फामूॅले से प्राप्त विश्वसनीयता गुणांक यदि 1.00 है तो इसका अर्थ यह हुआ कि सभी पद एक ही गुण का मापन कर रहे हैं और टेस्ट में पूर्ण आंतरिक संगति है। यह विश्वसनीयता गुणांक (0) शून्य है तो इसका अर्थ यह है कि मद खिचड़ी टाइप की विशेषताओं का मापन कर रहे हैं, इसलिए उन पर प्राप्त अंको के योग का कोई अर्थ नही है। कुडर रिचार्डसन ने कई फामूले दिए है जिनमें से नीचे दिया गया फार्मूला सबसे अधिक प्रयोग किया जाता है।

18.5 विश्वसनीयता गुणांकको प्रभावित करने वाले कारक

1- **समूह प्रसार -** समूह प्रसार विश्वसनीयता गुणांक पर प्रभाव डालता है। समूह प्रसार अधिक होने पर समूह का विश्वसनीयता गुणांक अधिक और समूहप्रसार कम होने पर विश्वसनीयता गुणांक कम होगा। समूह प्रसार की अधिकता से अभिप्राय विभाग समूह है। समजातीय समूह की अपेक्षा विषम जातीय समूह पर किए गये परीक्षण का विश्वसीयता गुणांक उच्च होगा। इस प्रकार कह सकते हैं कि समूह के शीलगुणों, योग्यताओं, क्षमताओं, आदि में जितना अधिक विचलन होगा या अन्तर होगा, विश्वसनीयता गुणांक उतना ही उच्च होगा।

2- **आयु प्रसार -** परीक्षण की विश्वसनीयता को आयु कारक भी प्रभावित करता है। आयु कारक का तात्पर्य है- आयु प्रसरण। किसी परीक्षण को जितनी अधिक आयु प्रसार वाले परीक्षार्थियों पर प्रसावित किया जायेगा, विश्वसनीयता गुणांक उतना ही उच्च होगा क्योकि एक ही वायु समुह के परीक्षार्थियों की अपेक्षा 10-16 आयु वर्ग वाले वर्ग वाले परीक्षार्थियों के लिए परीक्षण अपेक्षाकृत अधिक होगा।

3- **फलांक प्रसार -** किसी परीक्षण में फलांक प्रसार जितना अधिक होगा उस परीक्षण का विश्वसनीयता गुणांक उतना ही अधिक होगा। फलांक प्रसार से अभिप्राय है कि एक सूह की निम्न सीमा एवं उच्चतम सीमा में अन्तर। जैसे 15-24 वर्ग का प्रसार 15-19 वर्ग के प्रसार से अधिक है। यदि एक परीक्षण में फलांक प्रसार 20-24 है एवं दूसरे परीक्षण का फलांक प्रसार 20-34 है तथा विश्वसनीयता गुणांक पहली स्थिति में कम एवं द्वितीय स्थिति में अधिक होगा। यदि फलांक प्रसार 20-48 हो तो अपेक्षाकृत इस परीक्षण का विश्वसनीयता गुणांक अधिक होगा।

4- **परीक्षण का कठिनाई स्तर -** यदि कोई परीक्षण बहुत अधिक सरल या बहुत अधिक कठिन है तब भी परीक्षण का विश्वसनीयता गुणांक कम हो जायेगा क्योकि आसान परीक्षण को सभी विद्यार्थी हल कर देगे एवं बहुत कठिन परीक्षण को कोई भी विद्यार्थी सही ढ़ंग से हल नही कर पायेगा। अत: परीक्षण के पदों का निर्माण परीक्षार्थियों की स्थिति के अनुसार सामान्य सम्भावना चक्र पर आधारित होना चाहिए। परीक्षण में कम

प्रश्न सरल एवं कठिन अधिसंचय प्रश्न सामान्य स्तर के होने चाहिए अर्थात परीक्षण में सरल, सामान्य एवं कठिन तीनों ही प्रकार के प्रश्नों का यथावश्यक समावेश होना चाहिए।

5- **परीक्षण के मध्य समयान्तर -** परीक्षणों के प्रशासित किए जाने के मध्य रखे गये समयान्तर का भी परीक्षण की विश्वसनीयता पर प्रभाव पड़ता है। यदि परीक्षण को दो अवसरों पर अधिक समयान्तर से प्रशासित किया जाय तब विश्वसनीयता गुणांक कम आता है। कारण स्पष्ट है कि अधिक समयान्तर के कारण मानसिक विकास, योग्यता, ज्ञान आदि में वृद्धि होने के कारण अंको में स्थिरता नहीं रह पाती। इसी प्रकार कुछ विधियों को छोड़कर यदि परीक्षण को तत्काल ही पुनर्परीक्षित किया गया तो पूर्व की स्मृति आदि के प्रभाव से परिणाम सही नही आ पायेगें। अत: विधियों के अनुरूप परीक्षण समयान्तराल को निर्धारित किया जाना आवश्यक है।

6- **परीक्षार्थी की स्थिति एवं वातावरण का प्रभाव** - पूर्व या पश्च परीक्षण के समय यदि परीक्षार्थी की शारीरिक, मानसिक एवं सवेगात्मक स्थिति यथावत नही है तो उससे विश्वसनीयता गुणांक कम होगा। इसके साथ-साथ वातावरण की विभिन्न परिस्थितियाँ यथा- शोरगुल, बैठक व्यवस्था, परीक्षा के समय बिजली का जाना, उत्तर का मिलान आदि कारण विश्वसनीयता गुणांक को कम कर देते हैं। अत: विश्वसनीयता गुणांक की स्थिरता एवं तुल्यता के लिए परीक्षण प्रशासन के समान वातावरण परीक्षार्थी की स्थिति को अवश्य ध्यान में रखा जाय।

7- **संयोग का प्रभाव -** बहुत कुछ ऐसे परीक्षार्थी होते हैं जो संयोग से ही किसी प्रश्न का उत्तर दे देते है। इसके लिए परीक्षण पदों के निर्माण के समय ध्यान आवश्यक है कि प्रश्नों की प्रकृति सम्भवत: ऐसी हो जिसका उतर परीक्षार्थी संयोगवंशन देकर यथार्थ उतर देने का प्रयास करें। यद्यपि यह उतर देने की संयोगात्मक प्रत्येक परीक्षार्थी पर लागू नही होती किन्तु फिर भी यदि कुछ परीक्षार्थी भी संयोग पर आधारित उत्तर देते हैं तो विश्वसनीयता गुणांक प्रभावित होता है।

8- **परीक्षण की लम्बाई -** सामान्यत: परीक्षण की लम्बाई बढ़ाने पर परीक्षण का विश्वसनीयता गुणांक बढ़ जाता है क्योकि परीक्षण में अधिक प्रश्न होने के कारण प्रश्न हल करने में अवसर त्रुटि कम हो जाती है जिससे मापन अधिक शुद्ध होता है। 100 अंक के परीक्षण में 100 प्रश्न रखने पर हर प्रश्न एक अंक का होगा। यदि पच्चीस प्रश्न रखे गये तो प्रत्येक प्रश्न चार अंक का होगा। यदि संयोग वश भी दोनों परीक्षणों में एक-एक प्रश्न किया गया तो प्रथम परीक्षण में एक अंक का ही प्रभाव पड़ेगा जबकि दूसरे में चार अंक का प्रभाव पड़ेगा जिससे विश्वसनीयता गुणांक अपेक्षाकृत कम जायेगा। कितनी विश्वसनीयता प्राप्त करने के लिए परीक्षण की लम्बाई को कितना बढ़ाया जाये इसके लिए स्पीकर मेन ब्राउन सूत्र की सहायता लेते हैं।

उदाहरणार्थ

25 पदों वाले एक परीक्षण की विश्वसनीयता 60 है यदि परीक्षण की लम्बाई चार गुनी कर दी जाय अर्थात परीक्षण में 25 पदों के स्थान पर 100 पद करदिए जाये तो परीक्षण की विश्वसनीयता कितनी होगी?

9. **परीक्षण को वस्तुनिष्ठता -** अधिकतर मानकीकृत परीक्षण वस्तुनिष्ठ होते हैं जिनके फलांकन पर परीक्षक की आत्मनिष्ठता का प्रभाव नही पड़ता है। अर्थात एक परीक्षण के फलांकन में सभी परीक्षको द्वारा प्रदत परीक्षार्थियों के फलांक समान होते हैं। जिससे विश्वसनीयता बढ़ती है। इसके विपरीत किसी परीक्षण में परीक्षक की आत्मनिष्ठता आ जाय तब परीक्षक का विश्वसनीयता गुणांक कम हो जाता है। आत्मनिष्ठता से अभिप्राय हर परीक्षक अंक देने के लिए स्वतंत्र हो जैसे निबंधात्मक प्रश्न पर एक परीक्षक 10 में से चार, दूसरा सात, तीसरा पांच अक दे सकता है। वस्तुनिष्ठता में परीक्षक फलांकन हेतु स्वतंत्र न होकर बंधा होता है। वांछित उतर देने पर हर परीक्षक को निर्धारित अंक देने ही होगे। अत: परीक्षण हर दृष्टि से यदि वस्तुनिष्ठ है तो परीक्षण की विश्वसनीयता भी उच्च होगी।

18.6 सारांश

विश्वसनीयता का सम्बन्ध मापन की चर त्रुटियों से होता है किसी परीक्षण की विश्वसनीयता यह बनाती है कि एक ही व्यक्ति का बार-बार मापन करने प्राप्त अंको की कितनी संगतता है | इसे सत्य प्रसरण व कुल प्रसरण के अनुपात के रूप में भी व्यक्त किया जा सकता है | विश्वसनीयता ज्ञात करने की पांच मुख्य विधियाँ परीक्षण पुर्नपरीक्षण अवधि समतुल्य परीक्षण विधि, अर्द्धविच्छेद विधि, तार्किक समतुल्यता विधि तथा होस्ट विधि है।

18.6 शब्दावली

- **विश्वसनीयता** - परीक्षण प्राप्तांकों के बीच संगति की मात्रा को ही विश्वसनीयता गुणांक कहा जाता है।
- **कालिक संगति -** जब कोई परीक्षण किसी प्रतिदर्श या समूह पर बार-बार प्रशारित किया जाये और हर बार उसके प्राप्तांकों में संगति हो तो उसे कालिक संगति कहते हैं।

18.7 स्वमूल्याकंन हेतु प्रश्न

अतिलघुत्तरात्मक प्रश्न

1- विश्वसनीयता गुणांक का सूत्र क्या है ?

2- मापन की चर त्रुटि किसे कहते हैं ?

3- कूडर रिचर्डसन का विश्वसनीयता गुणांक का सूत्र क्या है ?

लघुरात्तरात्मक प्रश्न -

1- परीक्षण पुनर्परीक्षण विधि के दोष क्या है ?

2- समतुल्य परीक्षण विधि की सीमाएं क्या है ?

निबन्धात्मक प्रश्न -

1- तार्किक समतुल्यता विश्वसनीयता गुणांक ज्ञात करने की विधि का सविस्तार उदाहरण सहित वर्णन कीजिए।

2- अदृध्रविच्छेद विश्वसनीयता गुणांक ज्ञात करने की विधि का सविस्तार उदाहरण सहित वर्णन कीजिए।

18.8 संदर्भ ग्रन्थ सूची

- अनिल कुमार (2008) शिक्षा के मापन मूल्याकंन एवं निर्देशन, राजस्थान, नई दिल्ली
- भार्गव महेश (1971) मनोवैज्ञानिक मूल्यांकन' एवं मापन, हर प्रसाद भार्गव शैक्षिक प्रकाशन आगरा।
- डी.एन. श्रीवास्तव सांख्यिकी एवं मापन- विनोद पुस्तक मंदिर, आगरा गैरिट एम.ई. (1996) मनोविज्ञान एवं शिक्षा में सांख्यिकी।
- रायजादा बी.एस. (1997) शिक्षा मे अनुसंधान के आवश्यक तत्व, राजस्थान हिन्दी ग्रन्थ अकादमी जयपुर
- गुप्ता, एस.पी. (2007) आधुनिक मापन एवं मूल्याकंन शारदा पुस्तक भवन इलाहाबाद
- भटनागर, आर.पी. (1995) शिक्षा अनुसंधान विधि एवं विश्लेषण ईगल बुक्स इंटरनेशनल मेरठ

इकाई - 19

वैद्यता : अर्थ एवं प्रकार

Validity : Meaning and Type

इकाई की रूपरेखा

19.1 प्रस्तावना

19.2 उद्देश्य

19.3 वैद्यता का अर्थ

19.4 वैद्यता का मूलभूत अर्थ

19.5 वैद्यता का वर्गीकरण

19.6 वैद्यता को प्रभावित करने वाले कारक

19.7 सारांश

19.8 शब्दावली

19.9 स्वमूल्यांकन हेतु प्रश्न

19.10 संदर्भ ग्रंथ सूची

19.1 प्रस्तावना

पिछले दो अध्यायों में आप विश्वसनीयता का अर्थ एवं विश्वसनीयता गुणांक ज्ञात करने की विधियों के बारे में अध्ययन कर चुके हैं । किसी भी परीक्षण/मूल्यांकन उपकरण के मानकीकरण हेतु विश्वसनीयता के साथ वैद्यता भी एक प्रमुख गुण होता है । परीक्षण के प्रत्येक पद की वेद्यता के साथ सम्पूर्ण परीक्षण की वैद्यता भी उच्च कोटी की होनी आवश्यक है वैद्यता के कई प्रकार हैं | इसका विषय वस्तु की गुणवत्त से भी सम्बन्ध होता है अत: प्रस्तुत अध्याय में वैद्यता के विभिन्न प्रकारों का भी वर्णन किया जा रहा है ।

19.2 उद्देश्य

प्रस्तुत इकाई के अध्ययन के पश्चात् आप :-

- वैद्यता का अर्थ समझ सकेगें ।
- वैद्यता गुणांक एवं इसका मूलभूत अर्थ समझ सकेगें ।
- वैद्यता के प्रकारों की जानकारी प्राप्त हो सकेगी ।
- वैद्यता को प्रभावित करने वाले कारकों की जानकारी प्राप्त हो सकेगी ।

19.3 वैद्यता का अर्थ

गुण अथवा उपयोगिता का अति महत्वपूर्ण परीक्षण वैद्यता है, किसी परीक्षण का वैद्यता इस बात का सूचक होती है कि उसमें स्थायी त्रुटि कितना है। यदि स्थायी त्रुटि कम होती है तो उसकी वैधता कम होगी। परीक्षण की वैधता का अर्थ उसके परीक्षण की सत्यता या सोद्देश्यता से होता है | इसका तात्पर्य यह है कि परीक्षण की रचना जिस गुण विशेष के मापन के लिये की गयी है उसका मापन किस सीमा तक करता है।

शिक्षा और मनोविज्ञान के मापन में जिन परीक्षणों का प्रयोग किया जाता है वे उस विशेषता का मापन पूर्ण रूप से नहीं कर पाता है, साथ ही किसी अन्य गुण का भी मापन करता है। जैसे-शाब्दिक बुद्धि परीक्षण के द्वारा बुद्धि के मापन के साथ-साथ भाषा की निष्पत्ति का भी मापन होता है। जब भी इस परीक्षा का प्रयोग होता है भाषा निष्पत्ति की स्थायी त्रुटि रहती है। इस प्रकार शिक्षा मनोविज्ञान के परीक्षण पूर्णरूप से वैद्य नहीं होते हैं। यह मापन अप्रत्यक्ष होता है।

वैद्यता परीक्षण की परिभाषाएँ -

वैद्यता की परिभाषा शिक्षा और मनोविज्ञान के विद्वानों ने अनेक प्रकार से की है। उनमें से कुछ विद्धानों की परिभाषाओं को यहाँ दिया गया है -

आर.एल. थार्नडाइक के शब्दों में - कोई भी मापन विधि उस सीमा तक वैद्य है, जिस सीमा तक वह उस कार्य के किसी सफल मापन से सह-सम्बन्ध है, जिसके विषय में पूर्व कथन हेतु उसकी रचना की गयी है।

ली.जे. क्रानबैक के शब्दों में किसी परीक्षण की वैधता उसकी वह सीमा है, जिस सीमा तक वह, वही मापता है जिसके लिये उसका निर्माण किया गया है।

इ.इ. घिसेली के अनुसार - वैद्यता की संभव परिभाषा यह है कि एक परीक्षण किस सीमा तक प्रस्तावित उदेश्यों का मापन करता है।

फ्रैंक, एस. फ्रीमैन के अनुसार- वैद्यता का सूचांक उस मात्रा को व्यक्त करता है जिस मात्रा तक एक परीक्षण उस चर को मापता है, जिसके मापन हेतु वह बनाया गया हो, जबकि उसकी तुलना किसी स्वीकृत मानदण्ड से की जाती है।

ए.गुलिक सेन के अनुसार - किसी कसौटी के साथ परीक्षण का सह-संबंधही वैद्यता है।

उपर्युक्त विदित शिक्षाविदों के द्वारा दी गयी परिभाषाओं से वैद्यता का अर्थ स्पष्ट हो जाता है कि यह एक उत्तम व प्रमुख विशेषता है - जिससे यह विदित होता है कि एक परीक्षण किस सीमा तक उस विशेषता का मापन करता है जिसके लिये उसका निर्माण किया गया है। वैद्यता से आशय होता है कि एक परीक्षण अपने उदेश्यों की पूर्ति किसी सीमा तक करता है। वैद्यता परीक्षण की सार्थकता को प्रदर्शित करती है।

19.4 वैद्यता का मूलभूत अर्थ

वैद्यता का सूचकांक यह स्पष्ट करता है कि परीक्षण में स्थायी त्रुटि की मात्रा कितनी है यदि वैद्यता का सूचकांक ज्यादा है तो इससे यह प्रकट होता है कि उस परीक्षण में स्थायी त्रुटि कम है और यदि वैद्यता सूचकांक कम है तो उस परीक्षण में स्थायी अशुद्धि अधिक है। इसका आशय यह भी है कि परीक्षण जिसका मापन करने के लिये बनाया गया है उसके अलावा अन्य किसी गुण का मापन ज्यादा करता है। शिक्षा और मनोविज्ञान में कोई परीक्षण पूर्णरूप से वैद्य नही होता क्योंकि शिक्षा और मनोविज्ञान में ऐसा परीक्षण नहीं बनाया जा सकता है जो पूर्णरूप से वैद्य हो क्योकि शिक्षा और मनोविज्ञान में ऐसा परीक्षण नही बनाया जा सकता जो पूर्ण तौर से उसी का मापन करे जिसके लिये उसका निर्माण किया गया हैं। अत: शिक्षा मनोविज्ञान का परीक्षण पूर्णरूप से वैध होना संभव नही होता है।

वैद्यता का अभिप्राय सांख्यिकीय से भी समझा जा सकता है। वैद्यता का गुणांक परीक्षण के प्राप्तांकों का सह-सम्बन्ध मानदण्ड परीक्षण प्राप्तांकों से किया जा सकता है। अर्थात वैद्यता से आशय उस सह-सम्बन्ध से है जो एक परीक्षण का अन्य मानदण्ड से होता है।

इसमें किसी समूह के रहने हेतु एक परीक्षण दिया जाता है एवं इसके द्वारा उनके सहसंबधो का समूह ज्ञान किया जाता है। सामान्यत: सहसंबंध गुणांक तकरीबन 50 होने पर परीक्षण को वैध मान लिया जाता है। वैधता मालूम करने की यह एक मुख्य पद्धति हैं जिस तरह विश्वसनीयता के अर्थ को परीक्षण चरिता के रूप में बताया जाता है, यथा-विश्वसनीयता गुणांक से तात्पर्य यह है कि परीक्षण सम्पूर्ण चरिता का कौन-सा अनुपात वास्तविक चरिता का है। इसी तथ्य को आगे विश्लेषण करके वैधता गुणांक को समझ सकते हैं। वास्तविक चरिता का अनुपात इस अवधारणा पर आधारित है कि परीक्षण की कठिनाई विद्यार्थियों की जानकारी पर आधारित होता है और सभी प्रश्न समान कठिनाई स्तर के होते हैं।

वास्तविक अंक + त्रुटि अंक = सम्पूर्ण अंक

वास्तविक चरिता

---------- = विश्वसनीयता

परीक्षण चरिता

वैधता सम्मिलित चरिता का अनुपात होता है।

सम्मिलित कारक चरिता

वैधता गुणांक ---------- = विश्वसनीयता

परीक्षण चरिता

यह सूत्र इस अवधारणा पर आधारित है कि परीक्षण की कठिनाई छात्रों की जानकारी पर आधारित होती है और सभी प्रश्न समान कठिनाई के होते हैं।

$X = C + S$

वास्तविक प्राप्तांक = सम्मिलित प्राप्तांक + विशिष्ट प्राप्तांक

परीक्षण प्राप्तांक = सम्मिलित प्रापतांक + विशिष्ट प्राप्तांक + त्रुटि प्राप्तांक

X = C + S + E

वास्तविक प्राप्तांक ¾ सम्मिलित प्राप्तांक + विशिष्ट प्राप्तांक

$$\text{वैधता गुणांक} = \frac{\text{सम्मिलित कारक चरिता}}{\text{परीक्षण चरिता}}$$

उपरोक्त चित्रों एवं समीकरणों से यह विदित होता है कि वास्तविक चरिता को दो भागों में विभाजित किया जाता है। प्रथम-सम्मिलित कारक चरिता, द्वितीय विशिष्ट चरिता। सम्मिलित चरिता परीक्षण का कौन सा अनुपात है, वह वैद्यता गुणांक होता है।

"Validity is the proportion of common factor variance."

इस विवेचन से यह भी स्पष्ट होता है कि वैद्यता गुणांक सदैव विश्वसनीयता गुणांक से कम होता है। क्योंकि भाजक में दोनों स्थानों पर परीक्षण रहता है और वेद्यता में सम्मिलित कारक रहता है जो वास्तविक चरिता से सदैव कम रहता है।

19.5 वैधता का वर्गीकरण

शिक्षा और मनोविज्ञान में मापन की प्रक्रिया अप्रत्यक्ष होती है इसलिए मापन के लिए कई परीक्षण किये जाते हैं। जबकि भौतिक विज्ञान में एक गुण के मापन के लिये एक ही परीक्षण का प्रयोग होता है और शिक्षा और मनोविज्ञान में एक ही गुण के लिये अनेक परीक्षण प्रयोग किए जाते हैं। इसीलिए उन परीक्षणों की वैद्यता को जानना आवश्यक होता है। वैद्यता का वर्गीकरण विद्वानों ने अनेक प्रकार से किया है और पुस्तको में भी वैद्यता के स्वरूप अलग-अलग पढ़ने का मिलते है वैद्यता के प्रकार को समझने की इन सभी आयामों को तीन मौलिक प्रकारों में प्रदर्शित किया जा सकता है। वैद्यता के इस वर्गीकरण में परीक्षण की सम्पूर्ण परिस्थिति और सभी पक्षों को ध्यान में रखकर किया गया है।

(1) **मानसिक योग्यता का परीक्षण -** इस परीक्षण परिस्थिति में जिन व्यवहारों को सम्मिलित किया गया है वह व्यवहार किन मानसिक योग्यताओं का मापन करते हैं अथवा वे व्यवहार किन-किन मानसिक क्षमताओं पर आधारित हैं। किस प्रकार का विश्लेषण या मूल्यांकन करते हैं, तो यह अन्य प्रकार की वैद्यता को प्रकट करती है। जिसे मनोवैज्ञानिक वैद्यता या कारक विश्लेषण वैद्यता कहते हैं।

(2) **परीक्षण देने का व्यवहार -** इसके अन्तर्गत परीक्षण में जिन प्रश्नों को सम्मिलित किया है उसमें किन्हीं विशिष्ट व्यवहारों का मापन किया जाता है। उन्हें परीक्षण देने का व्यवहार करते हैं। निष्पति परीक्षण में यह व्यवहार पाठ्य वस्तु के स्वरूप से सम्बन्धित होते हैं। इसका अवलोकन पाठ्यक्रम में निहित पाठ्यवस्तु से तार्किक ढंग से किया जाता है। अत: इसे विषय-वस्तु या पाठ्यक्रम वैद्यता कहते हैं। इसे तार्किक वैद्यता भी कहते हैं।

(3) **मापदण्ड व्यवहार -** इसके अन्तर्गत परीक्षण देने के व्यवहारों का सम्बन्ध मानदण्ड व्यवहारो से किया जाता है, जब ये तीसरे प्रकार की वैद्यता होती है। इसमें परीक्षण व्यवहारों

की तुलना उनके वास्तविक व्यवहारों से करें अथवा किसी अन्य प्रमाणिक परीक्षण को उन्हीं छात्रों को दे उनका संबंधज्ञान करे तो उसे अनुभवजज्य वैद्यता कहा जाता है।

इन तीनों तरह की वैधता के अन्तर्गत सम्पूर्ण वर्गीकरण को शामिल किया जा सकता है -

परीक्षण परिस्थिति तथा वैधता के वर्गीकरण

	परीक्षण परिस्थितियाँ	वैधता के प्रकार
(क)	मानदण्ड व्यवहार या परिस्थिति	(3) अनुभव - जन्य वैधता (क) पूर्वकथित वैधता (ख) तात्कालिक वैधता (ग) मानदण्ड वैधता
(ख)	मानसिक योग्यता	(2) मनोवैज्ञानिक वैधता (क) कारक वैधता (ख) सैद्धान्तिक वैधता (ग) संरचनात्मक वैधता
(ग)	परीक्षा देने का व्यवहार	(1) संरचनात्मक वैधता (क) न्यादर्श वैधता (ख) तार्किक वैधता (ग) कारक वैधता (घ) आमुख वैधता (ड) विषय-वस्तु वैधता (च) उद्देश्य वैधता

अनस्टेसी ने अपने मापन की बुक में उपर्युक्त वैधता के वर्गीकरण विवरण किया है वैधता के ये प्रकार अधिक सार्थक एवं व्यवहारिक है।

इसके अतिरिक्त अन्य मनोवैज्ञानिक ने भी वैधता के प्रकार का उल्लेख किया है। उनमें से प्रमुख विद्वानों को उल्लेख अधोलिखित है -

क्रानबैक ने वैधता को चार वर्गीकरणों में विभक्त किया है।

(क) पूर्वकथित वैधता

(ख) तात्कालिक वैधता

(ग) पाठ्य-वस्तु वैधता

(घ) संरचनात्मक वैधता

ग्रीन, जोरेगेन्सन तथा जरवेरिच के शब्दों में - इन्होने वैधता की तीन वर्गीकरणों का विवरण किया है -

(क) तार्किक वैधता

(ख) पाठ्य वस्तु वैधता

(ग) सांख्यिकी वैधता

फ्रीमैन के अनुसार वैधता का वर्गीकरण निम्न चार है :-

(क) कारक वैधता

(ख) आमुख वैधता

(ग) क्रियात्मक वैधता

(घ) कार्यात्मक वैधता

रॉस के अनुसार वैधता का वर्गीकरण- रॉस ने वैधता चार प्रकार की दी है -

(1) पाठ्यवस्तु वैधता

(ख) संरचनात्मक वैधता

(ग) पूर्वकथित वैधता

(घ) तात्कालिक वैधता

जोर्डन के अनुसार वैधता के का वर्गीकरण -इन्होंने वैधता के दो ही प्रकार बतलायें है :-

(1) आन्तरिक वैधता

(2) बाह्य वैधता

वैधता का प्रकार -

वैधता की उपर्युक्त विशेषताएँ उसकी सामान्य विशेषतायें है । परन्तु कोई परीक्षण किसी विशिष्ट व्यावहारिक उद्देश्य के लिए वैध होता है, इसलिए कोई एक प्रकार की वैधता नही होती । जिस प्रकार के लिए मापन उपकरण का निर्माण किया जाता है उसी प्रकार की वैधता भी होगी । इस संदर्भ में वैधता का सबसे महत्वपूर्ण और स्वीकार्य वर्गीकरण दी अमेरिकन साइकोलोजिकल असोसियेसन, दी अमेरिकन एज्यूकेशन रिसर्च असोशियेशन तथा दी नेशनल काउन्सिल ऑन मेजरमेन्ट्स यूज्ड इन एजूकेशन (The American Psychological Adssociation, The American Research Association and the National Council on Measurements used in Education) की संयुक्त कमेटी द्वारा प्रस्तुत किया गया है । इसमें तीन प्रकार की वैधता का उल्लेख किया गया है –

