BED-16

वर्धमान महावीर खुला विश्वविद्यालय, कोटा (राजस्थान)

# गणित शिक्षण
# Teaching of Mathematics

**BED-16**

वर्धमान महावीर खुला विश्वविद्यालय, कोटा (राजस्थान)

# गणित शिक्षण
# Teaching of Mathematics

## पाठ्यक्रम अभिकल्प समिति


प्रो. (डॉ.) नरेश दाधीच

कुलपति

**वर्धमान महावीर खुला विश्वविद्यालय, कोटा (राजस्थान)**


## संयोजक / समन्वयक


डा. दामीना चोधरी
सह आचार्य, शिक्षा
वर्धमान महावीर खुला विश्वविद्यालय
कोटा ( राज.)

1. प्रो. पी. के. साहू
इलाहाबाद विश्वविद्यालय (उत्तर प्रदेश)

2 प्रो. आर. पी. श्रीवास्तव (से.नि)
जामिया मिलिया इस्लामिया
विश्वविद्यालय, नई दिल्ली

3 प्रो आर जे सिंह
लखनऊ विश्वविद्यालय
लखनऊ (उप्र)

4. प्रो. डी. एन. सनसनवाल
देवी आहिल्या विश्वविद्यालय
इन्दौर (मप्र.)

5. प्रो. एस. बी. मेनन
दिल्ली विश्वविद्यालय
दिल्ली

6. प्रो. स्नेह. एम. जोशी
एम. एस. विश्वविद्यालय,
बडौदा (गुजरात)

7. प्रो. सोहनवीर सिंह चौधरी
इन्दिरा गांधी राष्ट्रीय मुक्त
विश्वविद्यालय, नई दिल्ली

8. डा. एम. एल. गुप्ता
सह आचार्य शिक्षा (से.नि.)
वर्धमान महावीर खुला विश्वविद्यालय

9. डा. अनिल शुक्ला
लखनऊ विश्वविद्यालय
लखनऊ (उ.प्र.)


## संपादन तथा पाठ लेखन


संपादक

**डॉ. आर आर सिंह**
से.नि.प्रोफेसर
ग्रामोत्थान विद्यापीठ
संगरिया(राजस्थान)

पाठ लेखन

डा.बी एस. रायज्यादा
से. नि. प्रोफेसर
रीजनल कॉलेज ऑफ एजुकेशन अजमेर

डा. एम एस सामर
से.नि.प्रोफेसर
रीजनल कॉलेज ऑफ एजुकेशन,अजमेर


## पाठ्यक्रम निदेशन एवं उत्पादन


**निदेशक (शैक्षणिक)**
प्रो.अनाम जैटली
वर्धमान महावीर खुला विश्वविद्यालय,
कोटा(राज)

**निदेशक सामाग्री उत्पादन एवं वितरण**
प्रो.पी.के.शर्मा,निदेशक
पाठ्य सामाग्री उत्पादन एवं वितरण
वर्धमान महावीर खुला विश्वविद्यालय
कोटा(राज)



उत्पादन जुलाई 2007



**सर्वाधिकार सुरक्षित : -**

इस सामग्री के किसी भी अंश की व. म. खु. वि. कोटा की लिखित अनुमति के बिना किसी भी रूप में 'मिमियोग्राफी' (चक्रमुद्रण) के द्वारा या अन्यथा पुन: प्रस्तुत करने की अनुमति नहीं है।



व.म.खु.वि. कोटा की और से निदेशक (शैक्षणिक) द्वारा मुद्रित एवं प्रकाशित

BED-16

गणित शिक्षण

# वर्धमान महावीर खुला विश्वविद्यालय, कोटा (राजस्थान)

## अनुक्रमणिका


| इकाई | | पृष्ठ संख्या |
| --- | --- | --- |
| | **खण्ड-1** | |
| | **गणित शिक्षण की विषय वस्तु ,पाठ्यक्रम एवं विधियां** | |
| 1. | गणित की संरचना, उसकी भविषयात्मक परिपेक्ष में आधारभूत संकल्पनात्मक योजना और इतिहास<br>Structure of Mathematics, Basic Conceptual Scheme with Futuristic Perspective and History | 7 - 30 |
| 2. | गणित शिक्षण के उद्देश्य<br>Objedtives of Teaching | 31 - 44 |
| 3. | गणित पाठ्यचर्या<br>Mathematics Curriculum | 45 - 63 |
| 4. | गणितीय संकल्पनाओ तथा पाठ्यगामी तत्वों का संज्ञात्मक मान चित्रण<br>Cognitive Mapping of Concepts and Curricular Elements | 64 - 78 |
| 5. | गणित शिक्षण के उपागम एवं विधियां<br>Approaches and Methods of Teaching Mathematics | 79 - 103 |
| 6. | गणित शिक्षण के माध्यम और उनका समाकलन<br>Media of Teaching Mathematics and their Integration | 104 - 121 |
| | **खण्ड-2** | |
| | **गणित शिक्षण की योजना, क्रियान्वयन और मूल्यांकन** | |
| 7. | गणित में योजना -सत्रीय,इकाई एवं दैनिक पाठ योजना<br>Planning; Sessional, Unit and daily lesson planning in Mathematics | 122 - 150 |
| 8. | गणित के विद्यार्थी का मूल्यांकन<br>Evaluation of mathematics students | 151 - 173 |
| 9. | गणित में अनुदेशात्मक सामाग्री का निर्माण<br>Development of instructional material in Mathematics | 174 - 182 |

| | | |
|---|---|---|
| 10. | गणित की शिक्षण सहायक सामग्री का निर्माण एवं मूल्यांकन<br>Mathematics teaching aids, its preparation and evaluation | 183 - 190 |
| 11. | अच्छे गणित शिक्षक के गुण, उसकी समस्याएं तथा समाधान<br>Quality of Mathematics teachers, his problems &solutions | 191 - 197 |
| 12. | गणित शिक्षा के भौतिक संसाधन<br>Physical Resources of Mathematics Education | 198 - 207 |
| 13. | गणित शिक्षण में नवाचार एवं उनका भविष्य<br>Innovations in the Teaching of Mathematics and its Future | 207 - 219 |

# इकाई 1

# गणित की सरंचना, उसकी भविष्यात्मक परिपेक्ष में आधारभूत संकल्पनात्मक योजन और इतिहास

# (Structure of Mathematics, Basic Conceptual Scheme With Futuristic Perspective and History)

**इकाई की सरंचना**


1.1.0 उद्देश्य ; (Objectives of the Unit)

1.2.0 गणित की संरचना (Structure of Mathematics)

- 1.2.1 प्रस्तावना
- 1.2.2 गणित की संरचना की विशेषताएं
- 1.2.3 गणित की संरचना के निर्माण की प्रक्रिया

1.3.0 भविष्यात्मक परिपेक्ष में आधारभूत संकल्पनात्मक योजना (Basic Conceptual Scheme with futuristic Perspective)

- 1.3.1 प्रस्तावना
- 1.3.2 योजना निर्माण में विचारणीय बिन्दु

1.4.0 गणित का इतिहास; (History of Mathematics)

- 1.4.1. प्रस्तावना
- 1.4.2 पश्चिमी सभ्यताओं में गणित का इतिहास
- 1.4.3 वैदिक गणित का इतिहास
- 1.4.4 चीनी जापानी और अरबों के गणित का इतिहास

1.5.0 सारांश

1.6.0 मूल्यांकन प्रश्न

1.7.0 संदर्भ पुस्तकें


## 1.1.0 इकाई के उद्देश्य

प्रस्तुत इकाई के अध्ययन के बाद आप

(1). गणित की सरंचना को समझने की आवश्यकता को बता सकेंगे

(2). संरचना की विशेषताओं को गिना सकेंगे

(3). सरंचना की निर्माण प्रक्रिया बता सकेंगे।

(4). संकल्पनात्मक योजना में भविष्यात्मक परिपेक्ष को शामिल करने के कारण बता सकेंगे

(5). योजना निर्माण में विचारणीय बिन्दुओं को शामिल करने के कारण बता सकेंगे।

(6). गणित के इतिहास के अध्ययन के होने वाले लाभ गिना सकेंगे।

(7). पश्चिमी सभ्यताओं के गणित, और वैदिक गणित के विकास में समानता और भिन्नता बता सकेंगे।

(8). अरब देशों की गणित में योगदान की व्याख्या कर सकेंगे।

(9). चीनी और जापानी गणित के विकास में सम्बन्ध बता सकेंगे।

## 1.2.0 गणित की सरंचना

### 1.2.1 प्रस्तावना

माध्यमिक स्तर तक पढाई जाने वाली गणित वह आधारभूत संरचना है जिस पर केवल गणितीय विज्ञान की ही नही बल्कि भौतिक विज्ञान, सामाजिक विज्ञान और विश्वविद्यालय तथा तकनीकी संस्थाओं में पढाये जाने वाले विज्ञान विषयों की सम्पूर्ण अधिरचना आधारित है।

गणित किसी समाज व राष्ट्र के विकास एंव सभ्यता का दर्पण है। शोध चिन्तन की वैज्ञानिक भाषा है। गणित हमारी सामाजिक व्यवस्था का आधारभूत तन्तु है। किसी राष्ट्र की शक्ति यहां तक कि उसका अस्तित्व (Existence) बहुत कुछ उस गणित की मात्रा सरंचना एवं गुणवत्ता पर निर्भर करता है जो माध्यमिक विद्यालयों में पढाई जाती है। आधुनिक वैज्ञानिक युग में भौतिक शास्त्री, इंजीनियर, जीव वैज्ञानिक, शरीर वैज्ञानिक (Physiologists) अर्थशास्त्री (Economist) समाज शास्त्री यहां तक कि औद्योगिक प्रबंधक (Industrial Managers) इत्यादि सभी की गणित में रूचि तेजी से बढती जा रही है क्योकि यह अत्यन्त उपयोगी विषय है। गणित को सरंचना की विशेषताओं को गणित के शिक्षक को जानना अति आवश्यक है क्योकि -

1. गणित शिक्षण की विधि स्वयं गणित के स्वभाव (Nature) के अनुकूल होनी चाहिए जिससे छात्रों में गणितीय तरीके से चिन्तन की आदत डाली जा सके।
2. आज का गणितीय सृजन (mathematical creation) पहले की अपेक्षा गणित की प्रकृति एंव सरंचना से अधिक प्रभावित होती है।

### 1.2.2 गणित की सरंचना की विशेषताएं -

1. गणित संरचनाओं सहित समूहों का अध्ययन है - बौरबाकी (Bourbaki) विचारधारा वाले गणितज्ञों का यह बहुचर्चित दृष्टिकोण है। उन्हें तीन मूल संरचनाओं में बांटा गया है।
2. बीजगणितीय सरंचनाये (algebraic structures) जिसमें हम जोड, गुणा और उसके सामान्यीकरण की क्रियाओं पर विचार करते है।
3. स्थानिक सरंचनाये (topological structure) जिसमें हम सीमाओं (limit) प्रतिवेश (neighbourhood) समीपता जैसे अवधारणाओं से सम्बन्ध रखते हैं।
4. क्रम सरंचनायें जिसमें हम इससे कम इससे अधिक जैसी अवधारणाओं पर विचार करते है।

कोई गणितीय व्यवस्था एंव शुद्ध या मिश्रित सरंचना हो सकती है जैसे आधुनिक बीजगणित (Modern algebra) और स्थानिक विज्ञान (topology) शुद्ध संरचनाओं के वर्ग में आती है जबकि बीजीय स्थानिक विज्ञान (algebraic topology) और स्थानिक समूहों का सम्बन्ध दो संरचनाओं के सामुच्य (fusion) से है। वास्तविक संख्या प्रणाली (real number system) में सभी प्रकार की सरंचनाओं का सुव्यवस्थित मिश्रण है।

2. गणितीय संरचनायें सार्थक (Significant) होती है - किसी स्वंय सिद्ध तथ्यों (axioms) और अभिधारणाओ (postulates) के समूह को लेकर एक सरंचना बनाई जा सकती है। परन्तु केवल वही सरंचनायें रह जाती है जो सार्थक है, इस दृष्टि से कि वह प्राकृतिक घटनाओं की तार्किक व्याख्या कर (explain) सकती है और स्पष्ट कर सकती है या ऐसी संरचनाओं को उत्पन्न कर सकती है जो स्वंय में सार्थक है।
3. गणितीय संरचनायें ससंगत (Consistent) होती है - इसका अर्थ यह है कि दिये हुए स्वयं तथ्यों (axioms) और अभिधारणाओं (postulates) से एक प्रमेय तथा उसका प्रतिवादी (Contraditocry) दोनों का निगमन (deduction) नहीं हो सकता, परन्तु यदि हम बहुत से प्रमेयों को सिद्ध करते है और हमें कोई प्रतिवाद नहीं मिलता तो यह सिद्ध नहीं होता कि प्रणाली (System) सुसंगत है क्योकि हम तब तक ऐसा नहीं कर सकते है जब तक कि हम सारे प्रमेयो को सिद्ध नहीं कर लेते, परन्तु व्यवहारिक दृष्टि से यह संभव नही है। वास्तव में गणित की इस सुसंगति को सिद्ध करने के इन प्रयासों ने गौडेल के प्रमेय (Godel’s Theorem) को जन्म दिया जिसमें यह कहा गया कि किसी व्यवस्था की सुसंगति को बिना उस प्रणाली से बाहर जायें सिद्ध करना असम्भव है। यदि हम किसी स्वंय सिद्ध व्यवस्था के लिए उपयुक्त व्याख्या (interpretation) कर सकते है और हमें इस व्याख्या की संगति (Consistancy)पर बहुत विश्वास है तो हम मूल प्रणाली पर भी उतना ही विश्वास कर सकते है। परन्तु वह केवल सापेक्ष सुसंगत का प्रमाण है। किसी स्वंय तथ्य प्रणाली की सुसंगति के अलावा हम यह भी चाहते है कि वह स्वंतत्र और सम्पूर्ण हो। किसी प्रणाली की सुसंगति को सिद्ध करने की हमारी असमर्थता के होते हुए भी हम जानते है कि हमारी गणितीय प्रणालियाँ विवेक की दृष्टि से सुसंगत है और सभी जानबूझ कर किए गये प्रयत्नों के बाद भी उनमें कोई अनियमितता नही खोजी जा सकी। वास्तव में गणित सुसंगति का पर्यायवाची होता है।
4. गणित की सरंचनाये सप्रतिबन्धित होती है अप्रतिबद्ध व परम (absolute) नहीं होती है- गणित में हम यह नही कहते कि अमुक कथन निर्बाध रूप से सही है। हम यह कहते है कि यदि अमुक कथन सत्य है जो ऐसे कथन भी सत्य होगें। हम प्रथम श्रेणी के कथनों के बारे में कोई दावा नहीं करते है।

उदाहरण चक्रीय चतुर्भुज (यहां हम चक्रीय चतुर्भुज के बारे में कोई संदेह व्यक्त नही करते) में चतुर्भुज के आमने सामने के कोणो का योग दो सकमोण होगा। यदि चतुर्भुज चक्रीय होगा तभी यह कथन सत्य होगा।

5. गणित की सरंचनायें अमूर्त होती है - हम बहुत बार यह देखते है कि एक ही गणितीय संरचना विभिन्न मूर्त स्थितियो (Concrete situations) की विशेषता होती है। हम इस सरंचना को अर्मूत करते है और फिर बिना मूर्त परिस्थितियों के संदर्भ के उसका अध्ययन करते है

| | | | |
|---|---|---|---|
| उदाहरण के लिए | 3 आम + | 4 आम = | 7 आम |
| | 4 आम + | 4 सेव = | 7 आम |

इनसे ऊपर उठ कर हम एक अमूर्त संख्या 3 + 4 = 7 पर आते है जिसकी केवल किसी विशेष मूर्तस्थिति से सम्बन्ध नहीं है। फिर भी इस प्रकार के अमूर्त अध्ययन का परिणाम सभी मूर्त स्थितियों में लागू होगा।

इसके अतिरिक्ति, पहले के अमूर्तीकरण बहु त से मूर्त अनूभवों अन्त: प्रभा (intuition) भूल और सीख (trial and error) के परिणाम स्वरूप प्राप्त हु ए बाद में अमूर्तीकरण जान बूझकर और किसी उद्धेश्य को लेकर अपने आप के लिए (for its own sake) किये गये। अमूर्त बीजगणित (abstract algebra) फलनीय विश्लेषण (functional analysis) इत्यादि इसी प्रकार के प्रयत्नों से विकसित हु ए।

6. गणित सरंचनायें अधिक से अधिक गूढ होती जाती है - हम यह कहते है कि अमूर्त बीजगणित चिर संस्थापित बीजगणित (Classical algebra) से अधिक गूढ है बीजीय रेखागणित (algebraic geometry) संस्थापित रेखा गणित से अधिक गूढ़ है। अधिक गूढ़ विषय कम गूढ़ विषयों को अपने में शामिल रखते है, उनसे अधिक दूर तक जाते हैं तथा उनकी व्याख्या में सहायक होते है।

   उदाहरण के लिए अभाज्य संख्या प्रमेय (Prime number theorem) को सिद्ध करने के लिए हमें वास्तविक संख्याओं के अधिक गूढ़ क्षेत्र में जाना होगा। किसी वास्तविक गुणांक वाले समीकरण के मूलों के अस्तित्व को सिद्ध करने के लिए हमें सम्मिश्र चरो के सिद्धान्त (theory & complex variables) की आवश्यकता होगी।

7. गणितीय संरचनायें सामान्यीकृत (generalized) होती है - गणितीय सृजनता का एक अभिप्राय सामान्यीकरण है। जैसे गणितज्ञ पहले द्विविमितीय रेखागणित (two-dimensionalgeometry) फिर त्रिविमितीय ज्यामेट्री, विमितीय ज्योमेट्री, फिर गणना योग्य (countable) अपरिमित (infinite) संख्याओं के अक्षो वाली ज्यामेट्री और तब अनन्त अक्षों वाली ज्यामेट्री का अध्ययन करते है। इसी प्रकार पहले वह पूर्ण संख्याओं (integers), फिर परिमेय (rational) संख्याओ, फिर वास्तविक संख्याओं, फिर सम्मिश्र संख्याओं (complex numbers) इत्यादि का अध्ययन करते है। गणित में जितना भी सम्भव हो ऐसी सामान्य संरचनायें प्राप्त की जाती है जिनमें पूर्व की जितनी भी संरचनायें शामिल हो सकती है।

8. गणितीय संरचनायें परिष्कृत (elegant) होती है - परिष्कृत, सुन्दरता, सौन्दर्यबोध, आकर्षण को परिभाषित करना कठिन है परन्तु अनुभव के साथ हमें यह पता लगता है कि गणित का कौन सा भाग अधिक ललित (सुरुचिपूर्ण) है। सरूचि सम्पन्नता सिद्ध करने की विधियां सामान्यत: छोटी, सरल बौद्धिक दृष्टि से गूढ़ और आश्चर्यजनक रूप से सीधी-सादी (straight forward) होती है।

   जैसे अभाज्य संख्याओं का युक्लिड (Euclid) का प्रमाण और पाइथागोरस (pyothagores) का $\sqrt{2}$ के अपरिमेय होने का प्रमाण निश्चित रूप से सुरूचि सम्पन्न है, क्योकि यह ऐसे गूढ़ परिणामों को इतनी सरलता से सिद्ध कर देते है।

9. गणित संरचनायें मितव्ययी (economical) होती है - एक अच्छे गणित में एक भी शब्द बाहरी (superficial) या अनावश्यक नहीं होता।

10. गणितीय संरचनायें परिशुद्ध होती हैं, इनमें कहीं भी दोहरे या अस्पष्ट अर्थ की सम्भावना नहीं होती।

"यह सम्यक और पूर्ण (thorough and complete) होती है। जैसे यदि किसी द्विघात समीकरण के मूलों (Roots) को ज्ञात करने में हम केवल अपने आपको वास्तविक संख्याओं तक सीमित रखते है तो हम कह सकते है कि कुछ परिस्थितियों में इसके कोई मूल्य नहीं हों, पर यदि यहाँ हम सम्मिश्र संख्याओं का भी ध्यान रखते हैं तो हम कहते हैं कि प्रत्येक द्विघात समीकरण में दो मूल होंगे।"

11. "गणितीय संरचनायें स्थायी (permanent) होती है। इसका कारण यह है कि हमारा सम्बन्ध सापेक्ष सत्य से है।

प्रश्न : गणितीय संरचना की कौन-कौन सी विशेषताऐं है ?

(What are the characteristics of structure of mathematics?)

## 1.2.3 संरचनाओं की निर्माण-प्रकिया (process)

वस्तुतः सभी प्रकार की गणित का मूल प्रकृति में है। अंक गणित और बीज गणित का विकास मनुष्य के दिन प्रति दिन के जीवन में गिनने, वित्तीय प्रबंधन (financial management) और अन्य सरल क्रियाओं की आवश्यकताओं के कारण हुआ। ज्यामिति और त्रिकोणमिति, ज्योतिष (खगोलशास्त्र) (astronomy). सर्वेक्षण (survey). भूमिमापन की समस्याओं के कारण विकसित हुई। और कलन (calculus) का आविष्कार भौतिकी की कुछ आधारभूत समस्याओं के हल प्राप्त करने के लिए किया गया। हाल में सामाजिक विज्ञानों. वाणिज्य, जीव विज्ञान और युद्ध स्थिति का सामना करने के लिए नवीन प्रकार की गणित का आविष्कार किया गया और आगे भी इसी प्रकार मानव के अन्य प्रयत्नों की सफलता के लिए नये गणित क्षेत्रों का विकास निश्चित है। आवश्यकता आविष्कार की जननी है और गणित इससे अलग नहीं है।

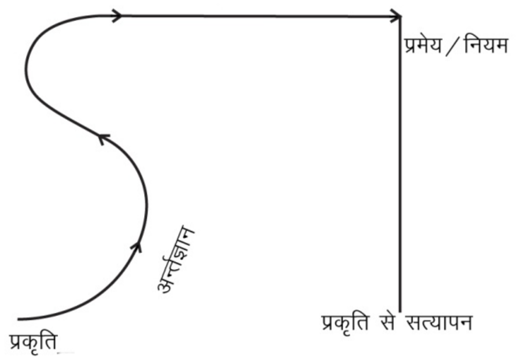
संरचनाओं के निर्माण की इस प्रकार की प्रक्रिया में मुख्यतः ये पद ( step ) होते हैं।

1. प्रकृति के गणितीय मॉडल की रचना - पहले हमारा प्रकृति के प्रति अभिगम विवणात्मक होता है परन्तु जैसे जैसे हम उसके बारे में अधिक से अधिक ज्ञान प्राप्त करते जाते हैं और उसके विभिन्न भागों के बीच संबंध देखते जाते है। तो हम प्रकृति के गणितीय मॉडल की रचना आरम्भ करते है। यह एक अत्यन्त सृजनात्मक पद है जिसके लिए गूढ अन्तर्दृष्टि और लगन की आवश्यकता है। गणितीय मॉडल बनाने में हम जिन शब्दों का प्रयोग करते है उनका अर्थ निश्चित करते हैं और ऐसे स्वयं-तथ्यों का विकास करते हैं जो हमारे गणितीय सिद्धान्त ( mathematical theory) की नींव बनेगा। सम्भवतः आप ज्यामिति में इस प्रकार की संरचनात्मक प्रक्रिया से अधिक परिचित होंगे, जिसमें स्वयं:तथ्य (axiom) उन दृश्यों के अमूर्त विवरण (abstract description) है जो मानव ने उस समय देखे जब उसने धरती का मापन शुरू किया।
2. संग्रहीत <u>(selected)</u> स्वयं-तथ्यों <u>(axioms)</u> सें निष्कर्ष निकालना तथा प्रमेयों का निर्माण- इसमें निगमन (deduction) की तार्किक विधि का प्रयोग करते हुए हम प्रमेय पर पहुंचते है। यह प्रमेय हमारे स्वयं तथ्यों से निकाले गये तार्किक निष्कर्षो के अलावा

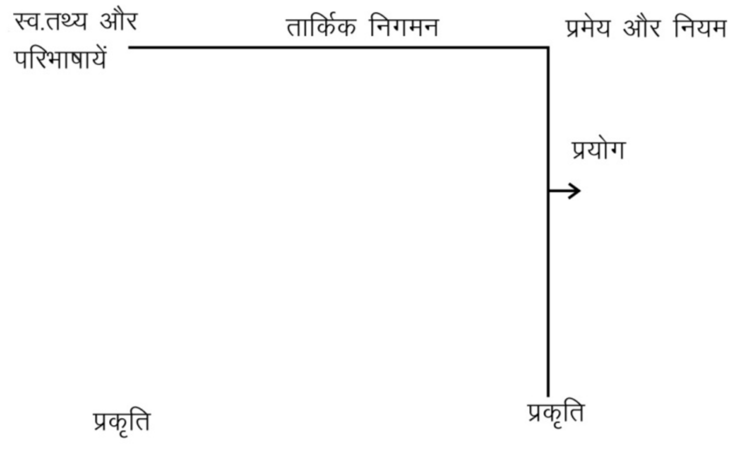
और कुछ नहीं है और इन्हें ऐसे सम्बन्धों, जो आवश्यक रूप से प्रकृति मे सत्य है, का द्रढकथन (firm statement) नहीं मान लेना चाहिए। इन प्रमेयों का सिद्ध करने के लिए हमें तर्कशास्त्र के नियमों को और उन विधियों, जिनसे गणितीय प्रमाणों का निर्माण किया जाता है, का ज्ञान होना आवश्यक है।

3. प्रमेयों का सत्यापन - प्रमेयों को सिद्ध करने के बाद हम प्रकृति में उनका प्रयोग ढूंढते हैं। हम उन प्रश्नों को जो, हमारे खोज के बीच आते है, हल करते है तथा उनका संख्यात्मक उत्तर प्राप्त करते है।

जब हम किसी गणितीय विषय को मूड कर देखते है तो हम गणित की इस संरचना को पहचान लेते है। परन्तु अधिकांश व्यक्ति गणित को इस परिशुद्ध विधि (precise method) से नहीं सीखते। अधिक सम्भावना यह है कि बह प्रकृति के विवरणात्मक पक्ष से आरम्भ करके प्रमेयों और नियमों की ओर, प्रमाणों की अपेक्षा, अन्तर्ज्ञान के माध्यम से बढ़ते है। नियमों को प्राप्त करने के बाद वे इनका प्रकृति (nature) पर प्रयोग करते है और अपने आपको सन्तुष्ट करते हैं कि उनके प्रयासो के परिणाम क्रुछ काम के है। इस प्रकार की प्रक्रिया को नीचे आरेख से अधिक अच्छी तरह समझा जा सकता है।




अन्त: प्रज्ञा पर आधारित जब इन प्रमेयों का आविष्कार कर लिया जाता है तो शोधकर्ता के सामने बहुत से उलझने पैदा करने वाले और अव्यवस्थित कथन आते हैं जिनको याद रखना और उनका प्रयोग करना कठिन होता है। उनको संगठित करने और सरल करने के लिए वह पीछे लौटकर आवश्यक स्वयं-तथ्यों की स्थापना करता है और उनसे अपने प्रमेय व्युत्पन्न करता हें इसमें वह नीचे दी गई संरचना का निर्माण करेगा।



गणित की संरचनाओं के निर्माण का यह सबसे अधिक सरलीकृत रूप है। आधुनिक गणित की अनेकों शाखायें इस स्वाभाव में निहित नहीं नजर आती। आज ऐसे स्वयं-तथ्यों की प्रणालियां विकसित की गई है जो गणितज्ञों के लिए वैद्य और अर्थयुक्त (valid and meaningful) नजर आती है परन्तु ये किसी भी प्रकार मानव अनुभव की किसी वस्तु के विवरण पर आधारित नहीं हैं। इन स्वयं-तथ्यों से विकसित प्रमेय बहुधा गणितज्ञों के लिए बहुत रूचिपूर्ण होते हैं और प्राय: अनपेक्षित प्रयोग वाले होते है। जैसे जैसे हम उच्च स्तरीय गणित का अध्ययन करते हैं हमें ऐसे सिद्धान्त मिलते जाते है, परन्तु वर्तमान में हम अपने आपको विषय के उस अंश तक सीमित रखते है जो व्यक्ति की प्रत्यक्ष आवश्यकताओं से विकसित होते है।

## 1.3.0 आधारभूत संकल्पनात्मक योजना और भविष्यात्मक परिपेक्ष (Basic conceptual scheme and futuristic perspective)

## 1.3.1 प्रस्तावना

गणित एक गतिशील बौद्धिक उद्यम (enterprise) है। "कदाचित गणित जैसा कोई विज्ञान नहीं है जो उसका पोषण करने वालों और जो उसका पोषण नहीं करते उनके बीच इतने अधिक भिन्न प्रकार से प्रकट होता है। जो उसका पोषण नहीं करते उनके लिए वह प्राचीन, आदरणीय और सम्पूर्ण है और एक शुष्क अखण्डनीय (unrefutable) स्पष्ट (unambiguous) तर्क का समूह है। दूसरी ओर पोषण करने वालों के लिये उनका विज्ञान प्राप्य के बाद हर तरह अपना विस्तार करते हुए परन्तु अप्राप्य और उदीयमान (nascent) विचारों की उत्तेजना से भरा अब भी हृष्ट-पुष्ट किशोरावस्था के नवबहार (purple bloom) में है।" (Chapman)

फिर भी गणित और अन्य विज्ञानों की गतिशीलता में एक आधारभूत अन्तर है - ज्ञान की अन्य शाखाओं में एक पीढ़ी अपनी पहली पीढी से जो प्राप्त करती है उसका विदारण (tear down) भी कर सकती है परन्तु केवल गणित में हर पीढी पुरानी संरचना पर नवीन मंजिलों का निर्माण करती है। इस प्रकार की परिस्थिति में आधारभूत संकल्पनात्मक योजना को, गणित के ज्ञान में आश्चर्यजनक विस्फोट को देखते हुए उसके अनुरूप ढालना होगा तथा उसका आरम्भ माध्यमिक शिक्षा से करना होगा क्योकि जैसा हमने पहले भी कहा कि उच्च स्तरीय गणित विज्ञान तथा अन्य सामाजिक विज्ञानों की अधिरचना (superstructure) माध्यमिक विद्यालयी गणित पर आधारित है। यहीं नहीं हमारे राष्ट्र की सुख और समृद्धि सीधे तौर पर इससे जुडी हुई है। जो लोग इस प्रकार के कार्यक्रम की योजना बनाते है तथा उसका संचालन करते है उन पर बडी गम्भीर जिम्मेदारी है।

## 1.3.2 योजना निर्माण में विचारणीय बिन्दु

1. <u>गणित को एक गतिशील विज्ञान के रूप में प्रस्तुत करना</u> - बहुत लंबे समय से गणित की दृष्टि से हम एक सक्रिय संसार में रहते हुए भी लगभग स्थित रहे है। हमारा स्थिर पाठ्यक्रय यह संकेत देता है मानों गणित ने बहुत पहले विकसित होना छोड दिया है।

हमें इस परिस्थिति में परिवर्तन लाकर गणित को गुजायमान, गतिशील बौद्धिक उद्दम के रूप में प्रस्तुत करने की योजना बनानी चाहिये।

2. <u>विश्वविद्यालयी पाठ्यक्रय के बोझ को कम करना</u> - गणित सम्बन्धी ज्ञान के विस्मयकारी विस्फोट के फलस्वरूप अमूर्त बीजगणित (abstract algebra), स्थानिक विज्ञान (topology), मापन सिद्धान्त (measure theory), फलन-विश्लेषण (functional analysis) जैसे विषयों का विकास हुआ है। इससे विश्वविद्यालय स्तर का पाठ्यक्रम काफी बोझिल हो गया हैं। इसलिए यह अनुभव किया जा रहा है कि नवीन विषय वस्तु के कुछ भाग को माध्यमिक स्तर के पाठ्यक्रम में समावेश कर लेना चाहिए जिससे विद्यार्थी विश्वविद्यालय में स्पष्ट अवधारणाओं के साथ प्रवेश करें।
3. <u>गणित की नवीनतम भाषा से छात्रों को अवगत कराना-</u> गणित में न केवल नयी अवधारणाओं का प्रवेश हुआ है, इसमें नयी भाषा का भी विकास हुआ है। संकल्पनात्मक योजना में इस पर भी विचार करना वांछित होगा कि यह समृद्धि भाषा माध्यमिक स्तर पर प्रचलित हो सके।
4. <u>गणित के छात्रों को सजनात्मक कार्यो के लिए प्रेषित करना -</u> भौतिकी के छात्रों को बीसवीं शताब्दी के बहुत से आविष्कारों के बारे में पता है परन्तु गणित के छात्र सत्रहवीं शताब्दी के बाद गणित में हुए शोधों से शायद ही परिचत हों। इसलिए वह गणित में सृजनात्मक कार्य करने के लिए साधारणत: प्रेरित नहीं होते। हमें योजना में यह ध्यान रखना होगा कि गणित के छात्र माध्यमिक स्तर पर कम से कम कुछ आधुनिक अवधारणाओं से परिचत हों जिससे गणित के लिए उपयुक्त प्रतिभा के प्रति और अधिक आकर्षण उत्पन्न किया जा सके। इस प्रयत्न में समुच्चय सिद्धान्त, तर्कशास्त्र (logic), प्रायिकता (probability), सांख्यकीय निष्कर्ष (statistical inferences), मैट्रिक्स (matrices) रेखीय प्रोग्रामिंग इत्यादि का माध्यमिक स्तर पर समावेश कराया जा सकता है। ये विषय कठिन नहीं है, ना ही इनमें उच्च स्तरीय परिपक्तता चाहिए फिर भी ये सामान्य गणित से भिन्न है और आधुनिक गणित की भावनाओं (spirit) और आवश्यकताओं को अधिक सही रूप से प्रतिबन्धित करते है।
5. छात्रों को गणित के नवीन उपयोगों से अवगत कराना - सामाजिक, कृषि और व्यवहारगत विज्ञानों में गणित के नवीन उपयोगों को खोजा गया है। लगभग नवीन गणित पर आधारित सांख्यकीय विज्ञान का विकास हुआ है जिसका भौतिक तथा प्राणी विज्ञानों के अतिरिक्त इंजीनियरिंग, कृषि और पशुपालन, व्यापार और वाणिज्य, जन-स्वास्थ्य (public health) जनांकिकी (demography) इत्यादि में व्यापक उपयोग हुआ है। यही नहीं सांक्रियात्मक शोध (operational research) के रूप में प्रबंधन विज्ञानों (management sciences) तथा उद्योग धन्धों में गणित के अत्यन्त नवीन प्रयोगों की विशाल सम्भावनाओं का पता चलता है। इसी प्रकार आवक नियंत्रण (inventory control), गणितीय प्रोग्रामिंग, कम्प्यूटर इत्यादि की विधियों ने उच्च स्तरीय और प्रभावी समूह के लोगों को गणित की ओर आक्रर्शित किया है। इस क्षेत्रों में प्रयोग की जाने वाली गणित बहुधा भौतिकी और इन्जीनियरिंग में प्रयोग की जाने वाली गणित से

भिन्न होती है, परन्तु इससे कठिन नहीं होती। बहुत बडी संख्या में माध्यमिक विद्यालयों में पढने वाले छात्र आगे न पढ़ कर उद्योग धन्धों में प्रवेश लेते है। ऐसे छात्रों की आवश्यकताओं को भी माध्यमिक गणित में ध्यान रखना चाहिए। अंतरिक्ष और इलेक्ट्रोनिक युग से सम्बन्धित विकास न अपेक्षित गणित के स्वरूप को प्रभावित किया है इसलिए उसका आभास भी माध्यमिक स्तर के शिक्षण में मिलना चाहिए।

6. सैद्धान्तिक पक्ष पर अधिक बल देना - नये अनुप्रयोगों की संख्या और गुणवत्ता में भी बढ़ोतरी होती जा रही है। इसलिए माध्यमिक विद्यालय के छात्रों के लिए गणित की ऐसी योजना बनानी चाहिए जिनके प्रयोगों की उनके निकट भविष्य में आवश्यकता होनें की सम्भावना हो। इसलिए यह निश्चित रूप से आवश्यक हो जाता है कि बजाय ब्यौरेवार विवरण (particular details) में उलझने के स्थान पर उन सामान्य सिद्धान्तों को पढ़ाया जाय जो आधुनिक शुद्ध और व्यवहारिक गणित के भावों (spirit) के अनुकूल हों।
7. मौलिक तथा विवेचनात्मक चिन्तन पर बल - विज्ञान और टैक्नोलॉजी के क्षेत्र में आधुनिक विकास के कारण, मौलिक और विवेचनात्मक चिन्तन (critical thinking) की नयी आदतों को डालने की आवश्यकता है। इस प्रकार के चिन्तन की कुछ नींव माध्यमिक विद्यालय स्तर पर डालनी चाहिए। इसलिए वर्तमान के प्रचलित विषयों के स्थान पर हमें ऐसे नये विषयों का विकास करना होगा जो आधारभूत अवधारणाओं पर बल देते हैं और, न केवल किसी गणितीय क्रिया को करने के लिए संक्षेपी नियम प्रदान करते है, बल्कि उनके "क्यों" पर भी प्रकाश डालते हैं।
8. गणित शिक्षण से अपेक्षित मूल्यों के विकास को प्रतिबिम्बित' कराना- योजना में ऐसे मानवीय गुणों का विकास करने का लक्ष्य होना चाहिए जैसे अमूर्तीकरण (abstracting) परिशुद्धता (precision), सामान्यता (generality) तार्किक स्वाभाव (logical nature) इत्यादि। जो प्रकरण इन मूल्यों को प्रतिबिम्बित नहीं करते उन्हें इस विषय में स्थान नहीं देना चाहिए।
9. गणित शिक्षण को आधुनिक बनाना - पुराने प्रमेय पहले की तरह आज भी सत्य है, परन्तु जब अधिक व्यापक, अधिक रूचिकर, अधिक, अमूर्त और अधिक लाभदायक प्रमेयों की खोज होती है तो पहले वाले प्रमेय अप्रचलित हो सकते है, जैसे पुराने फैशन के कपड़े उपयोगी होते हुए भी प्रचलित नहीं रहते। इसी प्रकार गणित का फैशन बदलता रहता है और हमें समय की गति के साथ चलना चाहिए। वह अप्रचलित प्रकरण जिन्हें आसानी से छोड़ा जा सकता है उन्हें अधिक आधुनिक उपयोगी प्रकरणों से बदलने की आवश्यकता है। कम से कम केवल उनके महत्व को बदलने से हम काफी सम्भावित सुधार ला सकते हैं।
10. गणित के क्षेत्र में होने वाले अनुसंधानों की गुणवत्ता को बढ़ाना - गणित के क्षेत्र में हमारे अनुसन्धानों की गुणवत्ता को बढाने के लिए छात्रों को अल्पव्यस्क (young age) से तैयार करना होगा, इसलिए माध्यमिक विद्यालयी पाठ्यक्रम, गणित जैसे मूलत: बौद्धिक विषय के लिए विशेषकर महत्वपूर्ण है।
11. गणित शिक्षण में मत आरोपण को निरोत्साहित करना - बहुत समय से गणित शिक्षक “जैसा मैं कहूँ वैसा ही करो” की विधि से शिक्षण करते रहे है। छात्रों को बहुधा ऐसे नियम बताये जाते है जो बिना किसी तर्क या प्रमाण के होते हैं या ऐसे प्रमाण जो शिक्षक की

सत्ता पर आधारित हैं, और छात्रों से अपेक्षा की जाती है कि वह बहुत से उदाहरणों में उनका तब तक प्रयोग करेंगे जब तक उनका पूरी तरह मत-आरोपण (brain-washing) न हो जाये और वे उन नियमों के प्रति अपनी आरम्भिक आपत्तियों को भूल न जाय। यह मतारोपण अक्सर ऐसा सम्पूर्ण होता है कि जब बाद में छात्रों को बताया जाता है कि ऐसे भी काफी अच्छी और उपयोगी गणितीय व्यवस्था है जिसमें $ab \neq ab$ या $(ab)c \neq a(bc)$ या यदि $ab=0$ तो इसका सदैव अर्थ नहीं कि $a=0$ या $b=0$ या किसी त्रिभुज के कोणों के योग आवश्यक रूप दो समकोण नहीं है, तो उस समय छात्र इन कथनों पर विश्वास करने के लिए तैयार नहीं होते।

माध्यमिक स्तर पर गणित शिक्षण सामान्यत: इतना दोशपूर्ण है कि इस स्तर पर छात्र जो कुछ सीखते है उसे कॉलेज स्तर या शोध स्तर पर भुलाना पड़ता है। यह भुलाना बहुत दुखदायी और कठिन प्रक्रिया है। इसलिए आवश्यक है कि माध्यमिक स्तर पर गणित को सही तरीके से पढाया जाये।

उपरोक्त बिन्दुओं पर विचार करते हुए भविष्यात्मक परिपेक्ष में नयी संकल्पनात्मक योजना में नयी अवधारणाओं को अधिक सामान्य, अधिक अमूर्त (abstract), अधिक गूढ़ (deep) और गणित पर अधिक एकीकृत प्रभाव डालने वाला बनाना चाहिए। यंत्रवत अभ्यास के स्थान पर अवधारणाओं को अधिक महत्व देना चाहिए जैसे, छात्रों को केवल L.C.M., H.C.F. विधि ही नहीं जाननी चाहिए यह भी जानना चाहिए कि यह क्रियाये क्यों और कहां से आती है।

प्रश्न : गणित की योजना निर्माण में कौन-कौन से विचारणीय बिन्दु है?