1- विषयवस्तु वैधता -

वैधता निर्धारण करने की इस विधि में मापनी के मदों का इस संदर्भ में परीक्षण किया जाता है कि जिस उद्देश्य के लिये मापनों का निर्माण किया जाता है, क्या वे उसके उपयुक्त मापक है।

उदाहरण के लिए, एक ट्रेनिंग कॉलेज के शिक्षक ने अपने छात्रों के थार्नडाइक के अधिगम नियमों को बताया। उसके बाद छात्रों ने इनको कितना समझा इसके लिए एक टैस्ट तैयार किया जो वस्तुनिष्ठ टाइप का था। वह इस टेस्ट की वैधता जानता चाहता है। इसके लिए वह टेस्ट के प्रत्येक मद का यह देखने के लिए परीक्षण करता है कि वह अधिगम नियमों को समझाने की दृष्टि से संबद्ध है या नही। वह अपने साथी शिक्षको को भी यह जानने के लिए सहायता लेता है। ऐसा करने में वह टैस्ट की विषय वस्तु वैधता का पता लगा रहा है।

इस प्रकार किसी टेस्ट की वैधता, टेस्ट के उदेश्यों के संदर्भ में, उसकी विषय वस्तु की प्रतिनिधि स्वभाव या पर्याप्तता का द्योतक है। जिस सीमा तक उसके मद उसके उदेश्यों से संबंद्ध अनुक्रिया निकलवाते है उस सीमा तक वह टेस्ट वैध होगा।

विषय वस्तु वैधता विधि का मूल्याकंन -

(अ) इस प्रकार की वैद्यता का सबसे अधिक उपयोग निष्पति परीक्षाओं में किया जाता है क्योकि इस प्रकार के परीक्षण में विषय वस्तु अधिक महत्वपूर्ण ओर आवश्यक होती है, बुद्धि या अभिरूचि ऐसे परीक्षणों में मुख्य समस्या पूर्व कथन की होती है, इसलिए किसी मद का महत्व उसके विषय वस्तु में न होकर इस बात में होता है कि वह व्यक्ति के भविष्य के व्यवहार की किसी सीमा तक भविष्यवाणी करने में सहायक है।

विषय-वस्तु वैधता विधि का प्रयोग व्यक्तित्व मापनियों के लिए भी किया जाता है, यह देखने के लिए कि क्या मदों का कोई समूह किसी गुण का मापन करता लगता है या नहीं।

(ब) विषय वस्तु मान्यकरण - वास्तव में निर्णय आधारित है।

इसमें किस मद की संबद्धता का निर्णय शोधकर्ता द्वारा या किसी विशेषज्ञ के द्वारा किया गया है इसलिए इसमें निर्णायको के कुछ पूर्वाग्रह भी शामिल हो सकते हैं। इसे न्यूनतम करने के लिए कुछ सुझाव इस प्रकार दिए गए हैं -

(1) टेस्ट के उदेश्यों तथा निकर्षो को सबसे अधिक स्पष्ट रूप से परिभाषित करना चाहिए। अधिक अच्छा हो यदि इन्हें व्यवहारिक रूप से व्यक्त किया जाए, जैसे बालक हासिल वाले जोड़ कर सकेगा।

बालक अंशो को दशमलव भिन्नों में परिवर्तित कर सकेगा इत्यादि।

(2) स्वतंत्र निर्णय प्राप्त करने का प्रयत्न करना चाहिए।

(स) विषय वस्तु वैधता टेस्ट के उद्देश्य के साथ संलग्न है। उदाहरण के लिए मान लीजिए सामाजिक अध्ययन के एक टेस्ट का उद्देश्य इस परिकल्पना का परीक्षण करना है कि सामाजिक अध्ययन से व्यक्ति एक अच्छा नागरिक बनता है। इसके लिए ऐसा टेस्ट बनाना जिसमें केवल सामाजिक अध्ययन के तथ्य संबंधी ज्ञान का परीक्षण किया गया हो वैध नहीं होगा। यहाँ मद अत्यधिक प्रतिनिधिक है परन्तु उद्देश्य की पूर्ति में सहायक नही है। टेस्ट की उद्देश्य की पूर्ति के लिए उसमें ऐसे

मदों को शामिल करना होगा, जो सामाजिक अध्ययन के विचारों की समझ और प्रयोग से संबंधित हों।

(द) सैद्धान्तिक रूप से यह वैधता यह मानकर चलती है कि जिस गुण का टेस्ट मापन करने जा रहा है उसकी विषय वस्तु का एक समष्टि है और टेस्ट के मद उस समष्टि से प्राप्त उसका प्रतिनिधिक प्रतिदर्श है। परन्तु यह समष्टि केवल सैद्धान्तिक हे इसलिए इसमें से यादृच्छिक विधि से प्रतिदर्श प्राप्त करना संभव नही है। यह अवश्य है कि निष्पति जैसा परीक्षण बनाने में हम निष्पत्ति क्षेत्र के बड़ी संख्या के मदों में से एक प्रतिदर्श निकाल सकते हैं परन्तु फिर भी वैद्यता का प्रश्न तो रहता ही है, चाहे जितना बड़ा या अच्छा प्रतिदर्श क्यों न हो।

(य) शोधकर्ता का निर्णायको द्वारा निर्णय लेना एक साधारण प्रक्रिया है इसलिए इस विधि की खोज कर्ताओं द्वारा अनुयुक्त तरीके से जल्दी से निपटने की संभावना हो सकती है। इसलिए निष्पति परीक्षण को छोड़कर जहाँ अन्य उपयुक्त तरीके उपलब्ध हो, विशेषज्ञों की राय का प्रयोग नहीं करना चाहिये।

उदाहरण के लिए मान लीजिए एक ऐसी व्यक्तित्व मापनी का निर्माण करना है जिसके आधार पर इन व्यक्तियों का पता लगाना है जिनको संघन परामर्श की आवश्यकता है। ऐसे परीक्षण के निर्माण में, मदों के चुनाव के लिए यह कहना कि चार मनोवैज्ञानिक इस बात पर सहमत है कि अमुक मद, अमुक व्यवहार की भविष्यवाणी करेगा ठीक नहीं है। इसके लिए विशेषज्ञ निर्णय या सहमति के स्थान पर कोई साक्ष्य चाहिये कि मद वास्तव में भविष्य के व्यवहार के बारे में पूर्वकथनीय है।

विषय वस्तु वैधता

1- अवधारणा - इस विधि के अनुसार किसी टेस्ट की वैधता उसके विषय वस्तु शिक्षण के उदेश्यों के सदंर्भ में उसकी विषय वस्तु के प्रतिनिधि स्वभाव या पर्याप्तता का घोतक है -

2- टिप्पणी -

1- इसका सबसे अधिक उपयोग निष्पति परीक्षाओं में किया जाता है।

2- इसमें विषय वस्तु का मान्यकरण निर्णय पर आधारित है।

3- मदों का चुनाव यादृच्छिक विधि से न होने के कारण वैधता का प्रश्न बना ही रहता है।

4- वैधता टेस्ट के उदेश्यों के साथ जुड़ी हुई है।

5- निर्णय में जल्दबाजी या लापरवाही की संभावना है, इसलिए जहॉ और तरीके उपलब्ध हो विशेषज्ञ की राय नही काम में लेनी चाहिए।

2. निकर्ष संबंधवैधता -

इसको पूर्व कथनीय या आनुभविक वैधता भी कहा जाता है।

निकर्ष - संबंधितवैधता में टेस्ट की एक या अनेक बाह्य चरों या निकर्शों से तुलना की जाती है। यदि कोई शोधकर्ता शैक्षिक अभिरूचि मापनी के आधार पर छात्रों की सफलता या असफलता का पूर्वानुमान लगाता है तो वह पूर्व कथनीय वैधता के बारे में चिंतित है। इसी प्रकार, किसी व्यक्तित्व मापनी के ''समायोजन अंको'' के आधार पर जब कोई अन्वेषक किसी भविष्य के व्यवहार के बारे

में पूर्व अनुमान लगाना चाहता है तो यहाँ भी पूर्वकथनीय वैधता निहित है। ऐसी दशाओं में यदि मापनी उच्च पूर्वकथनीय वैधता प्रदर्शित करती है तो उसके निर्माणकर्ता को व्यक्तिगत मदों के स्वभाव की अधिक चिन्ता नही होती। उसका उद्देश्य मापनी के आधार पर कोई पूर्वकथन करना होता हैं इसमें यदि मापनी सफल है तो उसे मदों, जिनका प्रयोग किसी बाह्य अभिलक्षण पर व्यवहार का पूर्वानुमान लगाने के लिए किया जाता है, की विशिष्ट विषय वस्तुओं का मूल्याकंन करने की अधिक चिंता नहीं होती।

पूर्व कथन को सामान्यत: भविष्य से जोड़ा जाता है। करलिंगर इसे एक दुर्भाग्यपूर्ण प्रवृति मानता है क्योकि उसके अनुसार पूर्व कथन का अर्थ सदैव भविष्यवाणी करना नही होता। किसी वर्तमान स्थिति के बारे में पूर्व कथन (पूर्व- ज्ञान प्राप्त करने से पहले) किया जा सकता है जैसे अन्तर्मुखी और नियम पालक नागरिक होने में कोई संबधं है या नही। इसी प्रकार हम उस घटना के बारे में पूर्व कथन कर सकते जो कभी घटित हो चुकी है। पूर्व कथनीय वैधता में मंशा इसी अवधारणा से है। पूर्व कथनीय वैधता की विशिष्टता किसी बा्रहय अभिलक्षण के बारे में पूर्वानुमान लगाना और अभी या भविष्य में किसी परिणाम या कार्यवाहीं के संदर्भ में जाँच करना है। जैसे अभिरूचि परीक्षाएं भविष्य की उपलब्धि के बारे में अनुमान लगाती है। निष्पति परीक्षाएं वर्तमान और भविष्य की निष्पति और कुशलता का पूर्वानुमान लगाती है जबकि बुद्धि परिक्षाएं किसी समस्या का हल करने की वर्तमान और भविष्य की योग्यता का पूर्वानुमान लगातीहै। इस दृष्टि से सभी टेस्ट पूर्व कथनीय है। स्व: धारणा जैसे परीक्षण पर भी हम यह पूर्वानुमान लगाते है कि यदि इस टेस्ट पर इतना अंक होतो व्यक्ति वर्तमान या और भविष्य में ऐसा होगा।

निकर्ष संबंधित वैधता प्राप्त करने की विधि -

इस प्रकार की वैधता का पता लगाने के लिए परीक्षण पर प्राप्त अंको का किसी बाह्य चर या अभिलक्षण के साथ सहसंबंधज्ञान किया जाता है जैसे किसी शैक्षिक अभिरूचि परीक्षण की निकर्ष संबधं वैधता ज्ञान करने के लिए उस पर प्राप्त अंको का किसी परिणाम के साथ सहसंबंध ज्ञात किया जाता है।

निकर्ष संबंधितवैधता का वर्गीकरण

(अ) निकर्ष - संबंधितवैधता गुणांक दो बातों पर निर्भर करता है -

(1) निकर्ष या अभिलक्षण का स्वभाव- निकर्ष या अभिलक्षण को निश्चित करना इस वैधता विधि की सबसे बड़ी कठिनाई है। उदाहरण के लिए, शिक्षक प्रभाविकता मापनी का मान्यकरण कैसे किया जाय? कौन निर्णय ले कि शिक्षक कितना प्रभावी है या किस आधार पर (जो आज तक स्पष्ट रूप से परिभाषित नहीं है) यह निर्णय लिया जाये?

(2) टेस्ट देने और अभिलक्षण मापने के बीच समय की दूरी।

सामान्यत: निकट भविष्य के बारे में पूर्व अनुमान लगाना अपेक्षाकृत सरल होता है। जैस-जैसे समय-अन्तराल बढ़ता जाता है यह इतना सरल नही होता। इसलिए पूर्व कथनीय वैधता का अनुमान लगाने के लिए यह जानना आवश्यक है यह अनुमान कितने समय के बाद के लिए लगाया जा रहा है।

(ब) निकर्ष-संबंधीवैधता का संबंधउन मापन उपकरणों से होता है जिनका उद्देश्य किसी व्यवहारिक समस्या के हल में सहायता देना होता या किसी निर्णय लेने में सहायता देना होता है। जैसे किसी

विशिष्ट कार्य के लिए उस कार्य में सफलता प्राप्त करने की क्षमता रखने वाले आवेदको की चलना और चुनाव करना। क्रान बैक ने इस निर्णय पर विशेषकर बल दिया है। उच्च निकर्ष- संबंधितवैधता वह है जो कि शोधकर्ता को किसी प्रोग्राम या पद के लिए व्यक्तियों के चुनाव में सफल निर्णय लेने में सहायक होती है। छात्रों के दाखिले (प्रवेश में शैक्षिक अभिरूचि परीक्षा का प्रयोग महत्वपूर्ण है तथा इस परीक्षण की वैधता भी उतनी ही महत्वपूर्ण है। तथापि इस दिशा में बहुचरीय पूर्व अनुमानक या बहुचरीय निकर्ष का किसी विशिष्ट स्थिति में प्रयोग किया सकता है।

(3) संगामी वैधता -

निकर्ष संबंधितविधि की तरह यहां भी वैधता निकर्ष से टेस्ट का संबंधकरके की जाती है। परन्तु निकर्ष या अभिलक्षण का मापन टेस्ट के साथ-साथ किय जाता है। इस दृष्टि से टेस्ट व्यक्ति के वर्तमान स्तर का मूल्याकंन करता है।

कुछ स्थितियों में मापनों की पूर्व कथनीय वैधता का मूल्याकंन करने के लिए लम्बे समय तक प्रतीक्षा करना सुविधाजनक नहीं होता है। इसलिए शोधकर्ता अपने टेस्ट पर प्राप्त अंको का किसी तुरन्त उपलब्ध निकर्ष के साथ सहसंबंधप्राप्त करने का निर्णय ले सकता है जैसे किसी नवीन बुद्धि परीक्षा पर किसी व्यक्तियों के समूह के अंको का सह-संबंधउसी समूह के किसी अन्य विख्यात प्रमाणिक बुद्धि परीक्षण पर प्राप्त अंको के साथ मालूम करना। शिक्षको द्वारा योग्यता क्रम निर्धारण या मनोवैज्ञानिको के मूल्याकंन को भी प्रचलित निकर्ष के रूप में प्रयोग किया जा सकता है।

संगामी वैधता का पूर्व कथनीय वैधता के स्थान पर लगाने का औचित्य सामान्यत: सुविधा के आधार पर किया जाता है। परन्तु यदि किसी टेस्ट की संगामी वैधता निम्न स्तर की है तो उसकी पूर्वकथनीय वैधता की उससे अधिक होने की संभावना नहीं है। इसलिए संगामी वैधता की अपर-सीमा स्थापित करने के लिए प्रयोग किया जा सकता है।

निकर्ष संबधीं- पूर्व कथनीय वैधता

अवधारणा- इसको प्राप्त करने के लिए परीक्षण पर प्राप्त अंको का किसी बाह्य अभिलक्षण या निकर्ष के साथ सहसंबंध ज्ञात किया जाता है जैसे अभिरूचि परीक्षण का किसी भी भविष्य में घटित परिणाम के साथ सहसंबंधज्ञात करना।

मूल्याकंन वैधता गुणांक निकर्ष के स्वभाव तथा टैस्ट देने और अभिलक्षण मापन में समय की दूरी पर निर्भर करता है। इसका संबंधव्यावहारिक समस्याओं को हल करने वाले उपकरणों से होता है।

संगामी वैधता - इसमें समय की दूरी नहीं होती, सहसंबंधउपलब्ध निकर्ष के साथ होता है। यह पूर्वकथनीय वैधता की अपर सीमा है।

(4) उत्कल्प वैधता -

कभी-कभी शोधकर्ता न तो यह जानता है कि किसी सीमा तक टेस्ट के मद किसी ज्ञान के स्वरूप का प्रतिनिधित्व करते हैं (विषय वस्तु वैधता) ना वह यह जानता चाहता है कि उनके अंको का किसी निकर्ष के साथ कितना सह संबंधहै (निकर्ष संबंधितया संगामी वैधता)। वह किसी उस सिद्धांत का मान्यकरण करना चाहता जो उसके टेस्ट पर आधारित है या आधारित लगता है। इस स्थिति में उत्कल्प वैधता ज्ञात की जा रही है। इसका उद्देश्य न केवल टेस्ट का मान्यकरण करना है साथ-साथ उस सिद्धान्त का भी मान्यकरण करना है जिसके ऊपर वह आधारित है। अधिकांश व्यक्तित्व

मापनियाँ व्यक्तित्व के बारे में उसे सैद्धान्तिक स्थिति को मापन करने का प्रयत्न करती है जिस पर शोधकर्ता की मान्यता है।

क्ररबेक 1970, पी, 143 के अनुसार उत्कल्प वैधता के तीन भाग है।

1- उन उत्कल्पों का सुझाव जो संभवत: परीक्षण पर निष्पति को निर्धारित करते हैं।
2- इन उत्कल्पों से संबंधितसिद्धान्त के आधार पर परिकल्पनाओं का निर्माण।
3- परिकल्पनाओं की अनुभाविक परीक्षा करलिंगर 1983 पीण् 462 इसमें वैकल्पिक परिकल्पनाओं के परीक्षण को भी जोड़ता है।

आइवे करलिंगर द्वारा दिए गये एक काल्पनिक उदाहरण के आधार पर इन बिन्दुओं को और स्पष्ट करते हैं -

मान लीजिए तक शोधकर्ता अपने अनुभव के आधार पर यह देखता है कि (अ) मिलनसार व्यक्ति दूसरों के प्रति स्नेह प्रदर्शित करते हैं।

(ब) वे कम सृजनशील होते हैं।

वह एक ''मिलनसारी स्नेह'' मापनी का निर्माण करता है।

उसके अनुसार इस मापनी पर निष्पति ''मिलनसारी'' (उत्कल्प) की प्रवृत्ति पर आधारित है।

इसलिए उसकी यह धारणा (परिकल्पना) है कि इस मापनी के अंको का सहसंबंध अन्य स्वतंत्र मिलनसारी मापन करने वाली मापनियों जैसे सहयोगी प्रवृत्ति और भाईचारा प्रवृत्ति मापनियों के अंको से उच्च स्तर का होना चाहिये (परिकल्पना)।

इस मापनी के अंको का सह-संबंध् सृजनात्मकता की परीक्षण करने वाली मापनी के अंको, सेबहुत की कम या नकारात्मक होगा (वैकल्पिक परिकल्पना)

इस परिकल्पनाओं का परीक्षण करने के लिए वह एक समूह पर इस मापनी का प्रयोग करता है। इसी समूह का वह एक विश्वसनीय सृजनता परीक्षण पर मापन करता है तथा सहयोगी प्रवृत्ति और भाईचारे की प्रवत्ति का भी मापन करता है। इसके बाद निम्नलिखित परिकल्पनाओं का परीक्षण करता है -

(अ) मिलनसारी अंक (क) और सृजनात्मक का पता लगाने वाली मापनी (ख) के अंको के बीच सार्थक नकारात्मक सहसंबंध है।

(ब) मिलनसारी (क) और सहंयोगी प्रवृति (ग) के बीच सार्थक सकारात्मक सह संबंधहै।

(स) मिलनसारी (क) और भाईचारा प्रवृति (घ) के बीच सार्थक सकारात्मक सहसंबंध है।

(ब) सहयोगी प्रवृत्ति (ग) ओर सृजनात्मकता (ख) की बीच शून्य के बीच आस-पास सहसबंध होगा।

(य) सहयोगी प्रवृत्ति (ग) और भाई चारा प्रवृत्ति (घ) के बीच सामान्य सहसंबंध है।

(र) भाईचारा प्रवृत्ति (घ) और सृजनता के बीच साधारण सहसंबंधहै (किसी अन्य रिसर्च के आधार पर निर्मित परिकल्पना) यदि शोधकर्ता को इन परिकल्पनाओं के आधार पर निम्नलिखित सहसंबंध मैट्रिक्स प्राप्त होती है तो हम कहेगे की सभी सह संबंधपरिकल्पना के अनुरूप है इसलिए इस मापनी की उत्कल्प वैधता बहुत अच्छी (उच्च) है।

		मापन			
		क	ख	ग	घ
मिलन सारी	(क)	-	-30	.50	.60
सृजनात्मकता	(ख)		-	.05	.50
सहयोगी प्रवृत्ति	(ग)			-.4	
भाईचारा प्रवृत्ति	(घ)				-

इस प्रकार हम देखते है कि उत्कल्प - वैधता की विशेषता यह है कि वह सैद्धान्तिक उत्कल्प तथा परिकल्पित संबंधोंके अनुभाविक परीक्षण को इतना अधिक महत्व देता है।

उत्कल्प वैधता : मूल्याकंन

1- वर्तमान मापन सिद्धांत में यह एक महत्वपूर्ण प्रगति है क्योंकि यह मनोमितिक विचारों को सैद्धान्तिक से विचारों से जोड़ता है। यह इसकी अपनी सबसे महत्वपूर्ण विशेषता है।

2- जहाँ कुछ बेकटोल्ड जैसे मनोवैज्ञानिको ने इस प्रकार की वैधता का घोर विरोध किया है वहीं ऐसे मनोवैज्ञानिको ने इसका जोरदार शब्दो में समर्थन किया है। लोविंजर के अनुसार वैज्ञानिक दृष्टि से यह एक संपूर्ण वैधता है। एक तरह से सभी वैधताएं उत्कल्प मान्यकरण है। जहाँ भी परिकल्पनाओं का परीक्षण किया जाता है, जहाँ भी संबंधोंका आनुभाविक अध्ययन किया जाता है वहां उत्कल्प वैधता निहित है। परन्तु बेकटोल्ड के अनुसार ऐसी वैधता का मनोविज्ञान में कोई स्थान नही हैं|

3- उत्कल्प वैधता प्राप्त करने की अन्य विधियाँ

(1) हम उस तकनीक से परिचित है जिसमें मदों को अंको के योग से सहसंबंधित किया जाता है। इस तकनीक के प्रयोग में अंको के योग को वैध मान लिया जाता है। जिस सीमा तक कोई मद मापन करता है जो संपूर्ण अंको का योग करता है, उस सीमा तक वह वैध है।

(2) उत्कल्प वैधता का दूसरा सशक्त माध्यम कारक विश्लेषण है।

किसी मापनी की उत्कल्प वैधता का पता लगाने के लिए उसका अन्य मापों के साथ सहसंबंध ज्ञात करना सदैव सहायक होता है। उसका बहुत अधिक मापनो के साथ सहसबंधित करना और भी अधिक लाभदायक हो सकता है। इसके लिए कारक विश्लेषण एक शोधित विधि है। इससे हमें ज्ञात होता है कि कौन-कौन से माप एक ही चीज मापन कर रहे हैं, कौन किस सीमा तक वह उस चीज का मापन कर रहे हैं जिसका उन्हें मापन करना चाहिये।

उत्कल्प वैधता का उद्देश्य केवल टेस्ट का मान्यकरण करना नही है, साथ ही उस सिद्धान्त का भी परीक्षण करना है जिस पर टेस्ट आधारित है। क्रानबैक के अनुसार उत्कल्प वैधता के तीन भाग है :-

1- उन उत्कल्पों का सुझाव जो परीक्षण अंको को निर्धारित करते हैं।
2- इन उत्कल्पों से संबंधितसिद्धान्त के आधार पर परिकल्पना का निर्माण
3- परिकल्पना का परीक्षण।

19.6 वैधता को प्रभावित करने वाले कारक

किसी शैक्षिक या मनोवैज्ञानिक परीक्षण की वैधता को अनेक कारक प्रभावित कर सकते हैं। वैधता को प्रभावित करने वाले कुछ प्रमुख कारक निम्नवत है :-

1. **अस्पष्ट निर्देश** - यदि परीक्षार्थियों को परीक्षण के संबंध में दिये गये निर्देश अस्पष्ट होते हैं तो परीक्षण की वैधता कम हो जाती है। प्रश्नों के उतर किस तरह से देने हे या उनके लिए समय सीमा क्या है, जैसी बातों को परिक्षार्थियों को परीक्षण प्रारम्भ होते समय ठीक ढ़ंग से मालूम न होने पर प्राप्तांकों के स्थिर त्रुटि के बढ़ जाने की संभावना रहती है, जो परीक्षण की वैधता को घटा देती है |
2. **अभिव्यक्ति का माध्यम -** परीक्षण में प्रश्नों को किस माध्यम में लिखा गया है तथा परिक्षार्थियों को उतर किस माध्यम में देना है, यह बात भी परीक्षण की वैधता को प्रभावित करती है। यदि परीक्षण को छात्रों की मातृभाषा या उसके द्वारा प्रयुक्त की जाने वाली मात्रा में बनाया जाता है तो छात्रगण परीक्षण के प्रश्नों को ठीक प्रकार से समझकर उनका उत्तर दे सकते हैं। इसके विपरीत यदि छात्र भाषाई कठिनाई के कारण प्रश्नों को ठीक ढंग से नही समझ पा रहे हैं तो वे विषयवस्तु को जानते हुए भी प्रश्न का सही उत्तर नहीं दे पाते है। जैसे हिन्दी भाषी छात्रों के लिए अंग्रेजी भाषा से बने गणित परीक्षण का प्रयोग करने पर परीक्षण की वैधता अत्यन्त कम प्राप्त हो सकेगी।
3. **प्रश्नों की भाषा एवं शब्दावली -** प्रश्नों की भाषा तथा शब्दावली का भी परिक्षण वैधता निर्धारित करने में महत्वपूर्ण भूमिकर रहती है। अत्यधिक क्लिष्ट शब्द तथा साहित्यिक भाषा के प्रयोग से परीक्षण शाब्दिक बोध का परीक्षण बन जाता है न कि उस योग्यता का जिसके लिए उसे बनाया या प्रयोग में लाया जा जा रहा है।
4. **प्रश्नों का कठिनाई स्तर -** परीक्षण की वैधता उसमें सम्मिलित प्रश्नों के कठिनाई स्तर से भी प्रभावित होती है। अत्यधिक सरल या कठिन प्रश्नों वाले परीक्षण की वैधता प्राय: कम होती है। परीक्षण में प्रश्नों का क्रम भी वैधता को प्रभावित कर सकता है। यदि परीक्षण में कठिन प्रश्न प्रारम्भ में रख जाते हैं तो परिक्षार्थियों का उत्साह कम हो जाता है। वे हतोत्साहित होकर परीक्षण ठीक ढ़ग से नहीं दे पाते हैं। इसके साथ-साथ प्रारम्भ में कठिन प्रश्न होने पर समय सीमा के कारण शेष प्रश्नों के छूट जाने की संभावना रखती है।
5. **प्रश्नों की वस्तुनिष्ठता -** परीक्षण की वस्तुनिष्ठता का भी उसकी वैधता से संबंधहोता है। प्राय: वस्तुनिष्ठ परीक्षण अधिक वैध होते हैं जबकि निबन्धात्मक परीक्षण कम वैध होते हैं। वस्तुनिष्ठ प्रश्नों में परीक्षार्थियों को क्या करना है तथा सही उतर क्या है, यह स्पष्ट रहता है जिसके कारण ऐसे प्रश्नों वाले परीक्षणों की वैधता अधिक प्राप्त होती है।
6. **प्रकरणों का अवांछित भार -** मापी जा रही योग्यता की सभी विधाओं को परीक्षण में सम्मिलित किया गया था नही तथा उनको वांछित भार दिया गया है या नही, जैसे बिन्दु भी

परीक्षण की वैधता को प्रभावित करते हैं। यदि सम्पूर्ण विषय वस्तु के केवल कुछ प्रकरणों को ही परीक्षण में सम्मिलित किया गया हो या कुछ प्रकरणों को अवांछित भार दिया गया होता है तो परीक्षण परिणामों की वैधता कम हो जाती है।

7. **मापन का उद्देश्य -** परीक्षण निर्माता कुछ निश्चित उद्देश्य को ध्यान में रखकर परीक्षण की रचना करता है। परीक्षण उस निश्चित उद्देश्य की पूर्ति के लिए तो वैध हो सकता है, परन्तु किन्हीं अन्य उद्देश्यों के लिए उसकी वैधता संदिग्ध हो सकती है। जैसे कोई उपलब्धि परीक्षण छात्रों को योग्यता के आधार पर कुछ समूहों में विभाजन के लिए वैध हो सकता है, परन्तु रोजगार के लिए उपयुक्त व्यक्तियों के चयन के लिए उसका वैध होना आवश्यक है।

8. **परीक्षण की लम्बाई -** परीक्षण की लम्बाई अर्थात उसमें सम्मिलित प्रश्नों की संख्या का भी परीक्षण वैधता से संबंधहोता है। परीक्षण के विस्तार से न केवल उसकी विश्वसनीयता बढ़ती है वरन उसकी वैधता भी बढ़ती है। छोटा परीक्षण बड़े परीक्षण की तुलना मे कम वैध होता है परन्तु यहां यह स्मरणीय है कि परीक्षण की लम्बाई बढ़ाते समय प्रश्नों के प्रकार, स्वरूप विषयवस्तु, कठिनाई स्तर आदि में कोई परिवर्तन नहीं आना चाहिए।

9. **सांस्कृतिक प्रभाव -** अनुसंधान कार्यो ने सिद्ध कर दिया है कि सांस्कृतिक कारकों का परीक्षण की वैधता पर प्रभाव पड़ता है। समाज की सामाजिक संरचना तथा व्यक्ति के सामाजिक आर्थिक स्तर आदि के कारण परीक्षण की वैधता कम हो जाती है। विभिन्न सांस्कृतिक विरासत वाले छात्रों के अनुभव, परम्पराएं व अवसर भिन्न-भिन्न होते हैं, जिसके फलस्वरूप कोई परीक्षण किसी एक समूह के लिए वैध हो सकता है तथा अन्य समूहों के लिए वैध नही हो सकता है।

10. **प्रतिक्रिया प्रवृति -** प्रतिक्रिया प्रवृत्ति से तात्पर्य परीक्षण देने की आदतों से है, जो परीक्षण प्राप्तांकों को प्रभावित करके उनकी वैधता को प्रभावित कर देती हैं। सहमति प्रवृत्ति से व्यक्ति बिना सहमत हुए भी अधिकांश प्रश्नों पर हो, सत्य या सहमति पर निशान लगाता है। अनिश्चय की प्रवृत्ति में व्यक्ति अनिश्चितता, उदासीनता, आदि पर निशान लगाता है। कुछ व्यक्तियों में अधिक गति से प्रश्न करने की प्रवृत्ति होती है, जबकि कुछ में शुद्धता से काम करने की प्रवृति होती है। ये प्रवृतियां परीक्षण की वैधता को प्राय: कम कर देती है।

11. **वैधता के मूल्य पर अधिक विश्वसनीयता -** कभी-कभी परीक्षण की विश्वसनीयता बढ़ाने के उद्देश्य से परीक्षण की लम्बाई बढाई जाती है तथा परीक्षण की लम्बाई बढ़ाने के लिए उसमें ऐसे प्रश्न जोड़ दिये जाते हैं जो परीक्षण की वैधता को कम कर देते हैं। इसलिए यह ध्यान रखना चाहिए कि परीक्षण की विश्वसनीयता बढ़ाते समय ऐसे ही प्रश्न जोड़े जाये जो परीक्षण की वैधता को भी बढ़ा सकें।

19.7 सारांश

परीक्षण की वैधता मापन की स्थिर त्रुटियों से संबंधितहोती है। वैधता बताती है कि परीक्षण अपने उद्देश्यों को कितनी सफलता से पूर्ण करने में सक्षम है।

वैधता के तीन मुख्य प्रकार है विषय वस्तु वैधता, आनुभाविक वैधता तथा अन्वय वैधता। आनुभाविक वैधता को निकस वैधता भी कहते हैं इसके दो प्रकार समवर्ती वैधता पर्व कथन वैधता है।

1 अवधारणा - इस विधि के अनुसार किसी टेस्ट की वैधता उसके विषय वस्तु शिक्षण के उदेश्यों के सदंर्भ में उसकी विषय वस्तु के प्रतिनिधि स्वभाव या पर्याप्तता का घोतक है -

2 टिप्पणी -

1 इसका सबसे अधिक उपयोग निष्पति परीक्षाओं में किया जाता है।

2 इसमें विषय वस्तु का मान्यकरण निर्णय पर आधारित है।

3 मदों का चुनाव यादृच्छिक विधि से न होने के कारण वैधता का प्रश्न बना ही रहता है।

4 वैधता टेस्ट के उद्देश्यों के साथ जुड़ी हुई है।

5 निर्णय में जल्दबाजी या लापरवाही की संभावना है, इसलिए जहॉ और तरीके उपलब्ध हो विशेषज्ञ की राय नही काम में लेनी चाहिए।

निकर्ष संबधीं- पूर्व कथनीय वैधता

अवधारणा- इसको प्राप्त करने के लिए परीक्षण पर प्राप्त अंको का किसी बाह्य अभिलक्षण या निकर्ष के साथ सहसंबंध ज्ञात किया जाता है जैसे अभिरूचि परीक्षण का किसी भी भविष्य में घटित परिणाम के साथ सहसंबंधज्ञात करना।

मूल्याकंन वैधता गुणांक निकर्ष के स्वभाव तथा टैस्ट देने और अभिलक्षण मापन में समय की दूरी पर निर्भर करता है। इसका संबंधव्यावहारिक समस्याओं को हल करने वाले उपकरणों से होता है।

संगामी वैधता - इसमें समय की दूरी नहीं होती, सहसंबंधउपलब्ध निकर्ष के साथ होता है। यह पूर्वकथनीय वैधता की अपर सीमा है।

उत्कल्प वैधता का उदेश्य केवल टेस्ट का मान्यकरण करना नही है, साथ ही उस सिद्धान्त का भी परीक्षण करना है जिस पर टेस्ट आधारित है। क्रानबैक के अनुसार उत्कल्प वैधता के तीन भाग है :-

4- उन उत्कल्पों का सुझाव जो परीक्षण अंको को निर्धारित करते हैं।

5- इन उत्कल्पों से संबंधितसिद्धान्त के आधार पर परिकल्पना का निर्माण

6- परिकल्पना का परीक्षण।

19.8 शब्दावली

- **वैधता -** वैधता से तात्पर्य है कि कोई परीक्षण किस सीमा तक स्थिर त्रुटियों से मुक्त है।

19.9 स्वमूल्यांकन प्रश्न

अतिलघुत्तरात्मक प्रश्न

(1) वैधता किसे कहते हैं?

(2) वैधता गुणांक का क्या अर्थ है?

लघुत्तरात्मक प्रश्न -

(1) तात्कालिक वैधता और पूर्वकथित वैधता में क्या अंतर है ?

निबन्धात्मक प्रश्न –

(1) वैधता के विभिन्न प्रकारों का सविस्तार वर्णन कीजिए।

19.10 संदर्भ ग्रन्थ सूची

- अनिल कुमार (2008) शिक्षा के मापन मूल्यांकन एवं निर्देशन, राजस्थान नई दिल्ली
- भार्गव महेश (1971) मनोवैज्ञानिक मूल्यांकन एवं मापन, हर प्रसाद भार्गव शैक्षिक प्रकाशन आगरा।
- डी.एन. श्रीवास्तव सांख्यिकी एवं मापन- विनोद पुस्तक मंदिर, आगरा गैरिट एम.ई. (1996) मनोविज्ञान एवं शिक्षा में सांख्यिकी।
- रायजादा बी.एस. (1997) शिक्षा मे अनुसंधान के आवश्यक तत्व, राजस्थान हिन्दी ग्रन्थ अकादमी जयपुर
- गुप्ता, एस.पी. (2007) आधुनिक मापन एवं मूल्यांकन शारदा पुस्तक भवन इलाहाबाद
- भटनागर, आर.पी. (1995) शिक्षा अनुसंधान विधि एवं विश्लेषण ईगल बुक्स इंटरनेशनल मेरठ

इकाई - 20

वैधता आंकलन की विधियाँ

Method of estimating validity

इकाई की रूपरेखा

20.1 प्रस्तावना

20.2 उद्देश्य

20.3 परीक्षण वैधता का अर्थ

20.4 परीक्षण प्राप्तांकों से वैधता ज्ञात करने की विधियाँ

20.4.1 निरीक्षण विधि

20.4.2 पुनरावलोकन विधि

20.4.3 कारक विश्लेषण विधि

20.4.4 सहसंबंध विधियाँ

20.4.5 वास्तविक निष्पादन विधि

20.5 विश्वसनीयता और वैधता में संबंध

20.6 सारांश

20.7 शब्दावली

20.8 स्वमूल्यांकन प्रश्न

20.9 संदर्भग्रंथसूची

20.1 प्रस्तावना

पिछले अध्याय में आपने किसी मनोवैज्ञानिक परीक्षण के मानकीकृत प्रक्रिया हेतु किये जाने वाले आवश्यक पक्ष वैधता के सैद्धान्तिक पक्ष को समझा, उसके विभिन्न प्रकारों के बारे में भी समझा प्रस्तुत अध्याय में यह समझाने का प्रयास किया जा रहा है कि वैधता की सांख्यिकीय गणना कैसे की

जाए | विभिन्न परिस्थितियों जैसे परीक्षण प्राप्तांकों से, निर्णयों के माध्यम से, प्रायोगिक रूप से, कारक वैधता के रूप में गणना कैसे की जाए प्रस्तुत अध्याय में यह भी प्रयास स्पष्ट किया गया है कि विश्वसनीयता और वैधता में आपस में क्या संबंधहै।

20.2 उद्देश्य

इस इकाई के अध्ययन के पश्चात आप -

- परीक्षण वैधता का अर्थ जान पायेंगे।
- परीक्षण प्राप्तांकों से वैधता ज्ञात करने की विधियों की जानकारी प्राप्त कर सकेंगे।
- परीक्षण के विस्तार एवं वैधता के संबंधको समझ पायेंगे।
- विश्वसनीयता पर वैधता की निर्भरता को समझ पायेंगे।
- विश्वसनीयता और वैधता में संबंधोंको समझ पायेंगे।

20.3 परीक्षण वैधता का अर्थ

स्पष्ट है कि परीक्षण वैधता परीक्षण के द्वारा मापन के उद्देश्यों या कार्यों की पूर्ति सीमा को बताती है। परीक्षण की वैधता मापन की स्थिर त्रुटि से संबंधरखती है। परीक्षण की वैधता यह बताती है कि परीक्षण पर प्राप्त अंक किस सीमा तक स्थिर त्रुटि से मुक्त हैं। यदि स्थिर त्रुटियां अधिक होती है तो परीक्षण की वैधता कम होती है तो परीक्षण अधिक वैध होता है। कोई परीक्षण जितनी शुद्धता से अपने उद्देश्यों को पूरा करता है या वांछितगुण का मापन करता है, वह परीक्षण उसी सीमा तक वैध माना जाता है।

साधारणत: परीक्षण की वैधता को उस सीमा में इंगित किया जाता है, जिस सीमा तक परीक्षण उस योग्यता को मापता है, जिसके मापने के लिए परीक्षण का प्रयोग किया जा रहा है। परीक्षण की वैधता ज्ञात करने के लिए साधारणत: किसी कसौटी का प्रयोग किया जाता है। यह कसौटी वास्तविक, संश्लेषणात्मक अथवा परिकल्पित किसी भी प्रकार की हो सकती है। परीक्षण की वैधता के संबंधमें निम्न बातें विचारणीय हैं -

1- वैधता किसी परीक्षण की विशेषता न होकर परीक्षण से प्राप्त निष्कर्षों व निर्णयों की विशेषता है। कोई भी परीक्षण अपने आप में वैध परीक्षण या अवैध परीक्षण नहीं होता है, बल्कि परीक्षण का प्रयोग उसको वैध अथवा अवैध परीक्षण बनाता है। इसलिए वैधता वास्तव में परीक्षण की वैधता न होकर उससे प्राप्त प्राप्तांकोंकी वैधता होती है।

2- परीक्षण को पूर्णतया वैध अथवा अवैध कहना भी उचित नहीं है। परीक्षण अपने उद्देश्य को कम अथवा अधिक पूरा करने के कारण सदैव ही आंशिक रूप से वैध हो सकते हैं। वैधता कोई ऐसी विशेषता नहीं है, जो या तो पूर्णतया उपस्थित हो अथवा पूर्णतया अनुपस्थित हो।
3- परीक्षण के वैध प्रयोग के लिए कुछ पूर्व आवश्यकताएं होती हैं। जैसे परीक्षण को वांछित पाठ्यवस्तु के स्पष्ट विशिष्टीकरण पर आधारित होना चाहिए तथा परीक्षण को वस्तुनिष्ठ तथा अधिकाधिक विश्वसनीय होना चाहिए।
4- परीक्षण की वैधता सुनिश्चित करने की तार्किक विधियाँ सांख्यिकीय विधियों से अधिक प्रभावशाली सिद्ध हो सकती हैं।

20.4 परीक्षण प्राप्तांकों से वैधता ज्ञात करने की विधियाँ

वैसे वैधता का निर्धारण इस बात पर निर्भर करता है कि वैधता का प्रकार क्या है, फिर भी वैधता के आंकलन हेतु निम्नलिखित विधियाँ प्रयोग में लायी जाती है।

20.4.1 निरीक्षण विधि

परीक्षण की वैधता का निर्धारण निरीक्षण विधि द्वारा भी किया जाता है, खासकर अंकित वैध्ता और आन्तरिक वैधता के निर्धारण हेतु इसका उपयोग अधिक किया जाता है। परीक्षण निर्माता तथा विषय विशेषज्ञ द्वारा परीक्षण के पदों का अवलोकन कर परीक्षण वैधता का मूल्यांकन किया जाता है। इसी कारण से इस विधि को वैधता निर्धारण की एक अवैज्ञानिक विधि के रूप में माना जाता है। यह एक आत्मनिष्ठ विधि है तथा इसकी सहायता से सभी प्रकार की वैधता का निर्धारण नहीं किया जा सकता है।

20.4.2 विशेषज्ञ - पुनरावलोकन -

इस विधि के नाम से ही स्पष्ट है कि इस विधि में परीक्षण विशेषज्ञों से परीक्षण का पुनरावलोकन कराया जाता है। इस वैधता निर्धारण या आकलन विधि का उपयोग अनेक प्रकार की वैधता के आंकलन या निर्धारण में किया जाता हे। आभासी या अंकित वैधता, आन्तरिक वैधता, अन्तर्वस्तु वैधता, वृत्तीय वैधता, संसंगतवैधता आदि के आंकलन में इस विधि का उपयोग किया जाता है। वैधता आकलन की यह विधि निरीक्षण विधि की अपेक्षा अधिक उपयोगी है। विशेषज्ञ पुनरावलोकन विधि द्वारा वैधता निर्धारण करने में परीक्षण निर्माणकर्ता जो परीक्षण तैयार करता है। उस परीक्षण की तैयारी के समय वह परीक्षण में जो पद बनाता है, इन परीक्षण पदों को वह विशेषज्ञों के पास पुनरावलोकन के लिए देता है। परीक्षण विशेषज्ञ यह निश्चित करते हैं कि परीक्षण के पद परीक्षण के उद्देश्यों की पूर्ति करते हैं अथवा नहीं। विशेषज्ञ प्रत्येक परीक्षण पद के संबंधमें अपना

निर्णय देते हैं। यदि परीक्षण विशेषज्ञों का निर्णय यह होता है कि परीक्षण के पद परीक्षण के उद्देश्यों की पूर्ति पूरी- पूरी करते हैं तब इस अवस्था में परीक्षण की वैधता उच्च मानी जाती है।

जनली (1981) ने इस विधि की समीक्षा करते हुए लिखा है कि वैधता आंकलन की यह विधि एक सफल विधि नहीं है क्योंकि यह एक आत्मनिष्ठ विधि है। वैधता के आंकलन में विशेषज्ञों के व्यक्तिगत पक्षपातों का प्रभाव पड़ता है। इन दोषों या सीमाओं के होते हुए इस विधि के संबंधमें निष्कर्ष स्वरूप कहा जा सकता है कि वैधता आंकलन की यह विधि एक अवैज्ञानिक विधि है। इतना सब होते हुए भी यह एक उपयोगी विधि है। वास्तविकता यह है कि परीक्षण निर्माण की प्रारंभिक अवस्था में इस विधि का बहुत उपयोग है।

20.4.3 कारक विश्लेषण विधि -

मनोवैज्ञानिक परीक्षणों की वैधता की गणना के लिए कारक विश्लेषण विधि एक उच्च सांख्यिकीय विधि है। परीक्षणों की वैधता की गणना में इस विधि का बहुत महत्व है। इस विधि द्वारा एक परीक्षण के उपभागों और विभिन्न पदों के समानता और भिन्नता के अध्ययन के लिए कारक विश्लेषण विधि का उपयोग किया जाता है। कैटिल द्वारा निर्मित और मानकीकृत 16 पी.एफ. प्रश्नावली व्यक्तित्व कारकों के मापन के लिए बहुत प्रचलित और लोकप्रिय हैं। इसका भारतीय संस्करण भी उपलब्ध है।

कारक विश्लेषण विधि के छ: रूप प्रचलित हैं - आर - प्रविधि, पी - प्रविधि, क्यू-प्रविधि, ओ-प्रविधि, टी-प्रविधि तथा एस प्रविधि।

कारकों की गणना और कारकों की व्याख्या के लिए सहसंबंध गुणांक की आवश्यकता होती है। इसके लिए सहसंबंध मैट्रिक्स बनाई जाती है। इस मैट्रिक्स और सांख्यिकीय सूत्रों की सहायता से सामान्य कारकों की गणना की जाती है। चरों और प्रत्ययों को समझने में कारक विश्लेषण विधि बहुत उपयोगी सांख्यिकीय विधि है। आइए, हम लोग एक महत्वपूर्ण कारक विश्लेषण विधि ''क्यू प्रविधि'' की चर्चा करें।

क्यू प्रविधि - क्यू प्रविधि की व्याख्या सबसे पहले विलियम स्फेन्सन ने 1953 में मनोवृति, पसन्दों आदि के बारे मे दिए गए कथनों या अन्य कथनों का विश्लेषण करते हुए अध्ययन करने के लिए किया था। इस प्रविधि में व्यक्ति दिए गए कथनों या अन्य उद्दीपनों को विभिन्न भागों में छांटता है। इन भागों में क्यू सॉर्ट कहा जाता है।

क्यू प्रविधि में प्रयोज्य दिए गए वस्तुओं, जैसे तस्वीरों कथनों, शब्दों आदि को एक कोटिक्रम के रूप में दिए गए श्रेणियों में किसी निश्चित कसौटी के आधार पर छांटता है। प्रत्येक छांटे जाने वाले वस्तु जैसे कथन, शब्द या तस्वीर एक अलग कार्ड पर होता है और उन्हें प्रयोज्य या प्रयोज्यों का समूह

दिये गये श्रेणियों में जिसकी संख्या सामान्यत: 9 या 11 होती है, में छांटता है। करलिंगर (1986) ने अपना मत व्यक्त करते हुए कहा है कि किसी भी क्यू प्रविधि को विश्वसनीय होने के लिए तथा उसमें सांख्यिकीय स्थिरता पर्याप्त मात्रा में होने के लिए यह आवश्यक है कि छांटे जाने वाली वस्तुओं की संख्या 60 से कम नहीं तथा 140 से अधिक नहीं हो। प्रयोज्य को यह निर्देश दे दिया जाता है कि दिए गए श्रेणियों में से प्रत्येक श्रेणी में वह एक निश्चित संख्या में वस्तुओं की छांटे। इससे फायदा यह होता है कि छांटने से प्राप्त वितरण सामान्य होगा या निश्चित रूप से अर्द्धसामान्य होगा जिससे सांख्यिकीय विश्लेषण में काफी सुविधा होती है। परन्तु यह कोई निश्चित नियम नहीं है। क्यू प्रविधि में कभी कभी प्रयोज्यों से यह भी आग्रह किया जाता है कि वे प्रत्येक श्रेणियों में छांटे गये वस्तुओं की संख्या बराबर बराबर रखें। इस तरह के सॉर्टिंग से मिलने वाले वितरण को आयताकार वितरण कहा जाता है।

क्यू प्रविधि की एक सबसे प्रमुख पूर्वकल्पना यह होती है कि जहां तक संभव हो छांटी जाने वाली वस्तु समजातीय हों। इसका प्रधान कारण यह है कि इस तरह की प्रविधि में शोधकर्ता एक यथार्थ तुलनात्मक अनुक्रियाओं जो दिये गये वस्तुओं से उत्पन्न होती है, के अध्ययन में रूचि रखता है। अगर दिये गये उद्दीपन समजातीय नहीं होंगे तो इस ढंग से तुलनात्मक अनुक्रियाओं का कोई अर्थ नहीं रह जायेगा।

20.4.4 सहसंबंधविधियाँ

परीक्षण की वैधता के निर्धारण या आंकलन के लिए अनेक सहसंबंध विधियों का उपयोग किया जाता है। वैधता आकलन की ये विधियाँ वैज्ञानिक मानी जाती है। आवश्यकतानुसार इन विधियों का उपयोग वैधता निर्धारण में बहुतायत से किया जाता है। यह सहसंबंध दो प्रकार के प्राप्तांकों या प्राप्तांकों के दो सेट से निकाला जाता है। उदाहरण के लिए, नवनिर्मित परीक्षण से प्राप्त प्राप्तांक एक ओर तथा दूसरी और परीक्षार्थियों के निष्पादन प्राप्तांक के मध्य सहसंबंध की गणना करके वैधता गुणांक का अध्ययन किया जाता है। इसी प्रकार से प्राप्तांकों के सेट के एक भाग में नवनिर्मित परीक्षण से प्राप्त प्राप्तांकों के मध्य सहसंबंध की गणना करके वैधता गुणांक का अध्ययन किया जाता है। जब उच्च सहसंबंध प्राप्त होता है तब वैधता उच्च मानी जाती है इसी प्रकार से जब सहसंबंध का मान निम्न स्तर का प्राप्त होता है तब परीक्षण की वैधता निम्न स्तर की मानी जाती है।

सह संबंध की गणना की अनेक विधियाँ प्रचलित है। इसका प्रयोग आवश्यकता के अनुसार करके वैधता की गणना की जाती है।

1- **स्पीयरमैन कोटि अन्तर विधि -** इस विधि को स्थान क्रम विधि भी कहा जाता है। इस विधि का उपयोग छोटे प्रतिदर्शों और विषय जातीय प्रदत्तों में किया जाता है। प्राप्तांक इस

प्रकार के होने आवश्यक है कि उन्हें कोटि या स्थान क्रम मे बदलना संभव हो। इस विधि का सूत्र है

$$p \approx 1 \frac{6 \times \sum D^2}{N(N^2 - 1)}$$

जबकि p = कोटिक्रम विधि ज्ञात सहसंबंध गुणांक

$\sum D^2$ = पदों के अन्तरों के वर्गों का कुल योग

N = कुल युग्म आवृत्तियों की संख्या

गैरेट (1980) के अनुसार यह एक सरल विधि है जिसमें श्रम, समय और धन की बचत होती है लेकिन इस विधि से प्राप्त निष्कर्ष अधिक शुद्ध नहीं होते हैं।

2 केण्डल कोटि अन्तर सहसंबंधविधि - इस अप्राचल सहसंबंध विधि के द्वारा प्राप्तांकों के दो सेट के मध्य सहसंबंध गुणांक की गणना निम्न सूत्र द्वारा की जाती है। बहुधा जब स्पीयरमैन की विधि का उपयोग नहीं हो पाता है तब इस विधि का उपयोग करते हैं |

$$T = 2S / N(n-1)$$

जबकि T = केण्डल कोटि अन्तर सहसंबंध

S = वास्तविक योग

N = प्राप्तांकों की संख्या जिसका श्रेणीकरण किया गया है।

3 प्रोडक्ट मोमेण्ट विधि - प्रोफेसर कार्ल पियर्सन द्वारा विकसित यह एक प्राचल सहसंबंधविधि है। यह व्यवस्थित और अव्यवस्थित दोनों ही तरह के आंकड़ों के लिए प्रयुक्त होता है। इसमें प्राप्तांक समान रूप से वितरित होते हैं तथा दो चरों के बीच रेखीय संबंध होता है। यह सहसंबंध अधिक शुद्ध होता है। प्रोडक्ट मोमेण्ट की अनेक विधियाँ है। यहां पर केवल वास्तविक मध्यमान विधि और कल्पित मध्यमान विधि के सूत्र दिये जा रहे हैं।

वास्तविक मध्यमान विधि का सूत्र -

$$r = \frac{\sum xy}{\sqrt{\sum x^2 - \sum y^2}}$$

जबकि x & y = वास्तविक मध्यमान से विचलन

$\sum xy =$ मध्यमान से प्राप्तांकों के विचलन के वर्गों का योग

$\sum x^2 =$ मध्यमान से प्राप्तांकों के विचलन के वर्गों का योग

$\sum y^2 =$ कल्पित मध्यमान विधि का सूत्र

$$r = \frac{\frac{\sum xy}{N} - CxCy}{\sigma x \sigma y}$$

जबकि x= कल्पित मध्यमान से चर के प्राप्तांक का विचलन

y = कल्पित मध्यमान से चर से प्राप्तांक का विचलन

$\sum xy - x$ विचलन और विचलन के गुणनफल का योग

N= प्राप्तांकों की संख्या

Cx= x विचलन की अशुद्धि

Cx= y विचलन की अशुद्धि

$\sigma x = x$ वितरण कारक

$\sigma y = y$ वितरण कारक

4 द्वि-पंक्तिक सहसंबंधविधि - इस विधि द्वारा सहसंबंधकी गणना वहां करनी चाहिए जब दो चरों का वितरण सामान्य, निरन्तर और रेखीय हो तथा का आकार बड़ा होना चाहिए। प्रोडक्ट मोमेण्ट विधि द्वारा प्राप्त सहसंबंधगुणांक अपेक्षाकृत इस विधि से अधिक शुद्ध होता है। इस विधि का सूत्र निम्नलिखित है -

$$r_{bis} = \frac{M_p - Mq}{\sigma t} \times \frac{P_q}{Y}$$

$r_{bis} =$ जबकि द्वि-श्रेणिका सहसंबंध

M_p द्विभागी चर के पहले समूह का

σt द्विभागी चर के दूसरे समूह का

P= पूरे समूह का प्रमाणिक विचलन

q=पहले समूह में पूरे समूह का अनुपात

y =दूसरे समूह में पूरे समूह का अनुपात

सामान्य संभावना वक्र के उस की ऊँचाई जो और को अलग करती है।

5 बिन्दु द्वि-पंक्तिक सहसंबंध- इस विधि का उपयोग उस समय किया जाता है जब दो चरों में से एक द्विभाजी हो और दूसरा खण्डित हो। इस विधि का उपयोग उस समय करते हैं जब दोनों चरों के प्राप्तांकों का विचलन सामान्य रूप से वितरित नहीं होता है । यह सहसंबंध गुणांक द्धि श्रेणिक सहसंबंध की अपेक्षा अधिक विश्वसनीय होता है । इसके लिए या प्रतिदर्श इस आकार बड़ा होना आवश्यक नहीं है। इसकी गणना का सूत्र निम्नलिखित है।

$$\frac{M_p - Mq}{\sigma t} \times \sqrt{P_q}$$

इस सूत्र के विभिन्न संकेतों के अर्थ उपरोक्त सूत्र की तरह से हैं।

20.5 विश्वसनीयता और वैधता में संबंध

वास्तविक निष्पादन विधि -

वैधता निर्धारण में इस विधि का बहुत अधिक उपयोग है। वास्तव में इस विधि का अकेले उपयोग नहीं किया जाता है। वास्तविक निष्पादन विधि का उपयोग तभी उपयुक्त और वैज्ञानिक होता है जब इस विधि के साथ सहसंबंधविधियों में से किसी एक विधि का उपयोग किया जाता है।

इस विधि द्वारा वैधता का आंकलन करते समय यह देखा जाता है कि निर्मित परीक्षण पर परीक्षार्थियों की उपलब्धि प्राप्तांक क्या क्या है ? नवनिर्मित परीक्षण पर विद्यार्थियों के प्राप्तांक जब प्राप्त हो जाते हैं तब उनके वास्तविक निष्पादन के प्राप्तांक प्राप्त किये जाते हैं। अन्त में परीक्षण निर्माणकर्ता दो सेट के प्राप्तांकों के मध्य सहसंबंधकी गणना करता है। यदि सहसंबंध गुणांक का मान अधिक प्राप्त होता है तब परीक्षण की विश्वसनीयता कम मानी जाती है। वैधता निर्धारण की इस विधि के द्वारा उपलब्धि परीक्षणों की वैधता निर्धारित की जाती है । उपलब्धि परीक्षणों की वैधता आंकलन की यह एक उत्तम विधि है। समवर्ती वैधता के निर्धारण में भी वास्तविक निष्पादन विधि उपयोगी है।

20.6 सारांश

वैधता किसी परीक्षण की वह विशेषता है जिसके अन्तर्गत यह देखा जाता है कि जिन गुण के मापन के लिए इसे बनाया गया है वह उस गुण की कितनी शुद्धता माप करता है।

वैधता की माप हेतु विभिन्न सांख्य विधियाँ प्रचलित है यह संबंधात्मक विधि अवलोकन विधि, कारक विश्लेषण विधि, विशेषज्ञ पुनरावलोकन विधि इत्यादि।

20.7 शब्दावली

- **वैधता -** कोई परीक्षण जिस गुण के मापन के लिए बनाया गया है वह इस गुण की कितनी शुद्धता से माप करता है।
- **क्यू प्रविधि -** एक मापनी विधि जिसमें व्यक्ति दिये गये कथनों या उद्दीपनों को विभिन्न भागों या श्रेणियों में एक निश्चित कसौटी के आधार पर छांटता है।

20.8 स्वमूल्यांकनप्रश्न

अतिलघुत्तरात्मक प्रश्न

1- परीक्षण वैधता का क्या अर्थ है?