## 1.4.व गणित का इतिहास (History of Mathematics)

### 1.4.1 प्रस्तावना

यह कहना अतिश्योक्ति न होगा कि गणित का इतिहास सभ्यता का इतिहास है। गणित एक प्रगतिशील, यथार्थ विज्ञान है तथा उसमें किया हुआ कोई कार्य शायद ही बेकार हो। यूनानी रेखागणित तथा वैदिक अंकगणित आज भी किसी शोध से कम उपयोगी नहीं है। ऐसे भी गणित के इतिहास का अध्ययन कई दृष्टि यों में लाभकारी हो सकता है।

1. गणित के कई प्रसंगों को उनके इतिहास से संबंधित करके अधिक अच्छी तरह पढाया जा सकता है।
2. अधिकांश गणित की शब्दावली (term), संकल्पनायें (concepts) और परम्परायें (conventions) उनकी ऐतिहासिक पृष्ठभूमि में अधिक अच्छी तरह समझी जा सकती है।
3. गणित के इतिहास के अध्ययन से शिक्षक को शिष्य वस्तु के श्रेणीकरण (gradation) करने, अन्य विषयों से सम्बन्धित करने तथा विषय को वैज्ञानिक एवं तार्किक दृष्टि से क्रमबद्ध करने में सहायता मिलती है।
4. गणित के इतिहास का अध्ययन हमें यह बताता है कि हमारी गणित अभी क्या है और यह भी सिखाता है कि इस ज्ञान के भण्डार को कैसे आगे बढ़ाया जाये।

5. गणित को ऐसे विषय के रूप में प्रस्तुत किया जा सकेगा जो गौरवशाली, प्रगतिशील और मानव रूचियों से भरपूर है।
6. जैसा हमने ऊपर कहा गणित सभ्यता का दर्पण है इसलिए इसके इतिहास का अध्ययन हमें मानव सभ्यता के इतिहास को समझने में बहुमूल्य योगदान दे सकता है। गणितीय तथा भौतिक शोध में बौद्धिक प्रगति का विश्वसनीय आलेख है। यह उन खिडकियों में से एक है जिसकी दार्शनिक दृष्टि विगत के युगों में झांकती है और बौद्धिक विकास का पद चिन्ह ढूंढती है। यह प्रकट करती है कि हर चरण पर गणित में कोई भी प्रमुख या अर्थपूर्ण विकास मानव आवश्यकतओं द्वारा प्रतिबंधित हुआ है।
7. इसके इतिहास के अध्ययन से यह प्रकट होगा कि गणित की सभी पोषणें एक दूसरे के सम्बन्ध से विकसित हुई है। यह ज्ञान सीखने बाले में उनको स्वतंत्र उपखण्डों में देखने की प्रवृत्ति नहीं आने देगा।
8. इससे यह पता चलेगा कि गणित एक मानव निर्मित विज्ञान है जिससे छात्रों में भी उसकी प्रगति/विकास में योगदान देने की लालसा जागृत हो सकती है।
9. यह छात्रों को किसी समस्या का समाधान ढूंढने में उन विधियों के प्रयोग से बचायेगा जो गणित के विकास में बाधक रहे हैं तथा उन्हें जल्दबाजी में कोई निष्कर्ष निकालने के लिए सचेत करेगा।
10. गणित के इतिहास का अध्ययन यह छाप छोडेगा कि गणित का, ज्ञान की अन्य शाखाओं से निकटतम सम्बन्ध है इसलिए इसकों पृथक विषय के रूप में अध्ययन नहीं करना चाहिए।
11. गणित से सम्बन्धित कुछ कहानियां एवं घटनायें कक्षा में सुनाकर शिक्षक कक्षा के वातावरण की नीरसता को कम कर सकता है।
12. यदि कोई शिक्षक कक्षा में अपने गणित के इतिहास के ज्ञान का प्रदर्शन करता है तो छात्रों पर उसकी छाप पड़ती है और छात्रों में उसके प्रति आदर की भावना जागृत हो सकती है।

### 1.4.2 प्राचीन पश्चिमी देशों में गणित का इतिहास

गणित के क्षेत्र में वे खोज जो आधुनिक गणित की आधारशिला बने, पश्चिम में मिस्री (egyptain), यूनानी (Greece) तथा कुछ सीमा तक रोमन और बेबीलोनियम के तथा पूर्व में अधिकतर हिन्दू, चीनी तथा कुछ सीमा तक जापानी गणितज्ञों के प्रयत्न का प्रतिफल थे। इस दिशा में अरब वासियों ने, अस्तव्यस्तता तथा अन्धव्यवस्था के काल में हिन्दुओं तथा यूनानियों से प्राप्त गणित सम्बन्धी ज्ञान के अभिरक्षक का कार्य किया और उन्हें बाद में यूरोपीय देशों को आगे बढ़ाया। इन प्रयत्नों का कुछ विवरण नीचे दिया जा रहा है।

1 बेबीलोनिया वासी (The Babylonians)

बेबीलोनिया की गणित का आरम्भ अंको के संकेत चिन्हों से हुआ जैसे

(1) एक के लिए Y लम्बवत फान का चिन्ह

(10) दस के लिए < अनुप्रस्थ फान का चिन्ह

(100) सौ के लिए Y > का चिन्ह

इनके संकेत-चिन्हों की व्यवस्था में न केवल उपरोक्त दशमलव (decimal) का प्रयोग मिलता है साथ में साठ (60) (sexagesimal) का भी प्रयोग मिलता है जैसे

$1.2 = 8^2$, $1.12 = 9^2$, $1.40 = 10^2$, $2.1 = 11^2$

इसकी केवल साठ (60) वाली मापनी से व्याख्या की जा सकती है, जैसे

$$1.4 = (1 \times 60) + 4 = 8^2$$

$$1.40 = (1 \times 60) + 40 = 10^2$$

$$2.1 = (92 \times 60) + 1 = 11^2$$

भिन्नों में भी साठा का प्रयोग मिलता है

1c2 = 30 1c3 = 20

इससे हम देखते है कि स्थानीय मान का भी ध्यान रखा गया था।

बेबीलोनिया के प्राचीन गणित की कुछ अन्य प्रमुख बातें इस प्रकार थी -

1. 200 ई.पू0 में शून्य का प्रतीक मिलता है जो किसी अंक की अनुपस्थिति का संकेत है, परन्तु प्रत्यक्ष संगणना में इसका प्रयोग नहीं किया गया।
2. इन्हें गुणा, भाग, वर्ग तथा वर्गमूल की तालिकाओं का ज्ञान था।
3. गुणोत्तर श्रेणी से भी परिचित थे।
4. वर्गो, त्रिकोणों और समकोण त्रिभुज के क्षेत्रफल का भी इनको ज्ञान था तथा
5. $\pi$ के मूल्य को वह 3 मानते थे।

II मिश्र वासी (Egyptians)

मिश्र की सभ्यता में, प्राचीन में चाहे जितना पीछे चले जाईये, समाज के असभ्य होनें का कोई संकेत नहीं मिलता। इन्होनें बहुत पहले पिरामिड निर्माण किया था। 2000 ई० पू0 में भी मिस्रवासियों को समकोण त्रिभुज के विख्यात गुण का ज्ञान था (कम से कम उसका जिसमें बाहुओं का अनुपात 3:4:5 था)। अरस्तु (Aristotle) के अनुसार गणित का जन्म मिस्र में हुआ।

1700 ई0 पू0 से भी कुछ पहले एक पुजारी अहमेस (Ahmes) ने गणित की एक नियमावली (manual) लिखी जिसमें

(1). समद्विबाहु और समकोण त्रिभुजों तथा समद्विबाहु चतुर्भुज (जिसकी कोई भी भुजा समानान्तर न हो (isosceles trapezoid) और वृत्त के क्षेत्रफल (जिसमें $\pi$ का मूल्य 3.1604 जो बहुत ही अच्छा अनुमान है, का प्रयोग किया) को प्राप्त करने के नियम दिये है

(2). समानुपाल का प्रारम्भिक ज्ञान दिया है

(3). भिन्नों के बारे में रूचिकर सूचनायें है तथा

(4). समान्तर तथा गुणोत्तर श्रेणियों का ज्ञान है

परन्तु इन सब में सरल, विस्तृत प्रतीकों की कमी है

अहमेस का काल मिस्र में गणित का कुसुमित काल था। उसके बाद 2000 वर्ष तक कोई प्रगति नहीं हुई।

## III यूनानी (Greeks)

यूनानी गणितज्ञों में थेल्स, पाइथागोरस, सूफी संस्थाओं के लोग, प्लैटो, यूकलिड, आर्कमिडीज, अपोलोनियस, हिरॉन, हियारकस टाल में, पैपस, डाइफैन्टम के नाम प्रमुख है।

थेल्स (Thales 640-556B.C.)ने यूनान में ज्यामिति के अध्ययन का श्रीगणेश किया तथा वैज्ञानिक खगोल शास्त्र को शुरू किया तथा 585 B.C. मे सूर्य ग्रहण की भविष्यवाणी करके काफी नाम कमाया। समानुपात के ज्ञान का प्रयोग करते हुए उसने पिरामिड के साये से उनकी ऊंचाई माप कर राजा ऐमासिस (Amasis) को चकित कर दिया। वह इन प्रमेयों का आविष्कारकर्ता भी था शीर्षाभिमुखीकोण (Vertically opposite angle) में बराबरी, किसी समद्धिबाहु के आधार कोणों में बराबरी, एक बाहु और दो आसन्न कोणों में समानता वाले दो त्रिभुजों में सर्वागसमता: व्यास द्वारा वृत्त का सम विभाजन: त्रिभुज के तीनों कोणों का योग दो समकोणों के बराबर तथा अर्धवृत्त में सभी उत्कीर्ण (inscribe) कोणों का समकोण होना।

पाइथागोरेस (Pythagorus 569-500 B.C.) - इसका मुख्य कार्य गणित को विज्ञान के रूप में विकसित करना, पाइथागोरस प्रमेय को सिद्ध करना, एक बहुभुज को किसी दिये बहुभुज के क्षेत्रफल में बराबर बनाना, पैराबोल, हाइपरबोल और इलिप्स जो आगे चलकर (irrational numbers) के खोज का मुख्य बिन्दु को परिभाषित करना, A.P., G.P. H.P. का अध्ययन इत्यादि था। उसकी रूचि ऐसे ज्यामितिक सम्बन्धो में थी जिन्हें अंक गणित व्यंजकों (expressions) में व्यक्त किया जा सके।

सोफिस्ट स्कूल के लोग - यूनान में प्रजातंत्र के उदय पर उन्हें अधिकतर इटली के सिसली नगर जहां पाइथागोरस का मत फैला था, से यूनानियों को शिक्षा देने के लिए बुलाया गया था। इन्होंने वृत्त की ज्यामिति पर कार्य किया तथा किसी कोण को तीन बराबर भागों में बांटने: घन का दुगुना करने और वृत्त का वर्ग करने का प्रयत्न किया। उनमें से एक सोफिस्ट हिप्पोकेट्स ने यह प्रदर्शित किया कि दो वृत्तों के बीच उनके व्यासों के वर्गो का अनुपात होता है ($c_1 : c_2 :: 2r_1 : 2r_2$) |

प्लेटो (Plato 429-348 B.C.) यद्यपि प्लेटो ने अपने घर की ड्योढ़ी पर यह लिखा रहा था कि "जो ज्यामिति से अनभिज्ञ है वह यहां अन्दर न आये", परन्तु उसका गणित के अधयन में कोई सीधा योगदान नहीं था, तथापि उसने अपनी संस्था में बहुत से गणितज्ञों का निर्माण किया जिन्होनें प्रिज़्म, पिरामिड, बेलन, शंकु, पैराबोला, इलिप्स, हाइपरबोला, ठोस ज्यामिति, बिन्दुपथ और खगोलशास्त्र पर शोध किये।

प्रथम सिकन्दरिया संस्था के गणितज्ञ

युकिलड (Eucliid 330-295 B.C.) इसने कई पुस्तकें लिखी जिनमें, युकलिड के तत्व (Elements of Euclid) (जिसे कुछ लोग आज भी गणितीय विज्ञानों का सर्वश्रेष्ठ परिचय मानते है) में 13 पुस्तके है और "आकडे" (data) तथा अन्य कुछ अन्य पुस्तकें थी जो गोलीय ज्यामिति (spherical geometry) खगोल विज्ञान से सम्बन्धित थी। उसने समतल आकृतियों को दिये अनुपात में विभक्त करने की विधि बताई।

यूकिलड के तत्व की VII, VIII और IX पुस्तकें अंकगणित पर हैं जिनमें संख्याओं के सिद्धान्त का अच्छा वर्णन मिलता है जैसे अभाज्य/ रूढ और मिश्रित संख्याये, L.C.M. , G.C.F.

गुणोत्तर श्रेणी का योग ज्ञात करने के नियम, $a^m \times a^n = a^m$+n) का नियम तथा समान अनुपातों (ratios) के प्रयोग के द्वारा श्रेणियों का योग ज्ञात करने की विधियां थीं। पुस्तके IX में अपरिमेय (irrational) संख्याओं के सिद्धान्त दिये हैं, विशेषकर "a ± "b प्रकार की संख्याओं से संबंधित जहां a और b धनात्मक पूर्णाक है। पुस्तक X मुख्यत: प्राथमिक ठोस ज्यामिति पर है और पुस्तक XII, $\pi r^2$ के रूप में वृत्त का क्षेत्रफल तथा पुस्तक XIII ठोस आकृतियों की रचनाओं को सिद्ध करने पर है।

आर्कीमिडीज (Archimedes 287-212 B.C.) - इसने ज्यामिति और यांत्रिकी में कल्पनाशील अन्तर्दृष्टि और कुशलता का प्रयोग किया तथा समाकलन गणित (intergral calculus) का आविष्कार किया। वक्रों (curves), सतहों (surface) वृत्तों (circles) गोलों, शंकुओं (cones) सर्पिल (spiral) के क्षेत्रफलों को पता लगाने के लिए प्रमाण दिये। सर्पिल की स्पर्श रेखा (tangent) का पता लगाकर उसने अवकलन ज्यामिति (differential geometry) के विषय का आरम्भ किया। वह सतत् भिन्नों (continued fractions) से भी परिचित था और उसने गणितीय सांख्यिकी (mathematical statistics) तथा द्रव स्थिति विज्ञान (hydrostatics) के नये अनुप्रयोगों का सृजन किया। अपने कृतियों में उसने इन सूत्रों का प्रयोग किया

$$_1\sum^n r^2 = 1e6n(2n+1)(n+1)$$

$$2n{-}1\sum_1 \sin\frac{y\pi}{2n} = \cot\frac{\pi}{4n}$$

वृत्त के मापन के संदर्भ में उसने पहली बार सिद्ध किया कि वृत्त का क्षेत्रफल उस समकोण त्रिभुज के क्षेत्रफल के बराबर है जिसके आधार की लम्बाई वृत्त की परिधि तथा शीर्षलम्ब (altitude) अर्धव्यास (r) के बराबर है। ($\pi^{r2\,=\,2}\pi^{xr}$) | प्रथम सिन्दरिया संस्था (First Alexandrian School) के अन्य प्रमुख गणितज्ञ अपोलो-नियस हिरोन और हियारकश थे। अपोलोनियस ने शांकव पर आठ पुस्तकें लिखी, हिरोन ने त्रिभुज को क्षेत्रफल का प्रसिद्ध सूत्र उसके बाहु ओं के रूप में दिया।

त्रिभुज का क्षेत्रफल = $\sqrt{S(s-a)(s-b)(s-c)}$ जबकि $S = \frac{a+b+c}{2}$

हियारकश प्राचीनकाल का सबसे बडा खगोलशास्त्री था। इसको त्रिकोणमिति का जन्मदाता भी माना जाता है। इसने समतल और गोल से सम्बन्धित ज्यामितिक समस्याओं को हल करने के लिए गणितीय और रेखीय विधि प्रदान की।

द्वितीय सिकन्दरिया संस्था (Secondary Alexandrian School)

इसके प्रमुख गणितज्ञ ऑलमी (Ptolemy), पैपस (Pappus) और डाइफैन्टम (Diophantus) थे। प्लेटो और पाइथागोरस के रहस्यवाद (mysticism) के अध्ययन के कारण

अंकों के सिद्धान्त का पुनर्जीवन (revival of the theory of numbers) हुआ जो इस संस्था का प्रशंसित (favourite) विषय था।

मिस्र-वासी टॉलमी, प्रसिद्ध खगोलशास्त्री था जिसने पृथ्वी को ब्रह्माण्ड का केन्द्र माना, जिसके चारों ओर सूर्य और नक्षत्र घूमते है। पैप्पस परवलव (parabola) की नाभि (focus)) का पता लगाने वाला पहला व्यक्ति था। इसने बिन्दुओं के घातकरण (involution of points) का सिद्धान्त भी प्रतिपादित किया। डाईफैन्टस उस युग का आखिरी और सबसे फलद (fertile) गणितज्ञ था। उसके बिना यूनानियों में बीजगणित शायद अनजाना ही रह जाता। वह पहला गणितज्ञ था जिसने बिना ज्यामिति का प्रयोग किए (x-1) x (x-2) की संक्रिया की, $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ की सर्वसमिका (identity) को बीजगणित विधि से सिद्ध किया तथा युगपत् समीकरण (simultaneous equations) के हल पर भी विचार किया।

IV रोमवासी (Romans)

इनका अधिकांश गणितीय ज्ञान सिकन्दरिया संस्थाओं या यूनान (Greece) से प्राप्त किया गया था ता 20वीं शताब्दी तक से ज्ञान का मुख्य स्त्रोत थे। 5वीं शताब्दी के उत्तरार्द्ध में यूनानी लेखकों के तत्वों से विद्यालय की पुस्तकें संकलित (Compile) की गई। इनमें काफी कमियां थी परन्तु 20वीं शताब्दी तक केवल यह ही गणित ज्ञान की स्रोत थीं। इनमें से बोइथियस (Boethius) द्वारा लिखित Institute Arithmetica है जो निकोमाकश (Nichomachus) की अंकगणित तथा यूकिल्ड (Euclid) के तत्वों पर आधारित ज्यामिति से संबन्धित है। उसका एक मुख्य अंश गिनतारें (Abacus) से सम्बन्धित है जिसमें पुराने गिनतारे पर सुधार करके पत्थरों की जगह (शायद) छोटे शंकुओं (cones) का प्रयोग किया जाता था। इन शंकुओं में हर एक पर 10 के नीचे वाले कुछ अंक लिखे होते थे। ऐसा कहा जाता है कि यह अंक पद्धति सिकन्दरिया वालों ने लगभग दूसरी शताब्दी में हिन्दुओं से सीखी तथा फिर उन्हें रोमवासियों और पश्चिमी अरबवासियों को आगे बढाया।

1.4.3 वैदिक गणित

प्राचीन यूनानियों के बाद गणित में सबसे अधिक योगदान देने वाले हिन्दु लोग थे। खगोल शास्त्र में प्रयोग के लिए इन्होंने गणित की महान उंचाइयों को छुआ। यूनानी कार्य अधिकतर ज्यामितिक था जबकि हिन्दु कार्य अंक गणितीय था। हिन्दुओं ने अंको को लेकर कार्य किया जबकि यूनानियों ने आकार पर। अंकों के प्रतीकों (numerical symbolism), बीजगणित और अंक विज्ञान (science of numbers) में उन्होनें पहल की तथा यूनानी उपलब्धि से कहीं अधिक उच्चस्तरीय कार्य किया और सराहनीय सफलता प्राप्त की। परन्तु वैदिक ज्यामिति केवल क्षेत्रमिति (mensuration) तक सीमित थी। वैदिक त्रिकोणमिति सराहनीय है परन्तु ज्यामिति की अपेक्षा अंकगणित पर अधिक आधारित है। फिर भी यूनानी, भारतीय और चीनी गणित में कुछ सम्बन्ध मिलते है।

कुछ सुदूर गणितीय कृतियां 800 से 200 ई. पू लिखी गई परन्तु उनमें से अधिकांश विलुप्त है। सबसे प्राचीन कृति सुल्व सूत्र से संकेत मिलता है कि कदाचित् 800 ई. पू. जैसे प्राचीन समय से हिन्दू वैदियों (altars) के निर्माण में ज्यामिति का प्रयोग करते थे। इनकी कृतियों में पाये जाने वाले नियम (1) वर्ग और और आयात की रचना (2) इनके कर्ण और भुजाओं में

सम्बंध (3) समतुल्य (equivalent) वर्गो और आयतों तथा समुतल्य वृत्तों और वर्गो से सम्बन्धित थे। पाइथागोरस के प्रमेय का अभास भी उनमें प्रकट होता है। ये किसी दिये वर्ग के बराबर आयात और किसी आयात के बराबर वर्ग उत्पन्न कर सकते थे। इसके बाद की प्राप्त कृतियाँ अधिकांश पांचवी शताब्दी के बाद की है, जिनमें निम्नलिखित विद्वानों की कृतियां प्रमुख है

(1). आर्यभट्ट (Aryabhatt 476-550 AD) - यह एक महान हिन्दू खगोलशास्त्री था जिसने पहली बार अपने खगोलीय परिकलनों (astrological calculations) में अंकगणित, बीजगणित तथा ज्यामिति को प्रस्तुत किया। इसकी सबसे प्रसिद्ध 121 श्लोकों वाली आर्यभट्टिय (Aryabattiya) है जिसमें उसने इन बातों का उल्लेख किया है

(i) गणित के 5 आधारभूत सिद्धान्त

(ii) दशमलव पद्धति की व्याख्या

(iii) आयात, त्रिभुज, वृत्त और शंकु के वक्र सतह का क्षेत्रफल तथा गोले का आयतन प्राप्त करने की विधियां है

(iv) एक श्लोक में कहा गया कि यदि वृत्त का व्यास 2000 इकाई है तो उसकी परिधि 62832 इकाई होगी। इससे $\pi$ का मान 3.1416,4 दशमलब स्थान तक ही आता है। परन्तु आर्यभट्ट ने इसका आगे प्रयोग नहीं किया, ना ही 12वीं शताब्दी तक किसी हिन्दु गणितज्ञ ने किया।

(v) त्रिभुज, वृत्त और चतुर्भुज के रचना की विधियां तथा

(vi) बीजगणित के सिद्धान्त

इसके अतिरिक्त इसने -

(i) पिरामिड का आयतन (1/2 x आधार का क्षेत्रफल x ऊँचाई ) तथा गोले का आयतन तथा विभिन्न प्रकार की लगभग सभी आकृतियों के क्षेत्रफल को ज्ञात करने के सूत्र ज्ञात किजिए।

(ii) $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ का सूत्र दिया

(iii) $1^2 + 2^2 + 3^2 \dots\dots\dots + n^2 = {}^1/_2 n - \frac{(n+1)(2n+1)}{3}$

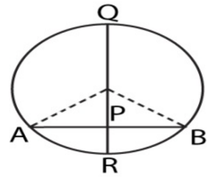
और $1^3 + 2^3 + 3^3 \dots\dots\dots n^3 = (1+2+3\dots\dots.+n)^2 = 1/n^2(n^2+1)^2$

(iv) पाइथागोरस के विख्यात प्रमेय की व्याख्या की तथा प्रमेय को सिद्ध करने की नई विधि को खोज करो।

(v) इस ज्यामितिक तथ्य को उजागर किया: " वृत्त में उसके व्यास के उन दो भागों का गुणनफल जो किसी चाप को दो भागों में समद्विमाजित करता है चाप के अर्धभाग का वर्ग होता है।"

QP x PR = PB2

$[(QO + OP)\ (OR - OP) = r^2 - OP^2 = PB^2 = PA^2]$




(2). ब्रह्मगुप्ता (Brahmgupta) - यह एक महान गणितज्ञ, खगोलशास्त्री और कवि था। 628 ई० में इसने खगोलशास्त्र पर एक पुस्तक ब्रह्म-स्फूत सिद्धान्त लिखी, जिसका 12वां

और 18 वां अध्याय गणित से सम्बन्धित है। वह पहला हिन्दु लेखक है जिसने खगोलशास्त्र में बीजगणित का प्रयोग किया। इसमें इसने-

(i) अपने परिकलन में $\pi$ का मूल्य, $\pi^2$ =10 का प्रयोग किया।

(ii) श्रेणियों, त्रिभुज और चतुर्भुज के क्षेत्रफलों, चढ़ाईयों (slopes) और खाइयों के आयतनों इत्यादि का विस्तृत वर्णन किया।

(iii) पहली बार प्रतिलोमीकरण (inversion) की विधि की इस प्रकार व्याख्या की।

"आखिर से शुरू करके, गुणक (multiplier) को भाजक (divisor) बनाईये तथा भाजक को गुणक बनाइये, योग (addition) को व्यवकलन (subtraction) और व्यवकलन को योग बनाइये, तथा वर्ग को वर्ग मूल और वर्गमूल को वर्ग बनाइये। इससे प्रतिलोमी संख्या मिल जायेगी।"

(iv) शून्य तथा ऋणात्मक से गुणा या भाग करने से घनात्मक संख्याओं की सटीक व्याख्या इस प्रकार की a -a = 0 ऋणात्मक को ऋणात्मक संख्या को घटाया जाये तो भी धनात्मक संख्या प्राप्त होगी।

(v) द्विघात समीकरण का हल दिया

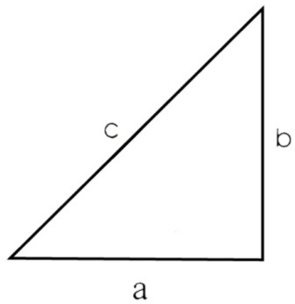
(vi) गुणोत्तर श्रेणी के जोड़ने का यह सूत्र दिया

$$a + ar + ar^2 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots.. + ar^{n-1} = a\frac{(r^n - 1)}{r - 1}$$

(vii) समकोण त्रिभुजों के गुणों की विस्तृत व्याख्या की तथा पहली बार यदि इसकी भुजाओं की लम्बाईयां a = 2mn, b = $m^2$ -$n^2$ तो c = $m^2$ -$n^2$ तो c= $m^2$ -$n^2$ देकर इसका हल दिया या a = √m, b=1/2($\underline{m}$ -n ) तो c = 1/2 ($\underline{m}$ +n)

जहां m और n दो पूर्ण संख्याऐं है

(viii) पहली बार चक्रीय चतुर्भुज के बारे मे यह ज्ञान क्षेत्रफल = $\sqrt{(s-a)(s-b)(s-c)(s-d)}$ इनके कर्णो का माप $\frac{(bc+ad)(ac+bd)}{(ab+cd)}$ और $\frac{(ab+cd)(ac+bd)}{(ab+cd)}$




(ix) $\sqrt{(s-a)(s-b)(s-c)}$ त्रिभुज के क्षेत्रफल में समीपवर्ती और सटीक विवेधीकरण करने के लिए हिरॉन का सूत्र दिया।

अंकगणित में इसकी कृतियों में पूर्ण संख्याये, भिन्नों, श्रेणियां, वस्तु निविमय, साधारण ब्याज, सममतल आकृतियों की क्षेत्रमिति और आयतन की समस्याएं शामिल है।

(3). महावीराचार्य (Mahaviracharya) - यह प्राथमिक गणित के लेखक थे, जिन्होनें नवीं शताब्दी में "गणित सार संग्रह" की रचना की। अपनी पुस्तकों में उन्होनें योग और व्यवकलन इत्यादि का उल्लेख किया, आयत का वर्ग में परिवर्तन तथा इसका उल्टा, इसी प्रकार वृत्त का वर्ग में परिवर्तन तथा उसका उल्टा करने की विधि दी और विविध प्रकार

के त्रिभुजों की जानकारी दी। यह अकेला हिन्दु गणितज्ञ है जिसने दीर्घवृत्त की विभिन्न विशेषताओं का अध्ययन किया।

(4). श्रीधराचार्य (Sridharacharaya) इनकी कृतियों में वर्गमूल, घनमूल, भिन्नें, श्रेणियां, क्षेत्रफल और ब्याज पर शोध प्रबंध है। महावीराचार्य का गणित सार संग्रह में भी इनका उल्लेख मिलता है।

(5). भास्कराचार्य (Bhaskaracharya) - 1114 ई. मे बीजापुर में जन्मे इस गणितज्ञ ने कई पुस्तकें लिखी, जिनमें "सिद्धान्त शिरोमणि" सबसे प्रसिद्ध है। इसके दो सबसे महत्वपूर्ण भाग है: उनकी पुत्री के नाम पर आधारित लीलावती तथा बीजगणित। उन्होनें किसी संख्या को शून्य से विभाजित करते समय अनन्त की अवधारणा दी। इन्होंने गोले का क्षेत्रफल (4 x वृत्त का क्षैत्रफल) और आयतन (गोले का क्षेत्रफल x 1e6 x व्यास) और क्रमचय और संचय (permutation and combination) के सूत्रों को स्थापित किया। इनको करणी (surd) का भी ज्ञान था। उन्होनें cubic equation ($ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$) तथा biquadric equation को हल करने की विधि दी। इन्होनें यह देखा कि द्विघात समीकरण के सदा दो मूल होते है जैसे $x^2 -45x = 250$ के दो मूल $x = 50$ और $x = -5$ है परन्तु ऋणात्मक को वह अपर्याप्त मानते हैं। बीजगणित में उन्होनें (i) निर्देशित संख्याओं (directed numbers) पर विचार किया तथा ऋणात्मक संख्याओं को ऋण या हानि की संज्ञा दी, तथा उनके नियम तथा सूत्रों को सही रूप में प्रस्तुत किया (ii) परिमित तथा अपरिमित (determinate and indeterminate) संख्याओं वाली समस्याओं की सम्पूर्ण एवं व्यवस्थित व्याख्या प्रस्तुत की, जैसे इन्होनें यह प्रदर्शित किया कि किस प्रकार

$$\sqrt{a+\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a+\sqrt{a^2-b}}{2}} + \sqrt{\frac{a-\sqrt{a^2-b}}{2}}$$

के सूत्र के परिमेय और अपरिमेय संख्याओं के योग का वर्गमूल निकाला जा सकता है। (iii) पाइथागोरस प्रमेय का प्रमाण दिया न्यूटन से पहले उनको गुरूत्व आकर्षण का ज्ञान था, जिसका उल्लेख उन्होनें अपनी पुस्तकों में किया हैं। गणितज्ञों के क्षेत्र में भास्कराचार्य का स्थान बहु त ऊँचा है।

इसके बाद लगता है हिन्दुओं ने अपने पूर्वजों की प्रधान रचनाओं के अध्ययन से ही अपने आप को उस समय तक संतुष्ट कर दिया जब तक यूरोपीय गणित का श्री गणेश इस देश में नहीं हु आ।

वैदिक गणित पर समीक्षा - हिन्दुओं की सबसे श्रेष्ठ उपलब्धि, जिसने गणित की प्रगति में सबसे अधिक योगदान दिया, वह तथा कथित अरबी अंकन पद्धति को परिपूर्ण करना हें कदाचित् आर्यभट्ट को स्थानीय मान और शून्य के सिद्धान्त का पता था। 0 को शून्य कहा जाता था जिसके कुछ नहीं, के रूप में परिभाषित किया जाता था। इसकी उत्पत्ति की तिथि अनिश्चित है। परन्तु भारत में इसका प्राचीनतम (earliest) नि: संदेह संकेत 876 ई० में मिलता है।

प्राचीनकाल में हिन्दुओं ने बडी संख्याओं के साथ भी संगणना करने में बडी कुशलता का परिचय दिया था। प्रतिलोम (inversion) इनकी प्रियविधि थी, वे ब्याज, बट्टा, साझेदारी, मिश्रण

(allegation), समान्तर तथा गुणोत्तर श्रेणियों के जोड़ से संबंधित समस्यायें हल करते थे तथा उन्होनें संचय (combination) और क्रमचय (permutation) के नियम बनाये थे। शतरंज के खेल की भी उत्पत्ति भारत में हुई। पूर्णत: ऋणात्मक संख्याओं के अस्तित्व को सबसे पहले पहचानने वाले भारतीय थे। एक रेखा पर धनात्मक और गुणात्मक संख्याओं का अर्थ निर्णय करने के लिए विपरीत दिशाओं के प्रयोग से भी वह परिचित थे। द्विघात समीकरण में वह दो मूलों से अवगत थे परन्तु ऋणात्मक मूल्यों पर सहमति नहीं देते थे।

यदि हम बीजगणित को हर प्रकार की संख्याओं, पर चाहे वह परिमेय हो या अपरिमेय हो या अवकास मात्रा (space magnitude) हो, अंकगणित क्रियाओं का प्रयोग मान ले, तो हिन्दुओं को बीजगणित का वास्तविक आविष्कारक माना जा सकता है। इन्होनें $(a+b)^2 = a^2 +2ab +b^2$ और $(a+b)^3 = a^3 +3a^2b +3ab^2 +b^3$ का वर्गमूल और घनमूल निकालने में प्रयोग किया। इन्हें रेखीय और द्विघात समीकरणों के हल में सुधार का भीं श्रेय मिलना चाहिए। वर्ग मूल के बारे में भास्कराचार्य कहते है 'घनात्मक तथा ऋणात्मक दोनों का वर्ग (square) घनात्मक होगा। घनात्मक संख्या का वर्गमूल दोहरा होगा - घनात्मक और ऋणात्मक। ऋणात्मक संख्या का वर्गमूल नहीं होगा क्योकि वह किसी का वर्ग नहीं है। अनिर्धारित समीकरणों (indeterminate equations) को निरूपण (treatment) के लिए सामान्य विधि (general) का आविष्कार करने का श्री श्रेय हिन्दुओं को है। डाइफैन्टस (Diophantus) ने एकल हल (single solution) से संतोष कर लिया था हिन्दुओं ने सभी प्रकार के हल प्राप्त करने का प्रयत्न किया कदाचित् अनिर्धारित समीकरण खगोल विज्ञान की समस्याओं से पैदा हुए थे।

हिन्दुओं ने ज्यामिति की अपेक्ष त्रिकोणमिति में अधिक रूचि दिखाई। वाराहमिहिर (Varahamihir’s) को “पंच सिद्धान्तिका” में ऐसे रूचिकरण अवतरण आते है जो

$\pi = \sqrt{10}$, $\sin 30^0 = 1/2$, $\text{Sin} 60^0 = \sqrt{1-1/4}$ देते है।

अन्य राष्ट्रो के प्रति आभार प्रकट करते हुए भी वर्तमान युग के विज्ञान में जिस प्रकार भारतीय गणितज्ञों ने प्रवेश किया है वह विलक्षण है। वर्तमान समय की अंक गणित तथा बीजगणित दोनों अपने रूप और अभिप्राय में तत्वतः (essentially) भारतीय है। बीसवीं शताब्दी के आरम से वर्तमान तरिके से गणितीय क्रियाकलाप भारत में प्रस्फुटित होने लगे। 1907 में से भारतीय गणितीय संस्था (Indian mathematical Society) की स्थापना हुई। सन् 1909 में इसकी पत्रिका आरम्भ हुई तथा रामानुजन (Sri Niwas Ramanujan1887-1920) ऐसे महान गणितज्ञ का उदय हुआ जिसकी हार्डी (Hardy) ने भूरिभूरि प्रशंसा की है तथा जिसे इंग्लैंण्ड के सर्वोच्चतम मान Fellow of the Royal Society से विभूषित किया गया। पश्चिमी देशों में श्री निवास रामानुजन का नाम " भारतीय विलक्षण गणितज्ञ शीर्षक से लिखा जाता है। सन् 1914 में रामानुजन कैम्ब्रिज आये और ट्रिनिटी कॉलेज प्रो0 हार्डी के साथ शोध कार्य किया। गणित का 120 प्रमेयों को जोड़कर समृद्ध किया। उनका संख्या पद्धत्ति के क्षेत्र में अद्धितिये योगदान रहा। उनके नाम से गणित क्षेत्र में रामानुजन संख्यायें जिनके विशेष गुण है।

जैसे $1729 = 12^3 +1^3$

$635318657 = 158^4 +59 +4 +133^4$ आदि।

1.4.4 अरबवासी (The Arabs), चीनी और जापान वासी - अरबवासियों का गणित में मौलिक योगदान अधिक नहीं था परन्तु उनके राजाओं ने यूनान और भारत के योग्य विषेशज्ञों को अपने दरबार में निमंत्रित करके तथा उन देशों से गणित के ज्ञान का आयात करके गणित को समृद्ध किया तथा बाद में इसे यूरोपीय देशों को बढाया। अरबों को सौभाग्य था कि उन्हें ऐसे शासक मिले जिन्होनें वैज्ञानिक शोध में सहायता देकर उसे आगे बढ़ाया। खलीफाओं के दरबार में वैज्ञानिकों को पुस्तकालय और बैधशालायें (observatories) उपलब्ध कराई जाती थी। इन वैज्ञानिकों को बहुत सी उपलब्धियों का श्रेय जाता है। उन्होनें धन-समीकरण को ज्यामिति रचना से हल किया, महत्वपूर्ण अंश तक त्रिकोण मिति को पूर्ण किया तथा गणित, भौतिकी और खगोल विज्ञान की दिशा में बहुत सी छोटी-मोटी प्रगति दर्ज की। अरबों ने भारत और यूनान से प्राप्त ज्ञान को अपनाया और जो कुछ उन्हें मिला उसे सम्भाल कर रखा। जब यूरोप में विज्ञान के प्रति अनुराग बढ़ा तो उन्होनें गणित के मूल्यवान खोजों को यूरोप वासियों को हस्तांतरित कर दिया।

चीन में गणितीय महत्व की दूसरी शताब्दी से पहले सबसे पुरानी कृति "चौ-पाई" (Chau-pei) थी इसके बाद ("Arithmetic in Nine Sections) प्रथम शताब्दी में, Sun-Tsu की "atithmetical-classic" तीसरी शताब्दी में Lin Hui की Sea-island arithmetical classic": सातवीं शताब्दी में Wang H" SiaoTung की ऐसी कृति जिसमें पहली बार चीनी गणित में संख्यात्मक घन समीकरण (numerical cube equation) देखने को मिलती है। 1247 में Ch"in Chiu-Sho की "Nine sections of mathematics" और इसके आधा शताब्दी बाद Chu-Shib-Chirh की "Introduction of Mathematical Studies" और The Precious Mirror of the Four Elements" कृतियां मिलती है। इनसे क्रमशः (i) त्रिभुज, समलम्ब और वृत्त का क्षेत्रफल, भिन्नों, समानुपाल, भिन्नों से भाग के नियम है (ii) अंको की स्थिति को ध्यान में रखते हुए संगणना तथा गिनतारा का संदर्भ तथा वर्गमूल की अधिक स्पष्ट व्याख्या दी गई है (iii) बीजगणित जटिल समस्याओं का हल है (iv) संख्यात्मक समीकरणों की हल की दिशा में प्रत्यक्ष प्रगति, तथा 0 का शून्य के प्रतीक के रूप में प्रयोग है।

चौदहवीं शताब्दी में खगोल शास्त्र में जन्त्री (Calender) के अध्ययन हुए परन्तु तेरहवीं शताब्दी में ईसाई धर्म प्रचारकों ने चीन में प्रवेश किया और चीनियों का यूरोपीय खगोल विज्ञान और गणित से परिचय कराया।

जापानी गणित में अधिकतर चीनी गणित का प्रभाव मिलता हैं इनके गणित में गिनतारे का सुधरा रूप सोरोबेन (Soroban) मिलता है। तथा सेकी (Seki) का सबसे महत्वपूर्ण एक मौलिक सारणिक (determinant) का आविष्कार मिलता है तथा उसके शिष्य टेकबे (Takebe) के वृत्त सिद्धान्त (circle principle) का आविष्कार मिलता है यह आविष्कार लगभग वही चीजें निष्पादित करता है जो अवकलन और समाकलन करते है।

उन्नीसवीं शताब्दी के पूर्व भाग में यूरोपीय गणित का पहले से कहीं अधिक फैलाव होनें से बहुत सरगर्मी रही परन्तु केवल एक व्यक्ति Wada Nei (1787-1840) का योगदान उल्लेखनीय है। उसने वृत्त सिद्धान्त को अधिकपूर्ण किया, समाकलन का तर्कयुक्त विकास किया

तथा अधिकतम-न्यूनतम (Maxima-Minima) पर कार्य किया। 19बी शताब्दी के मध्य के बाद जापानी गणित ने पश्चात् गणित के प्रभावशाली आगमन के सामने अपने को समर्पित कर दिया।

## 1.5.0 सारांश

प्राचीन पश्चिमी सभ्यताओं में गणित का कार्य क्षेत्र मुख्यत: बेबीलोन, मिश्र, यूनान और रोम में रहा। मिश्र में अहमेश, यूनान में थेल्स, पाइथागोरस, सूफी विद्वान, यूकलिड, आर्कमिडिज, अपोलानियस, हियारकश, टालमी, पैप्पस और डाफैन्टस के योगदान प्रमुख है। उनमें अधिकांश खगोलशास्त्री या अहमेक्ष ऐसे क्षेत्रमिति से सम्बन्धित लोग थे जिन्होनें मुख्यत: ज्यामिति के क्षेत्र में काम किया जैसे, विभिन्न समतल और ठोस आकृतियों का क्षेत्रफल रचनाओं तथा कई अन्य सम्बन्धों को प्राप्त करने के नियम, चिकोणों की सर्वांगसमतस, पाइथागोरस प्रमेय, पैराबोला, हाइपरबोला, इल्पिस की परिभाषा। हिरॉन बाहुओं के रूप में त्रिभुज का क्षेत्रफल $\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$ देने वाला पहल व्यक्ति था। इसी प्रकार पैराबोला की नाभि (focus) का पता लगाने वाला पहला व्यक्ति टॉलमी था। कुछ कार्य अंकगणित तथा बीजगणित के क्षेत्र में भी हुए जैसे L.C.M., G.C.F. का ज्ञान, अभाज्य और मिश्रित संख्याओं का ज्ञान, अपरिमेय संख्याओं का सिद्धान्त A.P., G.P. H.P तथा $\sum r^2$ जैसे श्रेणियों का योग, [$\sum r^2$ = 1e6n (2n+1) (m+1)], अंको के सिद्धान्त का पुर्नजीवन, बिन्दुओं के घातकरण का सिद्धान्त, तथा डाईफैन्टस द्वारा बीज गणित का श्री गणेश। आर्कीमिडिज के कार्य में

2n-1

$$\sum Sin\ y\pi\theta 2n = Cos\pi\theta 4n$$

जैसा सूत्र भी मिलता है तथा गणितीय सांख्यकी तथा द्रव स्थिति विज्ञान का भी आभास मिलता है। जहां तक रोम वासियों का सम्बन्ध हैं, रोमवासियों ने नया कुछ न करके, यूनान से प्राप्त गणित का ही प्रयोग किया और यह स्थिति बहुत अधिक समय तक रहीं। यहां तक कि अंक पद्धति भी हिन्दुओं से सीखी।

वैदिक गणित का भी प्रेरणा स्त्रोत मुख्यत: खगोलशास्त्र था। पूर्वी सभ्यता में गणित की प्रगति में सबसे अधिक योगदान देने वाले हिन्दु लोग थे। हिन्दु गणित का इतिहास का आरम्भ 800 ई0 पूर्व से लगता है परन्तु पांचवी शताब्दी पूर्व की अधिकांश कृतियां विलुप्त है। पांचवी शताब्दी और उसके बाद की कृतियों में आर्यभट्ट, ब्रह्मगुप्त, महीवीराचार्य, श्रीधराचार्य और भास्कराचार्य के प्रमुख योगदान है। यूनानियों की तरह खगोल शास्त्र से प्रेरणा लेते हुए भी हिन्दुओं ज्यामिति की अपेक्षा अपने अध्ययन अंक और बीजगणित की ओर मोड़े तथा त्रिकोणमिति में भी ज्यामिति की अपेक्षा बीजगणित का अधिक प्रयोग किया।

हिन्दुओं की अंकगणित के क्षेत्र में प्रमुख उपलब्धियाँ ये थीं (i) अंकन पद्धति को परिपूर्ण करना (ii) शून्य और ऋणात्मक संख्याओं की सटीक व्याख्या करना जैसे 0 को शून्य के रूप में प्रतीक मानना तथा उसे कुछ नहीं के रूप में परिभाषित करना, a - a=0, एक ऋणात्मक संख्या को दूसरी ऋणात्मक संख्या से गुणा या भाग करने पर धनात्मक संख्या प्राप्त करना और शून्य से किसी ऋणात्मक संख्या को घटाने पर भी धनात्मक संख्या प्राप्त करना (iii) ब्याज, बट्टा, साझेदारी, मिश्रण, समान्तर और गुणोत्तर श्रेणियों के योग तथा

$$\sum r^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} \quad \text{और} \quad \sum r^3 = 1^3 2^3 + 3^3 + \ldots . n^3 = \frac{1}{4} n^2 (n+1)^2$$

का उन्हें ज्ञान था (iv) प्रतिलोम उनकी प्रिय विधि थी। संख्या रेखा पर ऋणात्मक और घनात्मक संख्याओं को विपरीत दिशाओं में प्रदर्शित करना उन्हें मालूम था। (v) उन्होनें संचय और क्रमचय के नियम बनाये थे।

यदि हम बीजगणित को हर प्रकार की संख्याओं पर, चाहे वे परिमेय अपरिमेय या अवकास मात्रा (space magnitude) में हो, अंक गणितीय क्रियाओं का प्रयोग मान लें तो हिन्दुओं को बीजगणित का वास्तविक आविष्कारकर्ता माना जा सकता है। द्विघात समीकरण में तथा घनात्मक संख्या के वर्गमूल में वे दो मूल्यों से अवगत थे परन्तु ऋणात्मक मूल्यों की सहमति नहीं देते थे। $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ तथा $(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$ है' का वह वर्गमूल और घनमूल निकालने में वह प्रयोग करते थे। अनिर्धारित समीकरणों के समीकरणों के निरूपण के लिए सामान्य विधि का आविष्कार करने का श्रेय भी हिन्दुओं को है। वर्तमान युग में भी विज्ञान के क्षेत्र में जिस प्रकार भारतीय गणितज्ञों ने प्रवेश किया है वह अद्वितीय है। वर्तमान समय की अंकगणित और बीजगणित अपने रूप और अभिप्राय में तत्वत: भारतीय है।

चीनी गणित का आरम्भ लगभग प्रथम शताब्दी से आरम्भ हुआ जिसमें तेरहवीं शताब्दी तक काफी प्रगति होती रही परन्तु उसके बाद उसमें अवनति का काल रहा। सोलहवीं शताब्दी में ईसाई धर्म प्रचारकों ने चीन में प्रवेश करके यूरोपीय गणित का प्रचार किया। चीनी गणित में विशेषकर इन क्षेत्रों में काम हुआ त्रिभुज, समलम्ब तथा वृत्त का क्षेत्रफल, भिन्नों, समानुपात तथा भिन्नों से भाग के नियम, अंकों की स्थिति को ध्यान में रखते हुए संगणना तथा गिनतारा का संदर्भ तथा वर्गमूल की अधिक स्पष्ट व्याख्या, संख्यात्मक समीकरणों तथा बीजगणितीय जटिल समस्याओं का हल तथा 0 का शून्य के प्रतीक के रूप में प्रयोग।

अरब देशों में अपने कोई अधिक मौलिक कार्य नहीं हुए परन्तु इन्होनें यूनानी और हिन्दु गणितज्ञों की सहायता से काफी गणित सम्बन्धित ज्ञान इकट्ठा किया और संजों कर रखा तथा बाद में यूरोप वासियों को हस्तांतरित किया। इसी प्रकार जापानी गणित का ज्ञान मुख्यत: चीन से आयोजित था और बाद में यूरोपीय गणित से प्रभावित हुआ।

**प्रश्न** :- गणित विकास का संक्षिप्त इतिहास लिखिए (Write down a brief history of development of Mathematics)

## 1.6.0 मूल्यांकन प्रश्न

1. शिक्षक को गणित की संरचना का समझने से क्या लाभ होगा ?
   What is use of knowing structure of Mathematics?
2. गणित की संरचना की विशेषताओं का उल्लेख कीजिए।
   Describe the characteristics of structure of Mathematics
3. संरचना की निर्माण प्रकिया के विभिन्न पदों की व्याख्या कीजिए।
   Explain the different steps of counstruction process of structure.