2- वैधता ज्ञात करने की कारकीय विश्लेषणात्मक विधि का नाम बताइये।

लघुत्तरात्मक प्रश्न

1.विश्वसनीयता पर वैधता की निर्भरता होती है स्पष्ट कीजिए।

2. विश्वसनीयता और वैधता में क्या संबंधहोते हैं स्पष्ट कीजिए।

निबंधात्मक प्रश्न

1 वैधता ज्ञात करने की सहसंबंधात्मकविधियों का उदाहरण सहित वर्णन कीजिए।

2 वैधता ज्ञात करने की कारकीय विश्लेषणात्मक विधियों का उदाहरण सहित स्पष्ट कीजिए।

3 वैधता ज्ञात करने की अवलोकनात्मक विधियों का वर्णन कीजिए।

20.9 संदर्भ ग्रंथ सूची

- अनिल कुमार (2008) शिक्षा के मापन मूल्याकंन एवं निर्देशन, राजस्थान नई दिल्ली
- भार्गव महेश (1971) मनोवैज्ञानिक मूल्यांकन एवं मापन, हर प्रसाद भार्गव शैक्षिक प्रकाशन आगरा।
- डी.एन. श्रीवास्तव सांख्यिकी एवं मापन- विनोद पुस्तक मंदिर, आगरा गैरिट एम.ई. (1996) मनोविज्ञान एवं शिक्षा में सांख्यिकी।

- रायजादा बी.एस. (1997) शिक्षा मे अनुसंधान के आवश्यक तत्व, राजस्थान हिन्दी ग्रन्थ अकादमी जयपुर
- गुप्ता, एस.पी. (2007) आधुनिक मापन एवं मूल्याकंन शारदा पुस्तक भवन इलाहाबाद
- भटनागर, आर.पी. (1995) शिक्षा अनुसंधान विधि एवं विश्लेषण ईगल बुक्स इंटरनेशनल मेरठ

इकाई - 21

परीक्षण का मानकीकरण:अर्थ,महत्व एवं विशेषताएँ
Standardizing tests: meaning, significance and characteristics

21.1 प्रस्तावना
21.2 उद्देश्य
21.3 मानकीकृत परीक्षण का अर्थ
21.4 मानकीकृत परीक्षणों की विशेषताएँ
21.5 मानकीकरण या प्रमापीकरण प्रक्रिया
21.6 मानकीकृत परीक्षणों के गुण
21.7 मानकीकृत परीक्षणों की सीमाएं
21.8 सारांश
21.9 शब्दावली
21.10 निबन्धात्मक प्रश्न
21.11 सन्दर्भ ग्रन्थ सूची

21.1 प्रस्तावना

इसके पूर्व की इकाई में आपने परीक्षण की रचना के सन्दर्भ में, पदों का चुनाव व विश्लेषण तथा उसके कठिनता स्तर एवं विभेदन शक्ति को निकालने की प्रक्रिया का अध्ययन किया।

मनोवैज्ञानिको ने वैज्ञानिक शोध के माध्यम से बौद्धिक योग्यता, व्यक्तित्व, शीलगुण, अभिवृत्तियों, रूचियों, अभिक्षमताऐं, अर्जित ज्ञान एवं कौशल, शैक्षिक उपलब्धियों आदि चरों का विस्तृत अध्ययन किया है | इन चरों के मापन के लिए बहुत सारे परीक्षणों का निर्माण करना होता है तथा इनको मानकीकृत करना होता है ताकि निष्कर्ष की वस्तुनिष्ठता बनी रहे | इस इकाई के अध्ययन के उपरान्त आप मानकीकृत परीक्षण बनाने की प्रक्रिया तथा इसके महत्व तथा विशेषताओं को समझ सकेंगे।

21.2 उद्देश्य

इस इकाई के अध्ययन के उपरांत आप-

- परीक्षण के मानकीकरण का अर्थ समझ सकेंगे |
- परीक्षण के मानकीकरण प्रक्रिया को समझ सकेंगे |

- मानकीकृत परीक्षण के महत्व को समझ सकेंगे |
- मानकीकृत परीक्षण के उपयोग को बता सकेंगे |
- मानकीकृत परीक्षण की विशेषताओं का उल्लेख कर सकेंगे |

21.3 मानकीकृत परीक्षण का अर्थ (Meaning of Standardized Test)

अध्यापक अपने छात्रों की शैक्षिक योग्यता का तुलनात्मक अध्ययन करने हेतु विभिन्न प्रकार की परीक्षाओं का निर्माण करता है। लेकिन, इस तुलनात्मक अध्ययन में केवल एक ही कक्षा के छात्रों की योग्यता की तुलना करना पर्याप्त नहीं बल्कि हम यहाँ तक भी देखना चाहेंगे कि एक कक्षा के छात्र दूसरी कक्षा के छात्रों से, एक आयु के छात्र दूसरी आयु समूह के छात्रों से, एक स्थान के छात्र दूसरे स्थान के छात्रों से अथवा एक विद्यालय के छात्र दूसरे विद्यालय के छात्रों की योग्यता में किस प्रकार भिन्न है अर्थात तुलनात्मक अध्ययन का स्वरूप विस्तृत होना चाहिये। अध्यापक निर्मित परीक्षाएं हमारे सामान्य काम -काज की दृष्टि से सुविधाजनक हैं। जिस प्रकार एक किसान अपना अनाज तौलने के लिए ईट या पत्थर के बांटों से काम चला लेता है, दर्जी कपड़ा नापने के लिए कपड़े का फीता बना लेता है अथवा साधारण मिस्त्री भवन निर्माण करने में हाथ या बालिस्त का प्रयोग लम्बाई नापने में कर लेता है, उसी प्रकार एक अध्यापक अपने छात्रों की किसी विषय संबंधीयोग्यता का मूल्यांकन करने के लिए एक साधारण -सा टेस्ट बना लेता है। लेकिन ये सभी प्रमाणिक उपकरण नहीं माने जा सकते। अत: जिस प्रकार भार को हम ग्राम में प्रदर्शित करते हैं, लम्बाई को मीटर में प्रदर्शित करते हैं, उसी प्रकार छात्र की विभिन्न विषयों संबंधीयोग्यताओं एवं व्यक्तित्व संबंधीअनेक विशेषताओं एवं कौशलों का मूल्यांकन करने हेतु हमें एक प्रमाणिक पैमाने की आवश्यकता पड़ती है।

किसी भी प्रमाणिक पैमाने में विश्वसनीयता, वैधता, मानक, व्यापकता आदि गुणों का निहित होना अनिवार्य है, लेकिन शिक्षण कार्य में प्रयुक्त कठिनाई निर्देश बिन्दु (Reference point)को निश्चित करने की होती है। यह पैमाना भौतिक निरीक्षणों संबंधीपैमाने (Physical observation) जैसे - लम्बाई, चौड़ाई, ऊँचाई से भिन्न होता है, क्योंकि भौतिक निरीक्षण के कार्य में हमारा निर्देश बिन्दु (Referece point) परम शून्य (Absolute Zero) होता है, जबकि शिक्षण कार्य में प्रदत्त किसी भी अंक को हम निर्देश बिन्दु नहीं मान सकते। व्यक्तित्व संबंधी विभिन्न गुणों, जैसे बुद्धि, रूचि, अभियोग्यता, निष्पादन (Achievement) आदि के बारे में यह नहीं कहा जा सकता है कि ये गुण किसी व्यक्ति में बिल्कुल नहीं है अथवा वह सर्वगुण सम्पन्न है। थोड़े बहुत गुण प्रत्येक व्यक्ति में उपस्थित रहते हैं। जिस प्रकार भौतिक जगत् में मापन हम परम शून्य से करते हैं उसी प्रकार शैक्षणिक मापन में भी ऐसे ही निर्देश बिन्दु से मापन प्रारम्भ करते हैं। यह निर्देश बिन्दु ही प्रमाप (Standard) कहलाता है। एक प्रकार से निर्देश बिन्दु से मापन प्रारंभ करते हैं। यह निर्देश बिन्दु ही प्रमाप (Standard) कहलाता है। एक प्रकार से निर्देश बिन्दु अध्यापक द्वारा छात्रों की उत्तर पुस्तिकाओं का मूल्यांकन करने पर प्रदत्त कच्चे मूल्यांको (Raw Scores) का मध्यांकमान होता है। यदि कोई परीक्षा एक विशाल समूह पर प्रशासित की जाय और उनकी उत्तर पुस्तिकाओं का मूल्यांकन करने के

पश्चात प्राप्त अंको का मध्यांक मान निकाल लिया जाये तो यह औसत या मध्यांक मान उस समूह विशेष के लिये प्रमाप कहलायेगा। दूसरे शब्दों में, प्रमाप वह निर्देश बिन्दु है जिसका संबंध विशेष ढंग से चुने हुए समूह के प्राप्तांकों के अध्ययन से होता है। विशेष ढंग से चयनित यह समूह प्रमापी समूह (Standardization Sample) कहलाता है और वह परीक्षा जिसका प्रमाप निर्धारित किया जा चुका है वह प्रमापीकृत परीक्षा (Standardized Test) कहलाती है। संक्षेप में, मानकीकृत परीक्षाओं से तात्पर्य उन परीक्षाओं से है जिनका प्रमापीकरण कर दिया गया हो अर्थात जिसके लिये सामान्य स्तर (Norms) तैयार कर लिये गये हो।

अर्थात, परीक्षण मानकीकरण से आशय ऐसी प्रक्रिया से है जिसमें विषय-वस्तु, विधि एवं निष्कर्ष सभी सम रूप से निश्चित हो तथा जिसके लिए किन्हीं निश्चित मानकों को निर्धारित किया जाता है। व्यक्तियों की अभिक्षमताओं, रूचियों, योग्यताओं, प्रतिभाओं आदि का सही मूल्यांकन केवल मानकीकृत परीक्षणों द्वारा ही सम्भव होता है। मानकीकृत परीक्षण मितव्ययता, व्यापकता, सुगमता इत्यादि से परिपूर्ण होता है। मानकीकृत परीक्षणों में वस्तुनिष्ठता, वैधता, विश्वसनीयता के गुण पाये जाते हैं।

ग्रीन(Green) के अनुसार -"A test is standardized if it is accompanied by norms or standards permitting the interpretation of results in levels of accomplishment"

पिन्टर के (Pinter) अनुसार - ''परीक्षण मानकीकरण प्रक्रिया के अन्तर्गत परीक्षण देने के लिए निश्चित विधियों द्वारा निष्कर्षों के विवेचन करने के लिए उपयुक्त मानकों को निर्धारित किया जाता है।''

("By Standardization we mean the establishment of a certain definite method of giving a test and the establishment of adequate norms for the interpretation of the results.")

सी .वी. गुड (C.V. Good) के शब्दों में - ''एक मानकीकृत परीक्षण वह परीक्षण है जिसमें विषय वस्तु का चयन अनुभव के आधार पर किया गया हो, जिसके मानक ज्ञात हों, जिसके प्रशासन एवं मूल्यांकन की समरूप विधियों को विकसित किया गया हो तथा मूल्यांकन को वस्तुनिष्ठ विधि से किया गया हो।''

("A standardized test is that for which content has been selected and checked empirically, for which norms have been established, for which uniform methods of administration and scoring have been development and which may be scored with a relatively high degree of objectivity.")

क्रौनबेक (Cronback) के अनुसार - ''किसी मानकीकृत परीक्षण में प्रक्रिया, फलांकन, मूल्यांकन आदि सभी निश्चित होते हैं, जिससे इसका प्रयोग विभिन्न अवसरों पर किया जा सके। इसमें मानकों की सारणी तथा किसी समूह के प्रतिनिधित्वकारी विद्यार्थियों का संभावित प्राप्तांक ज्ञात रहता है।

("In the procedure, scoring and evaluation of a standardized test everything is definite so that it may be used at different occasions. In such a test the table of norms and the possible score of the representative students of any group is known.")

21.4 मानकीकृत परीक्षणों की विशेषताएं (Characteristics of Standardized Tests)

Adams and Torgerson के अनुसार - प्रमापीकृत मापन उपकरण (Standardized Measuring Instrument) की निम्नलिखित छ: विशेषतायें होती हैं -

1 प्रतिनिधि शीलगुण /पाठ्यक्रम का मापन (To measure important common outcomes of the representative traits/courses of study.)

2 परीक्षा देने के विषय में विशिष्ट सूचनायें (Specific directions of administering the test are stated in detail.)

क) विशिष्ट शब्दों में (Specific Words)

ख) समय सीमा (Time Limit)

3 जाँचने के लिए विशिष्ट सूचनायें (Specific directions for scoring)

क) जाँचने की कुंजी (Scoring Key)

ख) कुछ न्यादर्श दिये होते हैं (Seected samples of scored answer booklets)

4 परीक्षण की परिस्थितियाँ स्पष्ट होती हैं। (Situation are specified)

क) आयु वर्ग

ख) कक्षा

ग) स्थान

5 मानक दिये होते हैं (Norms are supplied to aid in interpreting the csores)

6 परीक्षण के महत्व को बताने वाले तथ्य (Information needed for judging the value of the test is provided)

परीक्षण का निर्माण किस प्रकार हुआ, उसके क्या उद्देश्य (Purposes) हैं, किस प्रकार उसका प्रशासन हो, किस प्रकार जाँचा जाये, परिणामें की व्याख्या (Interpretation) कैसे हो, मानकी की सारणियाँ आदि एक लघु पुस्तिका में दी होती हैं। इसे Manual of Test कहते हैं। प्रमापीकृत परीक्षण में इसका होना भी अनिवार्य है।

अभ्यास प्रश्न

1. मानकीकरण से आपका क्या तात्पर्य है ?
2. मानकीकृत परीक्षण को परिभाषित कीजिये |

3. मानक से आप क्या समझते हैं ?
4. परीक्षण को मानकीकृत करना क्यों आवश्यक है ?

21.5 मानकीकरण अथवा प्रमापीकरण प्रक्रिया (The Standardization Procedure)

परीक्षणों के प्रमाणीकरण प्रक्रिया के प्रमुख सोपान निम्न प्रकार हैं -

1 परीक्षा के अभिप्राय निर्धारित करना (Determining purposes of the test)

2 उपयुक्त पाठ्यक्रम तथा उद्देश्यों का विश्लेषण करना (Analysis of objectives and contents)

3 प्रश्नों की रचना (Consruction of test items)

4 परीक्षा का प्रारंभिक प्रारूप तैयार करना (Preparation of Preliminary draft)

5 प्रश्नों का चयन (Selection of test items)

6 प्रश्नों की वैधता निश्चित करना (Establishing validity of test items)

7 समानान्तर परीक्षा प्रारूप तैयार करना (Preparation of parallel form of the test)

8 मानक निर्धारण (Determining test norms)

9 परीक्षा का अन्तिम प्रारूप (Final form of the test)

10 परीक्षण सामग्री छपाई (Printing test material)

यद्यपि किसी भी परीक्षा के प्रमापीकरण की प्रक्रिया उसी प्रकार होती है, जिस प्रकार वस्तुनिष्ठ परीक्षा के निर्माण में प्रयुक्त सोपान, फिर भी प्रमापीकरण परीक्षाओं के निर्माण के लिए परीक्षा की तैयारी, पाठ्य-वस्तु का चयन एवं विश्लेषण, प्रश्नों की रचना आदि अधिक सावधानीपूर्वक की जाती है। विषय-वस्तु के आलोचनात्मक विश्लेषण एवं प्रश्नों के निर्माण में यह भली भांति देख लिया जाता है कि ये विश्वसनीय (Reliable), वैध (Valid), वस्तुनिष्ठ (Objective) ,विभेदकारी (Discriminating) तथा उपयोगी (Usable) हैं अथवा नहीं। अध्यापक निर्मित परीक्षाओं में प्रश्न पत्र एवं परीक्षाफल का उतनी कठिन सांख्यिकीय विश्लेषण (Statistical Analysis) नहीं किया जाता जितना कि प्रमापीकृत परीक्षाओं के निर्माण में किया जाता है।

उपरोक्त सोपानों के अन्तर्गत परीक्षा के प्रमापीकरण की प्रक्रिया इस प्रकार की जाती है।

1 परीक्षण को अनुचित प्रयोग से बचाने के लिए यह आवश्यक है कि सर्वप्रथम परीक्षण से अभिप्राय (Purposes) निश्चित कर लिए जायें |

अभिप्राय (Purposes) उद्देश्यों (Objective) से भिन्न हैं। उद्देश्यों का संबंध पाठ्य-वस्तु से होता है जबकि अभिप्राय का अर्थ परीक्षण के प्रयोग से संबंधित है, यथा परीक्षण चयन (Selection Test) के लिये है या निदान के लिये (Diagonostic Test) अथवा कक्षोन्नति (Promotion) के लिए है। चयन परीक्षण की पाठ्य-वस्तु कठिन होगी क्योंकि हमे श्रेष्ठ 5 प्रतिशत की तुलना करनी होगी, जबकि निदानात्मक परीक्षण में किसी एक इकाई

पाठ्य-वस्तु के प्रत्येक शिक्षण बिन्दु पर अनेक विश्लेषणात्मक प्रश्न और कक्षोन्नति परीक्षण में समस्त पाठ्यक्रम को चुना जाता है।

2 उपयुक्त पाठ्यक्रम तथा उद्देश्यों का विश्लेषण

(क) उपयुक्त पाठ्यक्रम निर्धारित करना (Selectiong Appropriate Content) – परीक्षा संबंधी उद्देश्य निश्चित कर लेने के पश्चात परीक्षण निर्माता उपयुक्त पाठ्यक्रम का चयन करता है जिसके आधार पर वह परीक्षा का निर्माण कर सके एवं उन सभी उद्देश्यों की प्राप्ति कर सके जो उसने पूर्व निश्चित किये हैं। परीक्षण निर्माता का एक मात्र उद्देश्य उपयुक्त पाठ्यक्रम चयन की दृष्टि से यह होना चाहिये कि जिस विषय सामग्री का समावेश वह करना चाहता है वह अधिक से अधिक वैध (Valid) बन सके। अंकगणित, बीजगणित तथा रेखागणित आदि विषयों मे मानकीकृत परीक्षाओं का निर्माण अधिक आसानी से किया जा सकता है, क्योकि उनके शिक्षण के सामान्य अथवा विशिष्ट उद्देश्यों के विषय में कभी दो मत नहीं हो सकते। जिन विषयों में मात्र तथ्यों पर अधिक महत्व दिया जाता है उन विषयों में मानकीकृत परीक्षाओं का निर्माण आसानी से किया जा सकता है, लेकिन जिन विषयों के ज्ञान के अंश, दक्षतायें एवं परिणाम जिस सीमा तक अनिश्चित होते हैं उनमें प्रमापीकृत परीक्षाओं का निर्माण उतना ही कठिन हो जाता है क्योंकि उनका तन्मापीकरण (Validation) वैसा ही दुरूह एवं जटिल बन जाता है। परीक्षा के लिए चयनित पाठ्यक्रम सामान्य प्रकृति का ही होना चाहिये, किसी विद्यालय अथवा प्रदेश विशेष के लिए नहीं, क्योंकि प्रमापीकृत परीक्षाएँ कहीं भी प्रयोग में लायी जा सकती हैं।

(ख) उद्देश्य निर्धारित करना (Determining Objectives) – किसी भी परीक्षा का निर्माण करने से पूर्व परीक्षण निर्माता का सबसे प्रमुख उद्देश्य परीक्षा निर्माण का उद्देश्य निश्चित करना होता है ताकि उसी के अनुरूप उपयुक्त पाठ्यक्रम का चयन किया जा सके तथा प्रश्नों का निर्माण भी किया जा सके। उदाहरण के तौर पर यदि हम गणित में किसी परीक्षण का निर्माण करना चाहते हैं तो हमारे दो प्रमुख उद्देश्य हो सकते हैं - प्रथम, विद्यार्थी की तर्क शक्ति, निरीक्षण शक्ति, विचार शक्ति आदि का मापन अथवा विषय संबंधी अन्य कौशलों का ज्ञात तथा द्वितीय, गणित के मूल प्रत्ययों (Basic Fundamentals) संबंधी तथ्यों का ज्ञान। इसी प्रकार, विभिन्न विषयों के लिए अलग अलग उद्देश्य निर्धारित किये जा सकते हैं तथा परीक्षण निष्पत्ति के मापन (Achievement Test) हेतु अथवा निदान (Diagnostic Test) हेतु है, यह भी स्पष्ट होना चाहिए।

(ग) चयनित विषय-वस्तु का आलोचनात्मक विश्लेषण (Critical Analysis of the subject matter to be tested) - यह देखने के लिये कि चयनित पाठ्य-वस्तु उस कक्षा विशेष अथवा आयु समूह के छात्रों की दृष्टि से उपयुक्त है या नही जिनके लिए उस परीक्षा का निर्माण किया गया है, पाठ्य-वस्तु की वैधता स्थापित की जाती है। एक अध्यापक उन छात्रों की योग्यता का मापन तो आसानी से कर सकता है जिनको वह पढ़ाता है, लेकिन प्रमापीकृत परीक्षा का निर्माण करने वाला न तो यह जानता है कि जिन बालकों की योग्यता का मापन वह करना चाहता है उनके अध्यापकों ने किन - किन उद्देश्यों को लेकर उनका अध्यापन प्रारंभ किया था और न ही यह जानता है कि किस विद्यालय मे किस

उप-विषय पर कितना समय दिया गया है। यहाँ यह कहने में तनिक भी संदेह नहीं कि यदि अध्यापक अपनी परीक्षा को वैध बनाना चाहता है तो उसे उन उद्देश्यो तथा महत्वपूर्ण उप-विषयों का ज्ञान होना ही चाहिये, लेकिन वह अपनी परिसीमाओं को ध्यान में रखकर विषय वस्तु के क्षेत्र का चुनाव उस कक्षा में पढ़ाई जाने वाली पुस्तको, अध्यापको द्वारा बनाये गये प्रश्न पत्रों एवं शिक्षा परिषदों द्वारा निर्धारित पाठ्यक्रमों का विश्लेषण करने के पश्चात ही करता है। यदि भाग्यवश विषय ऐसा हुआ जिसके उद्देश्यों एवं शिक्षण परिमाणों का विषय ऐसा हुआ जिसके उद्देश्यो एव शिक्षण परिणामों पर विषय के अधिकांश अध्यापक सहमत हों तो उस विषय वस्तु का चुनाव अपेक्षाकृत सरल हो जाता है। चयनित पाठ्य वस्तु का चुनाव अपेक्षाकृत सरल हो जाता है। चयनित पाठ्य वस्तु की वैधता तीन प्रकार की होती है -(a) पाठ्यक्रम की वैधता (b) सांख्यिकीय वैधता तथा (C) मनोवैज्ञानिक एवं तर्कसंगत वैधता। पाठ्यक्रम एवं तर्कसंगत वैधता। पाठ्यक्रम वैधता के अन्तर्गत यह देखा जाता है कि जिस कक्षा विशेष के पाठ्यक्रम उपलब्ध न हो तो उस विषय के विशेषज्ञों अथवा विषय समिति की रिपोर्ट को सहारा लिया जा सकता है। सांख्यिकीय वैधता के अन्तर्गत परीक्षार्थी के दो विषयो में प्राप्त अंको के मध्य सह संबंध निकाला जाता है। इसके दो उपाय हैं - प्रथम, परीक्षार्थियों द्वारा अपने विद्यालय मे उस विषय में प्राप्त अंको के साथ सह-संबंधज्ञात करके तथा द्वितीय, विद्यालय में प्राप्त अंको के उपलब्ध न होने पर उस विषय के विशेषज्ञों द्वारा प्रदान किये गये अंको के साथ सह-सबंध ज्ञात करके। तीसरी स्थिति में अर्थात, जब न तो उस विषय के लिये पाठ्यक्रम उपलब्ध हो और न ही उस विषय में विद्यालय में प्राप्त अंक उपलब्ध हो तब परीक्षा की पाठ्य वस्तु की वैधता तर्क-वितर्क एवं मनोवैज्ञानिक ढंग से जांची जाती है और यह देखा जाता है कि पाठ्य वस्तु एवं उसका कठिनाई स्तर छात्रों की आयु एवं कक्षा स्तर के अनुकूल है अथवा नहीं।

3 **प्रश्नों की रचना (Construction of Test-Items)** – परीक्षा के प्रश्नों की रचना करते समय यह ध्यान में रखना चाहिये कि प्रश्न पूरे पाठ्यक्रम का प्रतिनिधित्व करें। साथ ही, प्रश्नों में वे सभी विशेषताएं भी होनी चाहिये जो एक अच्छे प्रश्न में होती हैं। प्रश्न की सबसे प्रमुख विशेषता उसका वस्तुनिष्ठ एवं विभेदकारी होना माना जाता है। इसके अतिरिक्त प्रश्नों की रचना करते समय निम्न बातों को भी ध्यान में रखना चाहिये -

(a) प्रश्नों के विभिन्न रूपों का समावेश किया जाये
(b) प्रश्न पत्र के प्रारम्भिक रूप से प्रश्नों की संख्या पर्याप्त रखी जाये क्योंकि बाद में बहुत से प्रश्न कठिनाई स्तर एवं वैधता की दृष्टि से उचित न पाये जाने पर प्रश्न पत्र में से निकाल दिये जाते हैं।
(c) प्रश्नों की भाषा सरल, संक्षिप्त एवं स्पष्ट होनी चाहिये। परीक्षार्थी को व्यर्थ में उलझाने का प्रयास न किया जाये।
(d) ऐसे प्रश्नों को न रखा जाये जिनका उत्तर अनुमान से दिये जाने की संभावना हो।
(e) प्रश्नों का स्वरूप इस प्रकार निश्चित किया जाये ताकि छात्र विशेष व्यक्तिगत तौर पर लाभ न उठा सके।
(f) परीक्षा के अन्तिम प्रारूप में प्रश्नों की संख्या न तो बहुत अधिक रखी जाये और नही बहुत
(g) कम प्रश्नों की संख्या कम रखने से परीक्षा की विश्वसनीयता प्रभावित होती है और अधिक

रखने से छात्र को उबाऊ प्रतीत होती है।

(h) परीक्षा में प्रत्यास्मरण (Eecall) तथा पूर्ति (Completion) प्रश्नों की विशेष स्थान न दिया जाये, क्योंकि उनके उत्तर छात्र किसी भी प्रकार दे सकता है।

(i) प्रश्नों में 'सदैव' , 'कभी नहीं' आदि शब्दों का प्रयोग यथा संभव न किया जाये, क्योंकि ये Specific Determiners प्रश्न को कम विश्वसनीय बना देते हैं।

(j) प्रश्नों में किसी प्रकार का संदेह, व्याकरण संबंधीत्रृटि अथवा वाक्यों की अपूर्णता अक्षम्य मानी जाती जाये।

4 **परीक्षण का प्रारम्भिक प्रारूप (Preliminary Form of the Test) -** प्रश्नो को प्रश्न पत्र के रूप में लिखकर उसे परीक्षण का रूप दिया जाता है। परीक्षार्थियों को निर्देश, परीक्षण की कुंजी आदि को तयार किया जाता है। अब यह परीक्षक प्रारंभिक Try-out के लिए तैयार है।

5 **प्रश्नों का चयन (Selection of test Items) -** परीक्षा का प्रारंभिक प्रारूप (First Try out) तैयार हो जाने पर इस परीक्षा को प्रश्नो की छंटनी करने के लिए विद्यार्थियों के एक प्रतिनिधात्मक समूह (Representative sample) अथवा एक विशाल समूह पर प्रशासित किया जाता है। इस प्रारूप में यह निश्चित किया जाता है कि कौन से प्रश्न विभेदकारी हैं, कौन से नहीं, संपूर्ण परीक्षा कहां तक विश्वसनीय? वैध, प्रयोज्य, व्यापक अथवा वस्तुनिष्ठ है। परीक्षा लेने के बाद परीक्षार्थियों की उत्तर-पुस्तिकाओं का मूल्यांकन किया जाता है तथा उनमें से उन प्रश्नों का छांट लिया जाता है जिन्हें 75 प्रतिशत या उससे अधिक परीक्षार्थियों ने सही हल किया है तथा जिन्हें 25 प्रतिशत भी हल नहीं कर पाये हैं। 75 प्रतिशत या उससे अधिक परीक्षार्थियों ने सही हल किया है तथा जिन्हें 25 प्रतिशत परीक्षार्थी भी हल नही कर पाये हैं,। 75 प्रतिशत वाले प्रश्न अत्यन्त सरल तथा 25 प्रतिशत वाले प्रश्न अत्यन्त कठिन समझे जाते हैं। इनके अतिरिक्त, शेष प्रश्नों को सरल से कठिन के क्रम में व्यवस्थित कर लिया जाता है।

6 **प्रश्नों की वैधता निश्चित करना (Establishing Vailidity of Test-Items) –** प्रश्न की वैधता की जाँच करने के लिए प्रश्न को तीन कसोटियां, यथा वस्तुनिष्ठता, कठिनाई - स्तर एवं विभेदकारिता पर परखा जाता है। वस्तुनिष्ठता की दृष्टि से प्रश्न में निम्न तीन गुण निहित होने चाहियें -

(a) प्रश्न का केवल एक ही उत्तर ठीक होना चाहिये |

(b) प्रश्न का उत्तर प्रश्न में ही निहित नहीं होना चाहिये।

(c) प्रश्न की भाषा सरल, संक्षिप्त एवं स्पष्ट होनी परीक्षार्थी व्यर्थ में उलझन में न पड़े। आयु समूह के मानसिक स्तर के अनुकूल हों। कहने का तात्पर्य यह है कि प्रश्न न तो बहुत सरल ही हो और न ही बहुत कठिन। विभेदकारिता की दृष्टि से प्रश्न इस प्रकार के होने चाहियें कि वे योग्य और अयोग्य बालक उन्हीं प्रश्नों का ठीक उत्तर न दे पायें। जिन प्रश्नों में उपरोक्त गुणों का अभाव होता है उन्हें परीक्षा से निकालन दिया जाता है अथवा उचित संशोधित या परिवर्तन कर दिया जाता है। बचे हुए प्रश्नों को फिर से क्रम में लिख लिया

जाता है। अन्त में, जो संशोधित स्वरूप प्राप्त होता है वही प्रमाणिक परीक्षा कहलाती है।

7 समानान्तर परीक्षा प्रारूप तैयार करना (Preparation of the Parallel Form of the Test) –

प्राय: सभी प्रमापीकृत परीक्षणों का एक समानान्तर प्रारूप भी तैयार किया जाता है जो आकार, रूप, कठिनाई स्तर एवं अन्य दृष्टियों से परीक्षण के मूल रूप के समरूप होता है। ऐसा इस उद्देश्य से किया जाता है कि यदि परीक्षार्थियों की पुन: परीक्षा लेने की आवश्यकता पड़े तो इस दूसरे समानान्तर प्रारूप का प्रयोग किया जा सके। एक ही परीक्षा का दो बार प्रशासित किया जाना मनोवैज्ञानिक दृष्टि से उचित प्रतीत नहीं होता। चूंकि, परीक्षा के मूल प्रारूप को तैयार करने में, इस दृष्टि से सुविधा हेतु परीक्षा के मूल रूप को ही दो भागों में विभक्त (Split) कर लिया जाता है। इस कार्य के लिए जो सिद्धान्त प्रयोग में लाया जाता है उसके अनुसार सम्पूर्ण परीक्षा के मूल प्रारूप को तैयार करने में, इस दृष्टि से सुविधा हेतु परीक्षा के मूल रूप को ही दो भागों में विभक्त (Split) कर लिया जाता है। इस कार्य के लिए जो सिद्धान्त प्रयोग में लाया जाता है उसके अनुसार सम्पूर्ण परीक्षा के सम प्रश्नों (Even Number Itemss) जैसे 2, 4, 6, 8 आदि को मूल प्रारूप या प्रथम प्रारूप तथा विषम प्रश्नों (Odd Number Items) जैसे 1,3,5,7 आदि को परीक्षा के समानान्तर प्रारूप या द्वितीय प्रारूप में रख दिया जाता है। इस प्रकार परीक्षा के दोनों प्रारूप में एक ही कठिनाई स्तर के प्रश्न आ जायेंगे तथा उनका कठिनाई क्रम भी बना रहेगा।

8 मानक निर्धारण (Determining Test Norms) – जैसा कि प्रमाणीकरण की परिभाषा से स्पष्ट है कि एक प्रमापीकृत परीक्षा वह होती हे जिसके मानक निश्चित कर लिये जाते हों, इस दृष्टि से परीक्षा के प्रमापीकरण हेतु मुख्य मानक जैसे, आयु मानक (Age Norms), ग्रेड मानक (Grade Norms) तथा शतांशीय मानक (Percentile Norms) तैयार कर लिये जाते हैं। इन मनको के अतिरिक्त कभी कभी प्रमाणिक मानक (Standard Norms) स्थापित करने की भी आवश्यकता पड़ जाती है। प्रमाणीकृत परीक्षाओं में आयु मानक तथा उपलब्धि परीक्षणों (Achievement Test) में ग्रेड मानक तथा शतांशीय मानक तैयार किये जाते हैं। मानक तैयार करने के लिए किसी कक्षा विशेष अथवा आयु समूह के लिए एक परीक्षा की जाती है, फिर इस परीक्षा को उस कक्षा के समस्त विद्यार्थियों पर प्रशासित करके विद्यार्थियों द्वारा प्राप्त अंको का मध्यमान ज्ञात कर लिया जाता है। यह मध्यांकमान ही उस कक्षा विशेष या आयु समूह के लिए सामान्य स्तर से या मानक मान लिया जाता है। अब यदि कोई छात्र इस सामान्य स्तर से अधिक अंग प्राप्त करता है तो हम उसे बुद्धिमान कहेंगे और यदि वह इस सामान्य स्तर से कम अंक प्राप्त करता है तो हम उसे मन्द बुद्धि छात्र कहेंगे। मानक एक प्रकार की तालिका होती है जिसमें एक ओर आयु के अनुसार प्राप्त अंक तथा दूसरी ओर उन प्राप्त अंको से संबंधितबुद्धि लब्धि अथवा साफल्य आयु दी रहती है। अब, जब कभी हमें किसी बालक की बुद्धि अथवा योग्यता की परीक्षा करनी होती है तो उसे तत्संबंधितबुद्धि अथवा साफल्य परीक्षा दे दी जाती है और उसके द्वारा प्राप्त अंको को इन मानकों की सहायता से बुद्धि लब्धि अथवा साफल्य आयु आदि में बदल लिया जाता है। आजकल शतांशीय मानक (Percentile Norms) तैयार करना अधिक उपयुक्त समझा जाता है, क्योंकि इन मानकों से यह आसानी से ज्ञात हो जाता है कि अमुक परीक्षार्थी की समूह में क्या स्थिति है।

9 परीक्षा का अन्तिम प्रारूप (Final Form of the Test) – परीक्षा को अन्तिम प्रारूप दिये जाने के बाद सम्पूर्ण परीक्षा की एक बार पुन: वैधता एवं विश्वसनीयता ज्ञात की जाती है। परीक्षा की वैधता किसी उपयुक्त कसौटी (Criterion) के आधार पर स्थापित की जाती है तथा विश्वसनीयता ज्ञात करने के लिए निम्न प्रविधियों का प्रयोग किया जाता है -

(a) परीक्षण पुनःपरीक्षण विधि (Test-Retest Method)
(b) अर्द्ध विच्छेद विधि (Split-half Method)
(c) समानान्तर प्रारूप विधि (Parallel Form Method)
(d) कूडर-रिचर्डसन फार्मूला (K-R Formula)

10 परीक्षण सामग्री (Printing Test Material) - परीक्षण का अन्ति रूप निश्चित हो जाने पर समस्त संबंधितसामग्री छपवा ली जाती है। परीक्षण का विस्तृत ब्यौरा परीक्षण मैनुअल (Test=Manual)के रूप में प्रस्तुत किया जाता है। यह मैनुअल प्रत्येक प्रमाणिक परीक्षण का एक अभिन्न् तथा आवश्यक अंग समझा जाता है। इसके अन्तर्गत परीक्षा पुस्तिका की छपाई, मुख्य पृष्ठ पर आवश्यक निर्देश, परीक्षा की प्रकृति, उत्तर देने का ढंग, परीक्षा के लिए निर्धारित समय, फलांकन कुंजी, परीक्षक के लिये निर्देश पुस्तिका (परीक्षा किस प्रकार लेनी है, परीक्षार्थियों को क्या क्या निर्देश देने हैं परीक्षा में क्या क्या सावधानियां बरतनी है, परीक्षा का मूल्यांकन किस प्रकार करना है, परीक्षाफल की व्याख्या किन प्रकार करनी आदि) तथा मानक आदि सम्मिलित किये जाते हैं। मानकों को अलग से या निर्देश पुस्तिका में छपवा दिया जाता है।

21.6 मानकीकृत परीक्षणों के गुण (Merits of Standardized Tests)

मानकीकृत परीक्षाओं के प्रमुख गुण निम्न है -

- तुलनात्मक अध्ययन में इन परीक्षाओं का सफलतापूर्वक प्रयोग किया जाता है।
- ये परीक्षाएं छात्र का शैक्षिक एवं व्यावसायिक मार्ग दर्शन करने में सहायक होती है।
- इन परीक्षाओं के माध्यम से छात्र को अपनी कमजोरियों एवं क्षमताओं का आभास आसानी से हो जाता है।
- इन परीक्षाओं के आधार पर किसी छात्र की विभिन्न विषयों की उपलब्धियों में सह-संबंधस्थापित किया जा सकता है।
- ये परीक्षाएं विद्यार्थियों का वर्गीकरण करने मे सहायक होती है।
- ये परीक्षाएं कक्षा संबंधीविभिन्न समस्याओं के हल करने में अथवा विद्यार्थियों के बारे में जानकारी प्राप्त करने में अध्यापक की सहायता करती है।
- ये परीक्षाएं छात्र के व्यक्तित्व का पूर्ण रूप से परीक्षण करती है।
- ये परीक्षाएं विभिन्न विद्यालयों में पढने वालने विद्यार्थियों अथवा एक ही कक्षा में पढने वाले लड़के एवं लड़कियों की बुद्धि अथवा योग्यता में विभेद करने में सहायक होती है।

- इन परीक्षाओं की सबसे प्रमुख विशेषता यह है कि इन्हें कही भी किसी भी समय प्रशासित किया जा सकता है तथा प्राप्त परिणामों की विश्वसनीयता बनी रहती है।

"Most teachers prefer standardized test that differ from their own informal examination only in that they are provided with norms and that they are more reliable, more objective, more easily scored more highly refined technically than their own product."

यदि मानकीकृत परीक्षण को समग्र तौर पर देखा जाये तो एक मानकीकृत परीक्षण में प्रक्रिया, फलांकन, मूल्यांकन आदि सभी निश्चित होते हैं। मानकीकरण के उद्देश्यों व विषय वस्तु के अनुरूप कथनों का चुनाव किया जाता है। परीक्ष्ण की प्रशासन विधि, निर्देश, समय सीमा, अंक विधि व व्याख्या की विधि का एकरूपता से निर्धारण कर लिया जाता है तत्पश्चात मानकों को निश्चित कर परीक्षण विश्वसनीयता तथा वैधता की गणना की जाती है। फिर उसे एक वृहद समूह पर प्रशासित किया जाता है इस पूरी प्रक्रिया को मानकीकरण की संज्ञा दी जाती है।

परीक्षण मानकीकरण प्रक्रिया के प्रमुख चरण विषय-वस्तु का चयन, पदों की अन्तिम रूप से जाँच, प्रशासन विधि, निर्देश, समय सीमा, फलांकन विधि, मानकीकरण इत्यादि होते हैं। किसी भी समूह पर किसी भी परीक्षण को प्रशासित करने से पहले उसका मानकीकृत होना आवश्यक होता है।

मानकीकृत परीक्षण उचित मार्ग दर्शन में महत्वपूर्ण योगदान देते हैं। मानकीकृत परीक्षण सर्वाधिक वस्तुनिष्ठ व विश्वसनीय होते हैं। मानकीकृत परीक्षणों की सार्थकता या महत्वता का हम विभिन्न क्षेत्रों में उपयोग कर सकते हैं जैसे- उपलब्धि स्तर का मूल्यांकन, अभिक्षमता का मूल्यांकन, रूचियों का मूल्यांकन, समस्याओं का मूल्यांकन, निमायोजन का मापन मानसिक योग्यता का मूल्यांकन, अभिवृतयों का मापन, प्रतिभाओं का मूल्यांकन व विकास का मूल्यांकन, अनुसंन्धान में उपयोग इत्यादि।

कोई भी निर्मित किया हुआ मानकीकृत परीक्षण कैसा है इसका निर्णय विभिन्न विशेषताओं के आधार पर किया जाता है। मानकीकृत परीक्षण की दो प्रकार की विशेषताएँ होती हैं- व्यवहारिक व तकनीकी/व्यवहारिक विशेषताएँ- उद्देश्यता, व्यापकता, मितव्ययता, सुगमता, सर्वमान्यता, प्रतिनिधित्वता इत्यादि होती हैं। तथा दूसरी तरफ तकनीकी विशेषताएँ, मानक, वस्तुनिष्ठता, भेदबोधकता, विश्वसनीयता व वैधता होती है।

21.7 मानकीकृत परीक्षणों की सीमाएं (Limitations of Standardized Tests)

उपरोक्त गुणों के होने के साथ साथ मानकीकृत परीक्षाओं की अपनी कुछ सीमाएं भी हैं, जो इस प्रकार हैं-

- इन परीक्षाओं में विषय का एक निश्चित क्षेत्र ही समाविष्ट किया जाता है। अत: इनके दिये जाने पर छात्र का अध्ययन पाठ्यक्रम के कुछ ही अंशों तक सीमित हो जाता है।
- ये परीक्षाएं उन प्राप्य उद्देश्यों का मापन नहीं करती जिनका मापन एक अध्यापक करना चाहता है।
- शैक्षिक मापन के अनेक क्षेत्रों में प्रमापीकृत परीक्षाएं तैयार करना इतना आसान नही हैं। उदाहरणार्थ - प्रमापीकृत बुद्धि परीक्षाएं तैयार करने के लिए प्रशिक्षण एवं अनुभव की आवश्यकता होती है। जो न तो साधारण अध्यापक के ही पास होता है और न ही मनोमीतिज्ञ (Psychometrician) के पास।
- ये परीक्षाएं किसी स्थान विशेष, प्रदेश अथवा विद्यालय विशेष में निर्धारित और पढाए गये पाठ्यक्रम पर आधारित नहीं होती, फलत: उस पाठ्यक्रम की योग्यता का मूल्यांकन भली प्रकार नहीं कर सकती।
- इन परीक्षाओं में प्राय: समानान्तर परीक्षा प्रारूप का अभाव रहता है।
- ये परीक्षाएं धन, समय एवं परिश्रम की दृष्टि से सुविधाजनक नहीं हैं, साथ ही, इनकी वैधता एवं विश्वसनीयता के बारे में भी हम अधिक आश्वस्त नहीं रहते।
- इन परीक्षाओं द्वारा पाठ्यक्रम में योग्यता के आधार पर छात्र को कक्षोन्नति नहीं दी जा सकती।
- ये परीक्षाएं छपाई की दृष्टि सेअत्यन्त महंगी है।

अभ्यास प्रश्न

1. वैधता से आपका क्या तात्पर्य है ?
2. मानकीकृत परीक्षण के निर्माण हेतु पदों को लिखिए |
3. विश्वसनीयता से आप क्या समझते हैं ?
4. मानकीकृत परीक्षण की सीमाओं को लिखिए |
5. मानकीकृत परीक्षण के गुण को लिखें |
6. मानकीकृत परीक्षण की तकनीकी विशेषताओं को लिखिए |

21.8 सारांश

प्रस्तुत इकाई में एक मनोवैज्ञानिक शोध उपकरण के रूप में परीक्षण निर्माण के प्रमुख चरणों को स्पष्ट किया गया है | इसके अतिरिक्त अन्य शोध उपकरणों के निर्माण में भी यही सामान्य सिद्धांत को ध्यान में रखा जाता है | मनोवैज्ञानिक शोध उपकरण के रूप में परीक्षण निर्माण के प्रमुख चरणों का विस्तृत विवरण दिया गया |

21.9 शब्दावली

- **एकांश:** एकांश एक ऐसा प्रश्न या पद होता है जिसे छोटी इकाईयों में नहीं बाँटा जा सकता है।

- **कठिनाई सूचकांक:** कठिनाई सूचकांक से यह पता चल जाता है कि एकांश व्यक्ति के लिए कठिन है या आसान | विभेदन सूचकांक: विभेदन सूचकांक से यह पता चल जाता है कि एक एकांश कहाँ तक उच्च उपलब्धि तथा निम्न उपलब्धि वाले व्यक्तियों में अंतर करता है।

- **एकांश विश्लेषण** :प्रतिक्रया देने वाले व्यक्तियों का प्रत्येक एकांश के उत्तर के रूप में दिए गए विकल्पों की प्रभावशीलता।

21.10 निबंधात्मक प्रश्न

1. किसी भी परीक्षण को मानकीकृत करने के सामान्य सिद्धांतों का वर्णन कीजिए|
2. परीक्षण को निर्माण एवं मानकीकृत करने हेतु प्रयुक्त प्रमुख पदों का मूल्यांकन कीजिए|
3. मानकीकरण परीक्षण की प्रक्रिया के लिये प्रयुक्त विधियों का नाम बताइयें।
4. मानकीकरण परीक्षण को किन किन-क्षेत्रों में प्रयोग किया जाता है ?
5. मानकीकृत परीक्षण की व्यवहारिक विशेषताएँ बताइयें।

21.11 संदर्भ ग्रन्थ

- Koul, Lokesh (2002). Methodology of Educational Research New Delhi, Vikas Publishing Pvt. Ltd.

- Karlinger, Fred N. (2002). Foundations of Behavioural Research, New Delhi, Surjeet Publications.

- Ebel, Robert L. (1966) Measuring Educational Achievement, New Delhi, PHI.

- Garret, H.E. (1972). Statistics in Psychology and Education, New York, Vakils, Feffers and Simans Pvt. Ltd.

- सिंह, ए०के० (2007). : मनोविज्ञान, समाजशास्त्र तथा शिक्षा में शोध विधियॉ, नई दिल्ली, मोतीलाल बनारसी दास |

- गुप्ता, एस०पी (2008). मापन एवं मूल्यांकन, इलाहाबाद, शारदा पब्लिकेशन|
- राय, पारसनाथ (2001). : अनुसंधान परिचय, आगरा, लक्ष्मी नारायण अग्रवाल पब्लिकेशन्स
- Best, John W. & Kahn (2008). Research in Education, New Delhi, PHI.
- Cronbach, Lee J. (1996). Essentials of Psychological Testing, New York, Harper and Row Publishers.
- Good, Carter, V. (1963). Introduction to Educational Research, New York, Rand Mc Nally and company.

इकाई -22

प्रतिमान प्राप्तांकों के प्रकार एवं उपयोग

Types and uses of standard scores

22.1 प्रस्तावना
22.2 उद्देश्य
22.3 प्रतिमान अथवा प्रमाणिक प्राप्तांक का अर्थ
22.4 मूल प्राप्तांक तथा व्युत्पन्न प्राप्तांक
22.5 सिग्मा अथवा जेड प्राप्तांक
22.6 प्रमाप अंक
22.7 टी परिमापांक
22.8 H परिमापांक
22.9 C परिमापांक
22.10 स्टेन परिमापांक
22.11 स्टेनाइन परिमापांक
22.12 शतान्शीय परिमापांक
22.13 विचलन बुद्धि लब्धि परिमापांक
22.14 सारांश
22.15 शब्दावली
22.16 निबन्धात्मक प्रश्न
22.17 सन्दर्भ ग्रन्थ सूची

22.1 प्रस्तावना

इसके पूर्व की इकाई में आपने मानकीकृत परीक्षण की अवधारणा, विशेषताएँ, प्रक्रिया तथा महत्व के बारे में अध्ययन किया। किसी भी मनोवैज्ञानिक परीक्षण को प्रशासित करने पर शोधकर्ता को मूल प्राप्तांक होते हैं जिसमें आत्मनिष्ठ्ता रहती है अर्थात प्राप्तमूल प्राप्तांक प्रायः व्यक्तियों के विचारों से सम्बन्धित होते हैं जिनका अपना स्वयं में कोई अर्थ नहीं होता है या ये कोई सार्थक व्याख्या करने में सक्षम नहीं होते हैं। अतः इन मूल प्राप्तांकों का अर्थपूर्ण विवेचना तथा निष्कर्ष निकालने हेतु हमें किसी भी समूह पर प्राप्त उन प्राप्तांकों के मध्यमान, मानक विचलन, प्राप्तांकों का प्रसार तथा वितरण के स्वरूप के सम्बन्ध में जानना आवश्यक होगा। इस इकाई के अध्ययन के पश्चात आप प्रमाणित प्राप्तांक से सम्बंधित सभी तथ्यों को जान पायेंगे तथा अपने शोध में इसका उपयोग कर सकेंगे।

22.2 उद्देश्य

इस इकाई के अध्ययन के उपरान्त आप-

- प्रतिमान प्राप्ताकों का अर्थ बता सकेंगे |
- प्रतिमान प्राप्ताकों के प्रकार को स्पष्ट कर सकेंगे |
- प्रतिमान प्राप्ताकों के महत्व को बता सकेंगे |
- Z-प्राप्तांक व T-प्राप्तांक का अर्थ व उपयोग को स्पष्ट कर सकेंगे |
- स्टेन प्राप्तांक व स्टेनाइन प्राप्तांक का अर्थ व उपयोगको स्पष्ट कर सकेंगे |
- शतांशीय प्राप्तांक व विचलन प्राप्तांक का अर्थ को बता सकेंगे |
- विभिन्न प्रतिमान प्राप्तांकों में सम्बन्ध को बता सकेंगे |

22.3 प्रतिमान अथवा प्रमाणिक प्राप्तांक का अर्थ (Meaning of Standard Score)

परीक्षाओं का उद्देश्य यह होता है कि उन पर प्राप्त अंको के आधार पर परीक्षार्थियों की परस्पर तुलना की जा सके। सामान्यत: विद्यार्थी की विभिन्न विषयों में परीक्षा ली जाती है जिसके अन्तर्गत उसे अंक प्रदान किये जाते हैं । फिर प्रदत्त अंको को जोड़कर विद्यार्थी का समूह विशेष स्थान निर्धारित किया जाता है कि कौन सा विद्यार्थी समूह में सबसे अधिक योग्यता रखता है और कौन सा विद्यार्थी सबसे कम। इस प्रकार का तुलनात्मक प्रक्रिया तथा ऐसे निर्णय कुछ मुख्य बिन्दुओं पर निर्भर करते हैं। प्रथम तो यह कि जिन मापक परीक्षाओं का प्रयोग किया जाय उनकी मापक इकाइयाँ (Units of scale) समान होनी चाहियें। उदाहरणार्थ, एक फुट का पैमाना जो छोटी - छोटी इंचों (इकाइयों) में विभक्त हैं, उसी स्थिति में किसी वस्तु का मापन सही सही कर पायेगा यदि इस पैमाने के इंच समान है। परीक्षण की दृष्टि से इसी तथ्य को दूसरे शब्दों में हम यूं कह सकते हैं कि मानसिक परीक्षाओं के प्रश्नों का कठिनाई स्तर (Difficulty Level) एक समान होना चाहिए अर्थात प्रश्न 1 व 2 में जो अन्तर हैं, वही कठिनाई अन्तर प्रश्न 2 व 3 में भी होना चाहिए। इसी प्रकार जो कठिनाई अन्तर प्रश्न 5 व 6 में हैं, वही अन्तर प्रश्न 6 व 7 में होना चाहिये। दूसरे दोनों परीक्षाएं समरूप हों। यदि किसी एक विषय में विद्यार्थियों के समूहों को कोई दो भिन्न परीक्षाएं दी गई हैं तो तुलना की दृष्टि से यह आवश्यक है कि दोनों परीक्षाएं समरूप (parallel forms) हों। प्राय: ऐसा होना कठिन ही होता है। यदि दोनों परीक्षाएं एक दूसरे बहुत भिन्न हैं तो दोनों समूहों की तुलना करनी असंभव होगी। जैसे यदि गणित की एक परीक्षा बहुत सरल तथा दूसरी बहुत कठिन है तो इनके आधार पर हम यह नही निश्चिय कर सकते हैं कि कौन सा समूह अधिक योग्यता रखता है । यदि एक समूह दूसरे से अधिक योग्यता रखता है और उसको कठिन परीक्षा दी जाती है तो ऐसी स्थिति में निश्चित ही इस समूह के प्राप्तांक दूसरे कम योग्यता वाले समूह से कम होंगे। अत: इस प्रकार की तुलना अर्थहीन समझी जायेगी। तीसरे, परीक्षको के मूल्यांकन के मानदंड (norms) भी समान होने चाहिये। प्राय: लिखित परीक्षाओं में ऐसा होता है कि विभिन्न परीक्षको के मूल्यांकन तथा निर्णय (Judgements) के

मानदण्ड अलग अलग होते हैं। अत: दो ऐसे विद्यार्थी समूह की तुलना नहीं की जा सकती जिनकी परीक्षाओ का मूल्यांकन भिन्न भिन्न परीक्षको ने किया है।

उपरोक्त सीमाओं के कारण बहुत सी त्रुटियाँ मापने एवं मूल्यांकन के क्षेत्र में उपस्थित हो जाता है। अज्ञानतावश बहुत से निर्णय एवं निष्कर्ष गलत हो जाते हैं। इन त्रुटियों को दूर करने के अनेक ज्ञात सांख्यिकी शास्त्र में सुझाये गये हैं तथा अधिकतर विधियों का आधार सम-संभावना सिद्धान्त है।

दूसरे शब्दों में, किसी भी मनोवैज्ञानिक परीक्षण में मूल प्राप्तांकों को प्राप्त करने के बाद परीक्षण निर्माता के सम्मुख यह समस्या आती है कि परीक्षण पर प्राप्त मूल प्राप्तांकों से उनका क्या आशय है और उनका विवेचन किस प्रकार किया जाये। उदाहरण के लिये यदि हम यह कहे कि एक उपलब्धि परीक्षण में कविता ने 27 तथा शब्द परीक्षण में 35 समस्याओं का सही हल निकाला था उपलब्धि परीक्षण में 27 तथा शब्द -भण्डार परीक्षण में 35 अंक प्राप्त किये। इस प्रकार के 27 व 35 अंक से किसी प्रकार की कोई व्याख्या नहीं की जा सकती है, इनकी व्याख्या के लिये प्रतिमान प्राप्तांकों का होना आवश्यक होता है।

22.4 मूल प्राप्तांक तथा व्युत्पन्न प्राप्तांक (Raw Scores and Derived Scores)

मूल प्राप्तांक अपने में अर्थहीन होते हैं। उनकी कोई उपयोगिता नहीं होती। साधारणतया: एक परीक्षा द्वारा प्राप्त परिमापांक की दूसरी परीक्षा द्वारा प्राप्त परिमापांक से तुलना नहीं की जा सकती। उदाहरणार्थ, एक विद्यार्थी की स्टेनफोर्ड बिने परीक्षा द्वारा I.Q. 120 है और प्रोग्रेसिव मैट्रिसेज द्वारा प्राप्त परिमापांक 85 है तो यह नहीं कहा जा सकता कि किसमें उसकी बुद्धि प्रखर है, क्योकि दोनों परीक्षाओं की मापन इकाइयां भिन्न हैं। इसी प्रकार, हम उपरोक्त दोनों प्राप्त प्राप्तांकों (obtained scores) को जोड़ भी नहीं सकते। यह समस्या ठीक वैसी ही है, जैसी गणित में 3/4, 2/3, 1/5 को जोड़ने की, जिनको बिना सबका हर समान किये सीधे नही जोड़ा जा सकता। सबका हर कर लेने पर उनको इन परिवर्तित अथवा व्युत्पन्न भिन्नों 45/60, 40/60, 12/60 के रूप में लिखा जा सकता है। ऐसा कर लेने पर फिर उनको सीधे जोड़ा नहीं जा सकता है और उनकी परस्पर तुलना भी की जा सकती है। ऐसे ही समान हर (common denominator) की आवश्यकता मानसिक परीक्षाओं के परिमापांको की तुलना करने तथा उनको परस्पर जोड़ने में भी पड़ती है। अत: ''व्युत्पन्न प्राप्तांक किसी व्यक्ति के कार्य संपादन का संख्यात्मक वितरण है, जो सामान्यक पर आधारित होता है।'' किसी समूह विशेष के कार्य सम्पादक का संख्यात्मक विवरण ही उसके सामान्यक होते हैं जिनको कई ढंगों में व्यक्त किया जाता है। इस प्रकार, व्युत्पन्न परिमापांक इस बात की ओर संकेत करता है कि सम्पूर्ण समूह में किसी व्यक्ति की क्या स्थिति (position) है।

व्युत्पन्न परिमापांको की क्रिया को सांख्यिकी में अनुमापन (Scaling) अथवा प्राप्तांकों का रूपान्तर (transformation of scores) भी कहा जाता है। फर्ग्यूसन के अनुसा, ''प्राप्तांकों का रूपान्तरण संख्यात्मक निरीक्षण फलों की राशियों में ऐसा क्रमबद्ध परिवर्तन कर देना है कि जिससे उनकी कुछ विशेषताओं में परिवर्तन हो जाता है तथा कुछ अपरिवर्तित रहती है।''"A transformation is

any systematic alteration in a set of observations whereby certain characteristics of the set are changed and other characteristics remain unchanged."