4. संकल्पनात्मक योजना के निर्माण में भविष्यात्मक परिपेक्ष को क्यों शामिल किया जाए ? उदाहरण देकर स्पष्ट कीजिये

   Why should futureistic perspective be included in construction of conceptual scheme, Explain with examples.

5. संकल्पनात्मक योजना के निर्माण में किन बातों पर विशेष ध्यान देना चाहिए ?

   What should be kept in mind especially in construction of conceptual schemes?

6. गणित का इतिहास, शिक्षक को अपने शिक्षण में कहां कहां काम आयेगा? उदाहरण दें।

   Where will teacher use the history of mathematics in his teaching.

7. प्राचीन पश्चिमी सभ्यता की तथा हिन्दु'गणित में समानता तथा विभिन्नता बताइये।

   Write down the similiarity and dissimiliarity between Vaidic mathematics and Western mathematics

8. हिन्दुगणित के क्षेत्र में किन्हीं दो प्रमुख गणितज्ञों के योगदान पर प्रकाश डालिए।

   Throw light on the contribution of two prominent Mathematicians in the field of vaidic Mathematics.

9. अरब देशों की गणित के विकास में क्या भूमिका रहीं ?

   What are the roles of Arabian countries in the development of mathematics?

10. जापानी गणित में विभिन्न प्रभावो का वर्णन करें।

    Describe the different influences on japan's Mathematics.

## 1.7.0 संदर्भ पुस्तके -


1. Allendoerfer, Cart B. and Cletus O. Oakley (1963): Principels of Mathematics (sec.ed) International Student Edition Mc Graw Hill book Co.Inc. Kogakusha. Company Tokyo, Japan.
2. Kapoor, J.N. (1967): Some aspects of School Mathematics Arya Book Depot. Nai Wala, Karolbagh, N. Delhi.
3. Kumar Sudhir (1997); Teaching of Mathematics, Anmol Publications Pvt. LTd. N. Delhi.
4. Sidhu, Kulbir Singh, (1967); the teaching of Mathematics Sterling Publishers (p) Ltd. Morigate. Delhi-6
5. Bell, E.T (1943) “The Development of mathematics” McGrow- Hill book company inc. Newyork, London.
6. James R.Newman (1956) The world of mathematic four volumes simon the Schuster, Newyork.

7. Lee c Deighton, editor in chief (1971) the encyclopedia of education page 81-173, volume 6. The Macmillan Company and the freepress
8. Max Black (1933) “The nature of mathematics a critical survey” Kaga Paul, Trench, Trubna & co. Ltd.
9. R.M. Bhagwat (1995) Every day Mathematics, National Book Trust, India.
10. Suresh Ram (1998) “Shri Niwas Ramanujan(Hindi), National Book Trust, India.

# इकाई 2

# गणित शिक्षण के उद्देश्य

# (Objectives of Teaching Mathematics)

**इकाई की संरचना**

2.1.0 प्रस्तावना

2.2.0 इकाई के उद्देश्य (Objectives of the unit)

2.3.0 गणित शिक्षण के उद्देश्यों के विभिन्न प्रकार के वर्गीकरण (Classification)

- 2.3.1 स्तरवार सामान्य उद्देश्य
- 2.3.2 मूल्यों पर आधारित उद्देश्य
- 2.3.3 क्षेत्रवार उद्देश्य (Domains Based)

2.4.0 सारांश (Summary)

2.5.0 मूल्यांकन प्रश्न (Evaluation)

2.6.0 संदर्भ पुस्तके (Raferance book)

## 2.1.0 प्रस्तावना

किसी भी स्वेच्छिक मानव व्यवहार के पीछे कोई न कोई प्रेरणा होती है और इस प्रेरणा का स्त्रोत कोई आवश्कता होती है जो उसे किसी उद्देश्यपूर्ण कार्य की ओर अभिप्रेरित करती है। इसलिए लगभग सभी माननीय व्यवहार उद्देश्यपुर्ण होते है। इन उद्देश्यों की दिशा भूख, प्यास, कामवासना जैसी सामान्य आवश्यकताओं की पूर्ति से लेकर व्यक्तिगत, सामाजिक या सैद्धान्तिक आवश्यकताओं की पूर्ति तक हो सकती है। आपने कोट खुले विद्यालय के बी०एड० में प्रवेश क्यों लिया? इसके पीछे कोई न कोई उद्देश्य अवश्य होगा, नही तो आप इसके पाठ्यक्रम को सफलतापूर्वक पूरा करने के लिए क्यों प्रयत्नशील हैं? उद्देश्यहीन व्यवहार सदैव प्रेरणाहीन तथा दिशाहीन होगा तथा उसकी सफलता की सम्भावनायें भी बहुत क्षीण होंगी।

इसी प्रकार उद्देश्यहीन शिक्षा भी कदाचित ना तो सम्भव है ना ही उससे कोई लाभ मिलने वाला है। शिक्षा की अवधारणा में ही उसके उद्देश्यपूर्ण होनें की बात शामिल है। " निर्देशित दिशा में बालक का विकास करना"। इस निर्देशित दिशा की मंजिल ही उसका उद्देश्यपूर्ण लक्ष्य है। यदि शिक्षा का कोई उद्देश्य/ लक्ष्य न हो तो शिक्षक किस आधार पर अपना कार्य करेगा, विद्यालय की व्यवस्था किस आधार पर होगी, विभिन्न विषयों का चुनाव एवं उनके पाठ्यक्रम का निर्माण किस आधार पर किया जायेगा। संक्षेप में बिना निर्धारित उद्देश्य के शिक्षा का कोई भी संगठनात्मक ढांचा या स्वरूप नहीं होगा। इसलिए किसी पाठ्य विषय के अध्यापन के लिए शिक्षक को उसके उद्देश्यों को समझना अत्यन्त आवश्यक है, यही उद्देश्य उसके सफल शिक्षण में मार्गदर्शन करेंगे।

## 2.2.0 इकाई के उद्देश्य

पूरी इकाई अध्ययन करने के बाद आप -

(i) लक्ष्य और उद्देश्यों में सम्बन्ध देख सकेंगे।

(ii) सामान्य और विशिष्ट उद्देश्यों में अन्तर कर सकेंगे।

(iii) नयी राष्ट्रीय शिक्षा नीति में निहित सामान्य उद्देश्यों की सूची बना सकेंगें।
(iv) विशिष्ट उद्देश्यों की प्राप्ति पर होनें वाले व्यवहारगत परिवर्तनों को बता सकेंगे।
(v) सामान्य उद्देश्यों को ज्ञान, कोशल, अभिवृत्ति के रूप में वर्गीकरण कर सकेंगे।
(vi) उदाहरण द्वारा गणित के विभिन्न प्रकार के उद्देश्यों को स्पष्ट कर सकेंगे।

## 2.3.0 गणित शिक्षण के उद्देश्य

शिक्षा का अंतिम लक्ष्य बालक को रचनात्मक जीवन के लिए तैयार करना है, ऐसे जीवन के लिए जिसमें वह अपनी आवश्यकताओं की पूर्ति कर सके, अपनी क्षमताओं एवं योग्यताओं का अधिकतम विकास कर सकें, अच्छा नागरिक हो सके तथा समाज के कल्याण एवं प्रगति में यथोचित योगदान दे सकें। इन लक्ष्यों की पूर्ति के लिए शिक्षा के विभिन्न स्तरों पर विद्यार्थियों की विकास की स्थिति को ध्यान में रखते हुए विभिन्न विषयों को पाठ्यक्रम में शामिल किया जाता है तथा उनके पाठ्यक्रम का निर्धारण किया जाता है। राष्ट्रीय शिक्षानीति (1986 ) में भविष्यात्मक दृष्टिकोण को भी सामने रखते हुए गणित शिक्षण से निम्नलिखित अपेक्षाये की गई. है।

गणित शिक्षण को ऐसे माध्यम / साधन के रूप में कल्पना करनी चाहिए जो बालक को सोचने, तर्क करने, विश्लेषण करने और अपनी बात को तर्कसंगत रूप से सुस्पष्ट करने में प्रशिक्षित करती है। एक विशिष्ट विषय होनें के अलावा इसे किसी भी विषय जिसमें विश्लेषण और तर्क शामिल हो, का सहवर्ती /सहगामी मानना चाहिए"

गणित एक तेजी से विकसित होनें वाला विषय है। यह बहुत तीव्रता से, कदाचित् विस्फोटक गति से बढ रहा है। E.T.Bell के शब्दों में "जो यूनान (Greece) ने अपनी गौरव की चरम सीमा को प्राप्त किया, उसकी तुलना में उन्नीसवीं शताब्दी की गणित छोटी सी मोमबत्ती के सामने एक होली के अलाव (अग्नि) की तरह है। यही तुल्यरूपता आज की और आने वाले समय की गणित के स्वरूप के बारे में सोची जा सकती है" शायद इसी भविष्यात्मक दृष्टिकोण को ध्यान में रखते हुए नयी शिक्षा नीति आगे उल्लेख करती है।

" विद्यालयों में कम्प्यूटरों का प्रयोग, शिक्षा का कम्प्यूटरीकरण और कारक- प्रभाव तथा चरों के पारस्परिक प्रभाव की समझ के माध्यम से अधिगम का निर्गमन (emergence) के कारण गणित शिक्षण को अत्याधुनिक तकनीकी से सुमेलित (match) करने के लिए उपयुक्त रूप से पुन: अभिकल्पित करना होगा।"

उपरोक्त दिशा निर्देशों (लक्ष्यो) को ध्यान में रखते हुए गणित शिक्षण के उद्देश्यों (लक्ष्य प्राप्त करने के माध्यमों) का कई प्रकार से वर्गीकरण किया जा सकता है:

### 2.3.1 शिक्षा स्तर के अनुरूप गणित शिक्षण के सामान्य उद्देश्य

राष्ट्रीय शिक्षा नीति (1986 ) से गणित शिक्षण के लिए निम्नलिखित आशय निहित होते है: उच्च प्राथमिक स्तर पर- उच्च प्राथमिक स्तर पर गणित शिक्षण का उद्देश्य बालकों को ऐसे मूलभूत एवं क्रियात्मक गणित सिखाना है जिसकी उनके अपने दिन प्रतिदिन की आवश्यकताओं में जरूरत पड़ती है, इसलिए इस स्तर पर गणित शिक्षण के उद्देश्यों में सामान्यत: निम्नलिखित बातें शामिल की गई है :-

1. छात्रों को गणित की आधारभूत अवधारणाओं और प्रक्रियाओं के बारे में स्पष्टता प्रदान करना।

2. आधारभूत प्रक्रियाओं में छात्रों में परिशुद्धता एवं निपुणता का विकास करना।
   इसके लिए पाठ्यक्रम के विकास के समय ऐसी अवधारणाओं, प्रसंगों और प्रक्रियाओं का पता लगाया जाए जो गणित के लिए अनिवार्य (essential) है, और उनका विश्लेषण करके विशिष्ट (specific) अधिगम बिन्दुओं के रूप में परिवर्तित किया जाय। इन अधिगम बिन्दुओं में कुछ ऐसे बिन्दु होंगे जो आधारभूत होंगे अर्थात् जिनका क्रियात्मक उपयोग है और आगे का सारा अधिगम (Learning) उन पर आधारित है। इन आधारभूत बिन्दुओं पर सभी छात्रों को पारंगत (master) होना चाहिए, इसकी यह कसौटी रखी गई है कि यदि किसी छात्र को उस बिन्दु से सम्बन्धित 100 प्रश्न दिये जाये तो वह कम से कम 80% हल कर सकें। इसकों " न्यूनतम अधिगम स्तर" कहा गया और शिक्षक से यह अपेक्षा की जाती है कि वह यह सुनिश्चित करें कि सभी छात्र न्यूनतम अधिगम स्तर को प्राप्त करने में सफल होते है।
3. छात्रों को गणित की भाषा एवं प्रतीकों से अवगत कराना।
4. छात्रों को अगली कक्षाओं की गणित सीखने के लिए तैयार करना।
5. छात्रों में गणित के प्रति स्थायी रूचि एवं विश्वास विकसित करना।

इसके लिए छात्रों को ऐसे गणित सम्बन्धित खेलों, पहेलियों, गोरखधन्धों, आमोद-प्रमोद, हॉबी (Hobby) और क्रियाओं से परिचित कराना चाहिए जो इस विषय के रहस्य को खोलते है।

6. छात्रों को उनके वर्तमान तथा भविष्य के जीवन में गणित के सम्बन्ध से अवगत कराना।
7. छात्रों में नियमितता (regularity), अभ्यास (practice), धैर्य (patience) आत्मनिर्भरता और कठिन परिश्रम जैसी अच्छी आदतों को डालना।

<u>माध्यमिक स्तर पर</u> - नयी शिक्षा नीति (1986) के दिशा-निर्देशों को ध्यान में रखते हुए माध्यमिक (High School) स्तर के अन्त में गणित शिक्षण का उद्देश्य छात्रों को इस योग्य बनाना है, कि वह

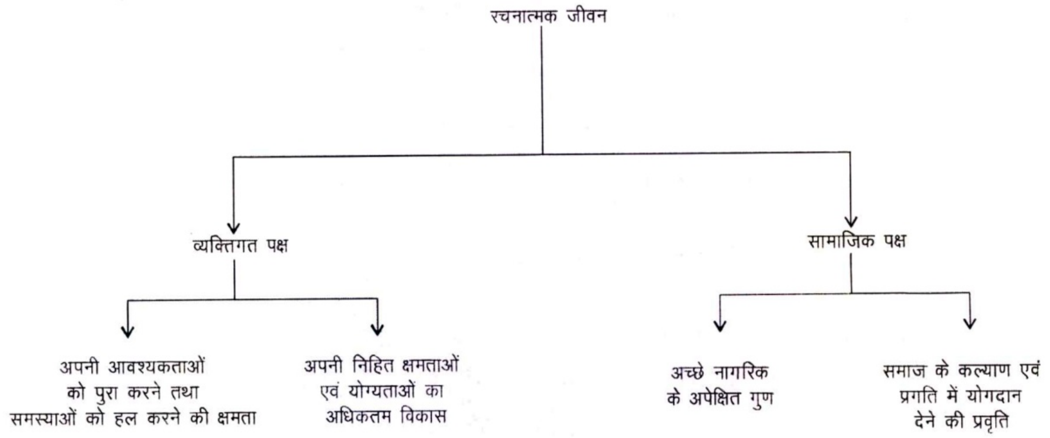
1. ऐसे शब्दों (terms) अवधारणाओं (concepts), सिद्धान्तों (principles), प्रक्रियाओं (processes), प्रतीकों (symbols) का ज्ञान और समझ प्राप्त करें तथा ऐसी परिकलन सम्बन्धी तथा अन्य आधारभूत प्रक्रियाओं समन्धी दक्षता प्राप्त करें जिसकी उनको दिन प्रति के जीवन में और गणित के उच्चतर अध्ययन में आवश्यकता होगी।
2. आरेखण (drawing), मापन (measuring), आंकलन (estimation), निरूपण (demonstration) कुशलताओं को विकसित करें।
3. सांख्यकीय आकडों का संगठन, प्रदर्शन और उनसे निष्कर्ष निकालने की क्षमता का विकास करें।
4. दिन प्रतिदिन के जीवन में आने वाली समस्याओं के हल के साथ-साथ गणित को उच्चतम अधिगम(higher learning) या उससे सम्बन्धित क्षेत्रों की समस्याओं के हल में गणित के ज्ञान और कुशलताओं का प्रयोग कर सकें।
5. सोचने (thinking), तर्क (reason) करने, विश्लेषण (analysis) करने तथा अपने विचारों को तर्क संगत ढंग से (logically) प्रस्तुत करने की क्षमता का विकास कर सकें।

6. गणित की शक्ति और सौंदर्य का रसास्वादन कर सके जैसे अन्य विषयों (विज्ञान, अर्थशास्त्र, सामाजिक ज्ञान इत्यादि) में गणित की भूमिका की सराहना (appreciate) कर सकें तथा उससे विकसित मूल्यों जैसे सच्चाई, सुनिश्चितता, संक्षिप्तता आदि का अभ्यास करें।
7. गणितीय प्रतियोगिताओं में भाग लेकर और गणित समन्धी अधिगम में लग्न के माध्यम से गणित के प्रति अपनी रूचि प्रदर्शित करें। जैसे गणित के साहित्य/इतिहास का अध्ययन करना, विद्‍यालय पत्रिका में गणित सम्बंधी लेख लिखना, गणित की पहेलियां हल करना, गणित क्लब का सदस्य बनना तथा उसकी गतिविधियों में भाग लेना, समस्याओं के हल में नवीन विधियाँ का प्रयोग करना, महान गणितज्ञों विशेषकर भारतीय गणितज्ञों के बारे में उनके योगदान के प्रति आदर का भाव विकसित करना।
8. आधुनिक तकनीकी युक्तियों (technical devices) और उपकरणों जैसे कैल्कुलेटर, कम्प्यूटर इत्यादि की सहायता से कार्य करने की आवश्यक कुशलता का विकास करें।

प्रश्न :- शिक्षा स्तर पर गणित शिक्षण के क्या उद्धेश्य है ?

(What are objectives of mathematics teaching at educational level)

<u>2.3.2. मूल्य आधारित उद्धेश्य:</u> जैसा ऊपर कहा गया शिक्षा का अंतिम लक्ष्य बालक को भावी रचनात्मक जीवन के लिए तैयार करना है, ऐसा जीवन जिसमें व्यक्ति एवं समाज के बीच पारस्परिक अच्छा समायोजन हो। इसके लिये ऐसे मूल्यों को छात्रों में विकसित करना होगा जो इस प्रकार के समायोजन में सहायक हो।




इसलिए जो विषय विद्‍यालयों में पढाये जाते हैं उनकी विषय वस्तु को अपने आप में इतना महत्व नहीं है, जितना उनके माध्यम से रचनात्मक जीवन का जो मार्ग प्रशस्त किया जाता है वह महत्वपूर्ण हैं। गणित में जो परिकलन सिखाया जाता हैं या प्रक्रियायें पढाई जाती है उनका अपने आप में कोई मूल्य नहीं है, उनके माध्यम से हम छात्रों में जो व्यक्तिगत विकास सम्बन्धी तथा सामाजिक विकास सम्बन्ध मूल्य विकसित करना चाहते है वह कहीं अधिक महत्वपूर्ण है। यह उद्धेश्यों का व्यवहारिक पक्ष है, इस दृष्टि से गणित शिक्षण के उद्धेश्यों का एक वर्गीकरण इस प्रकार किया गया है।

1. <u>व्यावहारिक (utilitarian value)</u> मूल्यों पर आधारित उद्धेश्य - उनका लक्ष्य व्यक्ति के व्यक्तिगत पक्ष को सबल बनाना है अर्थात् उसमें ऐसे ज्ञान और कुशलताओं का विकास

करना है जो उसे अपनी आवश्यकता की पूर्ति में तथा समस्याओं के समाधान में सहायक हो तथा अपनी अभिरूचियों के विकास में योगदान दें।

गणित शिक्षण से इस प्रकार के उद्धेश्यों को पूरा करने की बहुत सम्भावनाये है। गिनना, अंकन पद्धति, जोड़ बाकी, गुणा भाग, तोलना, नापना, बेचना खरीदना तथा बहुत से ऐसी आधारभूत गणित की प्रकियाएँ हैं जिनका जीवन में काफी व्यवहारिक मूल्य हैं। एक साधारण आदमी अनपढ़ हो कर भी काम चला सकता है परन्तु वह बिना हिसाब किताब के सफल जीवन नहीं बिता सकता। जो व्यक्ति गणित से अनभिज्ञ है वह दूसरों की दया पर ही जी सकता है तथा उसे आसानी से मूर्ख बनाया जा सकता हैं। गणित शिक्षण का एक उद्धेश्य व्यक्ति अपने लेन-देन में आत्म निर्भर बनाना है।

यही नहीं बहुत से थबसायों जैसे एकाउन्टन्सी, बैंकिंग, दुकानदारी, व्यापार, दरजीगिरी, बढाईगिरी, कर विभाग, बीमा, डाकखाने की नौकरी इत्यादि में परोक्ष या अपरोक्ष रूप से गणित का शिक्षण काफी लाभकारी हो सकता हैं। गणित का यह उपयोगी उद्धेश्य व्यक्ति के व्यवसायिक जीवन को सफल बनाने में सहायक हो सकता है।

इस प्रकार गणित शिक्षण का उपयोगी उद्धेश्य यह है कि वह व्यक्ति को

(i) पारस्परिक लेन-देन में सहायक हों।

(ii) व्यवसायिक जीवन को सफल बनाने में सहायक हों।

(iii) अपने घर का बजट बनाने में तथा घर का हिसाब-किताब रखने में सहायक हो।

(iv) प्रकृति में गणितीय सिद्धान्तों (जैसे समय की गणना, नक्षत्रों की चाल, सूर्य के उदय और अस्त होने का समय इत्यादि) को समझने में सहायक हो।

(v) गणित में अपनी अभिरूचियों के अधिकतम विकास के द्वारा देश की प्रगति में योगदान देने में सहायक हों। जैसा कि नेपोलियन ने कहा था “गणित की प्रगति एवं सुधार राज्य की समृद्धि के साथ जुड़ा है।“

(vi) इन्जीनियरिंग, एम.सी.ए. (M.C.A.), एम.बी.ए. (M.B.A.) जैसे पाठ्यक्रम में प्रवेश लेने वाले प्रतिभाषा ली छात्र-छात्राओं, व्यक्ति को विज्ञान के उच्च अध्ययन तथा अनुसंधान में सहायक हो।

2. <u>अनुशासनात्मक मूल्यों से संबन्धित उद्धेश्य</u> - गणित का प्रशिक्षण मानसिक शक्तियों का विकास करता है। नियमितता चिन्तन शक्ति, विवेक तथा गम्भीरता का विकास करता है जो जीवन को अनुशासन लाने में सहायक होते है।

लॉक (locke) के अनुसार " गणित व्यक्ति में तर्क की आदत डालने का रास्ता है” इस तर्क के कारण ही ज्ञान आता है। कल्पना शक्ति की बुद्धि होती है।

गणित का विद्यार्थी जिन समस्याओं का और जिस प्रकार समस्याओं को हल करता है उससे उसमें ऐसे तार्किक दृष्टिकोण की आदत पड जाती है जिसमें मुख्यत: यह विशेषतायें होती है-

(i) <u>सरलता</u> - गणित यह सिखाती है कि निश्चित तथ्य सदैव सरल भाषा में व्यक्त किये जाते है। इसलिए यदि आप चाहते है कि आपकी बात को दूसरे लोग समझ सकें तो आपको अपने विचारों को निश्चित या सरल भाषा में व्यक्त करना चाहिए। इस प्रकार

व्यक्ति उस क्रम बद्धता को आसानी से समझ सकता है जो सरल से जटिल की ओर होती है।

(ii) परिशुद्धता (Accuracy) - गणित के अध्ययन के लिए परिशुद्ध (सही) चिन्तन, तर्क और निर्णय नितांत आवश्यक है, इसके बिना गणित में प्रगति और मान्यता प्राप्त करने की कोई सम्भावना नहीं है। परिशुद्धता, यथार्थता, सुस्पष्टता गणित के अलंकार है। गणित के अध्ययन से व्यक्ति में परिशुद्धता के मूल्य और महत्व की समझ आती है, इस विशेषता से वह दूसरों को प्रभावित कर सकता है।

(iii) परिणामों की सुनिश्चितता (Certainty of result)- गणित में व्यक्ति- निष्ठता या व्यक्तिगत मत की कोई गुंजाईश नहीं होती। उत्तर या तो सही है या गलत है इसके बीच की कोई बात नहीं होती। शिक्षक के बीच कोई मत भिन्नता की सम्भावना नहीं होती। इस प्रकार की विशेषता से व्यक्ति जीवन में ऐसी आदत डालता है जिससे वह अपनी उपलब्धियों के प्रति सुनिश्चित हो।

(iv) मौलिकता (Originality) - गणित में दूसरों के विचारों को रटने को अधिक अच्छा नहीं समझा जाता है। गणित के अधिकांश कार्य में मौलिक चिन्तन की आवश्यकता होती है। दूसरे विषयों में रटना या केवल दूसरों के विचारों पर निर्भर रहा जा सकता है परन्तु बिना मौलिक चिन्तन और प्रबुद्ध तर्क या विवेचना का यह अभ्यास व्यक्ति को आगे चलकर जीवन में नई समस्याओं और स्थितियों का आत्म विश्वास के साथ सामना करने के योग्य बनाता है।

(v) जीवन की समस्याओं में सामान्य रूप से चिन्तन करने की तरह सोचने की विशेषता - जिस प्रकार जीवन में स्पष्ट और यथार्थ चिन्तन महत्वपूर्ण है उसी प्रकार गणित के अध्ययन में भी इनका महत्व है। जिस प्रकार जब व्यक्ति के सामने कोई समस्या आती है तो वह उसके सभी पहलू को समझने का प्रयत्न करता है, इसी प्रकार गणित के विद्यार्थी को भी हल प्राप्त करने से पहले समस्या के हर पहलू पर विचार करना होता है। गणित से सीखी हुई वह आदत व्यक्ति के जीवन में हस्तांतरित हो जाती है।

(vi) परिणामों का सत्यापन - गणित में इसका अभ्यास व्यक्ति के जीवन में आत्म-समीक्षा (self criticism) आत्म-मूल्यांकन जैसी आदतों का विकास कर सकती है, जिससे वह अपनी सफलता या असफलता के बारे में सन्तुष्ट हो सके।

इसलिए गणित का एक उद्धेश्य छात्रों में उपरोक्त अनुशासनात्मक मूल्यों का विकास करना है।

3. सांस्कृतिक मूल्यों पर आधारित उद्धेश्य - गणित का सांस्कृतिक मूल्य है और यह मूल्य दिन प्रतिदिन बढ़ता जा रहा हैं। गणित ने मनुष्य की प्रगति में आने वाली बाधाओं पर काबू पाने में बहुत अधिक सहायता दी है। मनुष्य के आज के विकास के इस मंजिल तक पहुंचाने में गणित को बहुत बडा हाथ रहा है। मनुष्य की आज की सम्पन्नता / वैभव और सांस्कृतिक उन्नति बहुत कुछ गणित की उन्नति पर आश्रित है।

वर्तमान सभ्यता की उन्नति बहुत कुछ कृषि, इन्जीनियरिंग, आर्युविज्ञान, उद्योग-धन्धों, जहाजरानी, रेलरोड निर्माण इत्यादि में प्रगति के कारण है। यह व्यवसाय संस्कृति का निर्माण करते हैं तथा उसकी रीढ की हड्डी है। इनके विकास में गणित का

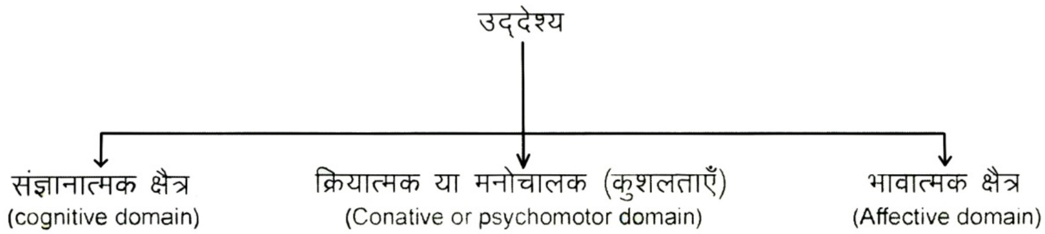
बहुत बड़ा हाथ रहा है और आगे भी रहेगा। इस प्रकार गणित फिल्म डाइरेक्टर की तरह पीछे से संस्कृति का सृजन करती है। कदाचित् वर्तमान में हर एक चीज में भौतिक दृष्टिकोण, जीवन और संस्कृति में गणित के प्रभाव के कारण आया है।

4. <u>नैतिक मूल्य आधारित उद्धेश्य (Moral value)</u> - गणित के अध्ययन से नैतिक विकास में सहायता मिलती है जिससे विद्यार्थी की नैतिक प्रतिभा (Moral intelligence) में वृद्धि होती है। नैतिक प्रतिभावान व्यक्ति को सफलता एवं उपलब्धि बौद्धिक स्तर वाले व्यक्ति से अधिक होती है। गणित की समस्याओं को हल करने से विद्यार्थी में सही व गलत के निर्णय लेने की क्षमता का विकास होता है। सच्चाई, ईमानदारी, परिश्रम का महत्व, यथार्थता, समय की पाबन्दी, धैर्य शीलता, आत्मविश्वास, सहनशीलता, दूसरों के विचारो का आदर करना, स्वच्छता, आत्म नियंत्रण नियमों का पालना करना, सरलता आदि नैतिक गुणों की उत्पत्ति गणित अध्ययन से विकसित होती है। गणित कौशल युक्त विषय (Skilled subject) है। समाज के नैतिक विकास में यह विषय अत्यन्त उपयोगी है। प्रश्न मूल्य आधारित विद्यालय स्तर गणित शिक्षण के कौन-कौन में उद्धेश्य है? (What are the value based objective of teaching mathematics at school level?)

ठीक ही कहा गया है कि " गणित सम्भ्यता का दर्पण है।" इसलिए गणित शिक्षण का उद्धेश्य इस प्रकार के सांस्कृतिक एवं नैतिक मूल्यों को बढ़ावा देना है।

## 2.3.3 क्षेत्रवार उद्धेश्य (Domains)

ब्लूम वर्गीकरण (Bloom taxonomy) के आधार पर गणित के शिक्षण के उद्धेश्यों का वर्गीकरण - अनुदेशात्मक उद्धेश्यों को तीन क्षेत्रों में बाटा गया है।




**इसके अनुसार विशिष्ट उद्धेश्यों का वर्गीकरण इस प्रकार किया है।**

ज्ञानात्मक क्षेत्र (cognitive domain) को पुन: छ: भागों में विभक्त किया गया है :-

1. ज्ञान (knowledge) 2. अवबोध (Understanding)
3. अनुप्रयोग (Application) 4. विश्लेषण (Analysis)
5. संश्लेषण (Syntheses) 6. मूल्यांकन (Evaluation)

भावात्मक क्षेत्र (Affecive domain) को पांच भागों में बांटा गया है

1. ग्रहण करना (Recieving) 2. अनुक्रिया करना(Responding)
3. आंकलन करना (Evaluation) 4. व्यवस्था करना (Organsising)
5. विशेषीकरण करना (characterization)

मनोचालक या क्रियात्मक क्षेत्र (Conative or Psychomotor domain) कौशल तथा क्रिया पक्ष में परिवर्तनों से संबंधित है। कोई शिक्षा- शास्त्रियों ने स्नायु-क्रियाओं के आधार पर उप क्षेत्रों में वर्गीकृत किया है। प्रो0 आर0 एच0 दवे के अनुसार क्रियात्मक क्षेत्र के उपक्षेत्र इस प्रकार है :-

1. अनुकरण (Imitation)
2. परिचालन (Manipulation)
3. यथार्थता (Precision)
4. स्पष्ट उच्चारण (Arti culation)
5. स्वाभावीकरण (Naturalization)

शिक्षण के इन उद्येश्यों की कार्य-सूचक क्रियाऐ (Action Varb) होती है। जैसे पहचान करना, प्रत्यास्मरण करना, कथन करना आदि, विशिष्ट उद्येश्यों को कार्य सूचना-क्रियाओं के साथ विषय वस्तु सहित लिखा जाता है।

इन उद्येश्यों का प्रयोग शिक्षक अपनी पाठ योजना बनानें करते है। उनकी अन्य कुछ विशेषताएं इस प्रकार हैं..

(i) <u>यह विशिष्ट और परिशुद्ध (specific and precise) होते है</u>

मूल्य आधारित उद्येश्य या सामान्य (प्राथमिक एवं माध्यमिक स्तर) उद्येश्य इतने विशिष्ट नहीं होते जितने की यह उद्येश्य। वे सामाजिक अपेक्षाओं के अनुरूप होते है और उसी भाषा में व्यक्त होते है जैसे उपयोगी मूल्य पर आधारित पर उद्येश्य छात्र को अपने व्यवसायिक जीवन में सफल बनाना है। शिक्षक उसके लिए छात्र में क्या परिवर्तन लाये इसका इसमें उल्लेख नहीं है। इसी प्रकार उच्च माध्यमिक स्तर का एक उद्देश्य छात्रों में तार्किक क्षमता का विकास करना है, परन्तु छात्रों को क्या और कैसे सिखा कर, यह स्पष्ट नहीं है। विशिष्ट और परिशुद्ध उद्येश्य इस दुविधा को दूर करते है, जैसे-

विशिष्ट उद्देश्य :-

1. छात्र त्रिभुज की परिभाषा का प्रत्यास्मरण करता है (ज्ञानात्मक)
2. छात्र समबाहु त्रिभुज में अन्तर करता है (अवबोधात्मक)

त्रिभुज की परिभाषा विषय वस्तु है तथा प्रत्यास्मरण करता है कार्य-सूचक क्रिया है। दूसरे विशिष्ट उद्येश्य में 'अन्तर करता है' कार्य-सूचक क्रिया (Action Verb) है।

(ii) यह <u>उद्येश्य व्यवहारगत प्रतिफल (behavioural Outcome)</u> के रूप में होते है, जिनमें शिक्षक मूल्यांकन के द्वारा वस्तविक उपलब्धि का परीक्षण कर सकता है। मूल आधारित और सामान्य उद्येश्यों में इस प्रकार का तात्कालित मूल्यांकन सम्भव नहीं है।

(iii) यह <u>उद्येश्य प्राप्य (attainable)</u> है- इन उद्येश्यों को शिक्षक तात्कालिक प्रश्नों (मूल्यांकन) के माध्यम से पूरा होता हुआ देख सकता है। मूल्य आधारित उद्येश्यों या सामान्य उद्येश्य लम्बी अवधि के होते है (लगभग लक्ष्य की तरह होते है जिनकी प्राप्ति की अपेक्षा की जाती है, परन्तु यह प्राप्त हुए या नहीं इसका तात्कालिक वस्तुनिष्ठ मूल्यांकन सम्भव नहीं है।

उपरोक्त विशेषताओं के कारण शिक्षक अपनी शिक्षण तथा छात्रों की प्रगति का सतत् मूल्यांकन करने के लिए उन्हें अपनी पाठयोजना में स्थान देते है।

अब हम इन उद्येश्यों का एक एक करके कुछ विस्तार से वर्णन करेंगे

संज्ञानात्मक क्षेत्र के उद्येश्य

जैसा उपर के चार्ट में प्रदर्शित किया गया है, उनको सरल से कठिन की ओर छः भागों में बांटा गया है : ज्ञान (पहचान, प्रत्यास्मरण) अवबोध, अनुप्रयोग, विश्लेषण और संश्लेषण एवं मूल्यांकन। यह विभाजन स्व: नहीं है, क्योकि अवबोध में ज्ञान भी शामिल है, अनुप्रयोग में ज्ञान और अवबोध दोनों शामिल तथा विश्लेषण, संश्लेषण में पहले तीन भी शामिल है। इनकी प्राप्ति का मूल्यांकन छात्रों की इन व्यवहारगत क्रियाओं से किया जा सकता है

(i) ज्ञान सम्बन्धित

पहचान - इसमें उत्तर के विकल्प छात्र के सामने हेतु हैं जिसमें से उसे सही विकल्प चुनना होता है, उदाहरण के लिए

अ. किसी त्रिभुज में उसके कोणों का योग होता है

(i) एक समकोण

(ii) दो समकोण

(iii) तीन समकोण

(iv) कोई समकोण नहीं

ब. बाई और दी गई परिभाषाओं का दाई ओर की आकृतियों से मिलान कीजिए

| | |
|---|---|
| तीन रेखाओं वाली बन्द आकृति | चतुर्भुज |
| चार रेखाओं वाली बन्द आकृति | त्रिभुज |
| चार से अधिक रेखाओं वाली बन्द आकृति | बहु भुज |

इस प्रकार ऐसी व्यवहारगत क्रियाओं से 'पहचान' उद्धेश्य की प्राप्ति की पहचान होती है जैसे

– छात्र सही विकल्प पहचानता है, चुनाव करता है

– छात्र सही सुमेलन करता है

– सही चिन्हांकन (lebelling) करता है

इस प्रकार प्रत्यास्मरण के कुछ उदाहरण इस प्रकार हो सकते है

– छात्र समलम्ब चतुर्भुज की परिभाषा देता है

– चक्रीय चतुर्भुज (cyclic quadrilateval) की विषेशताओं की सूची बनाता है (list) वर्णन करता है (describes) /कथन करता है (states) /दोहराता है (reproduce) करता है।

(ii) <u>अवबोध सम्बन्धी उद्धेश्य</u> - इसको विषय वस्तु के अर्थ को समझने के रूप में परिभाषित किया जा सकता है। इसकी प्राप्ति की पहचान छात्र के इन व्यवहारों से हो सकती है

– छात्र विभिन्न प्रकार के चतुर्भुजों में अन्तर करता है

– विषय सामग्री को एक रूप से दूसरे रूप में बदल सकता है

जैसे यदि किसी लाभ में तीन साझेदारों को क्रमष 500 रू. 700 रू. 900 रू. मिलते है तो वह उनके लाभों को 5 : 7 : 9 के अनुपात में परिवर्तित कर सकता है

$2x^2 - 5x + 3$ को $(2x - 3)(x - 1)$ के रूप में लिख सकता है

– छात्र अपने कथन के तर्क दे सकता है (defend) कर सकता है

$2x^2 - 5x + 3$, $(2x - 3)(x - 1)$ के बराबर क्यों है इसका तर्क दे सकता है

– छात्र अनुमान लगा सकता है

3,5,7,9,11 ........... की श्रृंखला में अगली दो संख्याएं 13 और 15 होंगी

– छात्र सामान्यीकरण कर सकता है

1. $3= 2^2$ प्रथम दो विषम संख्याओं का जोड = $2^2$

1. 3. 5 = $3^2$ प्रथम तीन विषम संख्याओं का जोड़ - $3^3$

1. 3. 5 7 = $4^2$ प्रथम चार विषम संख्याओं का जोड $4^2$

इसलिए प्रथम 10 विषम संख्याओं का योग $10^2$ होगा (सामान्यीकरण)

– छात्र उदाहरण दे सकता है

जैसे किसी सौदे में लाभ या हानि के उदाहरण दे सकता है

समान्तर श्रेणी (Arithmetic Progession) के उदाहरण दे सकता है

– चार्ट, ग्राफ से अर्थ निर्णय कर सकता है

– उसे देख कर भविष्यात्मक झुकाव (Trend) का अनुमान लगा सकता है इत्यादि

(iii) अनुप्रयोग सम्बन्धी उद्धेश्य - सीखी हुई सामग्री को नवीन और मूर्त स्थितियों में प्रयोग करने की योग्यता इसका परिचायक है

उदाहरण - अवधारणाओं और सिद्वान्तों को नई स्थितियों में प्रयोग करना

– आकडो की सहायता से ग्राफ चार्ट का निर्माण करना

– किसी विधि या प्रक्रिया का सही उपयोग दर्शाना

(iv) विश्लेषण या संश्लेषण सम्बन्धी उद्द्देश्य - विश्लेषण करने की योग्यता का परिचय व्यक्ति की किसी विषय सामग्री को उसके अंगभूत (Components) भागो में इस प्रयोजन से बांटने (Breakdown) में है कि उसके संगठनात्मक ढांचे का समझा जा सके। यह अवबोध और अनुप्रयोग से उपर बौद्धिक स्तर की क्रिया है क्योंकि इसमें सामग्री की विषय वस्तु (content) तथा उसके ढांचे (structure) दोनों को समझने की आवश्यकता होती हैं इसकी प्राप्ति की पहचान छात्रों के इन व्यवहारों से हो सकती है