इस संबंधमें अनुमापन (Scaling) अथवा परिमापांको के रूपान्तरण को प्रमाणिक/प्रतिमान/व्युत्पन्न अंक में व्यक्त किया जाता है जिनके मुख्यत: निम्नलिखित प्रकार हैं –

22.5 सिगमा या जैड प्राप्तांक (Sigma or Z- Scores)

ये परिमापांक मौलिक परिमापाको (original scores) को सिग्मा अनुपात (σ Scale) की इकाइयों में परिवर्तित कर देने पर प्राप्त होते हैं। सिग्मा स्केल का औसत (Mean) सदैव शून्य होता है तथा वह स्केल के ठीक बीच में स्थित रहता है। वह शून्य (Zero) ही स्केल की इकाइयों का सन्दर्भ बिन्दु (point of reference) होता है। इसके ऊपर नीचे दोनों और σ इकाइयाँ रहती हैं जो नीचे ऋणात्मक (negative) तथा ऊपर धनात्मक (positive) चिन्हों द्वारा व्यक्त की जाती हैं। सम्पूर्ण स्केल की लम्बाई ± 3 σ सदैव जिसकी दूरी को मानक विचलन तथा इसे (unity) अर्थात 1.0 में व्यक्त किया जाता है। अग्र के चित्र से यह स्पष्ट हो जायेगा -

---

$3\sigma \quad 2\sigma \quad -1\sigma \quad 0 \quad +1\sigma \quad +2\sigma \quad +3\sigma$

Mean

σ अंक (σ scores) को Z परिमापांक (Z-scores) अथवा संक्षिप्त परिमापांक (reduced scores) भी कहते हैं। Z परिमापांक वितरण के मानक विचलन (SD) के आधार पर मध्यमान से व्यक्ति किसी वितरण के मध्यमान से कितने मानक विचलन (SD) की दूरी पर स्थित है। Z प्राप्तांक ज्ञात करने के लिये निम्न सूत्र का प्रयोग किया जाता है -

$$Z = \frac{X - M}{\sigma}$$

जहां

X = मूल प्राप्तांक

M = मूल प्राप्तांक का मध्यमान

σ = मूल प्राप्तांक का मानक विचलन

उदाहरणार्थ, मान लिजिये मीनू को गणित की 8 वीं कक्षा की परीक्षा में 55 अंक प्राप्त होते हैं और विद्यार्थियों के पूरे समूह अथवा कक्षा का मानक विचलन (SD) 10 है तथ औसत 40 है तो σ स्केल के अनुसार स्केल पर उसकी स्थिति औसत से $Z = \frac{X - M}{\sigma} = \frac{55 - 40}{10} = Z = \frac{X - M}{\sigma} = \frac{15}{10} = 1.5\sigma$ ऊपर होगी, अर्थात वह मध्य स्थिति से

1.5 σ की दूरी पर दायें स्थित है। इसी प्रकार, मोहिनी को गणित की किसी दूसरे स्कूल की 8 वीं कक्षा की परीक्षा में 65 अंक प्राप्त होते हैं, जबकि उस स्कूल की पूरी कक्षा के प्राप्तांकों का औसत 50 तथा (SD) 15 है। देखने पर लगता है कि मोहिनी के प्राप्तांक मीनू के प्राप्तांकों से अधिक है, लेकिन मोहिनी को गणित का परिमापांक 65-50/15 = 1 σ अर्थात मोहिनी मध्य स्थिति से मात्र 1 σ की दूरी पर दायें स्थित है। अत: मीनू की गणितीय योग्यता मोहिनी से अधिक अच्छी है।

परिभाषा के रूप में, सिग्मा प्राप्तांक को जेम्स ड्रेवर (James Drever) के शब्दों में इस प्रकार व्यक्त किया जा सकता है -"Z प्राप्तांक σ के रूप में व्यक्ति का वह प्राप्तांक है जहां मूल प्राप्तांक में से मध्यमान को घटाकर व्यक्ति का विचलन प्राप्तांक ज्ञात कर लिया जाता है एवं फिर मानक विचलन (SD) से उस विचलन प्राप्तांक को भाग देकर Z प्राप्तांक या σ प्राप्तांक ज्ञात कर लिया जाता है। (Sigma score in terms of sigma is that deviation from the mean divided by σ with sign plus or minus according as it is above or below the mean) इसी तथ्य को नुनली (Nunnally) महोदय इस प्रकार व्यक्त करते हैं - ''व्यावहारिक उद्देश्यों के लिये यह बहुधा उपयोगी होता है कि परीक्षक प्राप्तांकों को Z प्राप्तांकों में रूपान्तरित कर व्यक्त करें।'' (Fore practical purposes it is usually advantageous that the test scores may be expressed in converting Z-scores)

22.6 प्रमाप अंक (Standard score)

σ परिमापांको के प्रमाप अंक (Standard scores) हैं। प्रमाप अंको (standard scores) की स्थिति में σ परिमापांको के M तथा S.D. जो क्रमश: C होते हैं, को बदल कर उनके स्थान पर ऐसे M तथा S.D. रख लिये जाते हैं कि उनके द्वारा जो रूपान्तरित परिमापांक आते हैं वे सदा पूर्णांक होते हैं, तथा सभी धनात्मक होते हैं। यही मापांक (standard score) कहलाता है। प्रमापांको के M तथा S.D. कुछ भी हो सकते हैं। कभी M = 100, S.D. = 15 तो M = 50, SD = 10 रख लिया जाता है। यह सुविधा सामग्री (data) पर निर्भर करती हैं। आर्मी जनरल क्लासिफीकेशन टेस्ट के परिमापांक (Scores) ऐसे प्रमापांको (standard scores) में व्यक्त किये हैं जिनके वितरण का M = 100 तथा S.D. = 20 होता है। इसी प्रकार वैश्लर बैलुवी बुद्धि परीक्षा के परिमापांको को भी प्रामापांको में व्यक्त किया गया है। किन्तु इन परिमापांको के M तथा SD का 10 तथा 3 होते हैं। ग्रेजुएट रेकार्ड एक्जामीनेशन के प्राप्तांकों को जिन प्रमापांको (Standard score) में बदला जाता है उनके M तथा SD क्रमश: 500 और 100 होते हैं।

प्राप्तांकों को प्रमापांको (standard scores) में बदलने का सूत्र निम्नलिखित है -

$$X = \frac{\sigma X}{\sigma Y}(Y - M_Y) + M_X$$

जहां X = प्रमापांक (Standard scores) की

σ X = मानक विचलन प्रमापांक का

σ Y = मानक विचलन (प्राप्त मूल अंको का)

Y = प्राप्तांक (जिसे प्रमापांक में रूपान्तरित करना है।)

$M\ y$= औसत (प्राप्त मूल अंको का)

$M\ x$= औसत (जिसे प्रमापांक में बदलना है।)

उदाहरणार्थ, मान लीजिये एक परीक्षा के प्राप्तांकों के वितरण का M =90, SD = 15 तथा उसमें एक विद्यार्थी अनुभव के प्राप्तांक 66 हैं तथा अनुराग के 116 हैं तो अनुभव तथा अनुराग दोनों के प्राप्तांक को ऐसे प्रमापांको में बदलिए जिनका M =100 तथा SD =20 है।

ज्ञात है, $X = \frac{\sigma X}{\sigma Y}(Y - M_Y) + M_X$

अत: अनुभव का प्राप्तांक= $\frac{20}{15}(66-90)+100$

$$X = \frac{\sigma X}{\sigma Y}(Y - M_Y) + M_X$$
$$= \frac{20}{15}(66-90)+100$$
$$= \frac{4}{3}(-24)+100$$
$$= -32+100 = 68$$

इसी प्रकार, अनुराग का प्रमापांक $= \frac{20}{15}(116-90)+100$

$$= \frac{4}{3}(26)+100$$
$$= \frac{104}{3}+100$$
$$= 34.6+100$$
$$= 134.6$$

अभ्यास प्रश्न

1. मूल प्राप्तांक से आप क्या समझते हैं?
2. प्रतिमान प्राप्तांक तथा मूल प्राप्तांक में अंतर स्पष्ट करें ?
3. प्रतिमान प्राप्तांक से क्या समझते हैं ?
4. जेड प्राप्तांक तथा टी प्राप्तांक में अंतर स्पष्ट करें।
5. प्रमाप अंक से आप क्या समझते हैं ?

22.7 टी -परिमापांक (T-Scores)

Z परिमापांको की एक सीमा यह होती है कि इनमें दशमलव चिन्हों तथा ऋणात्मक पूर्व धनात्मक चिन्हों की असुविधा के कारण तुलनात्मक अध्ययन करना कठिन हो जाता है। साथ ही σ स्केल

इस उपकल्पना (Hypothesis) पर आधारित है कि जिस अंक वितरण को σ स्केल में परिवर्तित किया गया है वह सम वितरित (normally-distributed) है। परन्तु अधिकांशतः ऐसा नहीं होता। अत: उस सामग्री में जिसका वितरण सम नहीं है, σ स्केल यथार्थ नहीं होता। इन सीमाओं के कारण ऐसी स्थिति में टी परिमापांको का प्रयोग अधिक उपयोगी रहता है। टी स्केल में इस दोष को दूर करने के लिये पहले आवृत्ति वितरण को समनिष्ठ लिया जाता है, फिर उनका अनुमापन किया जाता है। इसलिए टी परिमापांको को प्रसामान्यीकृत परिमापांक कहते हैं, जिनका मापनी पर औसत = 50 तथा मानक विचलन S.D. = 50 होता है। टी स्केल की खोज मैककाल (MC Call) ने की थी। उन्होंने प्रारंभिक कक्षाओं के लिये पढ़ने का मनोवैज्ञानिक परीक्षाओं के बनाने में सबसे पहले टी स्केल का प्रयोग किया था। प्रथम टी स्केल का आधार 12 वर्षीय 500 विद्यार्थियों के अर्जित पठन-परिमांपाक पर आधारित था। उनके पश्चात टी स्केल का प्रयोग भिन्न भिन्न प्राप्तांकों, कक्षाओं तथा अवस्थाओं को लेकर किया गया है।

टी स्केल का प्रयोग सामान्यत: तुलनात्मक अध्ययन की दृष्टि से किया जाता है, जिसका संबंधितसूत्र अग्र प्रकार है -

$$T = 50 + 10\frac{(X - M)}{\sigma}$$

Or T = 50+10Z

X = व्यक्ति का मूल प्राप्तांक

जहां M = समूह का औसत प्राप्तांक

σ = प्राप्तांकों के वितरण का मानक विचलन

उदाहरणार्थ, मान लिजिये किन्हीं दो परीक्षणों के मध्यमान तथा मानक विचलन इस प्रकार है -

	Test A	Test B
मध्यमान	65	50
मानक विचलन	15	10

अब मान लीजिये मीनाक्षी को A परीक्षण में 70 अंक तथा B परीक्षण में 60 अंक मिलते है तो उसके टी -प्राप्तांक निम्न होंगे -

Test A

$$T = 50 + 10\frac{(70 - 65)}{15}$$
$$= 50 + 10 \times .3$$
$$= 50 + 3$$
$$= 53$$

Test B

$$T = 50 + 10\frac{(60 - 50)}{10}$$
$$= 50 + 10 \times 1$$
$$= 50 + 10$$
$$= 60$$

उपरोक्त दोनों T-Scores की तुलना के आधार पर हम कह सकते हैं कि मीनाक्षी की योग्यता परीक्षण B में अधिक है।

टी परिमापांको की शैक्षिक परिमाप के क्षेत्र में बड़ी उपयोगिता है। वास्तव में टी परिमापांक प्राप्तांकों (raw scores) के शतांशीय मान ही है। यदि 75 प्राप्तांक का टी परिमापांक 60 हो तो इसका अर्थ होगा कि 60 प्रतिशत विद्यार्थी 75 से कम तथा 40 प्रतिशत विद्यार्थी 75 से अधिक अंक प्राप्त करते हैं।

टी -परिमापांको का प्रयोग बहुत सी परिस्थितियों में किया जा सकता है। टी-परिमाप मापक (measurement) की एक अत्यन्त सुविधाजनक एवं उपयुक्त इकाई है। उसके द्वारा योग्यता अथवा क्षेत्र का विस्तार 0 से 100 तक रहता है।

विभिन्न परीक्षाओं के प्राप्तांकों को टी-परिमापांको में बदल देने पर वे एक ही स्केल तथा समान इकाई में बदल जाते हैं। अत: उनकी परस्पर तुलना की जा सकती है और उनको जोड़ा भी जा सकता है।

22.8 H प्राप्तांक (Hull Scores)

H प्राप्तांक, T प्राप्तांक के समान हैं। अन्तर केवल यह है कि T- प्राप्तांक में जहां Z – प्राप्तांकों को 10 से गुणा किया जाता है, वहां H- प्राप्तांक के लिये Z – प्राप्तांक में 14 से गुणा की जाती है। इस प्रकार H- प्राप्तांक ज्ञात करने का रूपान्तरित सूत्र निम्न हो जाता है -

$$H = 50 + 14Z$$

जहां $Z = \frac{X - M}{\sigma}$

22.9 C प्राप्तांक (C-Scores)

C – परिमापांक भी T- परिमापांक भी भांति सामान्यीकृत मानक प्राप्तांक (standard normalization Scores) हैं। इनका प्रतिपादन जे.पी. गिलफर्ड (J.P. Guilford) ने किया। इस C – स्केल के मापनी के प्राप्तांकों का प्रसार 0 से 10 तक होता है। कहने का तात्पर्य यह है कि मूल परिमापांको प्रसार (Range) कुल 11 इकाइयों में विभक्त होता है, जिसका औसत (M) = 5 तथा मानक विचलन (SD) = 2 होता है।

C तथा T – परिमापांक निम्न के रूप में एक दूसरे से संबंधितरहते हैं -

T = 5C+25

22.10 स्टेन प्राप्तांक (Sten-Scores)

मौलिक परिमापांको (original scores) को स्टेन परिमापांको में रूपान्तरित करने कर श्रेय आर. बी. कैटिल हो जाता है। इस स्टेन-मापनी पर व्यक्ति 1 से 10 तक अंक प्राप्त कर सकता है जिसका औसत प्राप्तांक 5.5 होता है। सूत्र रूप में, स्टेन परिमापांक निम्न प्रकार व्यक्त किये जा सकते हैं -

$$\text{स्टेन प्राप्तांक} = 5.5 + 2\,\frac{X - M}{\sigma}$$

$$\text{Or} = 5.5 + 2Z$$

स्टेन परिमापांको को शतांशीय (percentiles) में भी रूपान्तरित किया जा सकता है जिससे यह ज्ञात हो सके कि अमुक व्यक्ति का 100 व्यक्तियों में क्या स्थान है?

22.11 स्टेनाइन - प्राप्तांक (Stanine Scores)

स्टेनाइन परिमापांक स्टेनाइन स्केल द्वारा होते हैं। स्टेनाइन, स्टेन्डर्ड नाइन STABDARD NINE का ही संक्षिप्त रूप है। टी-स्केल की इकाइयां 0 से 100 तक होती हैं, स्टेनाइन में 1 से 9 तक। अत: स्टेनाइन एक प्रकार से टी-स्केल का ही संक्षिप्त रूप है। दोनों के निर्माण का आधार सम-संभावना वक्र (NPC) है। स्टेनाइन स्केल में एक इकाई $.5\sigma$ होती है। स्टेनाइन अनुमाप में समवक्र (normal curve) के क्षेत्रफल को 9 श्रेणियों में बांट देते हैं। प्रत्येक श्रेणी में क्षेत्रफल के भिन्न भिन्न प्रतिशत आंकड़े आते हैं। कहने का तात्पर्य यह है कि स्टेनाइन का प्रसार 1 (निम्नतर) से 9 (उच्चतर) तक होता है तथा इस स्केल का औसत (M) सदैव 5 होता है। न्यूनतम स्टेनाइन का अर्थ है वे व्यक्ति जो इस स्टेनाइन में सम्मिलित हैं, समूह में निम्नतम अंक पाने वाले व्यक्ति हैं। इसी प्रकार उच्चतम स्टेनाइन का अर्थ है वे व्यक्ति जो इस स्टेनाइन में सम्मिलित हैं, समूह में उच्च्तम अंक पाने वाले व्यक्ति हैं। यह मापनी सम-इकाइयों (equal units) को व्यक्त करती है, उदाहरणार्थ - स्टेनाइन 6 एवं 7 में वही अन्तर होगा जो कि 3 व 4 में है।

सूत्र रूप में, स्टेनाइन प्राप्तांक को निम्न प्रकार व्यक्त किया जा सकता है -

$$\text{स्टेनाइन प्राप्तांक} = 5 + 2\frac{(X - M)}{\sigma}$$
$$or, 5 + 2Z$$

स्टेनाइन 9 एवं स्टेनाइन 1 को छोडकर सभी स्टेनाइन .50 σ के बराबर होते हैं, स्टेनाइन 5 में वे व्यक्ति आयेंगे जो M व $\pm .25\sigma$ के बीच आते हैं। मल प्राप्तांकों को स्टेनाइन में रूपान्तरित करने की सरल विधि यह है कि प्राप्तांकों को उनके विस्तार के अनुसार व्यवस्थित किया जाता है तथा NPC में निम्न प्रतिशत के आधार पर उन्हें स्टेनाइन प्रदान किया जाता है।

तालिका

प्रतिशत	1	7	12	17	20	17	12	7	7
स्टेनाइन	4	2	3	4	5	6	7	8	9

1 व्यक्ति को 4 स्टेनाइन प्राप्त होगा, उससे ऊपर के 7 व्यक्तियों को 2, उससे ऊपर 12 व्यक्तियों को 3, उससे ऊपर 17 व्यक्तियों को 4 आदि आदि।

स्टेनाइन स्केल की मुख्य विशेषताएं निम्न हैं -

- स्टेनाइन स्केल का निर्माण आसान होता है तथा उसमें अधिक समय भी नहीं लगता।
- स्टेनाइन को समझना तथा उनकी व्याख्या करना सरल होता है।
- स्टेनाइन, योग्यता अथवा क्षमता की समान इकाइयों का प्रतिनिधित्व करते हैं। उनका पारस्परिक अन्तर आरंभ से अन्त तक बराबर होता है, अर्थात $9-8=8-7=7-6=6-5=5-4=4-3=3-2=2-1$ अत: उनको जोड़ा जा सकता है और भिन्न भिन्न् परीक्षाओं के स्टेनाइन की परस्पर तुलना भी की जा सकती है।
- स्टेनाइन अधिक विश्वसनीय होते हैं।
- टी-स्केल की अपेक्षा स्टेनाइन स्केल काफी सक्षिप्त होता है।

उपरोक्त विशेषताओं का निश्चित शब्दों में ऐडम्स (Admas) ने इस प्रकार व्यक्त किया है ''परीक्षा प्रदत्त के विवेचन में स्टेनाइन के प्रयोग को बहुधा प्राथमिकता दी जाती है। इस विधि का प्रयोग व्यक्ति चयन तथा शैक्षिक निर्देशन में भी उपयोगी होता है।''

22.12 शतांशीय परिमापांक (Percentiles)

शतांशीर्य, मापनी पर एक ऐसा बिन्दु है जिसके नीचे वितरण का एक निश्चित प्रतिशत अंक... है। उदाहरणार्थ, यदि किसी व्यक्ति को एक परीक्षण पर 35 वां शतांशीय क्रम (percentile rank) प्राप्त होता है तो इसका अर्थ है कि वह व्यक्ति समूह में 35 प्रतिशत व्यक्तियों से ऊपर है। दूसरे शब्दों में, शतांशीय क्रम वितरण में किसी विशेष प्राप्तांक की शतांशीय स्थिति को दर्शाता है। इसी प्रकार यदि 60 प्रतिशत विद्यार्थी 33 से कम अंक प्राप्त करते हैं तो 33 मूल प्राप्तांक को 60 वां शतांश p_{60} के रूप में प्रदर्शित किया जा सकता है।

अनास्तेसी (Anastasi) के शब्दों में " Not only do percentiles shown where the individual stands in the normative sample but they are also useful in comparing the individual's own performance on different tests.

अतः उदाहरणार्थ, यदि किसी NPC में M = 100 तथा $\sigma = 10$ हो तो इस स्थिति में p_{70} की गणना का मान निम्न होगा -

शतांशीय क्रम ज्ञात करने के लिये निम्न सूत्र का प्रयोग में लाया जाता है |

$$Xp = L + \frac{1}{f}\left(\frac{PN}{100} - T\right)$$

$Xp =$ शतांशीय क्रम के समान परीक्षण प्राप्तांक

$L = Xp$ = पड़ने वाले वर्गान्तर की भिन्न सीमा

i= आवृत्ति विवरण में वर्गान्तर का आकार

f Xp पड़ने वाले वर्गान्तर में आवृत्तियां

N= प्राप्तांक योग

T= निम्न सीमा तक आवृत्तियों का योग

सामान्यत: संभावना वक्र (NPC) की सहायता से भी शंताश बिन्दु (percentile point) में प्रति ..दिया होत है तथा यह ज्ञात किया जाता है कि निम्नतम अमुक प्रतिशत किस बिन्दु या प्राप्तांक या प्राप्तांक पर

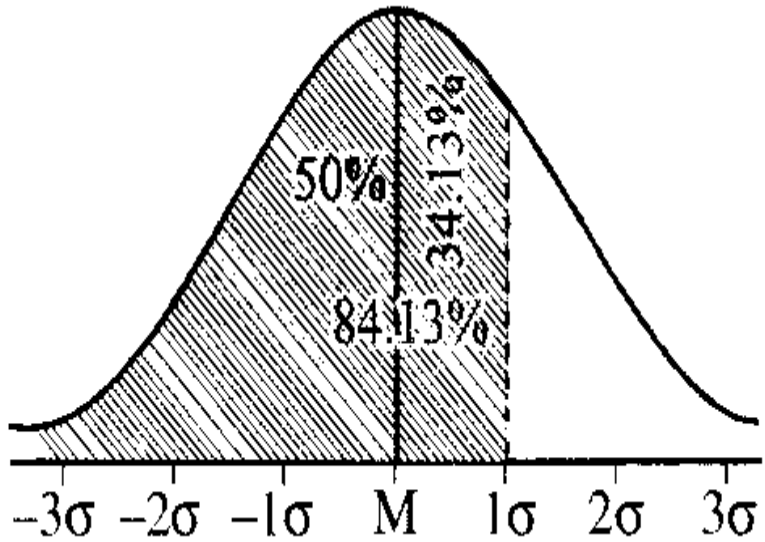
आता है। उदाहरणार्थ, यदि किसी NPC में M = 100 तथा σ = 10 हो तो इस स्थिति में P_{70} की गणना का मान निम्न होगा -

$$\begin{aligned} p_{70} &= M + .52\sigma(70 means\, 50 + 20 i.e. 2000\sigma\, value) \\ &= 100 + .52 \times 10 \\ &= 100 + 5.20 \\ &= 105.20 \end{aligned}$$

अत: हम कह सकते हैं कि 105.20 वह प्राप्तांक है जिसके नीचे वितरण के 70 प्रतिशत विद्यार्थी आते हैं। इसी प्रकार p_{40}, p_{60}, p_{80} आदि की गणना भी इसी आधार पर की जा सकती है।

शतांश बिन्दु की भांति शतांशीय क्रम में भी अंक दिया होता है तथा यह ज्ञात करना होता है कि उस अंक के नीचे कितने प्रतिशत व्यक्ति आते हैं। उदाहरणार्थ, यदि किसी NPC में M = 65 तथा SD = 10 हो तो इस स्थिति में PR 75 की गणना निम्न प्रकार की जायेगी -

$$Z = \frac{(X - M)}{\sigma}$$



$= \frac{75-65}{10}$

$= \frac{10}{10}$

$= 1\sigma = 34.13\%$

अर्थात 50+34.13%

अत: हम कह सकते हैं कि वह व्यक्ति जो 75 अंक प्राप्त करता है, अपने समूह में 84.13 प्रतिशत अर्थात लगभग 84 प्रतिशत विद्यार्थियों से ऊपर है।

संक्षेप में, शतमक स्केल की प्रमुख विशेषताएं निम्न हैं -

- शतांशीय प्राप्तांकों की गणना सरलता से की जा सकती है।
- इन्हें समझने के लिये किसी विशेष प्रशिक्षण की आवश्यकता नहीं पड़ती।
- ये प्राप्तांक बच्चों एवं वयस्कों दोनों के लिये समान रूप से उपयोगी हैं।
- ये प्राप्तांक अन्य प्राप्तांकों की तुलना में प्रशिक्षण के क्षेत्र में बहुलता से प्रयो किये जाते हैं।
- इन प्राप्तांकों का प्रयोग विद्यार्थी की उसके समूह में सापेक्षिक स्थिति ज्ञात करने में किया जाता है।

क्रेनबैक ने प्राप्तांकों के महत्व को स्वीकारते हुए लिखा है -It magnifies small differences in score near the mean which way not be significant and it reduces the apparent size of large differences in score near the tail of distribution.

उपरोक्त विशेषताओं के होते हुए भी इस स्केल की कुछ सीमाएँ हैं, जो निम्न हैं -

1. इन प्राप्तांकों की सार्थकता की तकनीकी ज्ञान रखने वालों के लिये हैं। विद्यार्थी तथा उनके अभिभावको की समझ के वे परे हैं। उनके लिये तो अंक ही अधिक अर्थपूर्ण होते हैं। एक विद्यार्थी ने 100 में 75 अंक प्राप्त किये, यह उनके लिये अधिक सुबोध एवं सार्थक है, p_{70} की अपेक्षा। अपनी कक्षा में कोई विद्यार्थी कितनों से अच्छा या बुरा है इसमें अभिभावको की रूचि इतनी अधिक नहीं होती जितनी 100 में कितने अंक उसने प्राप्त किये इसमें होती है।

2. इस स्केल की सब इकाइयाँ बराबर होती हैं। p_{50} के आसपास, अर्थात स्केल की मध्यमांन इकाइयां सबसे छोटी होती हैं तथा आरंभ एवं अन्त में स्केल के दोनों छोरो पर शततमक इकाइयों बडी होती हैं। अत: भिन्न परीक्षाओं के अंक वितरण की शततमक इकाइयों को जोड़ने पर परिणाम गलत हो जाते हैं। सिद्धान्तत: उनको जोड़ा जा सकता है, परन्तु जोड़ने पर कभी कभी दोष उत्पन्न हो जाता है। उदाहरणार्थ, p_{90} व p_{80} के बीच जो अन्तर है वह p_{60} व p_{50} के अन्तर से अधिक है -

$p_{90} = +1.28\sigma$
$p_{80} = .84\sigma$
$= .44$

तथा $p_{60} = +.25\sigma$

$p_{50} = .00\sigma$

अन्तर $= .25\sigma$

स्पष्ट है कि छोरों पर इकाइयों का अन्तर अधिक होता है। फिर भी, निष्कर्षत: मूल्यांकन के क्षेत्र में शततमक स्केल का अपना अलग ही महत्व है।

22.13 विचलन बुद्धि-लब्धि प्राप्तांक (Deviation I.Q. Scores)

विचलन बुद्धि लब्धि प्राप्तांक (Deviation I.Q. Scores)के प्रत्यय का सर्वप्रथम प्रयोग वैश्लर (Wechsler) ने अपनी बालक एवं वयस्क बुद्धि मापनी में किया। स्टेनफोर्ड बिने मापनी (Stanford Binet Scale) 1960 में भी इस स्केल का प्रयोग किया गया था। इस स्केल को I.Q. Equivalent के नाम से भी संबोधित किया जाता है। जिसका M = 100 तथा S.D. = 15माना जाता है। इसके प्रयोग के पीछे यह मान्यता निहित है कि व्यक्ति की बुद्धि लब्धि का विश्लेषण करते

समय यह ध्यान रखना आवश्यक है कि व्यक्ति का अंक अपनी आयु समूह के मध्यमान से कितना विचलित होता है।

एडम्स के शब्दों में, "The Deviation I.Q a normalized standard score is now becoming more widely used .... According to this procedure the score earned by each student on an intelligence test is simply compared with the scores of other students of his own age. His position is ascertained in a normal distribution for his own age or group and that position (actually, a standard score) is translated into an intelligence quotient."

सामान्यत: सभी आयु स्तरों पर I.Q. का मानक विचलन (SD) हमें शा समान नहीं होता। इसके मानक विचलन क्रमश: 12,16 तथा 18 हैं तथा I.Q. क्रमश: 88ए 84 तथा 82 हैं। इन तथ्यों के आधार पर एक सामान्य व्यक्ति बिना मानक विचलन को ध्यान में रखें यह निष्कर्ष निकालेगा कि पहला व्यक्ति जिसकी I.Q. 88 है, शेष दो व्यक्तियों से श्रेष्ठ हैं। दूसरी स्थिति में, यदि मानक विचलन को ध्यान में रखकर I.Q. का विश्लेषण किया जाय तो निष्कर्षत: हम कहेंगे कि तीनों व्यक्ति ही अपने अपने आयु समूह में समान योग्यता रखते हैं, क्योकि NPC में तीनों की स्थिति . 1σ होगी तथा तीनों के ही शतांशीय क्रम (PR) का मान 16 होगा।

$$Z = \frac{X - M}{\sigma} = \frac{88 - 100}{12} = \frac{-12}{12} = -1\sigma$$

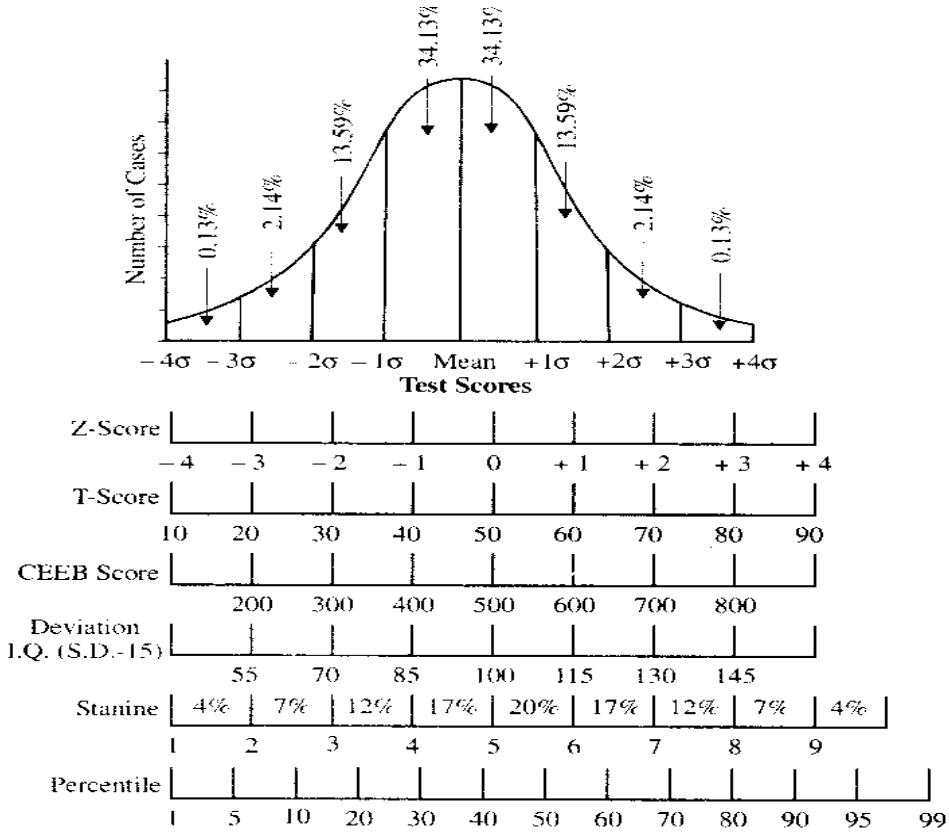
$$and, Z = \frac{82 - 100}{18} = \frac{18}{18} = -1\sigma$$

क्योंकि -1σ पर 34.13 प्रतिशत विद्यार्थी आते हैं अत: उससे नीचे 50-34.13 = 15.87% अर्थात, 16 प्रतिशत व्यक्ति होंगे।

इन प्राप्तांकों के महत्व के संबंधमें गुड एनफ (Good enough) लिखते हैं।

"This fact has suggested the possibility of reducing standard scores to terms which have numerical values similar to those of I.Q.'s but which because of the method by which they are derived have fewer statistical limitations and hazards except with the modem way of deriving T-scores It will be noted that when this method is used deviations are automatically made equal at all stages and accordingly the significance of given I.Q. is equal at all ages."

उपरोक्त विभिन्न प्रतिमान प्राप्तांकों के मध्य आपसी संबंधको सामान्य वक्र (Normal Curve) के माध्यम से चित्र रूप में अग्र प्रकार प्रदर्शित किया जा सकता है -



सामान्य वितरण में विभिन्न प्रकार के प्रतिमान अंको के मध्य सम्बन्ध

अभ्यास प्रश्न

1 Z प्राप्तांक निकालने का सूत्र क्या है ?
2 T-प्राप्तांक प्राप्त करने के सूत्र बताइये ?
3 C प्राप्तांक प्राप्त करने के सूत्र क्या है ?
4 स्टेनाइन का न्यूनतम एवं उच्चतम प्रसार कितना होता है।
5 शतांशीय प्राप्तांक निकालने का सूत्र क्या है ?

22.14 सारांश

किसी भी परीक्षण से प्राप्त मूल प्राप्तांकों की व्याख्या व विवेचन करने के लिए प्रतिमान प्राप्तांकों की आवश्यकता होती है। प्रतिमान प्राप्तांकों का मुख्य उद्देश्य विभिन्न व्यक्तियों व समूहों में परस्पर तुलना करना होता है। प्रतिमान प्राप्तांक मुख्यतया सिग्मा प्राप्तांक, हल-प्राप्तांक, स्टेन, स्टेनाइन प्राप्तांक, शतांशीय व विचलन बुद्धि-लब्धि प्राप्तांक आदि प्रकार के होते हैं।

Z या सिग्मा प्राप्तांक यह बताते हैं कि वास्तविक मूल-प्राप्तांक किसी वितरण के मध्यमान से कितने मानक-विचलन विचलित होते हैं। प्राप्तांक व्यवहारिक उद्देश्यों के लिये बहुत उपयोगी होता है।

T- प्राप्तांक, सामान्यीकृत प्राप्तांक है, जिसका प्रयोग प्रत्यक्ष रूप से तुलना करने में उपयोगी होता है। प्राप्तांक निम्न सूत्र द्वारा ज्ञात किया जाता है, T-प्राप्तांक= 50 + 14 (X – M)/σ] Hull-प्राप्तांक भी T-प्राप्तांक की तरह ही ज्ञात किया जाता है जिसका सूत्र H = 50 + 14 (X– M)/σ होता है।

C- प्राप्तांक का प्रतिपादन गिल्फोर्ड ने किया यह भी T-प्राप्तांक की तरह सामान्यीकृत होते हैं व निम्न समीकरण द्वारा सहसम्बन्धित होते हैं : T= 5C + 25 या C = -2T – 5

प्रतिमान प्राप्तांकों का पांचवा प्रकार स्टेन-प्राप्तांक है। इसमें व्यक्ति 1 से 10 तक प्राप्तांक पा सकता है व औसत प्राप्तांक 5.5 होता है। इसके अतिरिक्त मूल प्राप्तांकों को अधिक सुगमता से विवेचन करने के लिये स्टेनाइन प्राप्तांकों का प्रयोग सर्वाधिक उपयोगी है। स्टेनाइन प्राप्तांकों का प्रसार 1 (निम्नतम) से 9 (उच्चतम) तक होता है तथा जिसका औसत सदैव 5 होता है। स्टेनाइन ग्रेड अपेक्षाकृत अधिक स्थिर व विश्वसनीय होते हैं। इन प्राप्तांकों का प्रयोग व्यक्तिगत चयन व शैक्षिक निर्देशन में उपयोगी होता है।

स्टेनाइन प्राप्तांकों के पश्चात मूल प्राप्तांकों का विवेचन शतांशीय प्राप्तांकों द्वारा भी किया जाता है। शतांशीय क्रम किसी परीक्षण प्राप्तांक में उस प्रतिशत को इंगित करता है जो उनके नीचे होते हैं। उदाहरणार्थ, यदि किसी परीक्षण पर व्यक्ति का प्राप्तांक 28 है तो यह माना जायेगा कि समूह के 27 प्रतिशत व्यक्ति उस व्यक्ति से नीचे है। उपरोक्त प्रतिमान प्राप्तांकों की भांति ही बुद्धि-लब्धि ज्ञात करने के लिये विचलन बुद्धि-लब्धि प्राप्तांक का प्रयोग किया जाता है। इस पद्धति से प्रत्येक आयु-समूह के व्यक्तियों के वितरण में 100 मध्यमान तथा 15 मानक विचलन के साथ मानकीकृत तथा सामान्यीकृत किये जाते हैं तथा फिर किसी निश्चित आयु वाले प्रत्येक बच्चे के निष्पादन से उन्हीं मानकों की तुलित किया जाता है।

उपरोक्त सभी प्रतिमान प्राप्तांकों के आधार पर ही परीक्षण-प्राप्तांकों का विवेचन किया जाता है।

22.15 शब्दावली

- **मूल प्राप्तांकः** कोई भी परीक्षण को प्रशासित करने के उपरांत परीक्षार्थी द्वारा प्राप्त अंक।
- **प्रमाणिक प्राप्तांकः** प्रमाणिक प्राप्तांक सामान्य तथा वह व्युत्पन्न प्राप्तांक (Derived Score) है जो प्रमाणिक विचलन पर आधारित होता हैं।
- **व्युत्पन्न प्राप्तांकः** परीक्षण के वे प्राप्तांक जिन्हें कोटि, वर्गीकरण या किसी अन्य रूप में परिवर्तित कर लिया गया और इस प्रकार के वास्तविक प्राप्तांकों से भिन्न हो, जिनका अर्थ है- परीक्षण में वास्तविक प्रतिक्रियाओं की संख्या।

22.16 निबन्धात्मक प्रश्न

1. विभिन्न प्रतिमान प्राप्तांकों के सम्बन्धों का संक्षेप में वर्णन कीजिये।

2. हल-प्राप्तांक व प्राप्ताक के अर्थ व प्रयोग को स्पष्ट करें।
3. प्राप्तांक व T-प्राप्तांक को विस्तार से उदाहरण सहित व्याख्या कीजिये।
4. स्टेनाइन- प्राप्तांक की अवधारणा तथा महत्व का विश्लेषण करें।
5. प्रतिमान प्राप्तांकों से आप क्या समझते हैं? विभिन्न प्रकार के प्रतिमान प्राप्तांकों के प्रकार का विस्तार से वर्णन कीजिये।
6. शतांशीय प्राप्तांक की गणना किस प्रकार की जाती है? वर्णन करें।
7. विचलन-बुद्धि-लब्धि प्राप्तांक क्या होता है? इसके महत्व का उल्लेख करें|

22.17 सन्दर्भ ग्रन्थ सूची

- Adams, G.S.: Measurement and Evaluation in Education, Psychology and Guidance (1966) New York : Dryden Press.
- Anastasi, Anne (1964), Psychological Testing, London: Mac Millian Publishing Company.
- Bhargava M. (1997), Modern Psychological TEsting and Measurement: Agra National Psychological Corporation.
- Caltell, R.B. (1966) Guide Book for Early School Personality Questionaine. Institute for personality & Ability Testing.
- Nunnaly, J.C. Jr (1959) Tests and Measurement: Assessment and prediction. New York: MC Graw Hill Book Co.
- Weschler, D. (1944). The Measurement of Adult Intelligence. Baltimore: Willianes and Witkins.

इकाई-23

मानक के विकास की कसौटियाँ

Criteria for development of norms

23.1 प्रस्तावना
23.2 उद्देश्य
23.3 मानक का अर्थ
23.4 मानक निर्धारण की आवश्यकता
23.5 मानकों के प्रकार
23.6 आयु मानक
23.7 श्रेणी मानक
23.8 शतांशीय मानक
23.9 प्रमाणिक अंक मानक
23.10 मानकों के आवश्यक गुण
23.11 सारांश
23.12 शब्दावली
23.13 सन्दर्भ ग्रन्थ सूची
23.14 निबंधात्मक प्रश्न

23.1 प्रस्तावना

व्यावहारिक विज्ञान के चरों को निरपेक्ष शून्य मापनी पर मापना संभव नहीं है | इनको सापेक्ष शून्य अर्थात अंतराल मापनी पर मापा जाता है | अतः इस मापनी पर प्राप्त अंक के अर्थापन हेतु एक सन्दर्भ बिंदु की आवश्यकता होती है जिससे कि अंको की त्रुटिरहित व्याख्या किया जा सके | मनोवैज्ञानिक एवं शैक्षिक मापन में प्राप्तांकों का अर्थ समझने एवं उनकी विवेचना करने हेतु कुछ व्यापक, एकरूप, वस्तुनिष्ठ व स्थायी प्रतिमानों (Standards) की आवश्यकता होती है तथा यह प्रतिमान मानक के रूप में स्थापित किये जाते हैं, अतः परीक्षण प्राप्तांकों की विवेचना मानकों के रूप में जा सकती है। दूसरे शब्दों में, किसी भी मनोवैज्ञानिक परीक्षण में मूल प्राप्तांकों को प्राप्त करने के बाद परीक्षण निर्माता के सामने अर्थापन की समस्या आती है कि उनका विवेचन किस प्रकार किया जाये। उदाहरण के लिये यदि हम यह कहें कि एक उपलब्धि परीक्षण में कविता ने 27 तथा शब्द परीक्षण में 35 समस्याओं का सही हल निकाला था उपलब्धि परीक्षण में 27 तथा शब्द -भण्डार परीक्षण में 35 अंक प्राप्त किये। इस प्रकार के 27 व 35 अंक से किसी प्रकार की कोई व्याख्या नहीं की जा सकती है, इनकी व्याख्या के लिये एक मानक का होना आवश्यक होता है।

इस इकाई के अध्ययन के पश्चात आप मनोवैज्ञानिक परीक्षण में मानक की अवधारणा तथा इसके महत्व के सन्दर्भ को जान सकेंगे।

23.2 उद्देश्य

इस इकाई के अध्ययन के उपरान्त आप -

- मानक की अवधारणा को समझ सकेंगे |
- मानकों के प्रकार को स्पष्ट कर सकेंगे |
- मूल प्राप्तांकों को मानकों में रूपांतरित कर सकेंगे |
- मानकों की आवश्यकता की व्याख्या कर सकेंगे |

23.3 मानक का अर्थ (Meaning of Norms)

किसी भी परीक्षण का मानक, वह प्राप्तांक है जिसे किसी विशेष समूह द्वारा प्राप्त किया हो । दूसरे शब्दों में , ''मानक से तात्पर्य कार्य के उस नमूने से है जिसे समस्त समूह के द्वारा प्रदर्शित किया गया है ।'' (By Norms we mean the specimen of work which represent commonest type of work for the whole group in question.) अनुसंधान के क्षेत्र में विभिन्न परीक्षणों को प्रशासित करके जब हम कुछ अंश प्राप्त करते हैं, तो इन प्राप्तांकों के आधार पर कोई निष्कर्ष निकालना एक कठिन कार्य होता है जब तक कि हमारे पास उसके लिए कोई आधार न हो । मानक के आधार पर हम किसी भी परीक्षण के द्वारा समूह के दो व्यक्तियों की तुलना कर सकते हैं तथा किसी समूह में अमुक व्यक्ति की क्या स्थिति है? इसको भी ज्ञात कर सकते हैं । मानक का सम्बन्ध व्याख्यात्मक त्रुटि से है (Norms are related with Interpretive Error)| किसी विशिष्ट समूह के वास्तविक निष्पादन का परिचायक होते हैं (Norms are the actual achievement of students at standards level.) वही प्रतिमान (Standard) निष्पादन के वांछित स्तर को ही व्यक्त करते हैं । मानक ऐसे Standard होते हैं जिनके साथ हम किसी भी प्राप्तांक की तुलना करके उसकी व्याख्या कर सकते हैं या उसका अर्थ लगा सकते हैं । दूसरे

शब्दों में, मानक किसी विशिष्ट समूह के विद्यार्थियों के वास्तविक मापन का औसत प्राप्तांक होते हैं (Norms are averages or values determined by actual measurement of a group of persons who are the representative of specific population.) जबकि प्रतिमान एक वांछित उद्देश्य रखता है, जो प्राप्त मानक से कम या अधिक भी हो सकता है ।

मानक तैयार करने के लिये हम परीक्षण को एक विस्तृत समूह पर या विशाल जनसंख्या पर प्रशासित करके समूह के प्राप्तांकों को शतांशीय मानों (Percentiles) अथवा प्रमाणिक आंकड़ों (Standard Scores) में बदल देते हैं । मानक को किसी समूह के फलांको की केन्द्रीय प्रवृत्ति के रूप में प्रयोग करते हैं ।

मानक की कुछ सामान्य परिभाषाएं निम्न प्रकार हैं -

"Norms are averages determined under prevailing conditions."

"Norms are quantitative criterion for different levels."

Psychological test norms represent the test standardization."

23.4 मानक निर्धारण की आवश्यकता (Need of Establishing Norms)

निम्न कारणों से मानकों के निर्धारण की आवश्यकता पड़ती है -

(a) मूल आंकड़ों (Raw-Scores) को तुलना योग्य बनाना।

(b) मूल आंकड़ों को इस योग्य बनाना ताकि उसे दूसरे आंकड़ों में जोड़ा जा सके।

(c) मूल आंकड़े को और अधिक सार्थक (Meaningful) बनाने के लिये।

व्यक्तियों के जिस समूह पर ये मानक तैयार किये जाते हैं उसे संदर्भ समूह (Reference Group) कहते हैं अर्थात मानक संदर्भ समूह की प्रमाणिक उपलब्धि (Standard performance) को व्यक्त करते हैं। मानक प्राय: निम्न प्रश्नों के उत्तर देने में हमारी सहायता करते हैं -

(a) कोई व्यक्ति उस परीक्षण पर दूसरों की अपेक्षा कितना नीचे अथवा ऊपर है।

(b) किसी व्यक्ति का एक परीक्षा पर उपलब्ध प्राप्तांक उसी विशेषता का मापन करने वाली दूसरी परीक्षा की तुलना में कितना कम अथवा अधिक है। इस प्रकार की तुलना के आधार पर किसी विद्यार्थी के किसी एक परीक्षा पर उपलब्ध प्राप्तांकों के आधार पर उसकी सफलताओं एवं कमजोरियों का पता लगाया जा सकता है।

(c) विद्यार्थी की प्रगति का अध्ययन किस प्रकार आसानी से एवं सफलतापूर्वक किया जाये।

(d) छात्र की भावी सफलता के बारे में भविष्यवाणी (Prediction) किस प्रकार की जाये।

23.5 मानकों के प्रकार (Types of Norms)

मानक किस समूह के बालकों अथवा व्यक्तियों के लिये बनाये गये हैं, इस दृष्टिकोण से दो प्रकार के होते हैं। वैसे मुख्य रूप से चार प्रकार के मानक निर्धारित किये जाते हैं -

1. आयु मानक (Age Norms)

2. श्रेणी मानक (Grade Norms)

मानक तैयार करने का स्केल अथवा उनको व्यक्त करने की इकाई क्या है, इस दृष्टिकोण से मानक दो प्रकार के होते हैं -

1. शतांशीय मानक (Percentile Norms)

2. प्रमाणिक अंक मानक (Standard Score Norms)

मानक के प्रकार को संक्षिप्त रूप में निम्न प्रकार से व्यक्त किया जा सकता है -

मानक के प्रकार	समूह प्रकार	तुलना प्रकार
1. आयु मानक	अनुक्रमिक आयु समूह	व्यक्ति की समूह से तुलना
2. श्रेणी मानक	अक्रमिक श्रेणी समूह	व्यक्ति की समूह से तुलना
3. शंताशीय मानक	समआयु या श्रेणी समूह	व्यक्ति द्वारा पार किया समूह प्रतिशत
4. प्रतिमान प्राप्तांक मानक	एक ही आयु या श्रेणी समूह	सामान्य समूह से व्यक्ति के मानक विचलन की संख्या का विचलन

अभ्यास प्रश्न

1. मानक से आपका क्या तात्पर्य है?
2. मानक के प्रकारों को लिखें |
3. मानकों के निर्धारण की आवश्यकता की कसौटी की व्याख्या करें|
4. मानक के महत्व पर संक्षिप्त नोट लिखें |

23.6 आयु मानक (Age Norms)

इस प्रकार के मानकों का प्रयोग बिने (Binet) के बुद्धि परीक्षण (Intelligence Test) में किया गया। इस प्रकार के मानकों की आधारभूत मान्यता यह है कि आयु के साथ - साथ दूसरी राशि (Variable) भी बढ़े।"The variable must increase with the age."

आयु मानकों से अभिप्राय उस परीक्षण पर विभिन्न आयु के छात्रों के औसत प्राप्तांकों से है । आयु मानक हम उन्हीं राशियों के ज्ञात करते हैं जो आयु के साथ साथ बढ़ते हैं - जैसे Height, Weight, Intelligence, Reading, Ability, Vacabulary, Mental Age आदि। अब मान लिजिए हमें Age Norm ज्ञात करना है । इसके लिए सर्वप्रथम परीक्षण को विभिन्न आयु के वर्गों के विद्यार्थियों के समूहों पर प्रशासित किया जाता है तथा विद्यार्थियों द्वारा उस परीक्षण पर प्राप्त अंको को लिख लिया जाता है । प्रत्येक आयु वर्ग के छात्रों द्वारा प्राप्त अंको का औसत ही उस आयु के विद्यार्थियों के लिए मानक कहलाता है । उदाहरणार्थ - हम 12 वर्ष की आयु वर्ग के छात्रों की ऊँचाई का मानक ज्ञात करना चाहते हैं । इसक के लिए हम सर्वप्रथम 12 वर्ष की आयु के कुछ छात्रों को लेंगे। यह औसत ही समस्त 12 वर्षीय बालकों के लिए ऊँचाई नापकर उसका औसत निकाल लेंगे। यह औसत ही समस्त 12 वर्षीय बालकों के लिए ऊँचाई मानक कहलायेगा । अब इस मानक ऊँचाई से कम होगी तो उसे सामान्य से कम लम्बा छात्र कहा जायेगा । जैसे यदि 15 वर्षीय आयु के लड़कों की

औसत ऊँचाई 135 सेमी है तथा अभिषेक की ऊँचाई 145 सेमी है तो हम कहेंगे कि अभिषेक अपनी आयु के सापेक्ष अधिक लम्बा है, चाहे उसकी वास्तविक आयु कितनी ही क्यों न हो। इसके विपरीत सभी 16 वर्षीय आयु वर्ग के लड़कों की औसत ऊँचाई यदि 145 सेमी है तो हम कहेंगे कि अभिषेक 16 वर्ष के छात्र के बराबर Height Age रखता है। बुद्धि मापन के क्षेत्र में मानसिक आयु का प्रत्यय वास्तव में आयु मानकों का ही एक रूप है। यदि कोई छात्र उन प्रश्नों को सही हल कर लेता है जिन्हें 18 वर्षीय छात्र हल कर लेता है तो उस छात्र की मानसिक आयु 18 वर्ष कही जायेगी, चाहे उसकी शारीरिक आयु 15 वर्ष की ही है। समस्त बुद्धि परीक्षणों में मानकों को मानसिक आयु के रूप में तथा उपलब्धि परीक्षण में शैक्षिक आयु के रूप में प्रस्तुत किया जाता है।

आयु मानकों को आसानी से स्थापित किया जा सकता है। यही कारण है कि शिक्षा के क्षेत्र में इनका प्रयोग अधिकता से किया जाता है।

"Age or Grade Norms locate the pupil in terms of age or grade groups, but not necessary with pupils of his own age and grade." –D. Baron & H.W. Bernard

परिसीमाए (Limitations)- आयु मानकों की प्रमुख परिसीमाएं इस प्रकार है -

इन मानकों का प्रयोग तभी किया जाना चाहिए जबकि आयु के साथ साथ मो जाने वाले अन्य चरों में भी वृद्धि हो, जैसे - भार, बुद्धि, शैक्षिक उपलब्धि आदि।

आयु मानकों की प्रमुख परिसीमा यह है कि प्रत्येक बालक का विकास हर उम्र में एक जैसा नहीं होता है। 5-7 वर्ष के आयु वर्ग में विकास 11-14 वर्ष आयु वर्ग की अपेक्षा तीन गुणा अधिक होता है। परिणामस्वरूप विभिन्न आयु वर्ग के लिये मानकों का अन्तर समान नहीं होता।

ये मानक केवल 20 वर्ष तक की आयु के परीक्षार्थियों के लिए ही ठीक रहते हैं।

प्रतिनिधित्व न्यादर्श (Representative Sample)का चयन कठिन कार्य है।

इन मानकों का प्रयोग व्यक्तित्व परीक्षण, रूचि परीक्षण, अभिवृत्ति परीक्षण (Aptitude tests) आदि परीक्षणों में नहीं किया जा सकता है।

कुछ गुणों में मानसिक विकास नहीं होता जैसे, शब्द भंडार (Vocabulary)तो निरन्तर बढ़ता रहता है लेकिन पथजाल अंकन (Maze-Tracing)किशोरावस्था के बाद रूक जाती है। अत: इस प्रकार के Traitsकी तुलना आयु मानकों द्वारा नहीं की जा सकती।

किशोरावस्था एवं युवावस्था में योग्यता के स्तर को व्यक्त करने के लिए आयु की इकाई अनुपयुक्त है।

एक ही आयु वाले बालकों की योग्यता की तुलना आयु मानकों द्वारा नहीं की जा सकती।

20.7 श्रेणी मानक (Grade Norms)

श्रेणी मानक आयु मानकों के ही समान होते हैं। इन दोनों में अंतर केवल इतना है कि आयु मानकों का संबंधजहाँ आयु से होता हैं वही श्रेणी मानकों का संबंधकक्षा से होता है। इन्हें कक्षा मानक भी कहा जाता है। किसी परीक्षण में श्रेणी मानकों से अभिप्राय: विभिन्न कक्षाओं के औसत प्राप्तांक से होता हैं। इनका प्रशासन विद्यालय में पहले से ही वर्गीकृत विद्यार्थियों पर किया जाता है। आयु

मानकों की तरह श्रेणी मानकों में भी श्रेणी के साथ दूसरा चर (Variable)वही लिया जाये जो ग्रेड के साथ बढ़े।

"The variable must increase with the grade."