– छात्र अकथित मान्यताओं (unstated assumptions) को पहचानता है

जैसे प्रमेय, "किसी त्रिभुज के तीनों कोणों का योग दो समकोण होता है" इसको सिद्ध करने के लिए "दो समकोणों" की अकथित मान्यता का यह विश्लेषण कि दो समकोण एक सीधी रेखा बनाते है, इसलिए यदि तीनों कोण मिला दिया जाये तो एक सीधी रेखा बनायेंगे

– छात्र तर्क में तार्किक दोष (fallacy) को पहचानता है

जैसे - $\frac{x^2-1}{x+1}=\frac{(x-1)(x+1)}{(x+1)}$

इसलिए - $\frac{x^2-1}{x+1}=x-1$

परन्तु यह निष्कर्ष गलत है, क्योंकि $\frac{x^2-1}{x+1}$ में x = -1 पर परिभाषित नहीं है जबकि x = 1 परिभाषित है।

छात्र विश्लेषण के माध्यम से कोई निष्कर्ष निकाल सकता है

जैसे - 9 x 2 = 18

9 x 15= 135

9 x 17=153

9 x 27= 243

विश्लेषण से पता चलता है कि सभी में गुणनफल के अंकों का योग 9 उससे पूरा कटने वाली संख्या है (1+ 8 = 9, 1+ 3 + 5 = 9, 2 + 4 + 3 = 9) इसलिए जिस संख्या में अंको का योग 9 या उसको कोई गुणनफल होगा, वह 9 से पूरी पूरी विभाजित हो जायेगी।

इसी प्रकार संश्लेषण में विभिन्न भागों का एक साथ लाकर नये सामग्री (whole) बनाने की योग्यता शामिल है।

ज्यामितिक गोरखधन्धे, गेस्टाल आकृतियां (जिसमें भागों को विभिन्न रूप से व्यवस्थित करके विभिन्न प्रकार की आकृतियां देखी जा सकती है) का हल, इस योग्यता ज्वलंत उदाहरण है।

<u>मनोचालक क्षेत्र के उद्देश्य</u> -

- सही आकृतियां खींचना
- प्रयोगशाला के उपकरणों को जल्दी और सही सही जमाना
- गणित के उपकरणों को कुशलतापूर्वक प्रयोग करना- नापता कोण बनाना इत्यादि अक्सर इसमें कुछ मौखिक और अन्य कुशलताएं भी शामिल की जाती है जैसे
- अपने विचारों को स्पष्ट तथा परिशुद्ध रूप से व्यक्त करना
- आकड़ों को व्यवस्थित रूप से संगठित करना तथा उनका अर्थ निर्णय करना
- मौखिक परिकलन (calculation) की कुशलता इत्यादि

भावात्मक क्षेत्र के उद्धेश्य -

- कक्षा शिक्षण में छात्रों के मनोयोगों/ध्यान (attention) को प्राप्त करना, बनाये रखना तथा निर्देशित रखना। इसकी पहचान छात्रों में ऐसी क्रियाओं से होती है जैसे उनका शिक्षक की बातों को ध्यान से सुनना, अधिगम के महत्व की चेतना प्रदर्शित करना, इत्यादि।
- छात्र कक्षा क्रियाओं को सक्रिय रूप से भाग लेता है, इसका अर्थ हु आ कि जो कक्षा में हो रहा है उसे केवल ध्यानपूर्वक देखता सुनता ही नहीं साथ-साथ उनके प्रति प्रतिक्रिया भी करता है, इसकी पहचान छात्र के इन व्यवहारों से होती है जैसे वह अपना गृहकार्य पूरा करके लाता है, कक्षा के वाद विवाद में भाग लेता है, विषय में रूचि प्रदर्शित करता है, दूसरों की (विषय) सहायता करने में प्रसन्नता महसूस करता है, इत्यादि।
- छात्र प्रजातान्त्रिक मूल्यों में विश्वास करता है जैसे गणित के अच्छे साहित्य की सराहना करता है, दिन प्रतिदिन के जीवन में गणित की भूमिका की सराहना करता है, गणित की प्रगति को समझने में प्रसन्नता महसूस करता है, परिकलन कुशलताओं की शक्ति को सराहना करता है, गणित को मनोरंजनात्मक मूल्य की सराहना करता है, इत्यादि।
- छात्र विभिन्न मूल्यों को एक साथ रखकर उनके बीज प्रतिद्वन्द्व (conflict) का समाधान करके एक आन्तरिक दृष्टि से सुसंगत मूल्य व्यवस्था का निर्माण शुरू करता है। इसका परिचय इस प्रकार मिलता है जैसे, वह प्रजातन्त्र में स्वतन्त्रता तथा कर्तव्यों में संतुलन को मान्यता देता है, समस्याओं के समाधान में व्यवस्थित योजना की भूमिका को स्वीकार करता, अपने स्वयं के व्यवहार की जिम्मेदारी स्वीकार करता है अपनी शक्ति

और सीमाओं को समझता है अपनी योग्यताओं, रूचियों और विश्वासों में सांमजस्य बिठाते हु ए अपने जीवन की योजना बनाता है।

– छात्र अपनी पूर्व मान्यताओं एवं मूल्यों के आधार पर अपनी जीवन शैली विकसित करता है, इसका आभास इन क्रियाओं से होता है जैसे स्वतंत्र रूप से कार्य करने में आत्म विश्वास का प्रदर्शन करता है। समूहिक क्रियाओं में सहयोग करता है, समस्या समाधान में वस्तुनिष्ठ दृष्टि कोण प्रयोग करता है, अध्यवसाय (Industry) नियमितता (punctuality) और आत्म अनुशासन प्रदर्शित करता है, अच्छी स्वास्थ्य आदतें रखता है, इत्यादि

प्रश्न :ब्लूम तालिका के आधार पर गणित शिक्षण का वर्गीकरण करिए

## 2.4.0 अंतिम टिपणी एवं सारांश

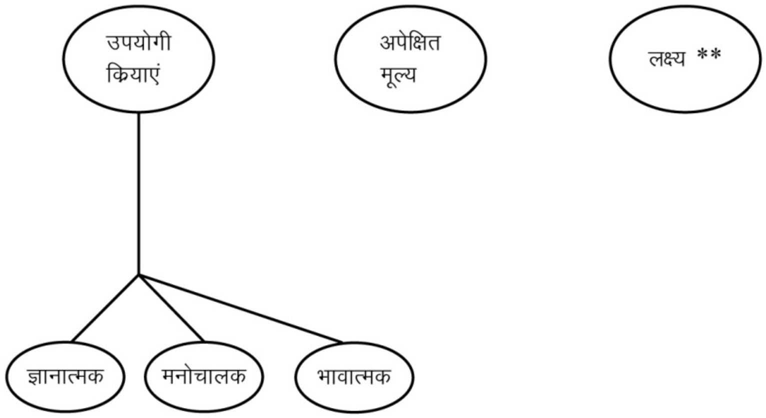
इस अध्याय में उद्धेश्यों को कई रूपों और कई प्रकार से प्रस्तुत किया गया है।

<u>लक्ष्य के रूप में</u> - लक्ष्य वह चरम स्थिति या आदर्श या अंतिम उद्धेश्य है जिसकी प्राप्ति के लिए सारी प्रक्रिया की जाती है। सारे प्रयत्न जिसकी ओर निर्देशित है। लम्बी अवधि की यह एक अमूर्त धुंधली संकल्पना है जिसका पूर्ण रूप से प्राप्त करना सामान्यत: सम्भव न हो। उसके ओर बढ़ने के लिए केवल प्रयत्न किया जाता है। गणित शिक्षण का लक्ष्य छात्र को रचनात्मक जीवन के लिए तैयार करने में सहायता देना है।

<u>मूल्य के रूप में</u> - लक्ष्य प्राप्ति की दिशा में बढने के लिए व्यक्ति को अपने में कुछ मूल्यों का विकास करना पड़ता है। इन मूल्यों के विकास का उद्धेश्य अंतिम लक्ष्य प्राप्त करना है।

<u>सामान्य उद्धेश्य -</u> अपेक्षित मूल्यों के विकास के लिए कुछ उपयोगी क्रियाओं में पारंगत होने की आवश्यकता है। इन क्रियाओं का उद्धेश्य अपेक्षित मूल्यों का विकास करना है।

<u>विशिष्ट उद्धेश्य</u> - सामान्य उद्धेश्यों को ऐसे व्यवहारगत प्रतिफलों के रूप में रखा जाता है। जिनका प्रत्यक्ष अवलोकन किया जा सकता है, मापन किया जा सकता है तथा मूल्यांकन किया जा सकता है। यह उद्देश्य ज्ञानात्मक, मनोचालक एवं भावात्मक पक्ष के हो सकते है।




विशिष्ट उद्धेश्यों की उपलब्धि से शिक्षण के उद्धेश्य प्राप्त होते है। गणित शिक्षण के सामान्य उद्धेश्य गणित शिक्षण के प्राप्त उद्धेश्यों से उपलब्ध होते है।

शिक्षक के लिए यही विशिष्ट उद्धेश्य उसकी पाठ योजना बनाने में सहायक होते है क्योकि वह अनुभव जन्य व्यवहारों के प्रतिफल के रूप में होते है, जिनके प्राप्ति का मूल्यांकन वह विभिन्न प्रकार की विधियों से कर सकता है।

## 2.5.0 मूल्यांकन प्रश्न

1. लक्ष्य और उद्धेश्य किस प्रकार सम्बन्धित है, उदाहरण देकर स्पष्ट कीजिए।
   How are aims and objectives related? Explain with examples.
2. गणित के शिक्षण से शिक्षक छात्रों में किस प्रकार के मूल्यों के विकास की अपेक्षा करता है?
   What type of value are expected by mathematics teacher to be inculcated among students after teaching?
3. संज्ञानात्मक वर्ग के विभिन्न उद्देश्यों के दो दो उदाहरण दीजिए।
   Give two examples on different objectives of cognitive domain ?
4. प्राथमिक स्तर पर गणित शिक्षण के क्या उद्धेश्य है?
   What are the objective of mathematics teaching at primary level?
5. उच्च माध्यमिक स्तर पर गणित के क्या उद्धेश्य है?
   What are the objective of mathematics teaching at senior secondary level?
6. गणित के किसी प्रसंग को लेकर उसके शिक्षण से प्राप्त होनें वाले विशिष्ट उद्धेश्यों का विवरण दीजिए।
   Write down specifie objectives to be achieved teaching any topic of mathematics?
7. उद्धेश्यों का वर्गीकरण किन-किन आधारों पर किया जा सकता है ?
   What are the bases to classify objectives of teaching mathematics?
8. छात्रों में तार्किक शक्ति का विकास करना गणित शिक्षण का लक्ष्य है या उद्धेश्य ?
   To develop logical power among students is whether aim or objective of mathematics teaching?
9. सामान्य व विशिष्ट उद्धेश्यों में अन्तर बताइये, उदाहरण देकर स्पष्ट कीजिए।
   What is difference between general objective and specific objective? Explain with examples.
10. उद्धेश्यों को अपेक्षित व्यवहारगत प्रतिफल के रूप में व्यक्त करने से क्या लाभ है ?
    What is use of clearing objectives in terms of expected behavioral terms?

## 2.6.0 संदर्भ पुस्तके


1. Kapoor J.N (1967); Some Aspects of school Mathematics, Arya Book Depot Nai wala, Karolbagh N. Delhi.
2. Kumar Sudhir (1997); Teaching of Mathematics Anmol Publications, Pvt Ltd. N. Delhi-2.
3. National Council of Educational Reasearch and Training (NCERT) Inservice Teacher
4. Education Package Vol. II for Upper Primary and secondary School Education.
5. Sidhu, Kulbir Singh (1967); The Teaching of Mathematics, sterling Publishers (P) Ltd.
6. Morigate, Delhi-6.
7. N.C.E.R.T. New Delhi (2000) “National Curriculum Framework for School Education.

# इकाई 3

# गणित पाठ्यचर्या

# (Mathematics Curriculum)

<u>इकाई की संरचना</u>


3.1.0 प्रस्तावना

3.2.0 उद्देश्य

3.3.0 गणित पाठ्यचर्या की अवधारणा एवं विशेषतायें(Mathematics Curriculum, Concept & Characterstics)

3.4.0 विद्यालय पाठ्यचर्या में गणित का स्थान (Place of mathematics in School curriculum)

- 3.4.1 ऐतिहासिक पृष्ठभूमि
- 3.4.2 वर्तमान स्थिति
- 3.4.3 महत्वपूर्ण स्थान देने का औचित्य
- 3.4.4 अंतिम टिप्पणी

3.5.0 विभिन्न स्तरों पर अन्य क्षेत्रों से अनुबन्ध (Linkage with other Areas at different stages)

- 3.5.1 जीवन के साथ गणित का अनुबन्ध
- 3.5.2 भौतिक और प्राणी विज्ञान से अनुबन्ध
- 3.5.3 सामाजिक विज्ञानों से अनुबन्ध
- 3.5.4 गणित का अन्य विषयों से अनुबन्ध
- 3.5.5 गणित की विभिन्न शाखाओं मे अनुबन्ध

3.6.0 गणित पाठ्यचर्या के लिए एकीकृत/विशिष्ठ उपागम (Unifiedespecialised Approach to mathematics curriculums)

3.7.0 सारांश

3.4.0 मूल्यांकन प्रश्न

3.9.0 संदर्भ पुस्तकें


## 3.1.0 प्रस्तावना

कोई भी विचार पूर्वक किया गया कार्य किन्ही उद्देश्यों की पूर्ति के लिए होता है, किसी लक्ष्य की ओर निर्देशित होता है। इस लक्ष्य को प्राप्त करने की दिशा में कोई योजना बनाई जाती है जिससे उसे सफलता पूर्वक प्राप्त किया जा सके। शिक्षा के लक्ष्य निर्धारण का कार्य सामान्यत: समाज करता है, विद्यालय विभिन्न विषयों तथा विधियों द्वारा इसको सफलतापूर्वक प्राप्त करने की दिशा में कार्य करता है। इस दिशा में गणित शिक्षण की क्या भूमिका है, विद्यालय पाठ्यचर्या में उसका क्या स्थान है, अन्य विषयों के साथ मिल कर वह लक्ष्य प्राप्त की दिशा में क्या कार्य

करता है और कैसे करता है इन सबका गणित उत्तर शिक्षक को जानना नितान्त आवश्यक है। वर्तमान इकाई में हम इन्हीं बातों पर चर्चा करेंगें।

## 3.2.0 इकाई के उद्देश्य

इस पाठ का अध्ययन करने के बाद आप

(i) गणित पाठ्यचर्या की अवधारणा और विशेषताओं को बता सकेंगे

(ii) विद्यालय पाठ्यचर्या में गणित की भूमिका की व्याख्या कर सकेंगे

(iii) विभिन्न स्तरों पर गणित का अन्य क्षेत्रों एवं विषयों से अनुबंध को स्पष्ट कर सकेंगे

(iv) गणित पाठ्यचर्या के संचालन में एकीकृत उपागम के महत्व को समझ सकेंगे

## 3.3.0 गणित पाठ्यचर्या की अवधारणा एवं विशेषतायें (mathematics curriculum-concept & characterstics)

क्यूरी क्यूलम (Curriculum) शब्द एक लैटिन शब्द है, जिसका अर्थ है "दौडने का मैदान।" शिक्षा के क्षेत्र मे उसका तात्पर्य विद्यार्थी के दौड के मैदान से है। इसके अनुसार गणित पाठ्यचर्या गणित के छात्र/छात्रा का दौडने का मैदान। गणित शिक्षण उन उद्देश्यों को प्राप्त करने की योजना बद्ध विधि है जो गणित द्वारा शिक्षा के निर्धारित लक्ष्य की प्राप्ति में सहायक हो। इस योजना को ही हम पाठ्यचर्चा की संज्ञा दे सकते है।

पाठ्यचर्या एक व्यापक शब्द है जिसमें विषय के उद्देश्य, विषय वस्तु तथा उससे सम्बन्धित पाठशाला में होने वाले समस्त क्रियाकलाप शामिल होते है। इस प्रकार कक्षा के अन्दर और बाहर होने वाले समस्त क्रियाकलाप जो गणित शिक्षण के उद्देश्यों को प्राप्त करने की दिशा में किये जाते है, उसकी पाठ्यचर्या का भाग है।

कनिंघम (Cannigham) के अनुसार "पाठ्यक्रम कलाकार (अध्यापक) के हाथ में वह साधन है जिससे वह पदार्थ (विद्यार्थी) को अपने आदर्श (उद्देश्य) के अनुसार अपने स्टूडियो (स्कूल) मे ढाल सके।"

पी0 सैमुअल के अनुसार (Samuel) "पाठ्यक्रम में विद्यार्थी के सभी सीखने के (learning experience) अनुभव निहित होते है जो वह अपने कक्षा-कक्ष में, खेल के मैदान मे और अपने शिक्षकों एवं सहपाठियों से विचार विमर्श के आदान प्रदान द्वारा प्राप्त करता है।"

गणित के पाठ्यचर्या में गणित से सम्बन्धित सभी प्रकार के वह अध्ययन और अनुभव शामिल होते है जो शिक्षा के विस्तृत पाठ्यचर्या का एक महत्वपूर्ण हिस्सा है तथा शिक्षा के उद्देश्यों की प्राप्ति में सहायक होता है। इसके दो प्रमुख पक्ष (Axpect) है।

I. <u>पाठयक्रम की विषय वस्तु और वे क्रियाये जो गणित के माध्यम से शिक्षा के उद्देश्यों की प्राप्ति में सहायक हो सकती है</u> - इकाई 2 में गणित के मूल्य आधारित उद्देश्यों को हमने चार भागों में बांटा था : उपयोगिता पर आधारित उद्देश्य, अनुशासनात्मक उद्देश्य तथा सांस्कृतिक उद्देश्य व नैतिक उद्देश्यों गणित के पाठ्यक्रम की रूपरेखा इन्हीं उद्देश्यो को ध्यान में रख कर बनाई जाती है जैसे -

1. <u>उपयोगिता की दृष्टि से</u> (i) दैनिक जीवन अधिक किफायती,(economical) सुनियोजित, संतुलित, सभ्य और सफल बनाने में (ii) अन्य विषयों के अध्ययन में (iii) उपयुक्त व्यवसायों को अपनाने मे (iv) उच्च शिक्षा में जाने की तैयारी में (v) सभ्यता के विकास के

विभिन्न पहलुओं जैसे उद्योग, व्यापार, वाणिज्य, इन्जीनियरिंग तथा भौतिक और सामाजिक विज्ञानों के विकास में गणित की भूमिका को समझने इत्यादि में सहायक हो।

2. <u>अनुशासन की दृष्टि से</u>, व्यवहार में सरलता, परिशुद्धता, परिणामों की सुनिश्चितता, मौलिकता इत्यादि जैसे गुणों के विकास में सहायक हो। गणित शिक्षण मस्तिष्क को अनुशासित करता है। पहले गणित की विषय वस्तु के चुनाव में यही एक कसौटी थी। इसलिए उसमें कुछ ऐसी अनुपयोगी विषय वस्तु भी शामिल कर ली गई थी जिसका व्यवहारिक जीवन में कोई उपयोग नहीं था। परन्तु अब यह महसूस किया जा रहा है कि विषय वस्तु ऐसी होनी चाहिए जो मस्तिष्क को अनुशासित करने के साथ साथ उपयोगी भी है। यदि एक ही प्रकरण को केवल एक काम के लिए और दूसरे को केवल दूसरे काम के लिए क्यों चुना जाए। इस दिशा में थार्नडाईक (Thorndike) के विचार और अधिक स्पष्ट है : किसी भी चीज को केवल मानसिक अनुशासन मूल्य के कारण मत सिखाइये, परन्तु हर उस चीज को सिखाइये जिससे जो भी अनुशासनात्मक मूल्य है प्राप्त किये जा सकें। ("Teach nothing because of its disciplinary value, but every thing so as to get what disciplinary value it does have")

3. <u>सांस्कृतिक प्रगति में सहायक होने की दृष्टि से</u> सांस्कृतिक प्रगति गणित के कुछ उन तथ्यों (विशेषकर खगोलशास्त्र से सम्बन्धित) के प्रति सदा आभारी रहेगी जिसने उसकी दिशा ही बदल दी। आज की वैज्ञानिक एवं तकनीकी प्रगति जो किसी भी वर्तमान संस्कृति का भाग है और जिसका उपयोग मानव जीवन को अधिक सुखमय और समृद्ध बनाने मे किया जा रहा है गणित से प्राप्त तथ्यों पर सदैव आश्रित रहेगी। इसलिए गणित की विषय वस्तु के चुनाव मे इन सांस्कृतिक मूल्यों की अनदेखी नहीं करनी चाहिए।

4. <u>गणित को अध्ययन से बालक के नैतिक विकास मे</u> सहायता मिलती है। गणित एक ऐसा विषय है जो अपनी भावनाओं पर नियन्त्रण रखने का अभ्यास करता है। गणित अध्ययन अन्धी आस्था और निष्ठा मे उचित व अनुचित की तलाश के लिए विवेक जाग्रत करता है। इसलिए गणित पाठ्यचर्या का निर्माण इस प्रकार करना होगा जिससे भावी नागरिकों में नैतिक विकास उत्पन्न किया जा सके। इसके अतिरिक्त विषय वस्तु के चुनाव में लचीलेपन के सिद्धान्त का भी समावेश होना चाहिए। समय और परिस्थितियों के साथ समाज में परिवर्तन आता है। जिससे शिक्षा के उद्देश्यों में परिवर्तन आना स्वाभाविक है। कोई भी पाठ्यक्रम सदैव स्थिर नहीं रहता। समय के साथ उसमें परिवर्तन आते रहते है। इसलिए भविष्यात्मक परिपेक्ष को ध्यान मे रखते हुए उसकी विषय वस्तु को इतना लचीला बनाना चाहिए जिससे भावी परिवर्तन के साथ उसमें उपयुक्त और आवश्यक परिवर्तन लाया जा सके।

II. पाठ्यक्रम की विषय वस्तु का संगठन व संचालन- विषय वस्तु के चुनाव के बाद दूसरा महत्वपूर्ण प्रश्न उसको इस प्रकार संगठित तथा संचालित करने का है जिससे शैक्षिक उद्देश्यों को सफलता पूर्वक प्राप्त किया जा सके, जैसे प्रकरणों को किस क्रम में रखा जाय, उसे शिक्षा के किस स्तर पर आरम्भ किया जाय, विभिन्न कक्षाओं में किस विधि से उसका विकास किया जाय, उसे उसकी तैयारी और मूल्यांकन के लिए क्या किया जाय, और एक समय में कितना पढाया जाय उन सब का उत्तर पाठ्यचर्या के आयोजकों को मिलना चाहिए।

इसके लिए कई सुझाव दिये गये है, जैसे

1. तर्क के आधार पर प्रकरणों का चुनाव और क्रम
2. मनोवैज्ञानिक आधार पर उसकी विषय वस्तु में सरल से कठिन की ओर क्रमबद्धता और विभाजन
3. प्रत्येक प्रकरण से, प्रारम्भिक शिक्षा से उच्च शिक्षा की ओर, मनोवैज्ञानिक आधार पर सरल से कठिन विषय वस्तुओं का चुनाव परन्तु गणितज्ञों के मत के अनुसार नहीं बालकों की शारीरिक मानसिक क्षमता के अनुसार
4. जीवन की समस्याओं से जोड़कर उसका प्रस्तुतीकरण। ये प्रकरण जीवन की विभिन्न समस्याओं के हल में सहायक कैसे हो सकते है, उस पर प्रकाश डालते हुए उनका प्रस्तुतीकरण
5. विषय वस्तु की सामग्री को यथा सम्भव करके सीखने पर बल
6. छात्रों की बुद्धि स्तर, अभिरुचि, क्षमता, पूर्व-अनुभव, रूचियों में काफी व्यक्तिगत भिन्नता को देखते हुए उनके व्यक्तिगत सहायता तथा शिक्षण में, उदाहरणों, प्रश्नों इत्यादि में विविधता लाई जाये
7. शिक्षण में आगमन-निगमन विधियों का प्रयोग

प्रश्न : पाठ्यचर्या किसे कहते है?

प्रश्न : गणित पाठ्यचर्या को कितने पक्षों में बाँटा गया है।

प्रश्न : गणित पाठ्यचर्या की कौन-कौन सी विशेषतायें है ?

## 3.4.0 विद्यालय के पाठ्यचर्या में गणित का स्थान (Place of Mathematics in school Curriculum)

### 3.4.1 ऐतिहासिक पृष्ठभूमि

युगों युगों से विद्यालय पाठ्यक्रम मे गणित के महत्व को स्वीकारा जाता रहा है। ईसा से भी 400 वर्ष पूर्व प्लेटो (Plato) ने अपने दरवाजे पर यह लिखा रखा था, "जो गणित से अनभिज्ञ है उसे मेरे दरवाजे में प्रवेश नहीं करना चाहिए" उसके अनुसार जो व्यक्ति गणित के अध्ययन योग्य नहीं है उन्हें विद्यालय में प्रवेश नहीं देना चाहिए।

नेपोलियन (Nepolean) की गणित के बारे में यह टिपणी भी उसके ऐतिहासिक महत्व को दर्शाती है, "जब भी हम लोहा माप, वत के युग की ओर दृष्टि पात करते है तो हमें यह ज्ञात होता है कि गणित सदा अग्रणी रहा है। यदि इस रीढ की हड्डी को हटा दिया जाय तो हमारी भौतिक सभ्यता निश्चित ही समाप्त हो जायेगी। गणित के विकास के साथ राज्य की समृद्धि जुडी हुई है"

बेकन (Bacon) के अनुसार "गणित सभी विज्ञानों की कुन्जी है। कोई विज्ञान ऐसा नहीं है जिससे गणित का सम्बन्ध न हो। जितनी प्रगति विज्ञान के कारण हुई है उसके मूल में गणित ही है। गणित को विज्ञान की आत्मा कहा जाता है"

बरनार्ड शा (Bernard Shaw) के अनुसार तार्किक चिन्तन के लिए गणित एक शक्ति शाली माध्यम है

इनके अलावा अधिकांश शिक्षा शास्त्रियों जैसे हरबर्ट (Herbert), फाबेल (Froebel)) पेस्टालोजी (Pestalozzi), मेरिया मान्टेसरी (Maria Montessori), टी0 पी0 नन (T.P.Nun)

इत्यादि ने विद्यालय के पाठ्यक्रम में गणित के महत्व की वकालत की है। इन लोगों के मत में बिना गणित के अध्ययन के व्यक्ति का बौद्धिक और सांस्कृतिक विकास सम्भव नहीं है। इसी प्रकार कोठारी आयोग ने वर्तमान शिक्षा में गणित के महत्वपूर्ण स्थान का उल्लेख इस प्रकार किया है।

"वैज्ञानिक दृष्टि अपनाने का मुख्य लक्षण वस्तुओं को मात्रात्मक दृष्टि से अभिव्यक्त करना है। इसलिए आधुनिक शिक्षा में गणित का स्थान अधिक महत्वपूर्ण हो जाता है। भौतिक विज्ञान की प्रगति में इसका महत्वपूर्ण हाथ है, साथ ही जैविक विज्ञानों के विकास में भी अधिकाधिक रूप से इसका प्रयोग किया जा रहा है। इस शताब्दी में स्वचालन विज्ञान और साइबरनेटिक्स के आगमन से नई वैज्ञानिक औद्योगिक क्रान्ति का जन्म हुआ है और इसलिए गणित के अध्ययन पर ध्यान देना और भी अनिवार्य हो गया है। इस विषय का उचित आधार स्कूलों में रखा जाना चाहिए।" यही कारण है कि 10 वीं तक की अनिवार्य शिक्षा में गणित का विशेष स्थान है। गणित एक कोशल विषय (Skilled Subject) है। नई शिक्षा नीति (1986) में गणित का प्रमुख स्थान है।

प्रश्न विद्यालय पाठ्यचर्या में गणित की क्या एतिहासिक पृष्ठभूमि है ? लिखो

### 3.4.2 विद्यालय के पाठ्यक्रम में गणित के स्थान की वर्तमान स्थिति

संसार के लगभग सभी विकसित एवं विकासशील देशों में गणित को विद्यालय पाठ्यक्रम में प्रमुख स्थान दिया है। अफ्रीका के लगभग सभी क्षेत्रों में, सभी स्तरों पर गणित पाठ्यक्रम की सशक्त विशिष्टता है। लैटिन अमेरिका और करिब्बियन (Caribbean) क्षेत्र के सभी देशों में सभी स्तर पर गणित पढाई जाती है, यद्यपि कहीं पर यह माध्यमिक शिक्षा में अंतिम चार वर्षो में, कही अंतिम वर्षो में, तो कहीं सभी माध्यमिक कक्षाओं में वैकल्पिक विषय के रूप में पढाई जाती है। एशिया और प्रशान्त महासागरीय क्षेत्र के सभी देशों में माध्यमिक शिक्षा के सभी स्तरों पर यह विद्यालय पाठ्यचर्या का महत्वपूर्ण भाग है और अधिकांश व्यवस्थाओं में इसका स्थान काफी ऊँचा है। यूरोपीय सभी देशों में तो सभी स्तरों के पाठ्यक्रम में इसका समावेश है।

भारत के भी अधिकांश राज्यों में माध्यमिक या उच्च प्राथमिक स्तर तक गणित अनिवार्य विषय के रूप में पढ़ाई जाती है। उन राज्यों में जहां छात्र मिडिल स्कूल या जूनियर हाई स्कूल के बाद तकनीकी शिक्षा में प्रवेश लेते है वहां विद्यालयों में गणित अनिवार्य विषय के रूप में पढ़ाई जाती है।

राष्ट्रीय स्तर के विद्यालयों में जैसे केन्द्रीय विद्यालयों और सेंट्रल बोर्ड ऑफ सेकण्डरी एजूकेशन (CBSE) का पाठ्यक्रम अपनाने वाले अन्य विद्यालयों में हाई स्कूल तक यह विद्यालय पाठ्यचर्या का अनिवार्य भाग है। उत्तर प्रदेश जैसे कुछ राज्यों मे जूनियर हाई स्कूल या मिडिल स्कूल की शिक्षा के बाद लड़कियों के लिए यह एक विकल्पिक विषय है। ऐसा समझा जाता है अधिकांश लड़कियां घरेलू कार्यो में ही अपना समय बिताती है, इसलिए माध्यमिक स्तर पर उनके दिन प्रतिदिन के कार्यो में गणित का इतना महत्व नहीं रह जाता है। उच्च शिक्षा में गणित अनिवार्य विषय नहीं है, केवल एक विकल्पी विषय है जिसे वही छात्र अध्ययन करते है जिनकी उसमें रूचि होती है या जिनको उच्च शिक्षा या तकनीकी शिक्षा में इसकी आवश्यकता होती है। यह दृष्टि कोण ठीक ही लगता है क्योंकि दिन प्रति के साधारण जीवन में सभी से उच्च स्तरीय गणित के प्रयोग की अपेक्षा नहीं की जा सकती।

प्रश्न: विद्‌यालय के पाठ्‌यचर्या में गणित के स्थान पर अपने विचार व्यक्त करिए

### 3.4.3 विद्‌यालयी पाठ्‌यक्रम में गणित को महत्वपूर्ण स्थान देने का औचित्य

यहां प्रश्न यह है कि विद्‌यालयी पाठ्‌यचर्या में गणित शिक्षण को इतना महत्व क्यों दिया जाय कि प्रत्येक छात्र को कम से कम मिडिल स्कूल तक उसका अध्ययन करना अनिवार्य हो। इसका उत्तर जीवन में गणित की उपयोगिता के संदर्भ में ही मिल सकता है। शिक्षक को इसकी जीवन मे उपयोगिता की सफल वकालत कर सके, जिससे उनमें गणित के प्रति रूचि पैदा हो। यह बहु त ही अधिक आवश्यक है क्योंकि गणित को बहु धा एक रूखा विषय समझा जाता है।

नेपोलियन ने शायद ठीक ही कहा था कि गणित के विकास बिना किसी राष्ट्र का विकास सम्भव नहीं। प्रजातान्त्रिक व्यवस्था में यह अवधारणा सटीक लगती है। जैसा हमने उद्देश्यों के अध्ययन में कहा था शिक्षा का अंतिम लक्ष्य शिक्षार्थी को रचनात्मक जीवन के लिए तैयार करना है, इसके लिए पिछली बातों को फिर से दोहराते हु ए भी उसमें

1. उस ज्ञान और उन कुशलताओं का विकास करना होगा जो छात्र के भावी व्यवहारिक जीवन में काम आयें
2. ऐसी बौद्धिक आदतों और शक्ति का विकास करना होगा जो उसके जीवन को सरल, तर्कपूर्ण तथा अनुशासित और अधिक सफल बनाये जिससे उसमें आत्मविश्वास जागृत हो
3. इसमें ऐसी वांछित अभिवृत्तियों (ttitude) और आदर्शो का विकास करना होगा जो उसे अच्छा नागरिक और सामाजिक रूप से उपयोगी बनाये।

उपरोक्त इन सभी गुणों के विकास में गणित अहम भूमिका निभाती है जैसे अनपढ़ से लेकर उच्च शिक्षा प्राप्त, निम्न से लेकर उच्च वर्ग सभी प्रकार के लोग गणित की कम से कम आधारभूत क्रियाओं के बिना स्वतंत्र रूप से दिन प्रतिदिन की क्रिया नहीं कर सकते। प्रत्येक व्यक्ति किसी न किसी रूप में गणित का प्रयोग करता है। इन्जीनियर, व्यापारी, उद्‌योगपति,साहू कार / महाजन / पूंजीपति, योजना बनाने वाले या किसी व्यवसायिक संस्था के मालिक जो अपनी सफल क्रियाओं के लिए गणित पर आश्रित है, ही साधारण श्रमिक को भी अपने मजदूरी के पैसे गिनने होते है, बाजार से सामान खरीदना होता है, अपनी आय के साथ अपने खर्चो का समायोजन करना होता है। जो भी कमाता और खर्च करता है उसे गणित का प्रयोग करना पड़ता है। गणित की प्रक्रियायें मनुष्य की आवश्यकताओं के अनूकूल ही बनाई गई थी। मनुष्य बिना अपनी आवश्यकताओं की संतुष्टि के चैन से नहीं बैठ सकता। जीवन में व्यवस्था बनाने में व्यक्ति को समय, धन और सामाजिक क्रियाओ को सुसंगठित करना होगा नही तो जीवन अव्यवस्था और गड़बड़ी से भर जायेगा। इसके लिए प्रत्येक सामान्य व्यक्ति को भी गणित का ज्ञान आवश्यक है।

इसी प्रकार गणित मस्तिष्क को अनुशासित करती है। गणित के तर्क में कुछ ऐसी विशेषतायें होती है जो सीखने वाले के मस्तिष्क को अनुशासित करने में उपयुक्त है, शर्त यह है कि इन पर उपयुक्त बल दिया जाय और उनका बराबर प्रयोग किया जाय, गणित की विशेषताये इस प्रकार है -

(i) <u>सरलता की विशेषता</u> - गणित हमें यह सिखाती है कि सुस्पष्ट तथ्य सदैव सरल भाषा में अभिव्यक्त (expre) किये जाते है और आसानी से समझ में आते है इसलिए यदि हम चाहते है कि लोग हमारी बात समझ सकें तो हमें सरल या सुस्पष्ट भाषा का प्रयोग करना चाहिए

(ii) परिशुद्धता की विषेशता - यथार्थ तर्क, चिन्तन और निर्णय (accurate, reasoning, thingking and judgement) गणित अध्ययन की आत्मा है गणित अध्ययन द्वारा इन विशेषताओं का अभ्यास करना आवश्यक है। अन्य विषयों में कभी कभी छात्र घुमावदार बातें करके अपनी अज्ञानता को छिपाना सम्भव हो सकता है परन्तु गणित में यह बाजीगरी कभी नहीं चल सकती। छात्र गणित से यर्थाथता का मूल्य सीख सकता है। और अपने जीवन में सिद्धान्त के रूप में ग्रहण कर सकता है। इससे वह अपनी यथार्थता द्वारा दूसरों को प्रभावित कर सकता है।

(iii) परिणामों की निश्चित्ता की विशेषता- गणित में व्यक्तिनिष्ठता और वैयक्तिक त्रुटि (Personal error) के लिए कोई स्थान नहीं होता। उत्तर या तो सही है या गलत है। इनके अतिरिक्त अन्य कोई विकल्प नहीं है। इसी प्रकार अंकन में भी व्यक्ति-निष्ठता की कोई गुंजाइश नहीं है। छात्र और शिक्षक के बीच में मत भिन्नता (difference of opinion) की कोई सम्भावना नहीं होती। छात्र अपने स्वयं के प्रयत्नों से अन्य प्रक्रिया द्वारा अपने परिणामों का सत्यापन कर सकता है तथा अपनी कठिनाईयों को दूर कर सकता है। इस प्रकार का अभ्यास स्वःप्रयत्न के लिए विश्वास पैदा करता है जो जीवन में सफलता की कुंजी है/महामंत्र है, तथा अपनी उपलब्धि के प्रति सुनिश्चित करता है।

(iv) मौलिकता की विशेषता - गणित के अधिकांश कार्यो में मौलिक चिन्तन की आवश्यकता होती है, रटन्त विद्या से इसमें सफलता मिलने की आषा बहुत कम होती है। अन्य विषयों में दूसरे के विचारों को प्रमुख स्थान दिया जाता है और छात्रों को उन्हें ग्रहण करना पडता है इसलिए इन विद्यार्थी विषयों में रटकर काम चला सकते है, परन्तु गणित में बिना मौलिक चिन्तन और प्रबुद्ध तर्क (intelligent reasoning) तथा आवश्यक गणितीय बुद्धि के, गणित विषयो में संतोष जनक प्रगति नहीं हो सकती। जब कोई नई या भिन्न समस्या आती है तो हल करने की छात्र की मौलिकता ही काम आती है। इस प्रकार मौलिकता के अभ्यास से वह अपनी भावी जीवन में नवीन समस्याओं का अधिक विश्वास के साथ सामना कर सकेगा।

(v) समस्या-समाधान विधि को जीवन में उतारने की विशेषताऐं - जिस प्रकार गणित की समस्याओं को हल करने में समस्या के प्रत्येक पहलू का विश्लेषण करते है फिर विभिन्न पहलुओं का संश्लेषण करके हल निकालते है, उसी प्रकार छात्र अपनी भावी जीवन की समस्याओं को हल करने के लिए इस प्रकार की विधि का प्रयोग करना सीख सकता है।

(vi) गणित अर्जित ज्ञान को नई स्थितियों में सफलतापूर्वक प्रयोग करने का साहस देती है। गणित की कक्षा में विद्यार्थी को सीखे ज्ञान को नवीन परिस्थितियों में प्रयोग करने के लिए बहुत अधिक अवसर मिलते है जिससे उसके जीवन में भी इसी प्रकार के प्रयोग के लिए विश्वास और साहस पैदा हो सकता है।

इनके अतिरिक्त गणित छात्रों में एकाग्रचित्तता, मितव्ययी जीवन, (economical living) अभिव्यक्ति की क्षमता, तथा आत्मनिर्भरता जैसे गुणों के विकास कर सकती है।

यदि गणित को पढाने में उपरोक्त गुणो के विकास पर भी ध्यान दिया जाय तो छात्र न केवल अपने जीवन में सफल होगा बल्कि अपने आदर्श सफल जीवन से समाज का अच्छा नागरिक बनेगा तथा उसकी प्रगति और कल्याण में योगदान दे सकेगा।

इसके अलावा आधुनिक संस्कृति में प्रगति का आधार तकनीकी प्रगति है। कृषि, इन्जीनियरिग, औषधि विज्ञान उद्योग धन्धें,भवन निर्माण इत्यादि में प्रगति प्रोद्योगिकी

(technology) के द्रुत विकास के कारण सम्भव हुई है और विकास में गणित की योग्यता से सम्पन्न व्यक्ति अहम् भूमिका निभाते हुए देश की प्रगति और कल्याण में बहुत अधिक सहायक हो सकते है। इस प्रकार गणित पार्श्व पुरोगामी ("playback-planner") के रूप में हमारी संस्कृति की रूपरेखा बनाने में अहम् भूमिका निभाता है। यह कथन सत्य ही लगता है कि "गणित सभ्यता का दर्पण है। गणित किसी राष्ट्र के विकास धुरी है। ब्रहाण्ड रचेता सर्वश्रेष्ठ गणितज्ञ है।"

उपरोक्त विवेचना से स्पष्ट है कि गणित का विद्यालयी पाठ्यक्रम में अपना विशेष स्थान है जिससे उसको हटाना असम्भव लगता है, उल्टे उसका वर्चस्व बराबर बढता जा रहा है।

प्रश्न : यदि गणित विषय को विद्यालयी पाठ्यचर्या से हटा दिया जाय तो विद्यालयी शिक्षा पर क्या प्रभाव पडेगा?

अपने मत प्रकट करिए।

प्रश्न : विद्यालयी पाठ्यचर्या में गणित का प्रमुख स्थान रखने का क्या औचित्य है?