ग्रेड मानक ज्ञात करने के लिए परीक्षण को विभिन्न कक्षाओं के विद्यार्थियों पर प्रशासित किया जाता है । किसी कक्षा विशेष के लिये चुने गये छात्र उस कक्षा के छात्रों की समस्त जनसंख्या का प्रतिनिधित्व करने वाले होते हैं । फिर, प्रत्येक कक्षा के छात्रों द्वारा प्राप्त अंको का औसत ज्ञात कर लिया जाता है । विभिन्न कक्षाओं के लिए उस परीक्षण पर प्राप्त अंको के औसत ही कक्षा मानक कहलाते हैं । उदहारणार्थ - मान लीजिए हम गणित विषय में ग्रेड मानक स्थापित करना चाहते हैं । तब सर्वप्रथम हम कक्षा 7 के लिए एक गणित परीक्षा बनाकर उसे विद्यालय की विभिन्न कक्षाओं जैसे – VIIth, VIIIth, IXth and Xth के प्रतिनिधित्व समूह को देकर प्रत्येक श्रेणी के औसत अंको को ज्ञात कर लिया जायेगा। अब हमें जिस विद्यार्थी की वर्तमान उपलब्धि का मापन करना होता है, यदि एक VIIth Gradeका बालक VIIth Gradeके औसत अंको को ही प्राप्त करता है तो वह निम्न स्तर का बालक समझा जायेगा। उपलब्धि परीक्षणों में अधिकांश रूप से श्रेणी मानक ही निर्धारित किये जाते हैं । इस प्रकार, श्रेणी मानक प्रत्येक श्रेणी के औसत बालकों के निष्पादन से संबंधितहोते हैं ।

ग्रेड मानकों का अध्यापको के लिए अत्यन्त महत्व है । वह इन मानकों के आधार पर विद्यार्थियों की योग्यता की व्याख्या कर सकता है और यह पता लगा सकता है कि अमुक कक्षा में विद्यार्थियों या किसी छात्र की क्या स्थिति है ।

परिसीमाएं (Limitations)- ग्रेड मानकों की प्रमुख परिसीमाएं इस प्रकार है -

- आयु मानकों की भांतिग्रेड मानक भी समान नहीं होते।
- ग्रेड मानकों का निर्वचन अधिक स्पष्ट नहीं होता है ।
- इन मानकों का प्रयोग औपचारिक शिक्षा संस्थाओंमें ही संभव है ।
- इनके द्वारा केवल उपलब्धि परीक्षणों का ही विवेचन कर सकते हैं ।
- शैक्षिक उपलब्धि, बुद्धि विकास आदि चरों की गति कक्षा के अनुसार एक समान नहीं होती है ।
- यदि एक ही आयु के बालकों की योग्यता की तुलना करनी हो तो ग्रेड मानक हमारी सहायता नहीं करते । जैसे 7 वर्षीय बालक शलभ की तुलना हम अन्य बालकों से कर सकते हैं जो 8, 9 या 10वर्षों के है लेकिन, शलभ जैसे अन्य 99 बालक भी 7 वर्ष के हों तो उनकी तुलना आपस में कैसे की जायेगी? ऐसे छात्रों की आपस में तुलना शतांशीयमानों (Percentile Ranks) में की जाती है ।

23.8 शतांशीय मानक (Percentile Norms)

किसी परीक्षण में शतांकीय/ शतांशीय मानक से अभिप्राय उस परीक्षण पर छात्रों के किसी बड़े समूह द्वारा प्राप्तांकों के विभिन्न शतांको से है। दूसरे शब्दों में, शतांशीय मान वे प्राप्तांक हैं जिनमें कम अंक प्राप्त करने वाले छात्रों की संख्या दी गई प्रतिशतता के बराबर है। उदाहरणार्थ - पचहत्तरवां (75th) शतांशीय मान बताता है कि 75 प्रतिशत विद्यार्थी इससे कम अंक प्राप्त करते हैं तथा केवल 25 प्रतिशत विद्यार्थी इससे अधिक अंक प्राप्त करते हैं। शतांकीय फलको का अर्थ है - शतांशों में व्यक्त व्यक्ति की श्रेणी। मान लीजिए, 100 विद्यार्थी किसी दौड़ में भाग ले रहे हैं। एक विद्यार्थी सबसे तेज दौड़ता है और दौड़ में प्रथम आता है। वह 99 विद्यार्थियों से दौड़ में अच्छा है अर्थात उसकी प्रतिशतात्मक स्थिति 98^{th}है। पहले और दूसरे विद्यार्थियों के बीच में कितनी ही दूरी क्यों न हो उनकी प्रतिशतात्मक स्थिति में कोई अन्तर नहीं आ सकता। जो विद्यार्थी सबसे पीछे है उसके पीछे और कोई दौड़ने वाला विद्यार्थी नहीं है, इसलिए उसकी प्रतिशतात्मक स्थिति शून्य मानी जायेगी।

इसी प्रकार, शैक्षिक स्थितियों में जब कई छात्रों का अध्ययन किया जाये या विभिन्न विद्यालयों के छात्रों के मध्य तुलना की जाये तो यह उपयोगी रहता है कि उन क्रमों को शततमक क्रम (Percentile Ranks) में रूपान्तरिक कर लिया जाये। साधारण रूप में, ''शतांशीय मापनी (Percentile Scale) पर यह एक ऐसा बिन्दु है जिसके नीचे किसी वितरण का एक निश्चित प्रतिशत पड़ता है।'' (Percentile is the point on the scale below which a fixed percentage of the distribution falls.)

शतांक मान ज्ञात करने के लिए परीक्षण को छात्रों के किसी बड़े समूह पर प्रशासित कर लेते हैं तथा छात्रों द्वारा प्राप्त अंको से विभिन्न शतांक मान ज्ञात कर लेते हैं। यह शतांक मान ही शतांक मानक होते हैं। चूंकि, इनका प्रयोग एक ही सामान्य समूह के समस्त व्यक्तियों पर प्रत्येक स्थिति में संभव होता है इसलिए इनके संबंध में कहा जा सकता है, ''शतांशीय मानक किसी विशेष समूह में व्यक्ति के प्राप्तांकों के विवेचन का आधार प्रदान करते हैं।''

"Percentile norms provide a basis for interpreting the scores of an individual in terms of his standing in some particular groups."

शतांशीय एवं शतांशीय क्रम (P.R.) की गणना करने के लिये मान लिजिए किसी बड़े समूह पर परीक्षण प्रशासित करने पर M = 100, S.D. = 10 तो उसके लिये विभिन्न शतांशीय इस प्रकार होंगे -

90th	100	+	1.28 X 10 =112.8 (90= 50+40 (4000 Value)
80th	100	+	.84 X 10 =108.4
70th	100	+	.52 X 10 = 105.2
60th	100	+	.25 X 10 = 102.5
50th	100	+	.0 X 10 = 100.0
40th	100	-	.25X 10 = 97.5
30th	100	-	.52 X 10 = 94.8

20th	100	-	.84 X 10 = 91.6
100th	100	-	1.28 X 10 = 87.2

उपरोक्त आधार पर यदि किसी व्यक्ति को अमुक परीक्षण देने पर 100 अक प्राप्त होते हैं तो उसका P.R. = 50 होगा तथा उसका निष्पादन औसत स्तर का माना जायेगा।

विशेषताएं (Merits) - शतांशीय मानकों की प्रमुख विशेषतायें इस प्रकार हैं -

- शतांक मानक आसानी से विकसित किये जा सकते हैं।
- इनका विवेचन सरल होता है।
- इनकी सहायता से ऐसे फलांक भी जिनकी इकाइयाँ और संख्यात्मक प्रतिमान समान नहीं होते, अर्थपूर्ण ढंग से व्यक्त किये जा सकते हैं।
- शंताशीय मानक निकालने में यह आवश्यक नहीं है कि पहले एक प्रतिनिधित्व न्यादर्श (Representative Sample) लिया जाये, जैसा कि अन्य परीक्षणों में किया जाता है। अत: इन मानकों में पूर्व अभिधारणा (Hypothesis) नहीं बनानी पड़ती। इसलिए इनका प्रयोग अत्यन्त विस्तृत रूप से किया जाता है।
- व्यक्तित्व परीक्षणों, बुद्धि लब्धि परीक्षणों, रूचि परीक्षणों आदि के लिये प्राय: शतांक मानक ही ज्ञात किये जाते हैं।
- ये मानक सभी प्रकार की परिस्थितियों, जैसे शैक्षिक, औद्योगिक, सैन्य आदि में एक समान रूप से उपयोगी हैं।

परिसीमाएं (Limitations) - शतांशीय मानकों की प्रमुख सीमाएं इस प्रकार हैं -

- शतांशीय मानक प्राय: प्रतिशत फलनांक से भ्रमित हो जाते हैं।
- इन मानकों का सांख्यिकीय विश्लेषण संभव नहीं।
- इन मानकों के आधार पर व्यक्ति को समूह में सापेक्षित स्थिति (Relative Position) ज्ञात होती है। व्यक्ति की वास्तविक योग्यता अथवा सामर्थ्य की निरपेक्ष व्याख्या संभव नही है।
- विभिन्न परीक्षणों के शतांशीय फलांको की तुलना तब तक नहीं की जा सकती जब तक कि वे समूह भी, जिन पर उनका प्रशासन हुआ है, तुलनात्मक न हों। उदाहरणार्थ - यदि किसी व्यक्ति परीक्षण पर किशोरावस्था की लडकियों में किसी बड़े समूह द्वारा प्राप्तांकों से शतांक मान विकसित किये गये हैं तो किशोरावस्था वाली लड़कियों के प्राप्तांकों की व्याख्या इन मानकों से की जा सकती है।
- शतांशीय फलांको की इकाइयाँ समान नहीं होती। यदि वास्तविकता प्राप्तांकों का विवरण लगभग सामान्य हो तो मध्यांक के समीप प्राप्तांकों को शतांशीय मान में परिवर्तित करने पर काफी अन्तर रहता है, जबकि वितरण के दोनों छोरों पर परिवर्तन करने पर उतना अन्तर नहीं रहता है।

- सामान्य दशाओं में शतांशीय मान से प्रत्येक व्यक्ति की सापेक्षिक स्थिति का ज्ञान हो जाता है, लेकिन किसी अन्य व्यक्ति से उसके फलांक का अन्तर कितना है पता नहीं चलता।

23.9 प्रमाणिक अंक मानक (Standard Score Norms)

शतांशीय मानकों की सबसे बड़ी कमी यह है कि इसमें प्राप्तांकों की इकाई समान नहीं होती है अर्थात किन्हीं भी दो लगातार क्रमिक 60 th व 70thशतांको के बीच का अन्तर समान नहीं है। शतांशीय मानकों के इस दोष के कारण इन मानकों का प्रयोग विभिन्न छात्रों के मध्य अन्तरों की तुलना करने के लिए नहीं किया जा सकता। अत: परीक्षण निर्माता ऐसी इकाईयों की खोज करता है जो समस्त प्रसार तक समरूप से अर्थपूर्ण हों। इसी दृष्टि से प्रमाणिक अंक मानकों का प्रयोग अत्याधिक प्रचलित है। इन मानकों को Z प्राप्तांक मानक (Z Score Norms) के नाम से भी जाना जाता है।

प्रमाणिक मानकों से अभिप्राय छात्रों के मूल प्राप्तांकों को प्रमाणिक प्राप्तांकों में बदल नेने से है। इस प्रकार के मानकों को मानक विचलन (S.D. or σ) की सहायता से ज्ञात किया जाता है। यह मानक विचलन किसी समूह के प्राप्तांकों के प्रसार का एक मापन है। प्रमाणिक मानक सामान्यीकृत समूह (Normative Group) पर आधारित होते हैं। ये मानक भी शतांशीय मानकों की भांति किसी विशेष समूह के संदर्भ में व्यक्ति के प्राप्तांकों के आधार पर उसके निष्पादन (Achievement) की विवेचना करते हैं। चूंकि ये बिलकुल समान इकाइयों को व्यक्त करते हें, इसलिए ये शतांशीय मानों से भिन्न होते हैं। इनकी मूल इकाई संदर्भ समूह (Reference Group) का मानक विचलन होता है तथा व्यक्ति का प्राप्तांक समूह के मध्यमान से नीचे तथा ऊपर मानक विचलन इकाइयों की संख्या में व्यक्त होता है।

प्रमाणिक मानकों को सिग्मा प्राप्तांक मानक के अतिरिक्त अन्य मानकों में भी व्यक्त किया जाता है, जैसे Z - प्राप्तांक, t - प्राप्तांक, स्टेन-प्राप्तांक, स्टेनाइन-प्राप्तांक आदि। मूल रूप से ये सभी एक हैं तथा एक ही स्केल के परिवर्धित रूप हैं।

(The are linear transformation of the σ scale) -

Z Score का मध्यमान शून्य तथा मानक विचलन 1 होता है। T- Score का मध्यमान 50 तथा मानक विचलन 10 होता है। Sten- Score का मध्यमान 5.5 तथा मानक विचलन 2 एवं Stanine Score का मध्यमान 5 व मानक विचलन 2 होता है। T Score का प्रयोग में क्कॉल (McCall) तथा Sten Score समूह का मध्यमान M तथा मानक विचलन σ हो तो उस परीक्षण पर छात्र द्वारा प्राप्त प्राप्तांक निम्न सूत्रों की सहायता से ज्ञात किया जा सकता है -

Z- Score $= X - M/\sigma$

T- Score $= 50+(X - M/\sigma)X$ 10

Sten- Score $= 5.5+(X - M/\sigma)X2$

Stanine- Score $= 5+(X - M/\sigma)X2$

Z Score साधारणतः + 3 से -3 के बीच तथा T Score साधारणत: 20-80 के मध्य होते हैं, जबकि Sten Score 0-10 तथा T- Score की भांति ही होते हैं, अन्तर केवल इतना है कि T-Scores निकालने से पूर्व मूल आंकड़ों के वितरण को सम (Normalized) कर लिया जाता है। सभी प्रमाणिक प्राप्तांकों का आधार सम वितरण वक्र ही होता है। यदि वितरण सम नहीं, तो मूल आंकड़ों के समरूप (Equivalent) प्रमाणिक आंकड़े सही नहीं होंगे। अत: पहले वितरण को सम बना लिया जाता है और उसके पश्चात मूल आंकड़ों (Raw-Scores) को प्रमाणिक अंको (Standard Scores) में बदला जाता है, शेष सभी विशेषताएं Standard Score की वही होती हैं जो T- Scores की होती है। Stanines का अर्थ है Standard Nine अर्थात स्केल की इकाइयाँ जिसमें 9 भाग होते हैं। Stanine 9 सबसे बड़ी इकाई होती है तथा Stanine 1 सबसे छोटी इकाई तथा बीच में Stanine 5 होता है।

प्रमाणिक मानक ज्ञात करने के लिए परीक्षण को छात्रों के किसी बड़े समूह पर प्रशासित किया जाता है तथा प्राप्तांक का मानक विचलन व मध्यमान ज्ञात कर लिया जाता है। अब हमें जिस किसी भी प्राप्तांक की व्याख्या करनी होती है उसे किसी प्रमाणिक प्राप्तांक (Z अथवा T आदि) में बदल लेते हैं तथा प्राप्त प्रमाणिक प्राप्तांक की व्याख्या करते हैं। प्रमाणिक प्राप्तांक का मान बताता है कि छात्र मध्यमान से कितना कम या अधिक है। परीक्षण निर्माता प्राय: मूल आंकड़ों को किसी प्रमाणिक प्राप्तांक में बदलने के लिए सारणी बनाता है जिसकी सहायता से परीक्षण पर प्राप्त किसी भी मूल आंकड़े के सीधे प्रमाणिक प्राप्तांक में बदला जा सकता है। उदाहरणार्थ, मान लीजिए, हृदयेश के गणित उपलब्धि परीक्षण में 60 प्राप्तांक हैं तथा उस परीक्षण पर 60 Scoreके लिये Z Score का मान +2 है, तो इसका आशय यह है कि हृदयेश गणित उपलब्धि में औसत छात्र से +2 मानक विचलन के बराबर अधिक अंक प्राप्त करना है।

प्राय: हमें प्रमाणिक प्राप्तांकों एवं मानकों में समानता प्रतीत होती है, जो कि एक भ्रम है। वास्तव में, इन दोनों में मूलभूत अन्तर है। रॉस और स्टेनले के अनुसार प्रमाणिक शब्द में लक्ष्य का भाव निहित रहता है अर्थात प्रमाणिक से हमारा अभिप्राय है क्या होना चाहिए? जबकि मानक वर्तमान उपलब्धि की ओर संकेत करता है। हम प्रमाण की ओर बढ़ना चाहते हैं, जो कि स्थिर रहते हैं, जबकि मानक में स्थिरता की मात्रा कम रहती है।

23.10 मानकों के आवश्यक गुण (Essential Qualities of Norms)

किसी भी परीक्षण के मानकों में निम्न आवश्यक गुणों का होना अत्यन्त महत्वपूर्ण है -

- **नवीनता (Novelty)** – मानकों की नवीनता से तात्पर्य है कि मानक काफी समय पुराने नहीं होने चाहिए अर्थात मानक काफी समय पूर्व प्रशासित परीक्षण के अंको के आधार पर नहीं तैयार किये जाने चाहियें। चूंकि समय अन्तराल के कारण छात्रों की योग्यताओं में परिवर्तन हो सकता है, इस कारण 1970 में बुद्धि परीक्षण के लिये विकसित किये गये मानकों की सहायता से यदि 1984 छात्रों द्वारा प्राप्त अंको की व्याख्या की जायेगी तो यह व्याख्या छात्रों की वास्तविक योग्यता का वर्णन नही कर सकेगी। अत: मानकों में समय समय पर परिवर्तन करते रहना चाहिये जिससे कि वे नवीन बने रहें।

- **प्रतिनिधिता (Representativeness)** - मानकों की प्रतिनिधित्वता से तात्पर्य है कि मानकों का विकास उन्ही छात्रो के प्रतिनिधि समूह से प्रापत आंकड़ों से किया गसर है जिनके प्राप्तांकों की व्याख्या की जानी है । अत: यदि कक्षा 9 के विद्यार्थियों की किसी योग्यता की व्याख्या की जानी है तो मानकों का विकास भी कक्षा 9 के विद्यार्थियों से प्राप्त प्राप्तांकों की सहायता से किया जाना चाहिये । साथ ही ये विद्यार्थी अन्य गुणों में भी उन विद्यार्थियों के समान होने चाहियें जिनके गुणों की व्याख्या की जानी है । परीक्षण मानकों का निर्माण किसी बडे समूह के छात्रों द्वारा प्राप्त अंको के आधार पर किया जाना चाहिए। एक छोटा समूह संपूर्ण जनसंख्या का सही प्रतिनिधित्व नहीं कर सकता है जिसके कारण छोटे समूह पर विकसित मानक गलत व्याख्या दे सकते हैं ।
- **सार्थकता (Meaningfulness)**-मानकों की सार्थकता से अभिप्राय मानकेां के प्रकार से है । विकसित किय गये मानकों को परीक्षण उद्देश्यों तथा मापन किये जाने वाले गुणों पर निर्भर करना चाहिये। जहां गुणों में वृद्धि आयु के साथ साथ होती है और वहां आयु मापन करना हो तो शतांशीय मानक अथवा प्रमाणिक अंक मानक प्रयोग करने चाहियें। इसी प्रकार, यदि परीक्षण का उद्देश्य छात्र की शारीरिक अथवा शैक्षिक उपलब्धि की वांछनीयता को जानना हो तो आयु अथवा ग्रेउ मानकों का प्रयोग अधिक उपयुक्त रहता है, परन्तु यदि परीक्षण का उद्देश्य किसी बडे समूह में छात्र की स्थिति का पता लगाना है तो शतांशीय एवं प्रमाणिक मानक प्रयोग में लाये जा सकते हैं ।
- **तुलनीयता (Comparibility)**-तुलनीयता भी मानकों को एक अत्यन्त महत्वपूर्ण गुण है। परीक्षण के मानक आपस में तुलनीय होने चाहियें तभी उन मानकों की सहायता से विभिन्न छात्रों की तुलना की जा सकती है, इसके साथ ही मानक पर्याप्त रूप से वर्णित होने चाहिए अर्थात परीक्षण के विभिन्न संदर्भ बिन्दुओं के अर्थ का स्पष्ट रूप से वर्णन करना चाहिये ताकि छात्रों की योग्यता का शाब्दिक वर्णन स्पष्ट ढंग से किया जा सकें।
- मानकों के उपरोक्त गुणों के संदर्भ में मानक निर्धारित करते समय निम्न सावधानियां बरतनी चाहिये |
- मानक ज्ञान करने के लिए प्रयोग किया जाने वाला न्यादर्श समस्त जनसंख्या का प्रतिनिधित्व करने वाला होना चाहिये ।
- मानक सावधानीपूर्वक ज्ञात करने चाहिये । इसके लिए एक परीक्षार्थी के विभिन्न परीक्षाओं में प्राप्त अंको को देखना चाहिये न कि उसके एक ही परीक्षण में प्राप्त अंको को ।

अभ्यास प्रश्न

1. आयु मानक की सीमाओं का वर्णन करें |
2. श्रेणी मानक के लाभ को लिखें |
3. मानकों के आवश्यक गुण का वर्णन करें |
4. प्रतिमान मानक के महत्व की व्याख्या करें |

20.11 सारांश

मानक किसी विशिष्ट समूह के विद्यार्थियों के वास्तविक मापन का औसत प्राप्तांक होता है (Norms are averages or values determined by actual measurement of a group of persons who are the representative of specific population.) जबकि प्रतिमान एक वांछित उद्देश्य रखता है, जो प्राप्त मानक से कम या अधिक भी हो सकता है।

मानक व प्रतिमान दोनों में अन्तर होता है। मानक किसी विशिष्ट समूह के वास्तविक निष्पादन का वर्णन करते हैं वहां प्रतिमान निष्पादन के वांछित स्तर को ही व्यक्त करते हैं। मानक के आधार पर किसी भी परीक्षण के द्वारा समूह के दो व्यक्तियों की तुलना की जा सकती है तथा किसी समूह में अमुक व्यक्ति की क्या स्थिति है इसको भी ज्ञात किया जा सकता है।

आयु मानक किसी विशेष आयु स्तर के चयनित एक प्रतिनिधिक समूह का किसी विशेष परीक्षण पर प्राप्त मध्यमान अंक कहलाता है। आयु मानकों का उपयोग उन शीलगुणों के लिये अधिक होता है जो आयु के साथ क्रमबद्ध रूप से बढ़ते पाये जाते हैं।

श्रेणी मानक किसी भी वर्ग या श्रेणी के व्यक्तियों का एक प्रतिनिधिक समूह का मध्यमान प्राप्तांक होता है। उदाहरणार्थ यदि एक छठीं श्रेणी का बालक नवीं श्रेणी के मध्यमान अंको को प्राप्त कर लेता है तो वह श्रेष्ठ बालक समझा जाता है इसके विपरीत यदि एक नवीं श्रेणी का बालक छठी श्रेणी के मध्यमान अंको को ही प्राप्त कर पाता है तो उसे निम्न स्तर का ही बालक माना जाता है।

व्यक्ति की स्वंय की आयु व श्रेणी-समूह में तुलना करने के लिये हम शतांशीय मान का प्रयोग करते हैं। शतांशीय मापनी पर ऐसा बिन्दु है जिसके नीचे किसी वितरण का एक निश्चित प्रतिशत पड़ता है। शततमक मानक को अर्थपूर्ण होने के लिए मानकीकृत प्रतिदर्शका आयु, वर्ग, व्यवसाय, शहरी-देहाती चरों की दृष्टि से समजातीय होना आवश्यक है।

इसके अतिरिक्त मानक प्राप्तांकों पर आधारित मानक को प्रमाणिक प्राप्तांक मानक कहा जाता है इसकी सभी इकाइयों का अर्थ एक समान होता है जिनके द्वारा प्राप्तांक को रूपान्तरित करके उनकी व्याख्या की जाती है जैसे Z-प्राप्तांक, T-प्राप्तांक, C-प्राप्तांक, स्टेन-प्राप्तांक, स्टेनाइन-प्राप्तांक, बुद्धि-लब्धि विचलन मानक आदि।

20.12 शब्दावली

- **मानक (Norms):** किसी परीक्षण पर मानक वह औसत प्राप्तांक है जिसे किसी विशेष समूह द्वारा प्राप्त किया गया हो।
- **आयु मानक (Age Norms):** आयु मानक से तात्पर्य है, किसी विशेष आयु समूह का औसत निष्पादन।

- **श्रेणी मानक (Grade Norms):** श्रेणी मानक प्रत्येक श्रेणी स्तर के औसत विद्यार्थियों के निष्पादन से सम्बन्धित होते हैं।
- **प्रमाणिक प्राप्तांक मानक (Standard Score Norms):** मध्यमान तथा मानक विचलन के आधार पर मूल प्राप्तांक को व्युत्पन्न अंक में परिवर्तित करना जिससे कि किसी गुणों की तुलना की जाए।
- **शतांशीय प्राप्तांक (Percentile Score):** किसी दिये हुए बिन्दु या प्राप्तांक के नीचे उतने प्रतिशत प्राप्तांक हैं। जैसे 75 वां शतांशीय वह बिन्दु या प्राप्तांक हैं जिसके नीचे 75 प्रतिशत प्राप्तांक हो।

23.13 निबंधात्मक प्रश्न

1. मानक की अवधारणा को स्पष्ट कीजिये। मानक के विभिन्न प्रकारों की व्याख्या कीजिये |
2. प्रतिमान अंक के विभिन्न प्रकारों की व्याख्या कीजिये |
3. आयु मानक तथा ग्रेड मानक के मध्य अंतर स्पष्ट कीजिये |
4. श्रेणी मानक व शतांशीय मानक को रूपांतरित करने की विधि की व्याख्या कीजिये |
5. विभिन्न प्रतिमान प्राप्तांक मानकों को रूपान्तरित करने के प्रकारो को स्पष्ट करो।

20.14 सन्दर्भ ग्रन्थ सूची

- Bhargava, M. (1997): Modern Psychological Testing and Measurement: Agra National Psychological Corporation.
- Cattell, R.B. (1966): Guide Book for Early School Personality questionaire Institute for Personality & Ability Testing.
- Grene, H.A. & Other: Measurement & Evaluation in the Secondary School S., (1954) P.87.
- Srivastava, R. (1999): Psychological & Educational Measurement, Motilal Banarasi Das Delhi.
- Weschler, D. (1944): The Measurement of Adult Intelligence Baltimoe: Willians.