### 3.4.4 अंतिम टिपणी

1. किसी न किसी तरह से हर व्यक्ति को गणित के ज्ञान की आवश्यकता पड़ती है। परन्तु ऐसा महसूस किया जाता है कि सामान्य मनुष्य के लिए गणित का प्राथमिक और उच्च प्राथमिक (Middle) स्तर तक का ज्ञान काफी है। इसलिए यह विवाद है कि इसे हाई स्कूल के स्तर तक अनिवार्य या विकल्पी विषय के रूप में पढ़ाया जाय।
2. लोगों का यह भी विश्वास है कि यह एक कठिन विषय है जिसके अध्ययन के लिए विशेष योग्यता और तार्किक गणितिय बुद्धि चाहिए, इसलिए प्रत्येक छात्र पर उसका बोझा नहीं डालना चाहिए। सब लोग इसे नहीं सीख सकते। इस दिशा में गणित में न्यून उत्तीर्ण प्रतिशत की ओर संकेत किया जाता है।
3. अधिकांश व्यवसायों और तकनीकी शिक्षण में गणित बहुत लाभदायक विषय है, परन्तु सभी को, जो उसका अध्ययन कर रहे है, इन्जीनियर, अकाउन्टैट, वैज्ञानिक, सांख्यिकीविद् नहीं बनना है। इसलिए सबको इसे पढ़ाने का क्या लाभ। ऐसे लोगो पर गणित के अध्ययन का बोझा क्यों लादा जाय।

इसके उत्तर में यह कहा गया है कि शिक्षा के आरम्भकाल में यह कहना बहुत कठिन है कि कौन इन्जीनियर या अकाउन्टैन्ट बनेगा। यद्यपि मनोवैज्ञानिकों ने यह प्रदर्शित किया है कि इस स्तर पर यह निर्धारित करना सम्भव है कि बालक आगे चल कर क्या बन सकता है। इसलिए विद्यालय का यह दायित्व है कि, वह छात्र जो भविष्य मे उच्चगणित अध्ययन करने की क्षमता रखता है, उसके बारे में व्यापक दृष्टि कोण रखे। ऐसे छात्रों को व्यापक गणित समावेशित पाठ्यक्रम मिलना चाहिए जिसमें से वह अपने लिए उपयुक्त मार्ग चुनने के योग्य हो सके। विश्वविद्यालय स्तर पर अधिकांश भौतिक एवं सामाजिक विज्ञानों में गणित के प्रयोग की आवश्यकता बढती जा रही है। इसलिए हाईस्कूल के स्तर पर छात्रों को गणित शिक्षण से वंचित रखने का अर्थ उनके व्यवसाय के चुनाव को सीमित करना होगा। गणित की अज्ञानता अन्य बहुत से विषयों में उसकी सफलता/प्रगति में बाधक हो सकती है। उच्च माध्यमिक और उच्चतर माधमिक शिक्षा बिना गणित के अध्ययन के अधूरी और अबोध्यगम होगी। कोई अन्य विषय इसका स्थान नहीं ले सकता।

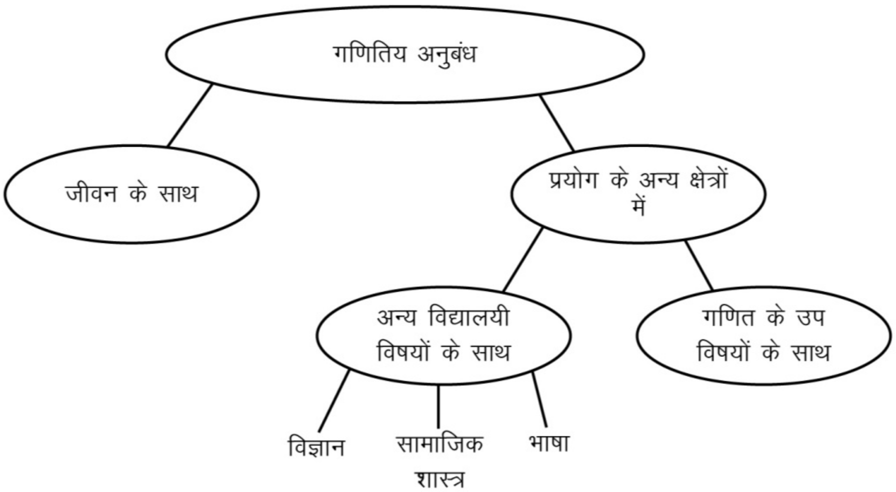
शिक्षा शास्त्रियों ने यह भी अनुभव करना आरम्भ कर दिया है कि आज के नागरिक के लिए केवल आठवीं कक्षा तक की शिक्षा पर्याप्त नहीं है, उसका हाई स्कूल तक विस्तार होना चाहिए। स्वाभाविक है कि ऐसी दशा में गणित को अधिक लम्बे समय तक अनिवार्य विषय के रूप में रखना होगा।

अच्छा होगा कि अनिवार्य बनाते समय दोनों प्रकार के छात्रों की रूचियों का ध्यान रखा जाय। पाठ्यक्रम मे ऐसी विषय वस्तु होनी चाहिए जो उन विद्यार्थियों के लिए लाभदायक हो जो हाई स्कूल के बाद आगे नहीं पढेंगे। परन्तु उसमे ऐसी भी विषय वस्तु होनी चाहिए जो गणित के सिद्धान्तों और प्रक्रियाओं को स्पष्ट करें जिससे वे छात्र जो आगे विश्वविद्यालय या उच्च विज्ञान/प्रौद्योगिकी के संस्थाओं में प्रवेश लेंगे उन्हे एकाएक-उच्च-स्तर के कारण असुविधा न हो। निश्चित ही इस पर कोई दो राय नहीं हो सकती कि उच्चतर माध्यमिक स्तर के अंतिम वर्ष में विविधीकरण (diversification) तथा विशिष्टीकरण (pecialization) होना चाहिए। यहां गणित को अन्य विषयों की तरह एक विकल्पी और विशिष्ट विषय मानना चाहिए।

## 3.5.0 विभिन्न स्तरों पर गणित का अन्य क्षेत्रो से अनुबन्ध (Linkage of Mathematics with other Areas at different Stages)

कोई भी विषय पूर्णत: (isolated) करके नहीं पढाया जा सकता। गणित के लिए यह बात विशेष रूप से महत्वपूर्ण है क्योंकि अमूर्त होते हुए भी यह मानव जीवन के नस नस में व्याप्त है। इसलिए शिक्षा के वांछित चरम उद्देश्यों को प्राप्त करने के लिए गणित के शिक्षक को गणित के जीवन के साथ साथ तथा उसको रचनात्मक बनाने वाले अन्य विद्यालयी विषयों के साथ अनुबन्धों का स्पष्ट ज्ञान आवश्यक ही नहीं महत्वपूर्ण भी है। यदि गणित के इन सम्बन्धों को उजागर किया जाय तो छात्रों के लिए गणित विषय भी काफी रूचिकर बन सकता है, क्योंकि जितना ही अधिक संदर्भ में वे इसके प्रयोग का अध्ययन करेंगे उतना ही गणित की अवधारणाओं और ज्ञान की उनमें समझ बढेगी इसलिए रूचि भी बढेगी।

गणित के अनुबंधो के मानचित्रीकरण की एक विधि यह हो सकती है -



3.5.1 जीवन के साथ गणित का अनुबन्ध

गणित की उपयोगिता केवल कक्षा-कक्ष तक ही सीमित नही है। इसका जीवन के विभिन्न पक्षों पर महत्वपूर्ण प्रभाव है। शिक्षक को चाहिए कि जहां तक सम्भव हो गणित को पढाते समय इसके वास्तव के जीवन में उपयोग के उदाहरण दे, जैसे जब हम बाजार कुछ ऐसी चीजें खरीदने जाते है जिसे नपवाते है या तोलवाते है तो गणित के ज्ञान के बिना काम ही नहीं चल सकता। इसी प्रकार अन्य उदाहरणों के माध्यम से विद्यार्थियों को गणित के व्यवहारिक जीवन में उपयोग को समझाया जा सकता है।

व्यवहारिक जीवन में गणित के सिद्धान्तों के उपयोग को भी विभिन्न उदाहरणों से बताया जा सकता है जैसे, उन्हे समझाया जा सकता है कि बड़े-बड़े बांधों तथा उससे मिलने वाली शक्ति गणित के सिद्धान्तों से ही सम्भव हो सकी है।

गणित शिक्षण का एक महत्वपूर्ण उद्देश्य व्यक्ति को व्यवहारिक जीवन की समस्याओं को हल करने में सहायता देना है, अर्थात् उसके लिए भली भांति तैयार करना है। बहु त बड़ी संख्या में विद्यार्थी प्राथमिक शिक्षा के बाद पढाई छोडने पर बाध्य होते है तथा किसी न किसी कार्य जैसे मजदूरी, खेती छोटी मोटी दुकान इत्यादि से अपनी जीविका में प्रवेश लेते है। यहां उन्हें उच्च स्तरीय अंक गणित या बीजगणित की आवश्यकता भले ही न हो परन्तु हिसाब किताब रखने के जरूरत तो होती ही है। इसी प्रकार अपने व्यवसायिक जीवन में भी उन्हें गणित का ज्ञान उपयोगी सिद्ध होता है। पाठ्यक्रम के संचालन में ऐसे बालको की आवश्यकताओं का भी ध्यान रखना चाहिए।

माध्यमिक स्तर पर विद्यार्थियों को कक्षा में ऐसी समस्याओं को हल करना सिखाया जाता है जिससे वास्तविक जीवन में भी इससे मिलती जुलती समस्याओं को वे हल कर सकें। इसलिए कक्षा में पढाते समय समस्याओ को वास्तविक जीवन से जोडने के साथ-साथ उन्हें उस रूप में भी रखना चाहिए जिस रूप में छात्र को उसके वस्तविक जीवन में देखने को मिलती है। जैसे, उन्हें ऐसी क्रियाओं के माध्यम से पढाना चाहिए जिसमें बाजार जा कर वस्तुओं के दाम पता लगाने, दैनिक पत्रों से वस्तुओं के थोक भाव का पता लगाने तथा उनका स्थानीय भावों से तुलना करने जैसे कार्य दिये जा सकते है।

3.5.2 भौतिक और प्राणी विज्ञानों से गणित का अनुबन्ध

इस प्रकार के अनुबन्धों से सम्बन्धित कुछ सामान्य टिप्पणियां इस प्रकार है

1. सभी वह वैज्ञानिक शिक्षा जो गणित से आरम्भ नहीं होती उसकी नींव आवश्यक रूप से त्रुटिपूर्ण है ("All scientific education which does not commence with mathematics is defective at its foundation"- Comte)

2. एक प्राकृतिक विज्ञान केवल उसी सीमा तक वैज्ञानिक है जितना वह गणितीय है ("A natural science is science only in so far as it is mathematical."- Kant)

3. गणित सभी भौतिक शोधों का अपरिहार्य उपकरण है (Mathematics is the indispensable instrument of all physical research" -Berthelot)

"सभी बडी वैज्ञानिक खोजें सांख्यात्मक आकडों के परिश्रमी और धैर्यवान विश्लेषण का प्रतिफल है" - Lord Kelvin

4. गणित विज्ञानों का प्रवेश द्वार तथा कुंजी है (“Mathematics is the gate and key of sciences” -Roger Bacon)

अब हम इन अनुबन्धों को अलग अलग विज्ञानों के सन्दर्भ में लेते है

1. गणित का भौतिकी से अनुबन्ध - कोई भी अन्य विज्ञान गणित के इतना निकट नहीं है जितना कि भौतिकी। उच्च तथा उच्चतर माध्यमिक स्तर पर गणित की सहायता के बिना भौतिकी की अधिकांश अवधारणाओं को स्पष्ट रूप से नहीं समझा जा सकता, क्योंकि उसकी अधिकांश अवधारणायें गणितीय समीकरणों के रूप में है जैसे -

(i) द्रवों में मापन की इकाइयां भौतिकी तथा गणित दोनों में एक ही है

(ii) **गति के समीकरण**

$$\left.\begin{aligned} v &= u + ft \\ s &= ut + 1e2\,ft^2 \\ v^2 &= u^2 + 2fs \end{aligned}\right]$$

जहां $f$ = acceleration

$u$ = initial velocity

$v$ = final velocity

$s$ = distance

$t$ = time

(iii) घनत्व, विभिन्न धातुओं के रेखीय-प्रसार-गुणांक (Cofficients of Linear expansion) गणितीय भाषा में ही व्यक्त किये जा सकते है

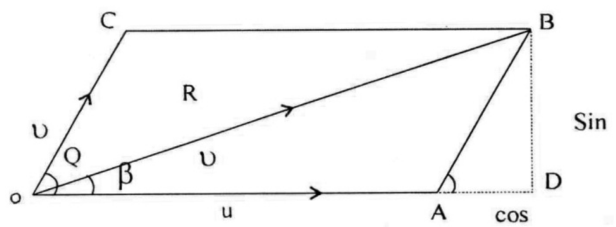
(iv) गुरुत्वाकर्षण का नियम (Law of gravitation) गणितीय भाषा में

$$f = \frac{G.mm}{r^2}$$

(v) दो गतियों (velocities)) की परिणामी गति का सूत्र है

$$R = \sqrt{u^2 + v^2 + 2uv\cos\theta}$$

$$\tan\beta = \frac{v\sin\theta}{v\cos\theta}$$




अधिकतर भौतिकी की अवधारणायें एवं नियम है जिनको गणित की भाषा में व्यक्त किया जाता है। विश्वविद्यालय स्तर पर तो यह गणितीय अभिव्यक्त और जटिल होती जाती है। सापेक्ष सिद्धान्त, क्वांटम सिद्धान्त, तरंग सिद्धान्त आदि को गणितीय भाषा मे प्रस्तुत किया गया है।

3.5.3 <u>गणित और रसायन विज्ञान में अनुबन्ध</u>- सभी रसायनिक संयोजन (chemical combinations) किसी न किसी गणितीय नियम के अनुसार है।

(i) सभी रसायनिक यौगिकों (chemical compounds) में उनके संघटक (constituents) तत्व (elements) किसी निश्चित अनुपात मे होते है जैसे पानी के योगिक में हाइड्रोजन और आक्सीजन के अणुओं का अनुपात क्रमशः 1 : 2 होता है। बिना इस गणितीय अनुपात में संयोजन किऐ इसको तैयार करना असम्भव है।

(ii) किसी रसायन (chemical) के उत्पादन (manufcture) में कोई निश्चित गणितीय अनुपात होता है जिसके उसके विभिन्न योगिक मिलाये जाते हैं।

(iii) संयोजन (composition) की व्याख्या जब भार और आयतन के रूप में की जाती है तो विभिन्न तत्वों को उनके अनुपात के रूप में देना पड़ता है।

(iv) रसायनिक समीकरण को दोनों पक्षों के परमाणुओं की संख्या से संतुलित करके बनाया जाता है।

(v) परमाणु की संरचना में इलेक्ट्रान, प्रोटोन, न्यूट्रान आदि में एक गणितीय सम्बन्ध होता है। कार्बनिक यौगिकों(organic compounds) के भार गणित की भाषा में व्यक्त किये जाते है। ऐसे अनेकों उदाहरण गणित तथा रसायन विज्ञान के अनुबन्धों का प्रदर्शन करते है।

J.W. Mellor के अनुसार "भौतिक रसायन विज्ञान के बाद के विकासों को बिना उच्च गणित (higher mathematics) के क्रियात्मक ज्ञान के समझना लगभग असम्भव है।"

3.5.4 गणित और प्राणीशास्त्र (Biology) में अनुबन्ध - जीव विज्ञानी अपनी खोज, तथाघटनाओं को सीधे अवलोकन से आरम्भ करता है। उनसे सामान्यीकरण और जैविक (biological) नियमो को निकालने (पता लगाने) के लिए उनका उल्लेख वर्गीकरण, तुलना इत्यादि की जाती है। इस प्रकार के सभी विश्लेषण में गणित बहुत अधिक सहायता देती है। प्राकृतिक घटनाओं में जीवन प्रक्रिया सबसे जटिल है। इसका विश्लेषण करके, और उसके परिणामों को सरल, बोधगम्य भाषा में स्पष्ट तथा संक्षिप्त रूप में व्यक्त करना होता है और यह भाषा गणित में ही मिल सकती है, जो उसकी संक्षिप्त, परिशुद्ध अभिव्यक्ति के लिए प्रतीक (symbol) प्रदान करती है। मेन्डल के नियम इसका ज्वलंत उदाहरण है। वास्तव में, अपनी खोज में मेन्डल ने जो पहला शोध पत्र लिखा था उसका शीर्षक ही "मटर की फलियों की गणित" (The mathematics of peas) था।

परन्तु जैसे ऊपर कहा गया, है कि जीवन प्रक्रिया बहुत ही अधिक जटिल है, विशेषकर जो मानव से सम्बन्धित है। इसलिए इसके शोध अध्ययनो से प्राप्त परिणामों की व्याख्या में बहुत सी स्थितियों में शुद्ध अंकगणित या बीजगणित के स्थान पर सांख्यिकी का प्रयोग किया जाता है जिसके कारण एक नई शाखा जैविक सांख्यिकी (bio-statistics) के रूप में उभर कर आ गई है, जिसका शिक्षा और मनोविज्ञान की तरह काफी सीमा तक जीव विज्ञान मे प्रयोग किया जा रहा है।

इसके अलावा वर्तमान में जीवविज्ञान में दो प्रमुख शाखाओं, जैविक भौतिकी (bio-physics) और जैविक रसायन (bio-chemistry) का उदय हुआ है जिस पर आज अधिकांश प्राणी विज्ञान आधारित है। इन शाखाओं ने अपना लगभग स्वतंत्र अस्तित्व बना लिया है और उनके अध्ययन के लिए गणित परम आवश्यक है।

अनुबन्ध के कुछ अन्य उदाहरण

(i) Schultz-Borissoff Law of the Action of Enzymes such as pep sin and rennin को इस सूत्र से व्यक्त किया जाता है - $x = k\sqrt{F.g.t}$ जहां

x =  amount of substance transfered

t =  time of transformation

F = concentration of enzyme

G = initial concentrations of substrate (eg. albumen of milk) and k is a constant.

(ii) शिशुओं में जन्म के प्रथम 9 महीनो में भार के विकास का सूत्र है

Log xe341.5-x = k(t-1.66)

जहां x = भार आउन्स   t = महीनों की संख्या   k = कोई अचर

(iii) वंशानुक्रम, पोषाहार (nutrition), वृद्धि, परिपक्वता, थकान तथा प्राणीशास्त्र और शरीर विज्ञान की अन्य बहुत सी शाखाओं के उच्चस्तरीय अध्ययनों में गणित की प्रक्रियाओं और परिकलन (calculation) का प्रयोग किया गया है जैसे,

अ.आहार की सामग्री में उसकी कैलोरी (calorie) और पोषक तत्वों का परिकलन किया गया है

ब. जीवित पिण्डों (Living Bodies) में श्वास की गति प्रस्वेदन/वाष्पोत्सर्जन (transpiration) और जल की आपूर्ति (supply of water) की गणितीय व्याख्या की गई है

(iv) Ted McDonald ने मानव आकृति के बारे में कुछ रोचक गणितीय तथ्य दिये है, जैसे

अ.मानव आकार के विभिन्न भागों के अनुपात सुनिश्चित रूप से गणितीय है।

ब. किसी मानव की सुन्दरता तथा आकर्षण उसके अनुपातिक शारीरिक गठन पर आधारित है

स.पूरी आकृति पैर की लम्बाई का 6 गुण होता है, चाहे व्यक्ति गोल-मटोल या दुबला पतला हो। इसमें कोई भी विचलन (deviation), मानव शरीर की उच्चतम अनुपातिक सुन्दरता, जो ईश्वर ने उसे दी है, को कुप्रभावित करेगा। इसी प्रकार हाथ की कलाई से लेकर बीच की उंगली की लम्बाई पूरे शरीर की लम्बाई का 1/10 होगी। यूनानी लोग अपनी सभी प्रतिमाओं को इसी नियम से बनाते थे।

प्रश्न : गणित का भौतिक विज्ञान, रसायन विज्ञान तथा जीव विज्ञान से किस प्रकार सम्बन्ध है।

उदाहरण देकर स्पष्ट करिये।

<u>3.5.5.</u> <u>गणित का अन्य विज्ञानों से अनुबंध</u> - गणित ने सभी विज्ञानों को सम्पूर्णता की ओर ले जाने और इसलिए मानव सभ्यता के निर्माण में अहम भूमिका निभाई है। गणित सभी विज्ञानों को विज्ञान और सभी कलाओं की कला है। ग्राफ, चार्ट्स, रेखाचित्र सभी गणित के सिद्धान्त पर बनाये जाते है। खगोल विज्ञान, द्रवगति विज्ञान (hydrodynamics) गणित के सिद्धान्तों पर आधारित है। मनोवैज्ञानिक तथा शिक्षा शोध कार्यो में साख्यिकी का उपयोग करना होता है।

3.5.6 गणित का सामाजिक विज्ञानों से अनुबन्ध

"गणित की सहायता से विकसित सामाजिक विज्ञान सभ्यता में नियंत्रक कारक होगें" (Social Sciences, mathematically developed,are to be the controlling factors in civilization"- W.F.White)

आज सामाजिक विज्ञानों में सांख्यिकी, जो गणित की ही एक शाखा है का भरपूर प्रयोग किया जा रहा है। सामाजिक विज्ञानों के लिए आकडें इकट्ठा करना बहुत महत्वपूर्ण है। बिना इन आकडों के किसी सामाजिक विज्ञान में सही सही अध्ययन करना सम्भव नहीं है। यह आकंडे, संख्यात्मक रूप में प्रकट किये जाने पर अर्थात् गणितीय प्रक्रिया (सांख्यकीय प्रक्रिया) के बाद ही शोध में विश्लेषण और व्याख्या के लिए प्रयोग किये जा सकते है, या उनका रेखीय चित्र प्रस्तुत किया जा सकता है।

अर्थशास्त्री (economists), व्यापार विशेषज्ञ (business experts), बीमाकिंक (actuary) लोकोपकारक (philanthropists) यहाँ तक की चिकित्सक (physicians)) सांख्यकीय की विश्लेषणात्मक और आरेखीय (graphical)

विधियों का प्रयोग करके आश्चर्यजनक उपयोगी परिणाम प्राप्त कर रहे है। इसी प्रकार शेयर बाजारों की दशा का भी प्रदर्शन गणित की भाषा (शेयरों के मूल्य के रुपये) में किया जाता है

## 3.5.7 गणित का अन्य विषयों से अनुबन्ध

1. गणित और भूगोल - भूगोल में गणित का बहुत उपयोग होता है। भूगोल पृथ्वी के भू खण्डों की भौतिक दशाओं का अध्ययन करता है। इसमें पृथ्वी के अक्षान्तरों तथा देशान्तों के क्षेत्रफल, विभिन्न स्थानों पर समय का परिकलन, पृथ्वी के घूर्णन के कारण दिन और रात और मौसम, हवाओं की गति, वर्षा की मात्रा, क्षेत्र की जलवायु को प्रभावित करने वाले कारकों का पता गणितीय परिकलन पर ही आधारित है। गणित मानचित्रों को पढ़ने और उन्हें समझने में भी सहायता करती है। भूगोल में

विविध प्रकार के ग्राफ भी प्रयोग किए जाते है।

2. गणित और इतिहास - इनका सम्बन्ध दो तरफा है, इतिहास हमें प्राचीन से लेकर वर्तमान समय तक के गणित के प्रगति का ज्ञान देता है तथा उन महान गणितज्ञों के योगदान पर प्रकाश डालता है जिन्होंने इस विकास में अहम् भूमिका निभाई।

इसके बदले में गणित इतिहास की प्रमुख घटनाओं की तिथियों की गणना करने में सहायता देता है जैसे 1757 में प्लासी की लड़ाई 1764 में बक्सर का युद्ध आदि

3. गणित और ड्राइंग - ड्राइंग की एक शाखा ज्यामितिक ड्राइंग है, इसकी आकृतियां खींचने में ज्यामितिक (गणित) के सिद्धान्तों का कठोरता से पालन किया जाता है। ऐसे भी अच्छी आकृतियों को खींचने में उनके विभिन्न भागो के अनुपात, सममित पर विशेष ध्यान दिया जाता है। इस प्रकार गणित अच्छी तथा सही आकृतियां खींचने में ड्राइंग को सहायता करती है।

4. गणित और भाषा - बिना भाषा के कोई भी विषय पढाया नहीं जाता। भाषा एक ऐसा अनिवार्य माध्यम है जिसके बिना किसी भी का अध्ययन नहीं किया जा सकता। गणित

इसका कोई अपवाद नहीं है। गणित के सभी सिद्धान्त एवं नियम भाषा के माध्यम से ही व्यक्त किये जाते है।

इसी प्रकार गणित भाषा को सुन्दर और सटीक बनाने में सहायक होती है। दोहे, छन्दों, चौपाईयों अष्टपदियों की रचना में गणितीय व्यवस्था का प्रयोग होता है, - दोहे में दो, चौपाइयों में चार, छन्दों में 6 तथा अष्टपदी में आठ भाग होते है। रागों की रचना में भी कुछ गणितीय नियम होते है। पुरानी अंग्रेजी की कविताओं में इससे मिलती जुलती गणितीय व्यवस्था मिलती है।

प्रश्न :गणित अन्य विषयों से किस प्रकार अनुबन्धित है ?

3.5.8 गणित की विभिन्न उप - शाखाओं में अनुबन्ध

गणित मुख्यत: तीन शाखाओं अंकगणित, बीजगणित और रेखागणित (ज्यामिति) में विभक्त है। प्राथमिक स्तर पर मुख्यत: अंकगणित तथा रेखागणित की शिक्षा दी जाती है। इनमें काफी सहसम्बन्ध मिलता है। त्रिभुज, वृत्त, चतुर्भुज इत्यादि के क्षेत्रफल निकालने में गणित के सिद्धान्तों का प्रयोग होता है।

माध्यमिक स्तर पर अंकगणित के बहुत से प्रश्न बीजगणित समीकरणों के माध्यम से हल किए जा सकते है। लघुत्तम समापवर्तक और महत्तम समापवर्तक भिन्नें, वर्गमूल इत्यादि चाहे वह अंकगणित में हो, चाहे बीजगणित या रेखागणित में, के निकालने में समान सिद्धान्त एवं नियमों का प्रयोग होता है।

उच्च स्तरीय गणित की शिक्षा में सांख्यकीय, द्रव गति विज्ञान, द्रवबल विज्ञान, गणितीय भौतिकी, खगोल विज्ञान जैसी पोषण आती है परन्तु इनको समझने के लिए गणित के प्राथमिक नियमों की भलिभांति समझना अत्यन्त आवश्यक है। यदि आप इनसे भली भांति परिचित नहीं है तो उच्च स्तरीय गणित की समस्याओं को हल करना तो दूर उनकी आधारभूत अवधारणाओं को भी नहीं समझ सकेंगे।

इस प्रकार हम देखते है कि गणित की विभिन्न शाखाओं में गहरा अनुबन्ध है। जो छात्र आगे गणित के अध्ययन की इच्छा रखते है उन्हें यह बात और अधिक अच्छी तरह समझ लेनी चाहिए। बिना माध्यमिक स्तर की गणित और उसके नियमों तथा सिद्धान्तो को भलीभांति समझे आगे की गणित को नहीं समझा जा सकता।

जो बात गणित के विभिन्न शाखाओं के बीच सही है वही उसकी किसी शाखा के विभिन्न प्रसंगों के बारे में सही है। साधारणत: यह इस प्रकार क्रमबद्ध होते है कि पहले को समझे बिना आगे वाले प्रकरण को नहीं समझा जा सकता। एक प्रकरण दूसरे से घनिश्ठ रूप से सम्बन्धित है - प्रकरणों में सामान्यत: एक स्तरीकरण होता है। बिना जोड़ का ज्ञान प्राप्त किये गुणा की अवधारणा को समझे -5 x - 5= + 25 नहीं जा सकता। बिना L.C.M. के ज्ञान के भिन्नों वाले जोड़ को करने में बहुत कठिनाई आयेगी, इत्यादि।

निष्कर्ष - इस प्रकार हम देखते है कि गणित का, विभिन्न स्तरों पर विभिन्न प्रकार के विज्ञानों से निकटतम अनुबन्ध है। इतिहास, भूगोल, ड्राइंग, यहां तक कि भाषा के अध्ययन में भी वह सहायक होती है, भले ही वह सहायता परोक्ष रूप से ही क्यों न हो। अधिगणित (Meta Mathematics) भी विकसित हो चुका है। तर्क गणित उच्च माध्यमिक स्तर पढाया जाता है।

प्रश्न : गणित की अन्य कौन-सी उपशाखाएँ है ?

## 3.6.0 गणित पाठ्यक्रम के लिए एकीकृत/विशिष्ट उपागम (Unitiedespecialised approach to mathematics, Curriculum)

आजकल विभिन्न विषयों को अलग-अलग पार्थक्य (isolation) में पढानें के स्थान पर एकीकृत करके पढाने पर बल दिया जा रहा है क्योंकि जीवन में ज्ञान विभक्त हो कर नहीं मिलता बल्की एकीकृत रूप में मिलता है। यह सीखने का स्वाभाविक तरीका है। एकीकृत शिक्षण में विभिन्न विषयों को अलग अलग पढानें के स्थान पर उन्हें किसी समस्या के हल में या किसी वतावरण सम्बन्धी या सामाजिक घटना की व्याख्या में एकीकृत किया जाता है। कोई विशिष्ट स्थानीय समस्या ली जाती है या परिचित स्थिति प्रस्तुत की जाती है उसमें भाषा कुशलता संगणना कोशल (computational skill) और कुछ सामाजिक तत्व या सामाजिक संदर्भ (milieu) को एकीकृत करके समस्या का समाधान या घटना की व्याख्या ढूंढी जाती है।

यह एकीकरण केवल कक्षा-शिक्षण तक ही सीमित नहीं है, इसका विस्तार कक्षा के बाहर विभिन्न स्तरों तथा अन्य सहपाठ्यगामी क्रियाओं में भी है। इन क्रियाओं को प्रतिस्पद्धी बना कर शिक्षार्थी के लिए और प्रेरणादायक बनाया जा सकता है। स्वाभाविक है कि इस प्रकार की शिक्षण नीति:

(i) अधिक अर्थपूर्ण (meaningful) होगी क्योंकि यह न केवल उसके लिए सुपरिचित होगी, व्यवहार में उपयोग भी होगी।

(ii) अधिक आनन्ददायक और प्रेरणादायक होगी

(iii) जीवन्त (life-like) स्थितियों द्वारा विचारों को मूर्त रूप देगी। गणित एवं विज्ञान की अमूर्त अवधारणाओं (abstract concepts) को इसके द्वारा अधिक मूर्त बनाया जा सकता है।

(iv) इस प्रकार के एकीकृत उपागम (approach) में लगभग सभी अपरम्परागत शिक्षण विधियों का उपयोग किया जा सकता है।

गणित की विभिन्न शाखाओं को पाठ्यक्रम में एकीकृत करने के लिए कोठारी आयोग के कुछ सुझाव इस प्रकार है -

<u>प्राथमिक स्तर पर</u> - यहां यह गणित, अंकगणित, बीजगणित तथा ज्यामिति में विभक्त है। इस कारण संख्याओं द्वारा आधारभूत क्रियाओं (operations) की शिक्षा देने के लिए एक ही चीज को दोहराना पड़ता है। इसलिए यह सुझाव दिया गया है कि अंकगणित और बीजगणित को समन्वित कर दिया जाय और गणित के नियमों और सिद्धान्तों की तर्क संगत प्रणाली पर जोड दिया जाय। पाठ्यक्रम में संख्या प्रणाली का विकास, अंकन पद्धति और संख्या लेखन (notation and numeration) प्रणालियां, समीकरण, ग्राफ पठन सम्मिलित किये जाने चाहिए इसी प्रकार ज्यामिति के पाठयक्रम को भी अधिक युक्ति संगत आधार पर संगठित करना चाहिए।

<u>माध्यमिक और उच्च माध्यमिक स्तर पर</u> - यहां ये परम्परागत रूप से गणित, अंकगणित, ज्यामिति और बीजगणित, त्रिकोणमिति, सांख्यिकी, फलन और निर्देषांक ज्यामिति में विभक्त है। इस प्रकार के पाठ्यक्रम को पुन: (revitalize) अनुप्राणित और आधुनिकतम बनाने की आवश्यकता महसूस करते हुए आयोग का सुझाव है कि

(i) अंकगणित का सारा पाठ्यक्रम और बीजगणित की आधारभूत क्रियायें प्राथमिक स्तर के अन्त तक समाप्त की जा सकती है।

(ii) पाठ्यचर्या से सरलीकरण, गुणन खण्ड महत्तम समापवर्तक, लघुत्तम समापवर्तक आदि जो विषय पुराने पड़ गये है उनको निकाल देने की आवश्यकता है

(iii) त्रिकोणमिति को बीजगणित के साथ जोड़ा जा सकता है उसे अलग से पढाने की कोई आवश्यकता नहीं है।

अ- सर्वसमिकाओं (identities) त्रिकोणों के हल (solutions of triangles) ऊचाइयों और दूरियों (height and distance) की क्रिया कम कर देनी चाहिए।

ब- ज्यामिति पढाने का तरीका बदल देना चाहिए और स्वयं-तथ्य मूलक और व्यवस्थिति रीति अपनानी चाहिए। ज्यामिति के मूल शब्दों और संख्याओं की व्याख्या करते हुए "सेट" की भाषा का प्रयोग करना चाहिए। "सेट" की भाषा के माध्यम से अंक गणित बीजगणित और ज्यामिति में समन्वय स्थापित किया जा सकता है।

(iv) प्रमेयों और अभ्यास के प्रश्नों के हलों को रटने की परम्परा को समाप्त कर देना चाहिए।

(v) विषय के कठिन हिस्सों को धीरे धीरे अगली कक्षाओं में लेना चाहिए। यह एक अच्छी व्यवस्था होगी। प्राकरणिक (topical) व्यवस्था (arrangement) में उसके सरल और कठिन भाग एक साथ ले लिए जाते है, यह अमनोवैज्ञानिक है।

प्रश्न:गणित को विभिन्न शाखाओं को एकीकृत करने के लिए कोठारी आयोग ने कौनसे सुझाव दिये है ?

## 3.7.0 सारांश

गणितिय शिक्षा का ढांचा त्रिभूजाकार है जिसके तीन शीर्ष-उद्धेश्य, पाठ्यचर्या तथा मूल्यांकन है पाठ्यक्रम की वर्तमान अवधारणा में विषय के उद्देश्य, विषय वस्तु और उससे सम्बन्धित वह सभी अनुभव निहित होते है जो विद्यार्थी अपने कक्षा-कक्ष, प्रयोगशाला, पुस्तकालय, विद्यालय में होनी वाली अन्य सहपाठ्यगामी क्रियाओं, खेल के मैदान और अपने शिक्षकों एवं सहपाठियों से विचार विमर्श के आदान प्रदान द्वारा प्राप्त करता है। गणित पाठ्यक्रम का निर्माण सामान्यत: समाज करता है परन्तु शिक्षक का कार्य उसके उद्देश्यों को अनुभवजन्य, व्यवहारगत प्रतिफल के रूप में व्यक्त करना, उसका सफलता पूर्वक संचालन करना तथा मूल्यांकन (evaluation) ) द्वारा उसकी प्राप्ति सुनिश्चित करना है।

युगो युगो से विद्यालय पाठ्यक्रम में गणित के महत्व को स्वीकारा जाता रहा है। गणितज्ञों के अतिरिक्त प्लैटो जैसे दार्शनिकों तथा बरनार्ड शॉ जैसे लेखकों ने गणित के महत्व को किसी न किसी रूप में स्वीकारा है। कोठारी आयोग ने भी भौतिक तथा जैविक विज्ञानों में तेजी से बढती प्रगति तथा स्वचालन विज्ञान तथा साबरनेटिक्स के आगमन से नई औद्यौगिक क्रान्ति में सहयोग देने के लिए विद्यालय पाठ्यक्रम में गणित को अनिवार्य रूप से रखने की वकालत की है। विकसित देशों के अतिरिक्त अधिकांश विकासशील देशों में भी विद्यालय पाठ्यक्रम में गणित को काफी महत्व दिया जा रहा है। भारत में राष्ट्रीय स्तर के विद्यालयों तथा केन्द्रीय माध्यमिक शिक्षा बोर्ड से सम्बन्धित विद्यालयों में हाई स्कूल में यह अनिवार्य विषय है। परन्तु कहीं कहीं यह केवल उच्च प्राथमिक तक अनिवार्य है या हाई स्कूल में बालिकाओं के लिए विकल्पी विषय है। इसको इतना महत्व देने के लिए कई तर्क दिये गये है जैसे

(i) यह (गणित) व्यक्ति के व्यवहारिक जीवन में काम आने वाला सबसे अधिक महत्वपूर्ण ज्ञान है।

(ii) गणित के अभ्यास के द्वारा व्यक्ति में ऐसी बौद्धिक आदतों और शक्ति का विकास किया जा सकता जो उसके जीवन को तर्क-पूर्ण, सरल, अनुशासित और इसलिए अधिक सफल बनाने में सहायक हो।

(iii) ये व्यक्ति मे ऐसी वांछित अभिवृत्तियों का विकास कर सकती है जो उसे अच्छा नागरिक और सामाजिक दृष्टि से उपयोगी बनाये।

गणित का जीवन के साथ अभिव्यक्तियों तथा अन्य विषयों के साथ गहरा अनुबंध है। आज कोई भी विषय पूर्णत: पृथक करके नहीं पढाया जा सकता है। और गणित के लिए यह विशेष रूप से महत्वपूर्ण है, क्योंकि अमूर्त होते हुए भी यह मानव जीवन के नस नस में व्याप्त है। इसी प्रकार छात्र को भावी रचनात्मक जीवन के लिए तैयार करने वाले अन्य विद्यालयी विषयों से इसका गहरा सम्बन्ध है। अधिकांश भौतिक, जैविक तथा सामाजिक विज्ञानों को बिना गणित के ज्ञान के भली भांति अध्ययन नहीं किया जा सकता। भूगोल इतिहास यहां तक कि ड्राइंग और भाषा ऐसे विषयों के अध्ययन को भी यह काफी सुविधाजनक बना सकती है। गणित के उपविषय (अंकगीणत,बीजगणित,ज्यामिति इत्यादि) भी आपस में घनिष्ठ रूप से सम्बन्धित है।

इन उपरोक्त कारणों से गणित को एक एकाकी विषय के रूप में न पढा कर उसे जीवन की समस्याओं तथा अन्य विषयों से जोड़कर पढाने की सिफारिश की गई है। विभिन्न विषयों को अलग अलग न पढा कर उन्हें किसी समस्या के हल में या किसी वातावरण या सामाजिक घटना की व्याख्या से एकीकृत किया जाना चाहिए। इस दिशा में, कोठारी आयोग ने प्राथमिक एवं माध्यमिक स्तर पर गणित शिक्षण से सम्बन्धित कुछ ठोस सुझाव दिये है। गणित पाठ्यक्रम की विशेषताएँ है बाल केन्द्रित(Child Centred) समुदाय केन्द्रित (Community Centered) समकेन्द्रित सृजनात्कता (Creavity Based) आधारित गतिविधि आधारित (Activity Based) समकलित (Integrated) तथा संसाधन आधारित (Re-source based) हो। संक्षेप में 4 CAIR के सात कारकों को ध्यान में रखकर गणित पाठयचर्या का निर्माण विद्यालयी शिक्षा के लिए किया जाना चाहिए।

## 3.8.0 मूल्यांकन प्रश्न

1. पाठ्यचर्या की वर्तमान अवधारणा को गणित से सम्बन्धित करके व्याख्या कीजिए।
   (Explain the present concept of curriculum relating to Mathematics.)
2. विद्यालयी पाठ्यचर्या में गणित शिक्षण की पूर्व एवं वर्तमान स्थिति पर प्रकाश डालिए।
   (Throw light on the present and past condition of Mathematics teaching in school curriculum.)
3. विद्यालयी पाठ्यक्रम में गणित शिक्षण को इतना महत्व देना कहां तक उचित है? उदाहरण देकर समझाइये।
   (To what extent is it right to give too much importance for mathematics teaching in school curriculum. Explain with illustrations.)

4. आप के अनुसार क्या हाईस्कूल स्तर तक गणित को अनिवार्य विषय के रूप में पढाना उचित है ? अपने मत के पक्ष में तर्क दीजिए।

   (According to you whether it is worthwhile to teach mathematics as a compulsory subject upto high school ? Discuss in favour of it.)
5. जीवन में गणितीय ज्ञान का क्या महत्व है?

   (What is important of the knowledge of mathematics in life?)
6. विद्यालयी विषय गणितीय ज्ञान से किस प्रकार प्रभावित हो सकते है ? उदाहरण सहित व्याख्या कीजिए।

   (How can the school subjects be affected by the knowledge of mathematics.)
7. गणित के उप विषय किस प्रकार आपस में अनुबन्धित है?

   (How are the different sub-branches of Mathematics correlated?)
8. गणित को जीवन और अन्य विषयो से जोड़कर पढाने की क्यों आवश्यकता है?

   (why is it necessary to teach Mathematics relating to life and other subject?)
9. गणित पाठ्यक्रम की कौन कौन सी विशेषतायें होती है।

   What are the characteristies of good mathematics.?)

## 3.9.0 सन्दर्भ पुस्तकें


1. Kumar Sudhir (1997); Teaching of Mathematics Anmol Publications Pvt Ltd. New Delhi-2
2. National Council of Educational Research and Training (NCERT); Inservice Teaching Education Package Vol.II for Upper Primary and Secondary School Education.
3. Sidhu Kulbir Singh (1967); The Teaching of Mathematics Sterling Publisher Pvt.Ltd. Morigate Delhi-6.
4. N.C.E.R.T, New Delhi- National curriculum Frame warh for school Education (2000)

# इकाई-4

# गणितीय संकल्पनाओं और पाठ्यगामी तत्वों का संज्ञानात्मक मान चित्रण

# (Cognitive Mapping of Concepts and Curricular Elements)

<u>इकाई संरचना</u>


4.1.0 प्रस्तावना (Introduction)

4.2.0 इकाई के उद्धेश्य (Objectivies of the Unit)

4.3.0 संकल्पना मानचित्र की विशेषताऐं (Characterstics of Concept Maps)

4.4.0 संकल्पना मान-चित्रण की प्रक्रिया (Process of Concept Mapping)

  4.4.1 छात्रों को संकल्पनात्मक मानचित्रण के लिए तैयार करना

  4.4.2 संज्ञानात्मक संकल्पना मान-चित्र का निर्माण

  4.4.3 संकल्पना मानचित्रों के मूल्यांकन की कसौटी

4.5.0 संकल्पना मान-चित्रण का शैक्षिक उपयोग (Educational Application of Concept Mapping)

4.6.0 सारांश (Summary)

4.7.0 मूल्यांकन प्रश्न (Questions for testing)

4.8.0 संदर्भ पुस्तके (Referances)


## 4.1.0 प्रस्तावना Introduction

अधिगम अनुभवों (Learining Experiences) का अंतिम लक्ष्य उन्हें भविष्य के अनुभवों में प्रयोग करना है। अधिगम के यह उत्पाद भविष्य के अनुभवो में दो रूपों में हस्तान्तरित होते हैं :

1. विशिष्ट हस्तान्तरण- ये उन कार्यो में होते है जो पहले वाले सीखे हुए कार्यो से बहुत अधिक समान है जैसे कौशल सीखने (skill learning) में

2. अविशिष्ट हस्तान्तरण (Non-specific transfer)- इस में व्यक्ति किसी कुशलता के स्थान पर कुछ सामान्य विचार या सिद्धान्त सीखता है जिसको भविष्य की समस्याओं के हल में आधार के रूप में प्रयोग किया जाता है। इस प्रकार हस्तान्तरण शैक्षिक प्रक्रिया का क्रोड (heart) है जितना ही (सीखा हुआ) विचार अधिक आधारभूत होगा उतना ही इसके नवीन समस्याओं के प्रयोग का क्षेत्र विस्तृत होगा (Bruner 1961)। ऐसे सामान्य सिद्धान्त (विचार) और सामान्यीकृतियां अक्सर संकल्पनायें कहलाती हैं जो हमारी छानबीन प्रक्रिया का अंतिम उत्पाद है, अनुभव से प्राप्त एक सार (abstraction) है। ये हमें कई प्रकार से चिन्तन में सहायक होती हैं

(i) संकल्पनायें ज्ञान के वर्गीकरण तथा सामूहीकरण को सुविधाजनक बनाती है

(ii) तथ्यो के विश्लेषण विभेदीकरण एवं उन पर विचार करने का युक्तियुक्त आधार (sount basis) प्रदान करती है

(iii) चिन्तन में मार्गदर्शक स्तम्भों का कार्य करती हैं क्योंकि हम उन्हीं संकल्पनाओं के आधार पर व्यवहार करते करते हैं जिन्हें अपने मस्तिष्क में लिए घूमते हैं।

विभेदीकरण और सामान्यीकरण की प्रक्रियायें सतत् चलती रहती है, इसलिए अक्सर हमारी संकल्पनायें (इसलिए सोचने का तरीका) बदल जाती है, विस्तृत कर दी जाती है या विश्लेषण और चिन्तन मनन के द्वारा और अधिक स्पष्ट की जाती है। अपर्याप्त अथवा विकृति संकल्पनाओं ने (विशेषकर धर्म के क्षेत्र मे) अधिकता अहसहिष्णुता और खराबियां पैदा की हैं या तथ्यों को यथार्थ रूप से समझने में बाधा डाली है। इसलिए इन संकल्पनाओं को व्यापक रूप तथा यथार्थ रूप से समझना अति आवश्यक है। इसके लिए अब संकल्पना मान-चित्रण तकनीक का प्रयोग किया जा रहा है जिसके विभिन्न आयामों का हम इस इकाई में अध्ययन करेंगे। मानचित्रण का प्रयोग अन्य पाठ्यगामी तथ्यों को स्पष्ट करने के लिए भी किया जा रहा है।

4.2.0 इकाई के उद्वेश्य (Objectives of the unit)

इस पाठ का अध्ययन करने के बाद आप-

(i) संकल्पना मान-चित्रण विधि के औचित्य को बता सकेंगे
(ii) इसकी अवधारणा को स्पष्ट कर सकेंगे
(iii) संज्ञानात्मक मानचित्रण की विशेषताओं को बता सकेंगे
(iv) इसके उपयागों को गिना सकेंगे
(v) संकल्पनाओं के संज्ञानात्मक मानचित्र को तैयार करने के विभिन्न सोपानों की व्याख्या कर सकेंगे
(vi) अन्य पाठ्यगामी तथ्यों को समझने में उनके उपयोग को बता सकेंगे

4.3.0 संकल्पना मानचित्र की विशेषतायें एवं उपयोग

बचपन में बालक कुछ उन संकल्पनाओं को प्राप्त करते हैं जो वे अधिगम प्रक्रिया में खोज पाते हैं, परन्तु इनकी संख्या अपेक्षाकृत बहुत कम होती है। अधिकांश संकल्पनाओं के अर्थ हम उन कथनों से प्राप्त करते हैं जिनमें प्राप्त की जाने वाली संकल्पना सन्निहित (embeded) होती है जैसे - "समद्विबाहु त्रिभुज" में तीन भुजायें होती है, "समद्विबाहु त्रिभुज" में तीन कोण होते हैं, समद्विबाहु त्रिभुज में दो भुजायें बराबर होती है "समुद्विबाहु त्रिभुज में आमने सामने के कोण बराबर होते हैं इत्यादि कथनों से समद्विबाहु त्रिभुज की संकल्पना को अधिक से अधिक अर्थ और अर्थ- परिशुद्धता मिलती हैं। इस प्रकार के कथनों की संरचना बनाकर उन्हें रेखीय मानचित्र में प्रस्तुत करके हम संकल्पना को अधिक स्पष्ट और अर्थपूर्ण बनाते है। इसलिए परिभाषा के रूप में हम कह सकते हैं कि संकल्पना मानचित्र, उसके अर्थों के समुच्चय का प्रतिनिधित्व करने वाली आरेखीय विधि है, जो कथनों की एक संरचना (ढांचे) में सन्निहित हैं। इसकी कुछ अन्य विशेषतायें इस प्रकार है-

1. "संकल्पना मानचित्रों का आशय कथनों के रूप में संकल्पनाओं के बीच अर्थपूर्ण सम्बन्धों को चित्रित करना है। कथन, एक अर्थगत इकाई में, दो या उससे अधिक संकल्पनाओं के लेबल (नाम) है जिन्हें शब्दों के माध्यम से जोडा गया है" "Concept maps are intended to represent meaningful relationships between concepts in

the form of propositions. Propositions are two or more concepts labels linked by words in a semantic unit" (Navak andGowin 1984,p.15)

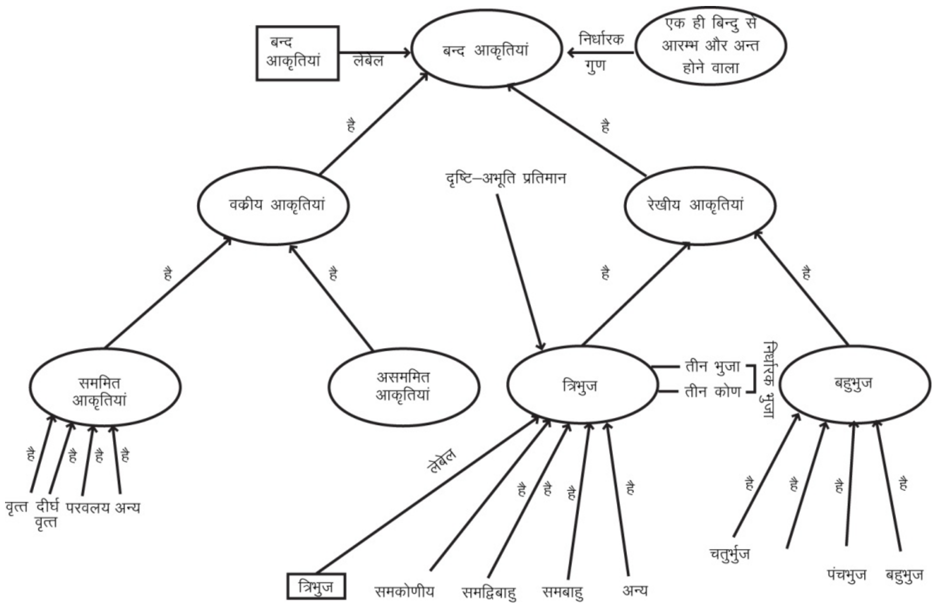
ये मानचित्र, छात्र/छात्राओं तथा शिक्षकों दोनों को कुछ उन मूल विचारों (key ideas) को स्पष्ट करने का काम करते हैं जिन पर किसी विशिष्ट अधिगम कार्य में उन्हें ध्यान केन्द्रित करना है। ये ऐसा दृष्टि-पथ प्रस्तुत करते है जो उन रास्तों को दर्शाता है जो संकल्पनाओं के बीच जटिल सम्बन्धों को देखते हैं और उन्हें अर्थपूर्ण तरीके से समझने, और इस प्रकार, अधिगम सामग्री को स्पष्ट करने में सहायता देते है।

2. अधिगम कार्य के पूरा होनें पर जो कुछ भी सीखा गया है, मानचित्र उसका रेखीय सारांश प्रस्तुत कर सकता है जिससे अपनी स्थानिक/-दृष्टियं- योग्यताओं (spatial visual abilities) का प्रयोग करते हुए वह जटिल विषय वस्तुओं को समझ कर याद कर सके।
3. वास्तव में स्मृति में किसी भी संकल्पना को लेकर बहुत से सम्बन्ध होते हैं जो सीधी तौर से उससे जुड़े हैं, जैसे

(i) उसके अन्य संकल्पनाओं के साथ आधीनस्थ-आधिनस्थ (subordinate-superordinate) के सम्बन्ध हो सकते हैं

किसी सम्बन्ध में वह किसी अन्य संकल्पना का उप-वर्ग (subordinate) तो किसी में दूसरी संकल्पना उसका उपवर्ग हो सकती है। जैसे त्रिभुज की संकल्पना में त्रिभुज बन्द रेखीय आकृतियों का उपवर्ग है जबकि "समद्विबाहु त्रिभुज", त्रिभुज का उपवर्ग है।

विभिन्न अधिगम इकाइयों के लिए यह सम्बन्ध बदल भी सकते है। जब हम समद्विबाहु त्रिभुज के बार में सीख रहे हैं तो केन्द्र बिन्दु समद्विबाहु त्रिभुज है जबकि त्रिकोण के अध्ययन में त्रिकोण केन्द्र बिन्दु है। परन्तु संकल्पनाओं के सापेक्ष सम्बन्ध नहीं बदलते।



चित्र 4.1 त्रिभुज की संकल्पना में विभिन्न प्रकार के सम्बन्धों को दर्शाने वाला एक मान-चित्र

कुछ सम्बन्धों में संकल्पना के निर्धारक गुणों या विशेषताओं को दर्शाया गया होगा जैसे त्रिभुज की तीन भुजायें होती है, उसमें तीनकोण होते हैं इत्यादि।

(i) दृष्टि-अमूर्त प्रतिमान (visual abstract pattern) जो व्यक्ति, संकल्पनाओं के उदाहरणों को पहचानने में प्रयोग करते है।

(ii) वह लेबल (यदि कोई है) जो मानसिक शब्दकोश में है जिससे व्यक्ति किसी भाषा को समझता है तथा भाषा में व्यक्त करता है जैसे "द्विघात समीकरण" के लेबल से वह एक विषेश प्रकार के समीकरण को समझता है तथा अपनी भाषा में यथा स्थान उसका प्रयोग करता है।

इन चारों प्रकार के सम्बन्धों को त्रिभुज की संकल्पना को लेकर इस प्रकार और स्पष्ट किया जा सकता है, जैसा कि उपरोक्त चित्र में दिखाया गया है।

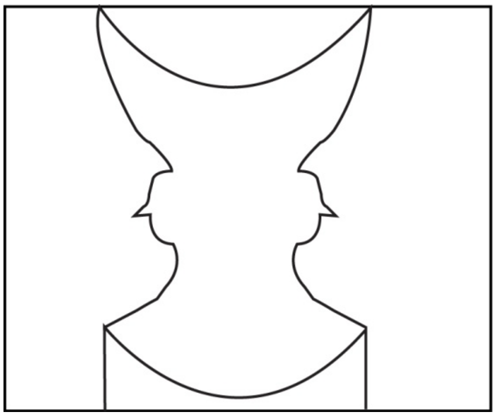
4. संकल्पना मानचित्र अधिकतर स्तरीकृत (hierarchical) होती हैं इसका अर्थ हुआ कि अधिक सामान्य तथा अधिक समावेशी संकल्पनाये मानचित्र में सबसे ऊपर रखी जाती है फिर क्रमशः: अधिक विशिष्ट और कम समावेषी उनके नीचे क्रमबद्ध की जाती है। उपरोक्त मानचित्र में इस व्यवस्था को स्पष्ट रूप से दखा जा सकता है : सबसे ऊपर "बन्द आकृतियां" उसके नीचे "वक्रिय एवं अवक्रीय" आकृतियां और फिर विशिष्ट आकृतियां।

   ऐसा इसलिए किया जाता है क्योंकि जब नई संकल्पनाओं या संकल्पना अर्थो को अधिक व्यापक और अधिक समावेशी संकल्पनाओं के अन्तर्गत रखा जाता है, तो अर्थपूर्ण अधिगम अधिक सरलता से आगे बढ़ता है।

   जैसा कि उपरोक्त मानचित्र में दिखाया गया है। अक्सर संकल्पना मानचित्र के आधार पर विशिष्ट वस्तुओं (objects) या घटनाओं (जैसे यहां समकोण त्रिभुज, समद्विबाहु त्रिभुज, समबाहु त्रिभुज तथा अन्य प्रकार के त्रिभुजों को दिखाया गया है) को शामिल किया जाता है जिससे संकल्पना अर्थो की उत्पत्ति का पता चल सके।

5. एक ही संकल्पनाओं के समूह को दो या अधिक वैध अनुक्रमों में प्रस्तुत किया जा सकता है।पहली नजर में यह बात काफी परेशान करने वाली लगती है परन्तु इसका कुछ आभास इन तथ्यों से लगता है : यद्‌यपि अभी हमें यह नहीं ज्ञात है कि मस्तिष्क में काम करने वाला वह कौन सा तन्त्र है जो हमें सूचनाओं को संचय करने में सहायक होता है, परन्तु यह स्पष्ट है कि जो तंत्रिका-जाल (neural networks) स्थापित हो जाते हैं वह काफी जटिल होते हैं तथा उनके मस्तिष्क के सक्रिय कोषाणुओ (functioning brain cells) के साथ बहुत से आडे तिरछे-संयोजन (cross-connections) होते है। हो सकता है कि जब हम किसी घटना या संकल्पना का अर्थ देखने में पहले से संचित संकल्पनाओं का प्रयोग करते हैं तो इन्हीं जालों (networks) के कारण हमें अर्थो की विकल्पी संरचनायें (alternate patterns) भी उपलब्ध होती है। कदाचित् इस प्रकार की घटना उस समय भी हो रही होगी जब हम नीचे की आकृति को कभी दो आमने-सामने के चेहरे और कभी एक बिना हत्थे के पीने के पात्र (goblet) देखते हैं जब तक हमारे स्मृति क्रिया के तंत्रिका-विज्ञान (neurology) के ज्ञान में आगे प्रगति नहीं होती हम उन प्रतिमानों

(models) तक सीमित हैं जो अधिगम और अर्थपूर्ण सामग्री के प्रत्यास्मरण में केवल उन मनोवैज्ञानिक प्रक्रियाओं का उल्टा करते हैं जो उसमें काम कर रही हैं।



6. संकल्पना मान चित्रण की प्रक्रिया में हम नये संकल्पना सम्बन्धों का विकास करके उसे सृजनात्मक क्रिया बना सकते हैं। मानचित्रण, संकल्पनाओं और उनसे सम्बन्धों को मूर्त रूप देने की तकनीक है। ये किस परिशुद्धता से हमारी संकल्पनाओं का प्रतिनिधित्व करते हैं उन अवधारणाओं के बीच सम्बन्धों के विस्तार का प्रतिनिधित्व करते हैं जिनको हम जानते हैं या जिनको कथनों के रूप में व्यक्त कर सकते है, यह तो केवल अनुमान का विशय है। परन्तु यदि हम सक्रिय रूप से उन संकल्पनाओं के बीच उपयुक्त कथनों द्वारा सम्बन्ध निर्माण करने का प्रयत्न करें जो पहले सम्बन्धित नहीं देखी गई थी तो शायद हमें ऐसे नये संबन्धों एवं नये अर्थो की पहचान हो सकती है जिसका मानचित्रण के पहले हमें आभास नहीं था। छात्र और शिक्षक अक्सर मानचित्रण की प्रक्रिया में ऐसे नये सम्बन्धों एवं अर्थो की पहचान व्यक्त करते हैं। इस प्रकार की सृजनात्मक उपलब्धि भाषा को (जो हमारे चारों ओर की वस्तुओं का, घटनाओं में पाई जाने वाले नियमों का लिखित और मौखिक प्रतीकों द्वारा व्यक्त करने का सशक्त माध्यम है), और अधिक समृद्ध और अर्थपूर्ण बना सकती है।

   प्रश्न: संकल्पना मानचित्र को विशेषतायें तथा उपयोग लिखिये।

## 4.4.0 संज्ञानात्मक मानचित्र की प्रकिया -

<u>4.4.1 छात्रों को संकल्पना मानचित्रण के निर्माण के लिए तैयार करना-</u> इसके लिए मानचित्र बनवाने के पहले निम्नलिखित क्रियाएं की जा सकती है।

1. श्याम पट्ट पर जाने पहचाने शब्दों की दो सूचियां बनाइये। एक सूची में वस्तुओं वाले शब्द हों जैसे श्याम पट्ट, गोला, पुस्तकें, मेज कुर्सी इत्यादि दूसरी सूची में घटनाओं से सम्बन्धित शब्द हों जैसे खेलना, कपड़े धोना, गणित के प्रश्नों को हल करना, होली, राष्ट्रीय पर्व इत्यादि। छात्रों से दोनों सूचियों को पढ़कर उनमें अन्तर बताने को कहे और उन्हें यह पहचानने में सहायता दें कि एक सूची वस्तुओं तथा दूसरी सूची घटनाओं की है।
2. छात्रों से यह पूछा जाय कि जब गोला, पुस्तकें, श्याम पट्ट का नाम लिया जाता है तो वे उनके बारे में क्या सोचते हैं। उन्हें यह पहचानने में सहायता दें कि जब कोई शब्द बोला या पढ़ा जाता है तो यद्यपि शब्द एक ही होता है परन्तु विभिन्न व्यक्ति उसके बारे में कुछ अलग तरीके से सोचते हैं। इस प्रकार शब्दों के जो मानसिक प्रतिबिम्ब हमारे सोच

में बनते हैं वह हमारी संकल्पनायें (concepts) है। ऐसा कहकर 'संकल्पना' शब्द का परिचय दीजिए।

3. इसी प्रकार घटनाओं से सम्बन्धित शब्दों को प्रस्तुत करके छात्रों से पूछना चाहिए कि वे उनके बारे में क्या सोचते है? यहां उन्हें पुन: दिखाइये कि एक ही शब्द पर विभिन्न व्यक्ति विभिन्न प्रकार से सोच सकते हैं या दूसरे शब्दों में, उनके मानसिक प्रतिबिम्ब या सकल्पनायें अलग-अलग हो सकती हैं। यहां शिक्षक यह सुझाव दे सकता है कि कभी-कभी हमें एक दूसरे को समझने में परेशानी होती है, उसका एक कारण यह हो सकता है कि उन्हीं शब्दों को पहचानते हुए भी उनकी सकल्पनायें हमारे लिए अलग-अलग होती है। उदाहरण के लिए 'जन्मदिन' शब्द सुनते ही हमारे पटल पर एक उल्लासमय चित्र छा जाता है परन्तु जिनको इसके मनाने में रूचि नहीं होती उनके लिए उनके मस्तिष्क पर ऐसा कोई चित्र नहीं उभरता। शब्द, संकल्पनाओं के लिए प्रयोग, लेबेल (label) है परन्तु हम सब उनके अपने निजी अर्थ प्राप्त करते हैं।

   यहां यह भी स्पष्ट कीजिए कि व्यक्ति वाचक संज्ञा (proper noun) संकल्पना वाले शब्द नहीं है क्योंकि वह किसी विशिष्ट व्यक्ति स्थान या वस्तु का नाम है जैसे महात्मा गांधी, श्री निवास रामानुजन, चित्तौडगढ, कोहनूर (हीरा) इत्यादि संकल्पनायें नहीं है, जबकि आम का पेड, वृत्त, समय इत्यादि संकल्पनायें है।

4. उसके बाद 'है', 'है', 'कहां', 'साथ' इत्यादि शब्दों की सूची प्रस्तुत कीजिए। छात्रों से पूछिये कि इन शब्दों को सुनने पर उनके मन में क्या होता है। उनके उत्तरों में उनसे वह निष्कर्ष निकलवाइये कि ये शब्द संकल्पनायें नहीं है। हम उन्हें जोड़ने वाले शब्द कहते हैं और उन्हें संकल्पना वाले शब्दों के साथ वाक्य बनाने के लिए प्रयोग किया जाता है जैसे

   <u>437</u> एक <u>संख्या</u> है

   <u>त्रिभुज</u> में केवल <u>तीन</u> <u>कोण</u> होते है।

   गणित में <u>अंकगणित</u> के साथ <u>बीजगणित</u> और <u>ज्यामिति</u> भी होती है

   छात्रों से कुछ वाक्य बनवाइये, उनमें संकल्पना वाले शब्दों की पहचान कराइये तथा यह भी बताने को कहिए कि ये वस्तु है या घटनायें।

   कुछ अंग्रेजी के संकल्पना वाले शब्द प्रस्तुत कीजिए जैसे dog, triangles, month, holiday । इन्हें भी संकल्पना वाले शब्दों के रूप में पहचान करने में सहायता दीजिए तथा निष्कर्ष निकलवाइये कि भाषा संकल्पना नहीं बनाती वह केवल संकल्पना के प्रतीक/लेबल का काम करती है।

प्रश्न: संज्ञानात्मक मानचित्र की प्रक्रिया का वर्णन उदाहरण सहित करिये।

<u>4.4.2 संज्ञानात्मक मानचित्र का निर्माण - इसके लिए</u>

1. गणित का कोई प्रकरण लें। उसको प्रस्तुत करने के बाद छात्रों से उन मूल संकल्पनाओं को कहें जो उस प्रकरण को समझने के लिए आवश्यक है। जैसे-जैसे वे बताते जायें उन्हें श्याम पट्ट पर लिखते जाइये। अब छात्रों से विवेचना (discuss) करके सबसे महत्वपूर्ण संकल्पना अर्थात् जो संकल्पना प्रकरण में सबसे अधिक समावेशी हो, को निकलवाइये।
2. सबसे अधिक समावेशी संकल्पना को शीर्ष पर रखते हुए क्रमशः: उससे कम समावेशी संकल्पनाओं को उसके नीचे लिखते जाइये जब तक सभी सकल्पनायें महत्व के अनुसार

क्रम बद्ध न हो जायें। इस क्रमबद्धता की क्रिया में सभी छात्रों में उनके क्रम को लेकर सहमति नहीं होगी, परन्तु यह कठिनाई केवल कुछ क्रमों को लेकर होगी। यहां तक ठीक है, क्योंकि यह संकेत करता है कि प्रकरण के अर्थ को देखने के एक से अधिक तरीके हो सकते है।

3. अब आप मानचित्र बनाना आरम्भ कीजिए। इसमें उपरोक्त लिस्ट की क्रम बद्धता को संकल्पनाओं के पद सोपान के निर्माण में प्रयोग कीजिए। अब छात्रों की सहायता से उन शब्दों का चुनाव कराइये जो संकल्पनाओं को जोड़ते हैं (link) पहले कच्चा मानचित्र बनायें फिर जैसे-जैसे नई सूझ आती जाये उसमें आवश्यक परिवर्तन करते जायें।
4. अब मानचित्र के विभिन्न भागों (sections) की संकल्पनाओं के बीच आड़ी-तिरछी कड़िया (link) ढूंढिये और उनके लिए जोड़ने वाले शब्द ढुंढवाइये।
5. प्रथम प्रयत्न में मानचित्र में सामान्यत: कम समिति (poor symmetry) होगी या कुछ संकल्पना गुच्छ (concept cluster) भली भाँति निर्धारित (locate) नहीं होंगे जबकि कुछ काफी घनिष्ठता से सम्बन्धित हांगे। आवश्यक हो तो मानचित्र को दोबारा बनवा कर उसमें सममिति लायें।
6. छात्रों से संकल्पनाओं और उनको जोडने वाले शब्दों की सहायता से छोटे-छोटे वक्यों को पढ़ने को कहें। उन्हें यह देखने में सहायता करें कि विभिन्न संकल्पनायें आपस में सम्बन्धित अर्न्तसम्बन्धित हैं। यह भी समझाने का प्रयत्न करे कि मानचित्र का हर भाग अर्थपूर्ण है।

प्रश्न: गणित के लिए प्रकरण का संज्ञानात्मक मानचित्र निर्माण कैसे करते है

<u>4.4.3 संकल्पना मान चित्रों के मूल्यांकन की कसौटी</u>

इनका निम्नलिखित आयामों पर मूल्यांकन किया जा सकता है

1. कथन - क्या दो संकल्पनाओं को जोडने वाली रेखा का शब्द उनके बीच अर्थपूर्ण सम्बन्धों का संकेत देता है?
2. पद सोपान- क्या मानचित्र में पदसोपान प्रदर्शित किया गया है ? क्या वह क्रमबद्ध (hierarchical) है ?
3. आडे तिरछे सम्बन्ध (cross links) क्या पद सोपान के एक खण्ड और दूसरे खण्ड के बीच अर्थपूर्ण सम्बन्ध दर्शाये गये है? क्या यह सम्बन्ध महत्वपूर्ण और वैद्य है ?
4. क्या संकल्पना लेबेल से उल्लेखित शब्दों का विशिष्ट घटनाओं या वस्तुओं के रूप में वर्णन किया गया है

उस सामग्री से, जिसका मान चित्रण करना है, एक मानक मानचित्र (criteria map) निर्माण किया जा सकता है जिसे बनाये गये मानचित्र से तुलना करके उसका मूल्यांकन किया जा सकता है।

प्रश्न: संकल्पना मानचित्र के मूल्यांकन को क्या कसौटी है ?

## 4.5.0 संकल्पना मान चित्रण का शैक्षिक उपयोग

1. <u>छात्रों के पूर्वज्ञान का पता लगाने में</u> - अर्थपूर्ण अधिगम के लिए यह जानना बहुत आवश्यक है कि विद्यार्थी पहले से क्या जानता है, जिससे शिक्षक अनुभव लगा सके

कि वह अपना शिक्षण कहां से आरम्भ करें "यदि मुझे सारे शिक्षा मनोविज्ञान को केवल एक सिद्धान्त में समेटता होता तो मैं यह कहता: अधिगम को प्रभावित करने वाला सबसे महत्वपूर्ण अकेला कारक यह है कि सीखने वाला पहले से क्या जानता है। इसका पता लगाइये और उसी के अनुसार उसे पढ़ाये" (Asubel, 1968, sec.Ed. 1978)

इसका पता लगाने के लिए संकल्पना मान-चित्रण एक ऐसा ही शैक्षिक उपकरण है। इस सीखने वाले की संज्ञानात्मक संरचना से सम्पर्क करने तथा उसे मूर्त रूप देने (उसे बाहर लाने) के लिए विशेष रूप से विकसित किया गया है, जिससे सीखने वाला तथा शिक्षक दोनों देख सकें कि सीखने वाला पहले से क्या जानता है। यह ठीक है कि यह मानचित्र सम्पूर्ण रूप से इस संरचना का पता नहीं देता परन्तु निश्चित रूप से एक मोटा अनुमान देता है जिसके आधार पर छात्र और शिक्षक दोनों अधिगम में आगे बढ़ सकते है।

एक बार विद्यार्थियों को संकल्पना मान-चित्रण करना आ जाय, तो अनुदेशन के जिस क्षेत्र या प्रसंग का अध्ययन करना है, उसको समझने के लिए जो मूल संकल्पनायें आवश्यक हैं उनमें से 6 या 8 चुनकर छात्रों से इन संकल्पनाओं से सम्बन्धित मानचित्र बनाने को कहा जाय। उसके बाद अतिरिक्त (additional) संकल्पनाओं को लाये तथा उन्हें इस प्रकार संयोजिक किया जाय जिससे अर्थयुक्त कथन बन सके। जहां संकल्पनाओं में महत्वपूर्ण स्तरीकृत (hierarchical) सम्बन्ध हों वहां पहले प्रस्तुत की गई संकल्पनाओं को क्रमबद्ध करना उपयोगी हो सकता है। दूसरा तरीका यह है कि छात्रों को अपनी पाठ्यपुस्तक के किसी भाग या अध्याय से 3, 4 प्रमुख सकल्पनायें को पहचानने में सहायता देकर उन्हें संकल्पना मानचित्र को बनाना शुरू करने के लिए इन संकल्पनाओं का प्रयोग कीजिए। उसके बाद छात्र अधिक आसानी से अन्य सम्बद्ध (relevant) संकल्पनायें पहचान सकते है और इन्हें अपने स्वयं के संकल्पना मानचित्र बनाने में जोड़ सकते है।

इस प्रक्रिया में निम्नलिखित बातों पर ध्यान देकर संकल्पना मानचित्र को पुन:अनुदेशन उपकरण के रूप में प्रयोग के लिए अधिक प्रभावी बनाया जा सकता है

(i) मानचित्र के आधार के रूप में प्रयोग होनें वाली मूल संकल्पना चिप्पियों (labels) का सतर्कता पूर्वक चयन करके

(ii) सम्बद्ध (relvent) संकल्पनाओं को अपने संज्ञानात्मक संरचनाओं (congnitive structures) में बराबर खोजते रहने के लिए छात्रों को सहायता देकर

(iii) छात्रों को इन बातों में सहायता देकर -

(अ) अच्छे संयोजक शब्दों (linking workds) के चुनाव में या शायद यह पहचानने में कि और कौन सी अधिक सामम्य (समावेशी) सकल्पनायें पदसोपान में फिट हो सकती है

(ब) और इन चयनित शब्दों तथा पहचानी गई अधिक समावेशी संकल्पनाओं के माध्यम से जो संकल्पनायें दी गई है और जो वह स्वयं जानते हैं उनके बीच कथनों का निर्माण करने में

(iv) छात्रों को, विशिष्ट वस्तुओं और घटनाओं और घटनाओं तथा उन अधिक समावेशी संकल्पनाओं, जिनका ये विशिष्ट वस्तुएं और घटनायें प्रतिनिधित्व करती है, के बीच विभेदीकरण करने में सहायता देकर।

2. <u>अधिगम पथ का मानचित्रण करने में</u> - मान लीजिए आप को कार से घूमने के लिए कलकत्ता जाना है तो कदाचित् आप राष्ट्रीय मानचित्र से आरम्भ करेंगे जिसमें अन्तर राज्यीय राष्ट्रीय मार्गो और उनके रास्तें में पड़ने वाले प्रमुख नगरों को दिखाया गया है। उसके बाद आप रास्ते में पढने वाले राज्यों के मानचित्र देख सकते हैं जिससे आप उन रूचिकर स्थानों का पता लगा सकें जहां आप रूक सकते है तथा आपके भोजन, विश्राम इत्यादि की व्यवस्था हो सकती है। अन्त में आप स्थानीय मानचित्र भी देख सकते हैं जिसमें आप रूचिकर स्थानों के जाने वाले मार्गो का पता लगा सकते है।

    इसी प्रकार हम एक व्यापक संकल्पना मानचित्र बना सकते है जिसमें सत्र या वर्ष भर में प्रस्तावित विचारों को दर्शाया गया है। उसके बाद हम उस विशिष्ट संकल्पना मानचित्र पर जा सकते है जिसमें सत्र के कुछ भाग का प्रदर्शन है और अन्त में कुछ विशिष्ट शीर्षक के अनुदेशन पर मानचित्र बना सकते है। पथ-मानचित्र की तरह ये त्रिस्तरीय मान-चित्रण सीखने वाले (विद्यार्थियो) को (i) विस्तृत संस्करणों/विचारों के समृद्ध भण्डार (ii) समन्वित विचारों और अर्थो (ii) समन्वित विचारों और अर्थो (coordinated ideas and meanings) और (iii) सुस्पष्ट मनोभावों और धारणाओं (vivid feelings and images)ए को प्राप्त करने और उनका प्रत्यास्मरण करने में काफी उपयोगी हो सकते है। व्यापक मानचित्र पर सरसरी नजर डालना रास्ते में देखे गये विभिन्न विस्तृत वर्णनों को आसानी से प्रत्यास्मरण करने में सुविधाजनक हो सकता है। इन मानचित्रों को सामने रखकर छात्र और शिक्षक यह आसानी से देख सकते है कि वह कहां है, कहां थे और कहां जा रहे है।

3. <u>पाठ्य पुस्तकों से अर्थ निकालनें में</u> - प्रभावशाली ढंग से पढने को सीखना एक असमंजस की स्थिति पैदा करता है। शब्दों और वाक्यांशों को पढ़ना कठिन होता है, जब उनमें कोई अर्थ या बहु त कम अर्थ नजर आता हो। फिर भी अर्थ सीखने के लिए पढ़ना सशक्त माध्यम है। इस असमंजस को मिटाने में संकल्पना मान चित्रण सहायक हो सकता है।

    संकल्पना मानचित्रण हमें अर्थो के इस गतिरोध/बन्द गली, से बाहर निकाल सकता है। 6 से 8 जैसी कम संकल्पनाओं और कथनों के साथ यह किसी विशिष्ट लेखांश को पढने के लिए सामान्य मार्गचित्र देकर उसकी निरर्थकता (meaninglessness) को तोड सकता है। यह सही है कि सभी अनुच्छेदों या पाठ्य पुस्तक के सभी पृष्ठों के लिए संकल्पना मानचित्र नहीं बनाये जा सकते परन्तु छात्रों के साथ मिलकर और उनके साथ किसी भाग या अध्याय के मूल विचारों का मानचित्र बनाना कोई कठिन काम नहीं है। इसमें जो भी 10:15 मिनट लगेंगे वह बाद के पढ़ने में न केवल छात्रों के समय की बचत करेंगे, बल्कि पाठ के अर्थो को भी अधिक स्पष्ट करेंगे।

    इसके अलावा, किसी अध्याय के भाग को पढ़ने में कुछ भ्रांतियां (misconception) आना स्वाभाविक है। पूर्व मानचित्रण से विद्यार्थियों को ये सुराग

मिल सकता है कि जब वह पढ रहे है तो किन भ्रांतियों पर निगाह रखनी है । कभी कभी अर्थ निकालने में सबसे बडी भ्रांति हमारे पूर्वज्ञान के कारण होती है, जब यह पूर्वज्ञान सही नहीं होता या जिस दृष्टिकोण को मूल पाठ प्रस्तुत कर रहा है उससे भिन्न होता है। हम छात्रों में यह विश्वास नहीं पैदा करना चाहते कि जो कुछ पुस्तक में लिखा है वह सही है, परन्तु हमें उन्हें जो कुछ मूल पाठ कह रहा है और उसके पढ़ने के बाद वह क्या विश्वास (believe) करते है उसका आलाचनात्मक मूल्यांकन करने में अवश्य सहायता करनी चाहिए।

पढाई के लिए बनाये हुए व्यापक (global)) और विशिष्ट मानचित्र छात्रों को अधिक अर्थपूर्ण तरीके से सारे अनुदेश की विषय सामग्री को समझने में सहायक हो सकते है। चुनौती यह है कि विद्यार्थियों को, पाठ को पढ़ने से पहले व्यापक मार्ग मानचित्र की क्रमबद्धता (relevance) को समझने में सहायता दी जाय। पाठ को अर्थपूर्वक पढने के लिए पाठ में विकास की जाने वाली व्यापक संकल्पना अर्थो को जानने की आवश्यकता है। इसको, कुशलतापूर्वक ऐसा व्यापक मानचित्र बना कर पूरा किया जा सकता है, जो उन विचारों जो छात्र पहले से रखते हैं, और जिनको पढ़ाई से सम्बंधित किया जा सकता है, को संगठित करते हैं यही पर शिक्षण एक साथ कला और विज्ञान दोनों हो जाती है।

4. प्रयोगशाला और क्षेत्र अध्ययनों को अधिक अर्थपूर्ण बनाने में - अक्सर हमारे विद्यार्थी प्रयोगशालाओं और क्षेत्र वातावरण में बिना यह समझे हुए प्रवेश करते है कि उन्हें वहां क्या करना है या देखना है। उनकी उलझन इतनी अधिक होती है कि वह यह पूछने की हिम्मत नहीं कर पाते कि उनको घटनाओं या वस्तुओं मे किन नियमितताओ (regulations) का अवलोकन करता है या संकल्पनाओं के बीच मैं कौन से सम्बन्ध महत्वपूर्ण हैं। इसके परिणाम स्वरूप, वे आंख बन्द करके, बिना उद्धेश्य के और बिना उन सम्बन्धो, जिनका वह अवलोकन कर रहे है, कि समझ में वृद्धि के, तथ्यों को रिकार्ड करते जाते है, उनमें उलटफेर करते जाते हैं या रचनायें करते जाते है। संकल्पना मानचित्र मूल संकल्पनाओं और सम्बन्धों को पहचानने में छात्रों को सहायता देने के लिए प्रयोग किये जा सकते है जिससे उन्हें जिन घटनाओं या वस्तुओं का वह अवलोकन कर रहे है, उनकी व्याख्या और अर्थ निर्णय (interpretation) में सहायता मिलेगी।

कुछ हद तक यह सही है कि वास्तविक जगत की सामग्रियों के किसी भी अवलोकन और उनमें उलटफेर करने में लाभ है। सामग्री का स्पर्श, गंध, स्वाद और तन्तु विकास निश्चित रूप से कुछ ऐसे अपरिष्कृत (raw) प्रत्यक्ष ज्ञान उपलब्ध कराते हैं जिनकी अवलोकित नियमितता अर्थात् संकल्पना के निर्माण में आवश्यकता पड़ती है । इसके आगे कुछ लोग यह तर्क करेंगे कि संज्ञानात्मक या संकल्पनात्मक ज्ञान का बहुत सी उलटफेर वाली (manipulative) अधिगम क्रियाओं से बहुत कम सम्बंध होता है। फिर भी हम यह कह सकते हैं कि मानव प्रयत्न के लगभग प्रत्येक क्षेत्र में, अगर उनसे सम्बन्धित संकल्पनाओं के स्वभाव तथा वह कैसे कार्य करती है, की समझ हो और समझ का वस्तुओं और घटनाओं के अर्थ निर्णय (interpretation) में प्रयोग किया जाय तो संभवत: उपलब्धि में वृद्धि होगी। प्रत्येक कौशल एक क्रिया विधि है।

उसको अधिक स्पष्ट रूप से देखा जा सकता है यदि क्रिया के अर्थ को व्यक्त (convey) करने वाली संकल्पनाओं को पहचान लिया जाये और उनका मानचित्रण कर लिया जाये।

इसी प्रकार क्षेत्र पर्यटन में समृद्ध शैक्षिक अनुभवों की प्रबल क्षमता है, परन्तु अधिकतर यह विद्यालय सामाजिक भ्रमण से अधिक कुछ नहीं होते। प्रमुख समस्या यह है कि अधिकतर ना तो ले जाने वाले शिक्षक, नही संभागी यह जानते हे की उन्हे क्या अवलोकन करना है या इन अवलोकनों से क्या अर्थ निकालने की अपेक्षा है। छात्रों को यह सब सोच समझ कर क्षेत्र में जाना चाहिए कि वहां क्या अवलोकन करना है और क्यों करना है, जिससे वह अपने अवलोकनो का अधिक अच्छा अर्थनिर्णय / व्याख्या कर सकेंगे, और इसको समझने में संकल्पना मानचित्र काफी सहायक होता है। यह मानचित्र, पर्यटन के पहले उस प्रसंग (topic) पर कक्षा अनुदेशन की योजना बनाने में तथा बाद में विद्यार्थियों से उस पर चर्चा करने से प्रयोग किया जा सकता है।

5. समाचार पत्रों, मैगजीन्स और तकनीकी पत्रिकाओं के लेखों को पढ़ने में - किसी लेख को सरसरी तौर पर पढने के बाद, लौट कर मूल अवधारणाओं और कथनों पर गोला लगाना, और उसके बाद उन्हें पद सोपान में रखते हुए संकल्पना मानचित्र बनाना अपेक्षाकृत सरल होगा। संकल्पना मानचित्र के निर्माण से

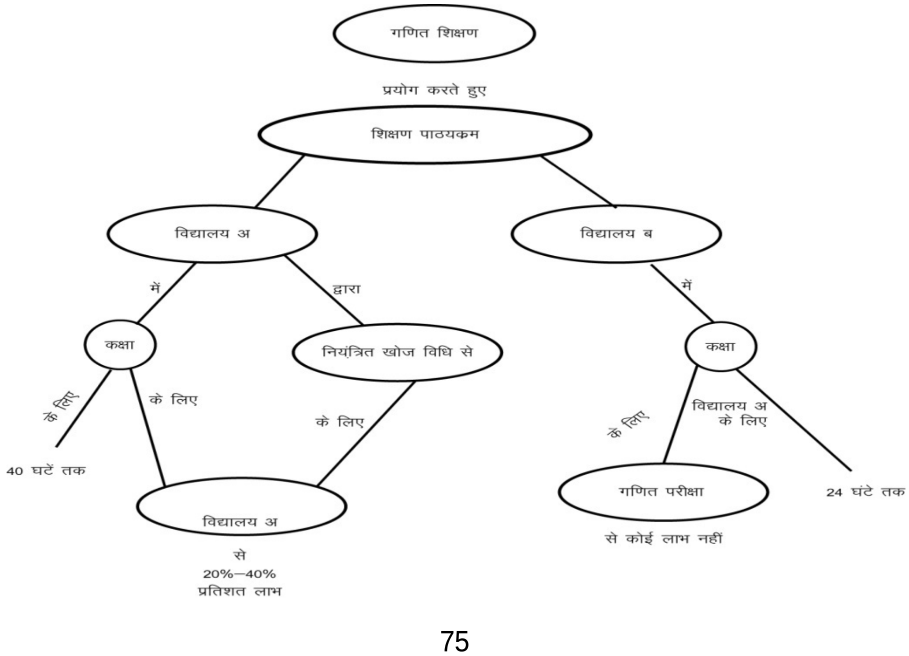
(i) सबसे अधिक महत्वपूर्ण संकल्पनाओं और कथनों को पहचानना।

और

(ii) लेख के प्रमुख बिन्दुओं को संक्षिप्त रूप में रखना, सम्भव होगा।

संकल्पना मानचित्र के पद सोपान में संगठन, लेख में व्यक्त विचारों के अर्थो को ऐसे ढांचे में ढालता है जिससे लेख के सार को याद करना और उसमें दी गई सूचनाओं का पुनरावलोकन सरल हो जाता है।

नीचे एक काल्पनिक अवधारणा मानचित्र दिया गया है (मान लीजिए किसी जनरल से लिया गया है) जो गणित के शिक्षण में नियन्त्रित उपागम की श्रेष्ठता को दर्शाता है

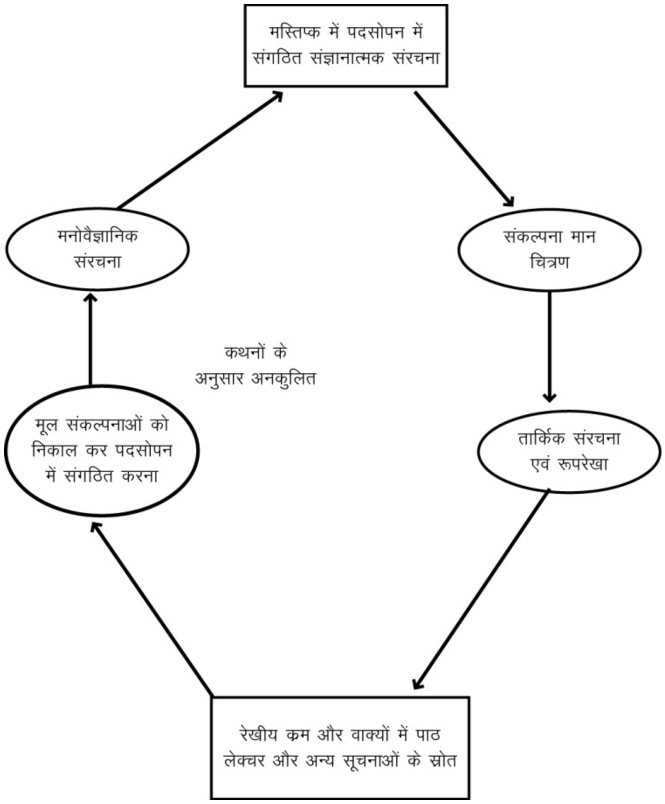


चित्र 4.2 गणित शिक्षण में नियन्त्रित खोज विधि (controlled discovery method) की श्रेष्ठता को दर्षाने वाला एक मानचित्र

6. <u>निबंध या व्याख्या (exposition) की योजना बनाने में</u> - अधिकांश विद्यार्थियों को निबन्ध लिखने में डर लगता है, विषेशकर जब वह गणित जैसे विषय पर हों। जब वह लिखने बैठते हैं तो अपने विचारों को संगठित नहीं कर पाते। इस बाधा को सरल बनाने में संकल्पना मानचित्रण एक रास्ता है। उन कुछ संकल्पनाओं तथा कथनों जिनका निबन्ध में समावेश करना है उनकी सूची बनाना कोई कठिन काम नहीं है। इसके बाद कुछ मिनटों में एक संक्षिप्त मानचित्र बनाया जा सकता है। यह सभी विचारों का समावेश करने वाला सम्पूर्ण मानचित्र नहीं होगा परन्तु इतना पर्याप्त रूप से सम्पूर्ण होगा जिससे कम से कम पहला अनुच्छेद (paragraph) लिखा जा सके। वास्तव में इन मानचित्रों में अधिकांश लेखों के प्रथम पैराग्राफ में, शीर्ष के 4-6 अवधारणाओ और कथनों का स्पष्ट कथन होता है।

ऐसा देखा जाता है कि किसी निबन्ध (या पाठ्य पुस्तक के किसी अध्याय) को लिखना शुरू करने से पहले सम्पूर्ण संकल्पना, मानचित्र बनाना कठिन होता है। फिर भी प्रथम उपागमन (approximation) तैयार किया जा सकता है जिसमें जैसे जैसे लेखन आगे बढ़ता है तथा प्रस्तुत किये जाने वाले विचारों का ढांचा अपना रूप लेता जाता है, जिसकी तेजी से परिवर्तन, (growth) परिवर्धन तथा पुन: रचना की जा सकती है।

लिखित या मौखिक संदेश आवश्यक रूप से संकल्पना और कथनों की रेखीय श्रृंखला होते है। इसके विपरीत हमारे मस्तिष्क में ज्ञान एक प्रकार के पदसोपान या स्वलिखित (holographic) संरचना के रूप में इकट्ठा होता है। जब हम लिखित या मौखिक वाक्यों का संचार करते है, हमें सूचनाओं को पदसोपान से रेखीय ढांचे में बदलना होता है। इसका उल्टा जब हम कोई संदेश पढ़ते है या सुनते हैं हमें रेखीय श्रृंखला को स्तरीकृत ढांचे में बदलना पडता है जिससे हम उसे मस्तिष्क में पचा सके (assimilate) संकल्पना मानचित्रण इस मनौवैज्ञानिक भाषायी रूपांतरण में सहायता दे सकता है। अभी और शोध की आवश्यकता है। यह पता लगाने के लिए कि संकल्पना मानचित्रण लेखन को सरल बनाने में सबसे अच्छी तरह किस प्रकार प्रयोग किया जा सकता है। (आगे का चित्र देखे)




चित्र 4.3 मनोवैज्ञानिक भाषायी रूपांतरण में सहायता देने वाला संकल्पना मानचित्रण

प्रश्न (i) संकल्पना मान चित्रण का क्या शैक्षिक उपयोग है

(ii) गणित शिक्षण में नियंत्रित खोजे विधि की श्रेष्ठता को प्रदर्षित करने वाला एक मानचित्र बनाओं

## 4.6.0 सारांश

व्यक्ति अपने अनुभव में कुछ सामान्य विचार या सिद्धान्त सीखता है जिनका वह अपने भावी जीवन की समस्याओं के हल में प्रयोग करता है। यह विचार या सिद्धान्त जितने आधारभूत होंगे उतना ही उनका प्रयोग क्षेत्र व्यापक होगा। ऐसे सामान्य सिद्धान्त एवं विचार, संकल्पनायें कहलाती है। ये संकल्पनायें ज्ञान के वर्गीकरण, सामूहीकरण को सुविधाजनक बनाती है, विश्लेषण एवं विभेदीकरण के लिए युक्तियुक्त आधार प्रदान करती है तथा चिन्तन में मार्गदर्शक स्तम्भों का कार्य करती है। इसलिए इनको व्यापक रूप तथा यर्थाथ रूप से समझना बहुत आवश्यक है। इसके लिए अब संकल्पना मानचित्रण का प्रयोग किया जाता है। उनका काम कथनों के रूप में विभिन्न संकल्पनाओं के बीच अर्थपूर्ण सम्बन्धों को चित्रित करना है। इस प्रकार के मानचित्र की कई विशेषतायें होती है :

(i) यह मानचित्र छात्रों तथा शिक्षकों दोनों को कुछ उन मूल विचारों को स्पष्ट करने का काम करते हैं जिन पर उन्हें ध्यान केन्द्रित करना है

(ii) ये सीखे गये ज्ञान का रेखीय सारांश प्रस्तुत करके जटिल विषय वस्तुओं को समझ कर याद करने में सहायक होते है

(iii) इसमें मुख्यत: चार प्रकार के सम्बन्ध चित्रित होते है : आधीनस्थ-आधिनस्थ (subordinate-superordinate) सम्बन्ध, संकल्पना के निर्धारित गुण, दृष्टि-अमूर्त-प्रतिमान और वह लेबल जो मानसिक शब्दकोश में है और जिससे व्यक्ति किसी भाषा को समझता है या उस भाषा में व्यक्त करता है

(iv) यह मानचित्र अधिकतर स्तरीकृत होते हैं तथा उनके आधार पर विशिष्ट वस्तुओं या घटनाओं को दर्शाया जाता है

(v) एक ही संकल्पना समूह को दो या उससे अधिक वैद्य अनुक्रमों में प्रस्तुत किया जा सकता है

(vi) इसकी चित्रण प्रक्रिया में हम नये कल्पना सम्बन्धों का विकास कर सकते हैं

संज्ञानात्मक मानचित्रण के निर्माण में पहले छात्रों को इसके लिए तत्पर किया जाता है, जिसमें उन्हें वस्तुओं घटनाओं के विभेदीकरण, संकल्पना शब्द का परिचय तथा संयोजक शब्दों का परिचय करवाया जाता है। फिर उन्हें मानचित्र निर्माण प्रक्रिया समझाई जाती है, जैसे सबसे अधिक समावेशी संकल्पना को शीर्ष पर रखना तथा उससे कम वालों को क्रमशः: पदसोपान में नीचे की ओर रखना फिर इनके बीच संयोजक शब्द द्वारा सम्बन्ध दर्शाना।

गणित शिक्षण में संकल्पना मानचित्र कई प्रकार से प्रयोग किये जा सकते है :

(i) छात्रों के पूर्वज्ञान का पता लगाने में

(ii) अधिगम-पथ का मान चित्रण करने में

(iii) पाठ्य पुस्तकों से अर्थ निकालने में

(iv) प्रयोगशाला और क्षेत्र अध्ययनों को अधिक अर्थपूर्ण बनाने में

(v) समाचार पत्रों, मैगजीन्स और तकनीकी पत्रिकाओं के लेखों को पढ़ने में तथा

(vi) निबन्ध या व्याख्या (exposition) की योजना बनाने में

## 4.7.0 मूल्यांकन प्रश्न

1. संकल्पना के संज्ञानात्मक मानचित्र की विशेषताओं का वर्णन कीजिये।

   Describe the characteristics of cognitive mapping of concepts.

2. संकल्पना मानचित्र छात्रों और शिक्षको की किन आवश्यकताओं को पूरा कर सकता है।

   What needs of students and teacher can be completed by concept mapping.

3. संकल्पना मान चित्रण की निर्माण प्रक्रिया को एक मानचित्र बना कर स्पष्ट कीजिए।

   Explain process of concept mapping.

4. शिक्षा में इनका किस प्रकार प्रयोग किया जा सकता है ?

   How can these be applied in education.

5. एक ही संकल्पना समूह को दो या उससे अधिक वैद्य क्रमों में रखने के क्या सम्भावित कारण हो सकते है उदाहरण दे कर समझाइये।

   What possible reasons may be to place in two than two valid sequeneces of? One concept group? Explain with examples.

6. गणित के किसी प्रकरण पर एक संकल्पनात्मक मानचित्र प्रस्तुत करें।

Present a concept mapping on any topic of mathematic.

## 4.8.0 संदर्भ पुस्तके


1. Asubel David P.J.D. Novak and H. Hanesian (1978); Esucational Psychology; a Cognitive View (Sec. Ed.) Holt Rinehart an Winston, N. York.
2. Dodd David H. and White Rayment (1980); Congnitive Mental Structure and Process, Allyn and Bacon Inc. Boston, London, Sydney, Toranto PP 185-202.
3. Novak, Hoseph D and D. Bebb Gowin (1994); Learning How to learn (Capt.2) Cambridge University Press N. York.
4. Swish, E. Brook, K.S. Goodman and Rober Meridith (1976); Language and Thinking in Schools. Holt and RincHart and Winston N. York 1338.
5. Bruner, Heromes. S. (1961): The Process of Education, Harucurd University Press, Cambridge, Massuchesett PP 17-18

# इकाई 5

# गणित शिक्षण के उपागम एवं विधियाँ (Approaches and Methods of Teaching Mathematics)

5.1.0 प्रस्तावना (Introduction)
5.2.0 उद्धेश्य (Objectives of the units)
5.3.0 गणित शिक्षण के विभिन्न उपागम विधियां (Various Approaches and methods of Teaching Mathematics)
    5.3.1 व्याख्यान विधि (Lecture Method)
    5.3.2 निगमन-आगमन विधियां (Inductive Deductive Method)
    5.3.3 विश्लेषणात्मक-संश्लेषात्मक विविधा (Analytical-Synthetical Method)
    5.3.4 स्वत: शोध विधि (Heuristic Method)
    5.3.5 प्रयोगशाला विधि (Laboratory Mathod)
    5.3.6 परियोजना विधि (Project Method)
    5.3.7 समस्या समाधान विधि (Problem Solving Methods)
    5.3.8 अन्य उपागम
5.4.0 सारांश (Summary)
5.5.0 सहायक शिक्षण सामग्री (Supplementry Teaching Material)
5.6.0 मूल्यांकन प्रश्न (Testing Questions)
5.7.0 संदर्भ (Referances)

## 5.1.0 प्रस्तावना (Introduction)

प्रत्येक शिक्षण अपने विषय के शिक्षण में मुख्यत: दो बातों का ध्यान रखता है,

1. जो कुछ वह छात्रों को बताना या सिखाना चाहता है वह उसे भलीभांति समझा या सिखा सके
2. जो कुछ बताया या सिखाया जा रहा है उसमें छात्र में रूचि लें

शिक्षण उपागम (teaching approaches) विषय वस्तु को इस प्रकार प्रस्तुत करने की विधियां हैं जो उपरोक्त दोनों उद्धेश्यों को प्रभावशाली ढंग से प्राप्त करने में सहायक हों। इसके लिए उपयुक्त विधि/विधियों के चुनाव में अनेक बातों को ध्यान में रखना पड़ता हैं, जैसे

1. बालकों के विकास के विभिन्न स्तरों पर उनकी सामान्य आवश्यकताये, प्रवृत्तियां और उनकी क्षमताऐं एवं सीमायें
2. छात्रों का' पूर्व अधिगम (Previous learning)
3. उनका अवधान विस्तार (span of attention)

4. उनकी रूचिया, अभिरूचियां
5. विषय वस्तु की विशेषतायें एवं सरंचना, इत्यादि

इसलिए शिक्षण एक कला है जिसमें शिक्षक किसी प्रकरण के शिक्षण में एक या उससे अधिक विधियों का इस प्रकार प्रयोग करता है कि उसका शिक्षण प्रभावशाली हो सके। सभी शिक्षक इस कला में समान रूप में स्वभावत: प्रवीण नहीं होते, परन्तु यदि उन्हें विभिन्न प्रकार की शिक्षण विधियों से अवगत कराया जाये और उनकी विशेषताओं को समझाया जाये तो आशा की जाती है कि अभ्यास के द्वारा वे अपने शिक्षण को काफी प्रभावशाली बना सकते हैं।

नीचे उनमें से कुछ प्रमुख विधियों का उल्लेख किया जा रहा है। अब यह शिक्षक की पटुता (ingenuity) पर निर्भर करता कि वह किसी विधि या कई विधियों को एक साथ (उपरोक्त बातों का ध्यान रखते हुए) प्रयोग करते हुए अपने शिक्षण को कितना प्रभावशाली बना सकता है।

गणित अध्यापक द्वारा विद्यार्थियों को सोचने, औचित्य बताने (reasoning), विश्लेषण करने, तर्क संगत सुस्पष्ट करने, तथा प्रशिक्षण देने के वाहन (vehicle) के रूप में गणित को कल्पना करनी चाहिए। विशिष्ट व कौशलात्यक (specific and skill subject) के अतिरिक्त इसे विश्लेषण व औचित्य के साथ किसी भी विषय में सहगामी (concomitant) बनाया जाना चाहिए विद्यालय स्तर पर कम्प्यूटर के आने से, कारण- प्रभाव के सम्बन्ध से तथा गणितीय चरों (Variable) के परस्पर खेल के माध्यम से निर्गत अधिगम (emergence of learning) के कारण गणित शिक्षण को आधुनिक तकनीकी साधनों के अनुरूप पुन: रचना करनी चाहिए।
(राष्ट्रीय शिक्षा नीति 1986)

## 5.2.0 इकाई के उद्धेश्य

इस इकाई के अध्ययन के बाद आप

(i) विभिन्न शिक्षण उपगमों तथा विधियां की अवधारणाओं को स्पष्ट कर सकेंगे
(ii) विभिन्न शिक्षण विधियों में समानता व अन्तर बता सकेंगे
(iii) विभिन्न विधियों के गुण और दोष की व्याख्या कर सकेंगे
(iv) किन परिस्थितियों में उनका प्रयोग अधिक अच्छा होगा उसका निर्णय ले सकेंगें

## 5.3.0 गणित शिक्षण के विभिन्न उपागम

गणित पाठ्यचर्या के प्रभावी उपयोग और पाठ्यचर्चागत उद्धेश्यों को प्राप्त करने के लिए विद्यार्थियों को गतिविधियों का संयोजन उपयुक्त युक्तियों के द्वारा इस प्रकार किया जाए कि विद्यार्थियों को अधिगम क्रिया कलापों के अधिक अवसर मिले। शिक्षण को सार्थक और ठोस बनाने के लिए प्राकृतिक और मानवीय दोनों ही प्रकार के निकटस्थ पर्यावरण का उपयोग होना चाहिए। प्रभावशाली शिक्षण तभी होता है जब शिक्षक छात्रों को सीखने की प्रक्रिया में शामिल करें और यह कार्य सुनने की प्रक्रिया से विद्यार्थियों को उपर ले जाकर चिन्तन, तर्क तथा स्वयं करके सीखने की प्रक्रिया शामिल करके सम्पन्न करना होगा।
(विद्यालयी शिक्षा के लिए राष्ट्रीय पाठ्यचर्या की रूप रेखा- 2000 एन0सी0ई0आर0टी0)
शिक्षण एक अन्त: प्रक्रिया (Interactive Process) है, जिसके चार मूल चर घटक कारक हैं। ये कारक विद्यार्थी,,अध्यापक, वातावरण तथा विषय वस्तु (Content) है। इसलिए

शिक्षण (T),विद्यार्थी (s), अध्यापक (t) वातावरन (e) तथा विषयवस्तु (c) का फलन (Function) है अर्थात

संक्षेप में

$$T = F( s,t,e,c )$$

इसलिए अच्छे शिक्षण में अध्यापक तथा विद्यार्थी,दोनों की सक्रिय व बराबरी की भागीदारी होती है क्रिया तथा प्रतिक्रिया अर्थात अन्त: प्रक्रिया को शिक्षण कहते है।

प्रस्तुत इकाई में गणित की प्रमुख शिक्षण विधियों का वर्णन किया गया है।

### 5.3.1 व्याख्यान विधि (Lecture Method)

इसमें लिखित या मौखिक भाषा के द्वारा सूचनायें प्रदान की जाती है या यु कहिए कि किसी विचार का शाब्दिक चित्र प्रस्तुत किया जाता है। इसलिए इसको अक्सर चाक और वार्ता (Chalk and talk) विधि कहा जाता हैं इसमें हर चीज शब्दों में वक्त की जाती है। वक्ता बोलता है और सुनने वाले निष्क्रिय होकर सुनते हैं। विचारों का प्रवाह एक तरफा होता है शिक्षक अपने विषयवस्तु पर पहले से वार्ता तैयार करके लाता है और छात्रों के सम्मुख प्रस्तुत करता है। छात्र शान्त होकर सुनते हैं और उसके विचारों को समझने का प्रयत्न करते हैं और कहीं कहीं अपनी कॉपी पर नोट करते रहते है।

उदाहरण - वृत्त की संकल्पना को स्पष्ट करते हुए शिक्षक इस प्रकार समझा सकता है

"ज्यामिति में वृत्त को अक्सर एक क्षेत्र के रूप में देखा जाता है, परन्तु यह धारणा गलत हैं यह केवल एक वक्र है (या वक्रीय रेखा है) जो किसी नियम के साथ दो दिशक तल में चलते हुए किसी बिन्दु द्वारा बनाई जाती हे। यह किसी क्षेत्र को घेरती है। किसी वृत्त के क्षेत्रफल से हमारा अभिप्राय उस क्षेत्र के क्षेत्रफल से है जिसको वह घेरती है, ना कि वक्र का क्षेत्रफल जिसको कोई अर्थ नहीं है" इस विधि के उपयोग में अध्यापक को (i) मुख्य शोषक,उपशीर्षक के मुख्य शब्दों, मुख्य संकल्पनाओं, चित्र आदि को श्याम पट्ट पर लिखना चाहिए (ii) कथन सरल, धाराप्रवाही, रोचक व आकर्षक तथा प्रभावशाली होना चाहिए (iii) प्रश्न पूछने के लिए समय देना चाहिए।

गणित शिक्षण में इसका सम्पूर्ण रूप से उपयोग करना सम्भव नहीं फिर भी इसे उन स्थितियों में उपयोगी पाया गया है

(i) नये विषय वस्तु की प्रस्तावना में

(ii) अमूर्त अवधारणाओं की व्याख्या में

(iii) वाद विवाद का आरम्भ करने में

(iv) अवधारणाओं के संक्षेपीकरण एवं पुनर्वालोकन (review) करनें में

(v) व्याख्या करने, प्रमेय सिद्ध करने तथा लम्बी समस्या के हल करने में।

व्याख्यान विधि के गुण

(i) बडी संख्या वाले छात्रों की कक्षा में इसका कोई विकल्प नहीं है कक्षा के दूर कोनें तक छात्र शिक्षक की वार्ता सुनते है और सभी को सुनने और सीखने का समान अवसर मिलता है।

इस प्रकार यह विधि आर्थिक और समय की दृष्टि से काफी किफायती भी है।

(ii) शिक्षक के लिए सुविधाजनक हैं क्योकि

(अ) उसमें उसको छात्रों को व्यक्तिगत सहायता नहीं देनी पडती।

(ब) वह अपनी गति से शिक्षण कर के भारी पाठ्यक्रम को भी जल्दी पूरा कर सकता है, क्योंकि उसको छात्रों को सीखने की गति से समायोजित नहीं करना पड़ता,

(iii) ये सूचनाओं को प्रदान करने की काफी पुरानी विधि है

(iv) इसमें योजनाबद्ध तरीके से विचारों को उनके स्वाभाविक क्रम में रख सकता है, जैसे लाभ-हानि का प्रकरण पढ़ाते समय वह अपनी विषय वस्तु को इस क्रम में रख सकता है

क्रय मूल्य (C) की अवधारणा

विक्रय मूल्य (S) की अवधारणा

लाभ हानि को S - C के रूप में रख कर उसकी अवधारणा को स्पष्ट करना।

यह अवधारणा की लाभ-हानि सदैव क्रय मूल्य पर लगाई जाती है।

(v) छात्रों को भावनात्मक रूप से विषय वस्तुत से जोडने की यह लाजवाब विधि है, शिक्षक अपनी वार्ता से गणित या विषय वस्तु की जीवन में उपयोगिता बताकर/अच्छे उदाहरण देकर काफी रोचक और प्रेरणादायक बना सकता है। इसी प्रकार प्रस्तावना में यह काफी प्रभावी भूमिका निभा सकता है।

(vi) इस विधि से अधिक विषय वस्तु को कम समय में पढाया जा सकता है।

(vii) अपने प्रभावशाली शैली से छात्रों को मंत्रमुग्ध करके, वह अपने निरीक्षकों को काफी प्रभावित कर सकता है

(viii) इस विधि द्वारा प्रतिभाषाली विद्यार्थी अधिक लाभान्वित होते है।

<u>व्याख्यान विधि की कमियां</u>

(i) गणित का प्रमुख उद्धेश्य तार्किक चिन्तन का विकास करना है और यह तार्किक चिन्तन छात्रों को बिना स्वयं चिन्तन करके, विषय वस्तु को शिक्षक से वाद विवाद करके अर्थात् स्वयं शिक्षण प्रक्रिया में भागीदार होकर नहीं प्राप्त किया जा सकता।

लैक्चर विधि में एक तरह से हर चीज ऊपर से लादी जाती है चम्मच से ज्ञान की घुट्टी (spoon feeding) पिलाई जाती है, जिसमें छात्रों को तथ्यों का स्वयं अवलोंकन करने, उस पर चिन्तन करने और विकास करने का कोई अवसर नहीं मिलता या बहुत कम मिलता है।

(ii) आजकल छात्र केन्द्रित शिक्षा पर बहुत अधिक जोर दिया जा रहा है जिसका आशय यह है कि शिक्षण, छात्रों की आवश्यकताओं, क्षमताओं, सीमाओं के अनुसार उनकी स्वयं की भागीदारी के साथ होना चाहिए। लेक्चर विधि में, शिक्षक बिना छात्रों की आवश्यकताओ, क्षमताओं को ध्यान में रख कर जैसा वह अपने तरफ से ठीक समझता है, पढाता है। छात्रों को स्वयं करके सीखने, स्वयं प्रयोग करने तथा सक्रिय रूप से शिक्षण में भागीदार होनें का अवसर नहीं प्रदान करता।

(iii) इस विधि में छात्र निष्क्रिय रहते हैं, इसलिए लेक्चर के समय जो शिक्षक कक्षा में पढ़ा रहा है उस पर से उसका ध्यान हट भी सकता है, जिससे हो सकता है कि शिक्षक की बातों का कोई महत्वपूर्ण भाग उससे छूट जाय। गणित शिक्षण में यह स्थिति काफी

हानिकारक हो सकती है, क्योंकि गणित शिक्षण में एक स्तरीकृत तार्किक श्रृंखला होती है। यदि कोई कड़ी छूट गई तो आगे की कड़ी को समझना बहुत कठिन हो जायेगा।

(iv) इस विधि में शिक्षकों तथा छात्रों में निकटतम सम्बन्ध बनानें की बहुत ही कम सम्भावना होती हैं शिक्षक अपनी वार्ता देकर सन्तुष्ट हो जाता है, वह छात्रों की कठिनाइयों को समझ कर अधिकतर उन्हें व्यक्तिगत परामर्श नहीं देता।

(v) यह विधि मनोवैज्ञानिक नहीं है।

(vi) गणित की यह व्याख्यान विधि अधिगम सिद्धान्तो के अनुकूल नहीं है।

(vii) यह विधि मन्द बुद्धि बालको के लिए उपयुक्त नहीं होती है।

(viii) इस विधि से शिक्षण करने पर बालकों में गणित के प्रति अरुचि उत्पन्न हो जाती है और उन्हें गणित कठिन विषय लगने लगता है।

(ix) यह विधि एक तरफा (Unipolar) है जिसमें अध्यापक सक्रिय और विद्यार्थी निष्क्रिय हो जाते है जो उचित नहीं है। शिक्षण सिद्धान्तों को पालन इस विधि में नहीं होता।

इस प्रकार हम देखते है कि यह विधि गणित शिक्षण में अधिक उपयोगी नही है गणित शिक्षण में सूचनायें प्राप्त करना और उनको रटना अध्ययन का महत्वपूर्ण अंग है। इसमें छात्रों के चिन्तन एवं तार्किक शक्ति के विकास पर अधिक बल दिया जाता है। इसलिए यह विधि ना तो विषय के अनुरुप है ना ही सीखने वाले छात्रों के मानसिक स्तर के अनूकूल है। गणित के बहुत ही कम प्रकरण इस विधि से पढाये जा सकते है। इनका टैक्स, चक्रवृद्धि ब्याज, बैकिंग आदि कुछ प्रकरण भले ही इस विधि से पढ़ाये जाये, परन्तु कक्षा कार्य में नियमित विधि के रुप में यह अनुपयुक्त है।

### 5.3.2 आगमनात्मक तथा निगमनात्मक विधियां (Inductive-Deduvtive Method)

ये दो विधियों का संयोग हैं। इस संयोग को समझने के लिए पहले हमें उन्हें अलग अलग समझना होगा।

आगमनात्मक विधि

यह विधि आगमनिक प्रकिया पर आधारित है, जिसमें छात्र मूर्त (concrete) से अमूर्त, (abstract) विशिष्ट से सामान्य (general) की ओर बढते है। इसमें किसी समस्या को हल करने के लिए पहले से ज्ञात तथ्यों या नियमों का सहारा नहीं लिया जाता। छात्रों को कुछ उदाहरण प्रस्तुत किये जाते हैं, जिससे वह अपनी सूझबूझ तथा तर्कशक्ति का प्रयोग करते हुए इन उदाहरणों के स्थूल तथ्यों (concrete facts) से किसी नियम या सिद्धान्त को निकालते है। इस प्रकार यह विधि पर्याप्त संख्या में स्थूल उदाहरणों से कोई फार्मूला, नियम सा सिद्धान्त निकालने की विधि है। यह आगमन पर आधारित है जिसमें कई स्थितियों में किसी को सत्य प्रमाणित करके किसी सामान्य नियम का प्रतिपादन किया जाता है। तर्क यह है कि यदि उन उदाहरणों में यह सत्य है, तो इस प्रकार की सभी स्थितियों में भी सत्य है।

उदाहरण -

1. $अ^4 \times अ^3 = (अ \times अ \times अ \times अ) \times (अ \times अ \times अ) = अ^7 = अ^{4+3}$ '

   $अ^2 \times अ^3 = (अ \times अ) \times (अ \times अ \times अ) = अ^{2+3} = अ^5$

   इसलिए $अ^6 \times अ^8 = अ^{6+8}$ यदि $अ^m \times अ^n = अ^{m+n}$

   अर्थात् आधार समान हो तो गुणा करने मे घात जुडा करती है।

2. 1 = $1=1^2$

1 + 3 = $4=2^2$

1+3+5 = $9=3^2$

1+3+5+7 = $16=4^2$..................

1+3+5 .......... n पदो का योग = $n^2$

इसलिए प्रथम n विषम संख्याओं का योग = $n^2$

3. छात्रों को विभिन्न प्रकार के (समकोण, समद्विबाहु, साधारण)

गत्ते पर बने त्रिभुजों को देकर उनके कोणें, का योग प्राप्त करने को कहें, उनसे प्राप्त परिणामों को श्यामू पट्ट पर लिखें। अवलोकन करने में सहायता करते हुए सभी छात्रों, से निष्कर्ष निकलवाये कि त्रिभुजों के कोणों का योग 180° होता है।

सामान्यीकरण के रूप में उन्हें यह समझने में सहायता दीजिए कि " किसी भी त्रिभुज में तीनों कोणो का योग 180° है"

4. (a+b) x (a - b) को गुणा करवा कर $a^2 - b^2$, प्राप्त करायें।

इसी प्रकार (b +c) (b - c) को गुणा करके $b^2 - c^2$ प्राप्त करायें।

सामान्यीकरण के रूप में $(x+ y) (x-y)= x^2 - y^2$ की पहचान करायें।

अधिकतर गणित सूत्रों की स्थापना आगमन विधि से की जाती है।

आगमन विधि के गुण

(i) यह विधि तथ्यों को समझने में सहायक होती है। जब बहुत से सरल उदाहरणों के द्वारा किसी सिद्धान्त को स्थापित किया जाता है तो उसको समझने में आसानी होती है क्योंकि उससे सम्बन्धित फार्मूला का “कैसे और क्यों” प्रश्नों का उत्तर शुरू में ही स्पष्ट हो जाता है।

(ii) यह एक मनोवैज्ञानिक विधि है क्योंकि इसमें छात्रों की रूचि आरम्भ से अन्त तक बनी रहती है।

(iii) यह विधि वास्तविक अवलोकन, चिन्तन एवं प्रयोग पर आधारित है और इस प्रकार छात्रों को किसी सूत्र (formula) अधिक भागीदारी के साथ खोजने का अवसर प्रदान करती है, इसलिए यह उनके लिए रुचिकर है, आत्मविश्वास जागृत करती है।

(iv) यह विधि छात्र केन्द्रित है।

(v) यह तर्क संगत विधि है, इसलिए गणित जैसे विषय के लिए बहुत उपयुक्त है। विशेषकर शिक्षण के आरम्भिक स्तर पर, लगभग सभी शिक्षण आगमन विधि से ही होते हैं।

(vi) मानव के सीखने की यह एक स्वाभाविक विधि है। शैशव काल से लेकर सभी आयु पर इसी विधि से अवधारणाओं (concepts) का निर्माण होता है। अधिकांश खोज भी इसी विधि से होती है।

(vii) यह विधि रटने की आदत पर अंकुश लगाती है और इस प्रकार गृहकार्य के बोझ को कम करती है क्योंकि, 10 तथ्यों को अलग अलग रटने के स्थान पर उससे सम्बन्धित एक सूत्र से काम चल जाता है।

(viii) यह विधि गणित के मौलिक सिद्धान्त को सिखाता है इसलिए बालक को गणितीय अवधारणा स्पष्ट हो जाती है।

(ix) यह विधि बालक में अनुसंधान करने की प्रवृत्ति का विकास करती है।

(x) यह विधि बालक की मानसिक योग्यता, क्षमता तथा भावनात्मक योग्यता और एकाग्रता जैसे मनौवैज्ञानिक गुणों काविकास करती है।

आगमन विधि की कमियां

(i) इस विधि का उपयोग सीमित है। सभी प्रकार के प्रसंगो के लिए यह उपयुक्त नहीं है। साधारण नियमों एवं सिद्धान्तों को स्थापित करने के लिए यह ठीक है, परन्तु जटिल सूत्रों को इस विधि के द्वारा ही स्थापित नही किया जा सकता है।

(ii) इस विधि से सामान्यीकरण करने में अधिक समय लगता है।

(iii) इस विधि द्वारा प्राप्त नियमों की विश्वसनीयता उदाहरणों की संख्या पर निर्भर करती है, इसलिए केवल कुछ विशिष्ट उदाहरणों के आधार पर प्राप्त नियमों के गलत होनें की सम्भावना भी हो सकती है।

(iv) इस विधि से नियम प्राप्त किये जा सकते है। अभ्यास का कार्य नहीं कराया जा सकता, इसलिए बिना निगमन विधि यह अधूरी है।

(v) इस विधि में समय अधिक लगता है इस कारण गणित का पाठ्यकम पूरा नहीं हो सकता।

प्रश्न : 1. गणित शिक्षण को आगमन विधि क्या है ? इस विधि के गुण एवं अवगुणों पर प्रकाश डालिये।

2. दसवीं कक्षा के गणित के वे कौन से शीर्षक है जिन्हें इस विधि से पढाना चाहिए ?

निगमन विधि (Deductive Method)

यह आगमनात्मक विधि से उल्टी है। इसमें हम सामान्य (general) से विशिष्ट की ओर, अमूर्त से मूर्त की ओर चलते है। नियम से उदाहरण की ओर चलते है। दिये गये गणितीय सूत्र की सहायता से प्रश्न को हल किया जाता है। इसमें पहले से निर्मित कोई सूत्र या नियम दिया रहता है, उसके आधार पर (प्रयोग करके) उनके सम्बन्धित समस्याओं को छात्र को हल करने को दिया जाता है। इस विधि में सूत्र को मानकर चला जाता है, उसे प्रमाणित करने की आवश्यकता नहीं होती है जैसे

त्रिभुज का क्षेत्रफल 1/2 (आधार) x (शीर्ष लम्ब )

इस सूत्र से त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात कर लिया जायेगा। जैसे एक त्रिभूज का आधार = 7 सेमी., शीर्ष लम्ब = 5 सेमी है तो त्रिभूज का क्षेत्रफल ज्ञात करिये।

छात्र उपरोक्त नियम से क्षेत्रफल = ½ .7 x 5 = 17.5 sq.cm. सीधे ही ज्ञात कर सकते।

इसी प्रकार $(x + y)^n = x^n + nC_1x^{n-1}y + nC_2\, x^{n-2}y^2 + \ldots\ldots\ldots\ldots + y^n$ का सूत्र देकर, सम्बन्धित प्रश्न हल कराये जा सकते हैं

एक व्यक्ति ने बैंक से 2000 रु. 5 प्रतिशत की दर से 4 वर्ष के लिए उधार लिए। बताओं 4 वर्ष में कितना साधारण ब्याज होगा

हल :सूत्र साधारण ब्याज = $\frac{\text{मूलधन x समय x दर}}{100}$ में मूलधन ,समय तथा दर का मान रखने पर

$$\text{साधारण ब्याज} = \frac{2000 \times 4 \times 5}{100}$$

=400 रू.

निगमन विधि के गुण

(i) यह विधि संक्षिप्त और समय की दृष्टि से किफायती विधि है। दिये हुए नियम के आधार पर समस्याओं को हल करना अपेक्षाकृत सरल है।

(ii) अभ्यास के लिए एवं पुनर्वालोकन के लिए यह विधि काफी उपयोगी है। इसके द्वारा विविध नियमों के प्रयोग का काफी अभ्यास कराया जा सकता है।

(iii) यह विधि सभी प्रकार के छात्रों तथा सभी प्रकार के प्रसंगों के लिए उपयुक्त है। सामान्य छात्रों को सामान्य तथा प्रतिभावान छात्रों को कठिन प्रश्नों द्वारा अभ्यास कराया जा सकता है।

(iv) यदि इसे आगमन विधि के साथ मिला दिया जाये तो यह आगमन विधि के अधूरेपन और अपर्याप्ता को दूर कर देगी।

(v) समस्याओं के समाधान में यह उसकी गति और परिशुद्धता को बढ़ायेगी। इस प्रकार कम समय में अधिक ज्ञान की प्राप्ति 'हो सकती है।

(vi) ऊंची कक्षाओं के लिए उपयुक्त है।

(vii) इस विधि में नियमों व सूत्रों की सत्यता के प्रति सन्देह नहीं होता।

निगमन विधि की कमियां

(i) गणित का अध्ययन आरम्भ करने वालों को प्रारम्भिक स्तर पर अमूर्त सूत्र (abstract formula) को समझना बहुत कठिन होगा, यदि उन्हें पहले कई स्थूल (concrete) उदाहरणों से स्पष्ट न किया जाय।

(ii) यह रटने (cramming) को गौरवान्वित (glorify) करती है। यदि शुद्ध निगमनिक कार्य करना हो तो हर तरह की समस्या के लिए अलग एक नियम की आवश्यकता होगी जिसको रटने की आवश्यकता होगी। इसलिए यदि इसका व्यापक प्रयोग करना हो तो बडी संख्या में, नियमों को आंख बन्द करके रटना होगा जिससे अनावश्यक रूप से छात्रों के मस्तिष्क पर भार पडेगा। इस प्रकार उस विधि में बुद्धि और समझ की जगह स्मृति अधिक महत्वपूर्ण हो जायेगी, जो गणित शिक्षण के उद्धेश्यों के विपरीत है क्योंकि इसमें चिन्तन तर्क और खोज का अभाव होगा। इसलिए यह विधि वैज्ञानिक नहीं है।

(iii) इसमें क्रियात्मक तथा प्रयोगात्मक कार्य का अभाव रहता है।

(iv) इसमें बालकों को नियम तथा तथ्यों की सूचनाएं मिलती है। मानसिक शक्तियों का विकास नहीं होता है।

(v) यदि छात्र आंख बन्द करके किसी नियम को रटता है तो उसे समय पर भूल भी सकता है और उसे वापस याद करना कठिन होगा।

(vi) यह मनोवैज्ञानिक भी नहीं है। धीरे-धीरे गणित बालक को अरूचिकर हो जाता है।

सारांश - आगमनात्मक तथा निगमन विधियों के अपने अपने गुण दोष है। परन्तु यदि दोनों को मिलाकर प्रयोग किया जाये तो दोनों की काफी कमियां दूर हो सकती है और छात्र के लिए गणित शिक्षण न केवल अधिक तर्क संगत होगा रूचिकर भी होगा। यह दोनों विधियां एक

दूसरे के पूरक हैं। गणित शिक्षण में हमें आगमनात्मक विधि से आरम्भ करना चाहिये फिर उसे निगमन विधि से अभ्यास कराना चाहिए। इससे न केवल गति और परिशुद्धता बढ़ेगी, गणित विषय पर पकड भी बढेगी। आगमनात्मक विधि से गणित को समझे और निगमन विधि से उसका अनुप्रयोग करें। आगमनात्मक-निगमनिक विधियों का संयोजन ही गणित शिक्षण में सबसे अच्छे परिणाम ला सकता है। गणित अध्यापक को दोनो विधियों का समायोजन करके अर्थात आगमन-निगमन विधि का अनुप्रयोग गणित शिक्षण के लिए करना उपयुक्त है।

प्रश्न : 1. निगमन विधि के गुण व दोष बताओ।

2. शिक्षण को आगमन तथा निगमन विधि की तुलना करिये।

### 5.3.3 विश्लेषणात्मक-संश्लेषणात्मक विधियां (Analytical-Synthetical Methods)

यह दोनों विधिया भी मिला कर प्रयोग की जाती है। परन्तु इस संयोजन को समझने के लिए पहले उनको अलग अलग समझना आवश्यक होगा।

विश्लेषणात्मक विधि- विश्लेषण शब्द का अर्थ है "इकट्ठी हुई वस्तुओं अथवा भागों को अलग-अलग की प्रक्रिया" समस्या में क्या दिया हुआ है तथा क्या ज्ञात करता है, कैसे ज्ञात करना है आदि घटकों को अलग-अलग करने की प्रकिया को विश्लेषण विधि कहते है। यह समस्या का हल खोजने की सर्वोत्तम विधि है। ज्ञात की सहायता से अज्ञात का पता लगाया जाता है। इस विधि में प्रश्न में दिये तथ्यों का विश्लेषण करके इस रूप और क्रम में रखा जाता है जिससे हल प्राप्त हो सके। इस प्रकार यहां हम ज्ञात से अज्ञात की ओर बढ़ते हैं। हम यह देखते हैं कि क्या तथ्य दिये हैं और उसकी सहायता से क्या परिणाम प्राप्त करना हे। फिर इन दिये तथ्यों तथा जो परिणाम प्राप्त करना है उसका उपयुक्त विश्लेषण करके दोनों के बीच समायोजन बिठाते है। विश्लेषण विधि के तीन मुख्य सोपान है : दिया है, ज्ञात करना है, (सिद्ध करना है), हल। उपपत्ति

उदाहरण 1 : यह सिद्ध करना है कि वृत्तीय चतुर्भुज (cyclic quadrilateral) में आमने सामने के कोणों का योग दो समकोण होता है

दिया है - एक वृत्तीय चतुर्भुज A B C D

सिद्ध करना है - आमने सामने के कोणों का योग दो समकोण होगा या $\angle A + \angle C = \angle D + \angle B = 180^0$

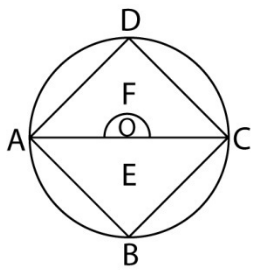
वृत्तीय चतुर्भुज की अवधारणा विश्लेषण करने पर हम देखते हैं कि यह ऐसा चतुर्भुज है जिसके किनारे वृत्त के परिधि पर होते हैं

इसलिए इसमें चतुर्भुज तथा वृत्त दोनों के गुण शामिल होनें चाहिए।

सिद्ध करना है

$\angle B + \angle D = 2$ rt. angles

और $\angle A + \angle C = 2$ rt. angles




उपपति: किसी वृत्त में किसी चाप से परिधि पर बना कोण केन्द्र पर बने कोण का आधा होता है।

B = ½ F और D = ½ E

B + D = ½ F + ½ E = ½ केंद्र पर बना पूरा कोण

= ½ x 4rt. Angles (किसी बिन्दु पर बना सम्पूर्ण कोण 4rt. s.)

समस्या-विश्लेषण करते समय समस्या के हल तक पहुँचने के लिए कार्य-कौशल (Manipulation) की आवश्यकता होती है, जैसे प्रमेय सिद्ध करने में कभी-कभी रचना भी करनी पडती है। सामान्य समस्या कथन को ज्यामिति या बीजगणित रूप में विशेषकर लिखना पडता है

उदाहरण 2. : सिद्ध करना है कि $\tan^2\theta + 1 = \sec^2$

विश्लेषण - बांई तरफ को दाहनी तरफ के बराबर सिद्ध करना है

अर्थात $\tan\theta$ को $\sec\theta$ रूप में परिवर्तित करना है, या

$\sec\theta = \frac{1}{\cos\theta}$ के रूप में परिवर्तित करना है

इस रूप में $\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta}$

बाई और $\frac{\sin^2\sin^2\theta}{\sin^2\sin^2\theta} + 1 = \frac{\sin^2\sin^2\theta + \cos^2\cos^2\theta}{\cos 2\theta}$

$\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$ होता

इस लिए बाई ओर = $\frac{1}{\cos^2\theta} = \sec^2\theta$

अंत में $tan^2\theta + 1 = sec^2\theta$

उदाहरण 3 : $\frac{2x2 + 8x - x - 4}{3x2 + 12x - x + 4} \div \frac{(4x)^2 - 1^2}{6x2 + 3x - 2x - 1}$ का सरलीकरण करना है।

विश्लेषण - दोनों पक्षों के गुणनखंड करके छोटे टुकडे करना

$$= \frac{(2x-1)(x+4)}{(3x-1)(x-4)} \div \frac{(\cancel{2x+1})(2x-1)}{(3x-1)(\cancel{2x+1})} = \frac{(\cancel{2x-1})(x+4)}{(\cancel{3x-1})(x-4)} \times \frac{(\cancel{2x-1})}{(\cancel{2x-1})}$$

$$= \frac{x+4}{x-4}$$

<u>विश्लेषण विधि के गुण -</u>

1. यह विधि छात्रों में तर्कसंगत चिन्तन शक्ति के विकास में सहायक होती है, जो कि गणित का एक प्रमुख लक्ष्य है।
2. इस विधि में छात्रों को प्रारम्भ से अन्त तक की सारी प्रकिया से स्वयं गुजरना होता है जो उन्हें विषय वस्तु को स्पष्ट रूप से समझने में सहायक होती है।
3. इस में रटने की कोई आवश्यकता नहीं होती, तर्क का हर पद सामान्य रूप से विकसित होता है और हर पद का अपना तर्क होता है तथा औचित्य होता है।
4. इस प्रकार का प्राप्त ज्ञान स्थायी होता है।
5. हर पद पर छात्र समस्या के हल के प्रति जागरूक रहता है " किसी चक्रीय चतुर्भुज के आमने सामने के कोणों को 2 समकोणों के बराबर सिद्ध करें", इस समस्या का हल करने के क्या सम्भावित तरीके है" इत्यादि।

6. इस विधि में छात्रों की भागीदारी को प्रोत्साहित किया जा सकता है।
7. छात्रों में खोज की भावना का विकास किया जा सकता है जिससे उनमें आत्म विश्वास भी पैदा हो सकता है।

कमियां

1. यह एक लम्बी विधि है, इसमें समय अधिक लगता है।
2. यह विधि छोटे बालकों, तथा सामान्य से कम बुद्धि वाले छात्रों के लिए उपयोगी नहीं है।
3. इस विधि से गति और परिशुद्धता प्राप्त करना कठिन है।
4. गणित में सभी प्रकार की समस्याओं में इसका प्रयोग नहीं हो सकता। यह जटिल समस्याओं के लिए अधिक उपयोगी है क्योंकि यहां जटिल समस्या का टुकाडों में विश्लेषण करके उन्हें पुन: संगठित करके ज्ञात को अज्ञात से सम्बन्धित करना होता है।

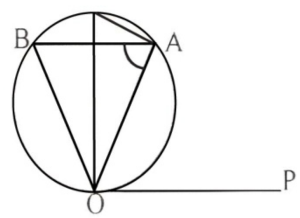
प्रश्न : विश्लेषण विधि की प्रक्रिया, गुण तथा अवगुण उदाहरण देकर स्पष्ट करिए।

संश्लेषणात्मक विधि (Synthetical Method)

यह शिक्षण विधि विश्लेषण विधि के बिल्कुल विपरीत है, संश्लेषण का शब्द कोशीय अर्थ है "अलग-अलग वस्तुओं अथवा घटकों को एकत्र करने की प्रकिया" इस विधि में ज्ञात से अज्ञात की ओर बढ़ने में समस्यां अलग अलग भागों को इकट्ठा करते है। यह, कुछ चीजें जो ज्ञात है उनसे आरम्भ करता है और फिर उन्हें कथन के अज्ञात भाग से जोड़ता है। यह उपलब्ध या ज्ञात आकड़ों से आरम्भ करता है और फिर इन्हें परिणाम से जोड़ता है। इस प्रकार इसकी प्रकिया में सूचनाओं के ज्ञात टुकडो को इस प्रकार से रखा जाता है कि उनमें कोई अज्ञात सूचना प्रकट हो सके। यहां परिकल्पना से निष्कर्ष की ओर बढते है।

उदाहरण 1 :किसी वृत्त में किसी स्पर्श रेखा के बिन्दु से खींची गई जीवा से बना कोण वृत्त के एकान्तर

खण्ड में खीचे गये कोण के बराबर होगा।




दिया है : (i) OP एक स्पर्श रेखा

(ii) OA एक जीवा

(iii) $\angle$OBA एकान्तर खण्ड में बना कोई कोण सिद्ध करना है कि $\angle$AOP = $\angle$OBA

(रचना) परिकल्पना- यदि O से एक व्यास OQ खींचा जाय और QA को मिला दिया जाय तो यह सिद्ध हो सकेगा

उपपत्ति : क्योंकि तब < $\angle$OBA = < $\angle$OQA

और $\angle OAQ = 90^0$ $\quad$ $\angle OQA + \angle QOA = 90^0$

पर $\quad$ $\angle QOA + \angle AOP = 90^0$

$\angle OQA = \angle OBA = \angle AOP$

उदाहरण 2: यदि $\dfrac{(m+1)^{1/3}+(m-1)^{1/3}}{(m+1)^{1/3}-(m-1)^{1/3}} = x$

तो सिद्ध करना है कि $x^3 - 3mx^2 + 3x - m = 0$

परिकल्पना - (1) का (componendo and dividendo) के प्रयोग से सरलीकरण हो सकता है।

सत्यापन -

(1) में (componendo and dividendo) का प्रयोग करने पर

$$\frac{(m+1)^{1/3}+(m-1)^{1/3}}{(m+1)^{1/3}-(m-1)^{1/3}}=\frac{x}{1}$$

तो सिद्ध करना है कि x3 - 3mx2 + m = 0

परिकल्पना - (1) का (componendo and dividendo) का प्रयोग करने पर

(m+1)1/3+(m-1)1/3 = x

(m+1)1/3+(m-1)1/3 = 1

$$\text{or}\ \frac{(m+1)^{1/3}+(m-1)^{1/3}+(m+1)^{1/3}-(m-1)^{1/3}=x+1}{(m+1)^{1/3}+(m-1)^{1/3}+(m+1)^{1/3}-(m-1)^{1/3}=x+1}=\frac{x+1}{x-1}$$

$$\text{or}\ \frac{2\left(m+1\right)^{1/3}}{2\left(m-1\right)^{1/3}}=\frac{x+1}{x-1}$$

$$\text{or}\left[\frac{(\mathrm{m}+1)}{(\mathrm{m}-1)}\right]=\left(\frac{\mathrm{x}+1}{\mathrm{x}-1}\right)^3$$

(फिर से (componendo and dividendo का प्रयोग करने पर )

$$\frac{(m+1)+(m-1)}{(m+1)-(m-1)}=\frac{(x+1)^3+(x-1)^3}{(x+1)^3(x-1)^3}$$

$$\text{or}\ \frac{2(x^3+3x)}{2(1+3x^3)}=\frac{(m+1)+(m-1)}{(m+1)-(m-1)}$$

$$\text{or}\ \frac{(x^2+3x)}{(1+3x^2)}=m$$

or$x^3$ + 3x =m (1 + 3x)

or$x^3$ - 3m$x^2$ + 3x - 3 =0

<u>गुण:</u>

1. यह एक सरल, संक्षिप्त एवं सुचारू विधि है।
2. इस विधि से समय की बचत होती है।
3. किसी गणित सम्बन्धी हल को क्रमबद्ध रूप में प्रस्तुत करने में यह विधि उपयोगी है।
4. अधिकांश छात्रों के लिये विधि उपयुक्त हैं
5. अधिकांश गणित के प्रसंगों को पढ़ने के लिए यह विधि उपयुक्त है।

<u>कमियां</u>

1. यह विधि छात्रों को निष्क्रिय श्रोता बनाती है तथा रटने को प्रोत्साहित करती
2. छात्रों के मन में, यह बहुत सी शंकाएं उत्पन्न करती है जिसकी व्याख्या उनको उपलब्ध नहीं होती है। इतने सारे प्रश्नों के असंतोषजनक उत्तर बिना, जो संश्लेषण में उत्पन्न

होते है, छात्र जब नयी कोई समस्या उनको हल करने के लिए दी जाती है तो परेशान कर देती है। संश्लेषण के सभी पदों को भी याद करने का भी अक्सर समय नहीं होता।

3. यह सम्पूर्ण समझ नहीं प्रदान करती, इसलिए इस विधि में खोज और चिन्तन की बहुत कम गुंजाइश होती है।
4. इस प्रकार के शिक्षण में शिक्षक छात्रों को अपने साथ नहीं ले जा पाता।
5. यह एक अमनोवैज्ञानिक विधि है।
6. इसमें सामान्य छात्रों के आत्म विश्वास का विकास नहीं हो पाता।

विश्लेषण और संश्लेषण विधियां एक दूसरे की पूरक है। एक के बिना दूसरी अधूरी है। केवल संश्लेषण विधि का प्रयोग ऐसा है किसी को हाथ पकड़कर उद्धेश्य की ओर ले जाया जा रहा हो। परन्तु विश्लेषण विधि काफी लम्बी होती है। यदि दोनों को मिला दिया जाय तो यह कमियां पूरी हो सकती है। विश्लेषण विधि बिना संश्लेषण विधि के उपयोगी नहीं होगी। विश्लेषण से संश्लेषण होता है और संश्लेषण, विश्लेषण के उद्धेश्य को स्पष्ट और पूरा करता है। विश्लेषण द्वारा चीजों को अलग अलग किया जाता है जिससे उसे फिर इस प्रकार इकट्ठा या संयोजित किया जा सके जिससे समस्या का हल प्राप्त हो सके।

सबसे अच्छा होगा यदि विश्लेषण के द्वारा यह समझा जाय कि कोई रचना क्यों की गई या किसी पद का प्रयोग क्यों किया गया, इसके बाद संश्लेषण विधि द्वारा समस्या को कमबद्ध और सुव्यवस्थित ढंग से हल किया जाय।

प्रश्न : संश्लेषण विधि की प्रकिया, गुण तथा अवगुणों को स्पष्ट करिये।

### 5.3.4 स्वत: शोध विधि (Heuristic Method)

इस विधि में सब कुछ शिक्षक द्वारा बताने के स्थान पर, छात्र को स्वयं तथ्यों, नियमों एवं प्रक्रियाओं को खोजने को कहा जाता है। लेक्चर विधि से बिल्कुल विपरीत, छात्रों से स्वयं अपने आप क्रियायें करके अपने को शिक्षित करने की अपेक्षा की जाती है। वे अपने आप तर्कसंगत चिन्तन करना सीखते है। इसके समर्थकों के अनुसार गणित के सभी छात्रों को खोज करने वाला और आविष्कारक बनाना चाहिए।

इस विधि के जन्मदाता आर्मस्ट्रांग (Armstrong) (जिसने इसे विज्ञान शिक्षण के लिए बनाया था) के अनुसार छात्रों में चिन्तन शक्ति का विकास करना चाहिए और उसके लिए उन्हें सोचने का, अक्सर देना चाहिए। गणित शिक्षण में इसे बहुत उपयोगी पाया गया, जिसमें छात्रों में वैज्ञानिक एवं स्वत: शोध करने वाले दृष्टिकोण विकसित करने का प्रयत्न किया जाता है। यहां केवल सूचनायें प्राप्त करना लक्ष्य नहीं। छात्रों को सदैव सफल बनाने के लिए उनमें आत्म विश्वास, मौलिकता, स्वतंत्र निर्णय की क्षमता और चिन्तन शक्ति का विकास करने का प्रयत्न किया जाता है।

व्यवहारिक रूप में इस विधि को उस चरम रूप (extreme) में प्रयोग करना लगभग असम्भव होगा, जिसमें शिक्षक एक मूक दर्शक की तरह एक तरफ खड़ा रहता है और छात्र को सब कुछ अपने आप ढूंढना और करना पड़ता है। बालक आखिर बालक है तथा बहुत सी चीजों से अनभिज्ञ है, वह उसके लिए नयी हैं, उन्हें समझने में समय लगेगा। इसलिए जहां छात्र सतत् और नियमित प्रगति नहीं दिखा रहा है उसे शिक्षक द्वारा कुछ संकेत या अनुदेशन (instruction) देना होगा। जहां तक सम्भव हो छात्र को स्वयं अपने प्रयत्न से अपनी कठिनाइयों को पर विजय

प्राप्त करनी चाहिए, परन्तु जहां शिक्षक की सहायता नितान्त आवश्यक हो वह उसे मिलनी चाहिए। लेखक ऐसी विधि को स्ततः शोध विधि के स्थान पर नियंत्रित खोज विधि (guided discovery method) कहना चाहेगा।

इस विधि के प्रयोग के लिए कुछ आवश्यक सुझाव - इसके प्रयोग के लिए कुछ सुझाव इस प्रकार दिये गये है

1. जिस पाठ में इसका प्रयोग करना है उसकी पाठ योजना बनाना - इसमें इन बातों पर ध्यान देना चाहिए

(i) समस्या का स्वरूप, जिसको प्रस्तुत किया जायेगा।
(अ) यह सचमुच स्व: शोध प्रकार की होनी चाहिए
(ब) छात्रों के स्तर की होनी चाहिऐ

(ii) आवश्यक सामग्री या उपकरणों की व्यवस्था

(iii) कक्षा में इसका आयोजन कैसे किया जायेगा
(अ) कार्य व्यक्तिगत होगा या सामूहिक होगा
(ब) केवल कक्षा-कक्ष में होगा, बाहर होगा या दोनों जगह होगा

(iv) खोज करने के लिए छात्र क्या-क्या क्रियायें करेंगे और उसके लिए उनको क्या निर्देष दिये जायेंगे

(v) खोज का अपेक्षित परिणाम क्या होगा ?

2. छात्र जो नियम या निष्कर्ष निकालेंगे उनमें गणितीय शुद्धता की कमी हो सकती है इसलिए शिक्षक को चाहिए कि इन निष्कर्षो पर कक्षा में वाद विवाद करा कर उन्हें गणित की भाषा में प्रस्तुत करने में छात्रों की सहायता करें।
3. यदि आरम्भ में छात्र कोई खोज न कर सकें तो शिक्षक को हतोत्साहित नहीं होना चाहिए। यह मान कर चलना चाहिए के खोज में बहुत समय भी लग सकता है।
4. शिक्षक को स्वयं को छात्रों को हल देने के प्रलोभन से रोकना चाहिए उसे केवल अत्यधिक आवश्यक सहायता देनी चाहिए।
5. शिक्षक में स्वयं में स्व: शोध की भावना जागृत करनी होगी, जिसके लिए उसे कठिन परिश्रम करना होगा। (Guide) एवं सुविधा दाता (facilitator) की होती है। अध्यापक स्वयं भी शोध प्रकृति का होना चाहिए।
6. अध्यापक को यह ध्यान रखना होगा कि मेधावी छात्र कक्षा पर छा न जाये। प्रत्येक छात्र को खोज करने का अवसर मिले

उदाहरण 1 : समस्या-त्रिभुज के तीनों कोणों का योग $180^0$ होता है।

आवश्यक सामग्री एवं उपकरण की व्यवस्था - चांदा/कोण मापक, विभिन्न प्रकार के (समकोण वाले, समद्धिबाहु वाले, समबाहु वाले इत्यादि) तथा विभिन्न आकार के गत्ते पर बने त्रिभुज।

विधि का प्रयोग - शिक्षक गत्ते पर बने त्रिभुज क्षेत्रों में बांट देता है तथा साथ में चांदा लेकर इन के कोणों को नापने को कहता है। जब वह यह काम पूरा कर ले तो उन्हें उनके योग का पता लगाने को कहें। फिर कुछ छात्रों को बुला कर योग को श्यामपट्ट पर लिखने को कहें- केवल मेघवी छात्रों को ही नहीं, सभी प्रकार के छात्रों को बुलायें।

अन्त में छात्रों को यह समझने में सहायता दें कि हर स्थिति में योग $180^0$ ही होता है।

उदाहरण 2 : समस्या सूत्र $(a + b)(a - b) = a^2-b^2$ को स्थापित करना

सामग्री - कागज के टुकडों पर बने प्रश्न (a+b) x (a-b), (b+c)x(b-c).......

पूर्व ज्ञान - छात्र बीजगणितीय गुणा करना जानते है।

विधि - छात्रों को यह कागज बांट दिये जायेंगे उन्हें (a + b) (a - b) इत्यादि को गुणा करने को तथा उन्हें संक्षिप्त करने को कहा जायेगा।

कुछ छात्रों को बुला कर गुणा के परिणाम, श्याम पट्ट पर लिखवाये जायेंगे

$(a + b)(a - b) = a^2-b^2$

$(b + c)(b - c) = b^2-c^2$

$(k + 1)(k - 1) = k^2-1^2$

इन परिणामों से छात्र स्वयं ज्ञात करेंगे कि $(x + y)(x - y) = x^2 - y^2$ अर्थात् गुणा में प्रथम संख्या तक दूसरी संख्या के वर्गो का अन्तर होता है

विद्यार्थी के योग्यता स्तर के अनुसार ऐसी गणितीय समस्यायें दी जायें जिससे विद्यार्थी को तरह तरह की पुस्तकें दुढनी पड़ जाये। पाठ्य पुस्तक से अलग समस्याये होनी चाहिऐ।

स्वत: शोध विधि के गुण

1. यह विधि छात्रों को अधिगम प्रकिया में सक्रिय भागीदारी सुनिश्चित करती है तथा उन्हें स्वतंत्र चिन्तन का अवसर प्रदान करती है। जिससे उनमें विषय के प्रति रूचि पैदा होती है, तथा विषय को समझने की इच्छा जागृत होती है।
2. छात्र स्वंय करके सीखता है इसलिए भूलने की गुजाइश कम होती।
3. इस से छात्रों में आत्मविश्वास और उपलब्धि प्रेरणा जागृत होती है।
4. यह विधि छात्रों में मौलिक चिन्तन तथा तर्क का विकास करके उनमें वैज्ञानिक दृष्टिकोण उत्पन्न करती है इस प्रकार यह मनोवैज्ञानिक दृष्टि से भी सही है।
5. छात्रों पर गृहकार्य का बोझ कम होता है, क्योंकि छात्र अपनी क्रियाओं से विषय वस्तु के विभिन्न बारीकियों से परिचित हो जाते हैं।
6. छात्रों में आत्मनियंत्रण भी विकसित होता है क्योंकि वह अपने कार्य की जिम्मेदारी महसूस करते है।
7. छात्रों मे परिश्रम तथा प्रयास की आदत पड़ती है जो गणित विषय को प्रकृति के अनुकुल है।

कमियां

1. सम्पूर्ण पाठ्यक्रम इससे नहीं पढ़ाया जा सकता, क्योकि सभी छात्र स्वतंत्र चिन्तन नहीं कर सकते। किसी चीज को खोजने के लिए कठोर परिश्रम, धैर्य, एकाग्रचित्ता, तर्क ओर चिन्तन की शक्ति और सृजनात्मक योग्यता की आवश्यकता होती है जो सब में नहीं होती। यही बात शिक्षकों पर भी लागू होती है। एक साधारण शिक्षक स्वत: शोध वाले प्रश्न नहीं बना सकता, ना ही छात्रों को हल के लिए प्रोत्साहित कर सकता है। इसी प्रकार जहां केवल सूचना प्रदान करनी है वहां भी उनकी उपयोगिता नहीं है।
2. इसमें सोचने समझने में बहुत समय लगता है, पाठ्यक्रम को पूरा करना मुश्किल हो सकता है।

3. छात्रों की त्रुटिपूर्ण निष्कर्ष निकालने की सम्भावना हो सकती है।
4. शिक्षक के सामने आवश्यक सामग्री या उपकरणों की व्यवस्था करने में परेशानी हो सकती है।
5. इस विविध को प्रतिभावान छात्रों को गणित पढाने के लिए उपयोग में ले सकते है। हमारे देश में मन्दबुद्धि, औसत बुद्धि वाले बच्चे भी कक्षा में होते है। ऐसी परिस्थिति में इस विधि का उपयोग नहीं किया जा सकता।

प्रश्न:- 1. स्वत: शोध विधि का उदाहरण सहित वर्णन करिये।

2. इस विधि के गुण तथा अवगुण (merit and demerit) पर प्रकाश डालिए।

### 5.3.5 प्रयोगशाला विधि (Laboratary Method)

इस विधि में कुछ प्रयोगात्मक एवं व्यवहारिक कार्य करके किसी गणितीय तथ्य या नियम का सत्यापन करना होता है। यह एक क्रियात्मक विधि है जो "करके सीखने" पर बल देती है। इसमें छात्र गणित की प्रयोगशाला में प्रयोग करते है और आगमन विधि द्वारा नियम निकालते है, इसके बाद इन नियमों की सत्यता की जांच करते है। इस प्रकार यह विधि आगमन-निगमन विधि या स्वत: खोज विधि का क्रियात्मक रूप है, छात्र अपने हाथों से कार्य करते है और अनुसंधान करते है तथा स्थूल से सूक्ष्म की ओर अग्रसर होते है।

गणित की प्रयोगशाला

प्रयोगशाला विधि की सफलता बहुत कुछ एक सुसज्जित प्रयोगशाला पर निर्भर करती है जिसमें निम्नलिखित चीजें होनी चाहिए।

(i) सामग्री गणित के विभिन्न उपविषयों सम्बन्धी चित्र, चार्ट, गणितज्ञों के चित्र
(ii) ज्यामिति के उपकरण जैसे घन, घनाभ, गोला, शंकु बेलन, गत्तों पर बने त्रिभुज (विभिन्न प्रकार के) चतुर्भुज (विभिन्न प्रकार के) वृत्त, परवलय, दीर्घवृत्त
(iii) माप तौल के यंत्र जैसे थर्मामीटर, बैरोमीटर, पेण्डुलम, लीवर, पुली, घडी, ग्राफ वाले श्यामपट्ट स्लाइड रूल, सक्सटेन्ट चान्दा, केल्कुलेटर, कम्प्युटर, प्रोजेक्टर, समुच्चय का सामान, तर्क गणित की सत्य तालिका आदि

उपयोग के उदाहरण

1. ज्यामिति में रचना का कार्य कुल मिला कर प्रयोगशाला कार्य है जैसे कोण खींचना, त्रिभुज चतुर्भुज इत्यादि रचना, इत्यादि।
2. ग्रेजुयेटेड सिलेण्डर की सहायता से किसी अनियमित ठोस का आयतन निकालना।
3. वृत्त के क्षेत्रफल $\pi r^2$ और परिधि $2\pi r$ का सत्यापन करना या निकालना इत्यादि

विधि के गुण

1. छात्रों के लिए काफी रूचिकर और आनन्ददायक होती है क्योंकि वह अपने हाथ से करके सीखना चाहते है
2. इसमें दो मनोवैज्ञानिक सिद्धान्तों का समावेश है, करके सीखों तथा सूक्ष्म की ओर बढे।
3. यह एक ऐसी वैज्ञानिक विधि है जो भौतिक सत्यापन के बाद ही किसी तथ्य या नियम स्वीकार करती है

4. यह विधि आधारभूत अवधारणाओं, तथ्यों नियमों इत्यादि को छात्रों को स्पष्ट करने में सहायक होती है, जिससे वह उन्हें जीवन की समस्याओं को हल करने तथा अन्य स्थितियों में प्रयोग कर सकते है।

5. जो साधारण या साधारण से कम योग्यता वाले छात्र है उनके लिए काफी उपयोगी विधि है क्योंकि यह अमूर्त (सूक्ष्म) को स्थूल (मूर्त) रूप में प्रस्तुत करती है।

6. यह शिक्षक और छात्रों के सम्पर्क को बढाती है, क्योंकि शिक्षण को उनके कार्य का बराबर अवलोकन (प्रबोधन = monitor) करना होता है।

7. इस विधि से छात्रों में आत्मविश्वास, आत्मनिर्भरता तथा सहयोग की भावना का विकास किया जा सकता है, क्योंकि वे समूह में कार्य करने का भी अवसर प्राप्त करते है।

8. यह विधि एक विषय को सहयोगी विषयों से सम्बन्ध स्थापित करने का अवसर प्रदान करती है- गणित के साथ यह भौतिकी, रसायन विज्ञान तथा अन्य विज्ञानों से सम्बन्ध कर सकते है।

<u>कमियाँ</u>

1. समय और अर्थ की दृष्टि से यह खर्चीली विधि है अधिक समय के साथ साथ इसके लिए सामग्री और उपकरणों की आवश्यकता पडती है।
2. गणित के सभी उपविषयों के लिए उपयुक्त नहीं है।
3. इस विधि में सैद्धान्तिक पक्ष बहुत ही कम होता है इसलिए इस विधि से गणित में अक्सर तर्क का भाग छूट जाता है जो कि विषय को वास्तव में आनन्ददायक बनाता है।
4. बड़ी कक्षाओं में यह विधि अधिक उपयोगी नहीं है।
5. वर्तमान पुस्तकों में उन प्रयोगात्मक कार्यो का उल्लेख नहीं होता जिसको छात्रों से कराया जा सकता है।
6. गणित की उच्च कक्षाओं में जहां छात्रों को अमूर्त (सूक्ष्म) अवधारणाओं और विचारों को समझना होता है, यह विधि सफल नहीं है।
7. यह विधि साधन के स्थान पर साध्य बन जाती है, जिससे छात्र केवल अवधारणा के स्तर पर ही रूक जाता है, अमूर्त (सूक्ष्म) स्तर तक नहीं पहुंच पाता जो कि गणित का अंतिम लक्ष्य है।

टिप्पणी :- यह विधि लेक्चर के पूरक विधि के रूप में अधिक उपयोगी हो सकती है। इसे छोटी कक्षाओं में अवधारणाओं के स्पष्टीकरण के लिए प्रयोग करना अधिक उचित होगा, उच्च कक्षाओं में जब छात्र अमूर्त स्तर की विचारों को समझने लगता है, तो उसके छोड देना चाहिए सिवाय उस समय केवल प्रयोग से कोई अवलोकन करना हो।

### <u>5.3.6 परियोजना विधि (Project Mehtod)</u>

इसमें कोई विषय कोड या केन्द्र के रूप में लिया जाता है और विद्यालय के अन्य सभी विषय, उसके सम्बन्ध में जैसे जैसे उठते जाते है उन्हें अध्ययन किया जाता हे। यह “कर के सीखने” के सिद्धान्त पर आधारित है, ये यह मान कर चलती है कि प्रयोग से ज्ञान में वृद्धि होती है। ज्ञान को प्राप्त करने का सबसे अच्छा तरीका, क्रिया द्वारा सीखना है। परन्तु यह क्रियायें जीवन से सम्बन्धित होनी चाहिए। यह इस तथ्य को उजागर करती है कि ज्ञान एक अखण्ड

इकाई है, ज्ञान के विभिन्न शाखाओं को अलग नहीं किया जा सकता, हम उनका अलग अलग अध्ययन केवल किसी सतही सुविधा के कारण करते है।

प्रोजेक्ट दो प्रकार के होते है - (1) व्यक्तिगत प्रोजेक्ट जिसे केवल एक व्यक्ति पूरा करता है

(2) सामूहिक प्रोजेक्ट जिसे किसी समूह के व्यक्ति मिल के पूरा करते है।

प्रोजेक्ट के सोपान

1. प्रोजेक्ट के लिए कोई परिस्थिति पैदा करना तथा समस्या का चयन करना शिक्षक ऐसी स्थिति पैदा करे जिसका सामना करने के लिए छात्र स्वयं किसी उपयुक्त प्रोजेक्ट बनाने की आवश्यकताओ का पूरा कर सके।
2. छात्रों द्वारा ऐसे प्रोजेक्ट का चुनाव करने में सहायता देना जो उनकी वर्तमान आवश्यकताओ को पूरा कर सके।
3. प्रोजेक्ट की रूप रेखा बनाना - छात्र यह विचार करते हैं कि प्रोजेक्ट का किस प्रकार क्रियान्वयन किया जायेगा
   (i) क्या वह व्यक्तिगत होगा या सामूहिक प्रोजेक्ट होगा
   (ii) किस किस सामग्री की आवश्यकता होगी
   (iii) कार्य कहां और कैसे होगा
   – स्थान का चुनाव
   – किस समय कार्य होगा, कितना समय लगेगा, कार्यक्रम की रूपरेखा
   – कौन से विद्यार्थी कौनेसा कार्य करेंगे, काम का बंटवारा इत्यादि।
4. प्रोजेक्ट का क्रियान्वयन (execution of project) योजना के अनुसार
5. प्रोजेक्ट का मूल्यांकन- प्रोजेक्ट का मूल्यांकन करके उससे प्राप्त ज्ञान का पुनर्वालोकन करना।
6. आलेखन (recording) - प्राप्त ज्ञान का भविष्य के लिए आलेख करके रखना।

उदाहरण : गांधी जयन्ती का आयोजन करने के लिए एक प्रोजेक्ट बनाना। यह एक सामूहिक प्रोजेक्ट होगा, जिसमें स्थान और समय के अतिरिक्त इन क्रियाओं की आवश्यकता होगी।

– आगन्तुकों का चुनाव, उनको निमंत्रण, अध्यक्ष का चुनाव इत्यादि
– बैठने की व्यवस्था
– इन सब पर कितना खर्च होगा उसका आकलन
– छात्रों को कार्य वितरण, कौन अध्यक्ष का स्वागत करेगा कौन महात्मा गांधी का जीवन परिचय देगा कौन आभार प्रकट करेगा इत्यादि।
– खर्चे का लेखा जोखा
– प्राप्त अनुभव का पुनर्वालोकन तथा आलेख

इन सब से विभिन्न विषय सम्बन्धी ज्ञान - जैसे महात्मा गांधी का जन्म स्थान (पोरबन्दर किस राज्य में है, उसकी क्या स्थिति है) (भूगोल) किस सन् में पैदा हुए, कब मरे, जीवन वृत्त (इतिहास) उनसे सम्बन्धित कविता (भाषा का ज्ञान) इत्यादि के अलावा इस प्रकार के गणितीय ज्ञान प्राप्त किया जा सकता है।

(i) अनुमानित खर्चे का परिकलन- बजट

(ii) पूरे खर्चे का कार्य-वार विभाजन तथा आवश्यक समायोजन

(iii) वास्तविक खर्चा मद वार

(iv) खर्चे का लेखा जोखा रखना इत्यादि

<u>विधि के गुण</u>

1. ज्ञान को स्वाभाविक समाकलित रूप में प्रकट करना
2. ज्ञान प्राप्त में आपसी विचार विमर्श का अवसर
3. छात्रों में उत्साह और रूचि
4. छात्र अपनी रूचि और अभिरूचि तथा सामर्थ्य के अनुसार कार्य करते हैं
5. प्राप्त ज्ञान व्यवहारिक होनें के कारण जल्दी भुलाया नहीं जा सकता।
6. श्रम के महत्व को सिखाता है।
7. छात्रों में आत्म विश्वास स्वा:नुषान तथा स्वतंत्र रूप से कार्य करने की क्षमता प्रदान करता है।
8. छात्रों में प्रेम तथ सद्भावना जागृत होती है।
9. यह अधिगम के मनोवैज्ञानिक नियमों पर आधारित है क्योंकि शिक्षा को छात्रों को आवश्यकताओं से जोडा जाता है तथा अर्थपूर्ण क्रियाओं से सम्पन्न किया जाता है

<u>कमियां</u>

1. समय, अर्थ, श्रम बहुत अधिक लगता है।
2. सभी उपविषय उससे नहीं पढाये जा सकते।
3. गणित में क्रमबद्ध ज्ञान देना सम्भव नहीं हो पता, जो कि गणित की विशेषता है।
4. अभ्यास कार्य नहीं हो पाता।
5. व्यवहारिक अनुभव के एक दो अवसर से परिकलन योग्यता को बढ़ावा नहीं मिल सकता।

प्रश्न: गणित विचारगोष्ठी एवं कार्य गोष्ठी की एक परियोजना तैयार करिये।

### 5.3.7 समस्या-समाधान विधि (Problem-Solving Method)

यह विधि छात्रों को समस्या समाधान करने में प्रशिक्षित करती है। इसमें छात्र को किसी दी हुई समस्या का उत्तर ढूंढना होता है, जिसको वह कुछ निश्चित पद-वार क्रियाओं द्वारा ढूंढता है। "समस्या ऐसी स्थिति में आती है जब उसके हल के लिए कठिनाई महसूस की जाती है। यह एक ऐसी कठिनाई होती है जो स्पष्ट रूप से विद्यमान होती है और चिन्तक द्वारा स्वीकार की जाती है। यह कठिनाई परिशुद्ध रूप से मानसिक हो सकती है या भौतिक हो सकती है जिसमें आंकड़ों का परिचालन शामिल होता है। समस्या का विशिष्टता यह होती है कि जो इसका सामना करता है। वह उसको यह महसूस कराती है कि उसके हल की आवश्यकता है"

<u>समस्या समाधान विधि के सामान्य पद</u>

(इनमें कुछ उलटफेर भी हो सकता है)

1. समस्या को पहचानना- पहले हम किसी समस्या की उपस्थिति को महसूस करते है, उसको पहचानते है। फिर समस्या प्रस्तुत करने के बाद शिक्षक छात्रों को इतना समय देते है कि वह उसे भली भांति पढ़ कर समझ सकें।

2. समस्या को परिभाषित करना - उसे बहुत परिशुद्ध, सही सही रूप में परिभाषित करते है, जिससे व्यवहारिक रूप से उसके विभिन्न आयामों और विशेषताओं को समझा जा सकें। इसके लिए समस्या का प्रश्नोत्तर द्वारा विश्लेषण किया जाता है कि, क्या दिया है, क्या मालूम करना है?
3. सम्बद्ध आंकाडो का संकलन - जो भी आंकडे उसके हल में सहायक हो सकते है उनको इकट्ठा करना संक्षिप्तीकरण करना तथा उनको ऐसे क्रम में संगठित करना जिसमें, हल प्राप्त हो सकें।
4. आंकडों के संगठन के आधार पर उनसे कोई अंतरिम हल प्रतिपादित करना।
5. चिन्तन प्रकिया द्वारा इस अंतरिम हल से सही हल प्राप्त करना।
6. परिणामों का सत्यापन करना।

<u>उदाहरण</u> - उस वर्ग का परिमाप ज्ञात कीजिए जिसके विकर्णो की लम्बाई का योग 144 सेमी है।

समस्या - वर्ग का परिमाप प्राप्त करना

दिया है - एक वर्ग

विकर्णो के लम्बाई का योग = 144 सेमी

प्राप्त करना है - परिमाप (वर्ग का)

विश्लेषण - वर्ग की सभी भुजायें बराबर होती हैं (a)............. (i)

सभी कोण समकोण ($90^0$) होते है.................. (ii)

आकड़ों का संकलन -

परिमाप AB + BC + CD + DA = a+a+a+ = 4a............ (1) से

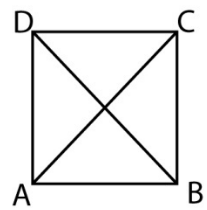
विकर्णो का योग 144 cm........... (iii)

AC + CD=144cm.....................(iv)

AC = CD....................................(v)

AC = 144e2=72

और AC = $AB^2 + BC^2 = a^2 + a^2$




$$\sqrt{2a^2} = a\sqrt{2}$$

$$a = \frac{72}{\sqrt{2}}$$

$$\text{परिमाप} = 4a = \frac{4 \times 72}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2} \times 72 = 144\sqrt{2}$$

<u>विधि के गुण</u>

1. इस विधि से प्राप्त ज्ञान जीवन की समस्याओं को भी हल करने में सहायक हो सकता है।
2. यह विधि छात्रों में स्वतंत्र रूप से चिन्तन करनें, तर्क करने और अनुमान लगाने को प्रोत्साहित करती है जो गणित का प्रमुख उद्धेश्य है।
3. इससे छात्रों में आत्म विश्वास तथा आत्म निर्भरता उत्पन्न होती है।

4. इसमें व्यक्तिगत कार्य की काफी गुंजाइश है, छात्र जितने समस्यायें चाहें हल कर सकते है।
5. इस विधि से प्राप्त ज्ञान स्थायी होता है।
6. शिक्षक छात्र सम्पर्क बढता है।
7. यह छात्रों को सूचनाओं के संसाधन (information processing) में प्रशिक्षित करती है।
8. नये ज्ञान को खोजने में सहायक है।

<u>कमियां</u>

1. समय अधिक लगता है।
2. सभी पाठों के लिए उपयुक्त नहीं है।
3. सभी छात्रों के लिए उपयुक्त नहीं है, केवल तेज और सृजनात्मक बालकों के लिए उपयुक्त है।
4. छोटी कक्षाओं के लिए उपयुक्त नहीं है।
5. इस में शिक्षकों को विशेष तैयारी करनी पडती है जो सामान्य शिक्षक के लिए कठिन होगा।
6. गणित की हर विषय वस्तु को इस विधि की अपेक्षाओं के अनुसार संगठित नहीं किया जा सकता।
7. इस विधि को प्रयोग करने के लिए संदर्भ पुस्तकें उपलब्ध नहीं होती है।

<u>5.3.8. अन्य कुछ शिक्षण विधियां</u>

1. मताग्रही विधि

यह शिक्षक के दृष्टिकोण और विषय वस्तु के प्रस्तुतीकरण के तरीके पर निर्भर करती है। इसमे छात्रों को सूत्रों, नियमों और परिभाषाओं को रटना पडता है। शिक्षक यह समझता है कि एक बार यदि इस प्रकार के कठोरता का पालन नहीं किया गया तो इस विधि का उद्धेश्य व्यर्थ हो जायेगा।

<u>गुण और दोष</u>

इसमें समय और श्रम की बचत होती है तथा छात्र अनावश्यक चिन्तन से बचता है। स्मृति का अभ्यास होता है, और काफी छात्रों में गणितीय अभिरुचि को बढ़ावा मिलता है। परन्तु यह अमनोवैज्ञानिक और अवैज्ञानिक विधि है, जो छात्रों में पहल खत्म करती है तथा उनको स्मृति की मषीन बना देती है। छात्रों की इसमें कोई परवाह नहीं की जाती, जिसमें शिक्षण नीरस हो जाता है। परन्तु फिर भी यह सर्वथा बेकार विधि नहीं है, कहीं कहीं इसकी अपनी उपयोगिता है जैसे शिक्षक समय में अपना कोर्स समाप्त कर सकता है।

2. संकेन्द्रित विधि (Concentric Method)

इस विधि में किसी प्रसंग को कई भागों में विभक्त किया जाता है और इन भागों को विभिन्न कक्षाओं में पढ़ाया जाता है। विभाजन का आधार सरल से जटिल की ओर तथा छात्रों की बढती हुई क्षमताओं के कम में होता है। सरल भाग निचली कक्षाओं तथा कठिन भाग उच्च कक्षाओं में रखे जाते है। इस प्रकार अन्तत: प्रसंग कपर पूरा ज्ञान प्रदान किया जाता है। अधिकतर इसका सम्बन्ध वर्ष प्रति वर्ष से शिक्षण से होता है परन्तु इसको दिन प्रति दिन के शिक्षण में अभ्यास कराया जा सकता है। आज प्रदान किये जाने वाले ज्ञान को पूर्व ज्ञान से आगे

बढ़ाना तथा उसे आगे सिखाये जाने वाले ज्ञान की भूमिका के लिए तैयार करना। इस विधि को विषय वस्तु की कम व्यवस्था (arrangement system) कहना
अधिक उचित होगा।

<u>गुण दोष</u>

यह व्यवस्था की उपयुक्त पद्धति है क्योंकि किसी प्रसंग के, विशेषकर लम्बे प्रसंगों के सभी आयामों का एक ही कक्षा में पढाना अत्यन्त अमनोवैज्ञानिक होगा। इससे छात्रों को विषय वस्तु को ग्रहण करने में आसानी होती है क्योंकि वह उनकी ग्रहण शक्ति के अनुरूप होते है। इससे वह प्रसंग जल्दी भुलाये नहीं जा सकते। शिक्षण भी इससे उबाने कला नहीं होता। आगे दोहराने की सम्भावना होती है। परन्तु यदि विभाजित भाग बहुत लम्बा हो तो छात्रों की रूचि उसमें कम होनें लगती है और यदि बहुत छोटा है तो सीखने वाले के मस्तिष्क पर टिकाऊ असर नहीं छोड पायेगा।

## 5.4.0 सारांश

किसी भी विषय को पढाने के लिए कोई एक विधि नहीं होती। पाठ बोधगम्य, रूचिकर और प्रभावी हो सके उसके लिए शिक्षक विभिन्न प्रकार की उन विधियों को चुनता है जो उस पाठ के लिए उपयुक्त हों। इन उपयुक्त विधियों या विभिन्न विधियों के मिश्रण का चुनाव और प्रस्तुतीकरण का तरीका शिक्षण की दक्षता पर निर्भर करता है। यहां कुछ उन विधियों का वर्णन किया गया है जिनमें से शिक्षक चुनाव कर सकता है -

1. व्याख्यान विधि - इसमें शिक्षक लिखित और मौखिक भाषा के द्वारा शिक्षण देता है बही सर्वेसर्वा होता है, छात्र अधिकांश निष्क्रिय रूप से सुनते है। नोट्स लेते हैं, कहीं कहीं प्रश्न उत्तर हो जाता है।

बडी कक्षाओं में सूचनाओं को देनें में, विचारों को स्वाभाविक रूप से प्रस्तुत करने में यह काफी अच्छी है। शिक्षक के लिए सुविधाजनक है तथा किफायती है। परन्तु यह छात्रों को निष्क्रिय रखते हुए उनकी व्यक्तिगत आवश्यकताओं की पूर्ति नहीं करती है। इससे तार्किक चिन्तन का विकास सम्भव नहीं है जो गणित की आत्मा है ना ही इसमें छात्र केन्द्रित शिक्षा ही दी जा सकती है।

2. आगमनात्मक-निगमनात्मक विधियां - आगमनक विधि में शिक्षक विभिन्न-तथ्यों को सामने रख कर उनमें से कोई विषय या सिद्धान्त निकलवाता है तथा निगमनक विधि में नियमों की सहायता से किसी विशेष स्थिति का हल निकलवाता है। आगमन विधि, किसी नियम को समझने में सहायक होती है, छात्रो को पाठ में भागीदारी देकर तार्किक चिन्तन में सहायता देती है। यह एक तर्कसंगत, मनोवैज्ञानिक तथा सीखने की स्वाभाविक विधि है। परन्तु सभी प्रसंगो के लिए उपयुक्त नहीं है, सिद्धान्त निकलवाये जा सकते है अभ्यास नहीं कराये जा सकते। समय भी अधिक लगता है। निगमन विधि इन कमियों को पूरा करती है परन्तु अकेले यह भी अधूरी है तथा रटने को गौरवावित करती है, स्मृति पर अधिक बल देती है, यह विधि मनोवैज्ञानिक भी नहीं है। सबसे अधिक प्रभावशाली शिक्षण में इनका पूरक प्रयोग काफी सहायक हो सकता है।

3. विश्लेषणात्मक-संश्लेषणात्मक विधियां - विश्लेषणात्मक विधि मे तथ्यों का विश्लेषण करके उनको इस कम में रखा जाता है जिससे समस्या का हल मिल सके।

संश्लेषणात्मक विधि में तथ्यों के भागों को इस प्रकार इकट्ठा करते हैं कि समस्या का हल मिल सकें। विश्लेषणात्मक विधि छात्रों को स्वतंत्र तार्किक चिन्तन, समस्या के प्रति जागरूकता प्राप्त स्थायी ज्ञान देने में सहायक है, परन्तु यह एक लम्बी विधि है जो सामान्य से कम बुद्धि वाले बालकों के लिए उपयुक्त नहीं है। यह सभी प्रकार की समस्याओं को हल करने में प्रयोग नहीं की जा सकती है जटिल समस्याओं के लिए अधिक उपयोगी है। संश्लेषण विधि काफी सीमा तक इन कमियों को दूर करती है, परन्तु केवल विश्लेषण विधि के साथ यह उत्तम प्रभाव दे सकती है।

4. स्वत: शोध विधि - इसमें शिक्षक द्वारा कुछ भी बताने बिना छात्र को स्वयं सभी तथ्यों, नियमों एवं प्रकिया को खोजने को कहा जाता है। व्यावहारिक रूप से इस विधि को उस चरम रूप में प्रयोग करना लगभग असम्भव होगा जिसमें शिक्षक केवल एक मूक दर्शक हो। कहीं न कहीं उसकी आवश्यकता अवश्य चाहिए। यह विधि अधिगम प्रक्रिया में छात्रों की सक्रिय भागीदारी सुनिश्चित करती है, आत्म विश्वास और उपलब्धि प्रेरणा जागृत करती है तथा वैज्ञानिक दृष्टिकोण पैदा करती है। परन्तु सभी प्रकरणों को इस विधि से नहीं पढ़ाया जा सकता। इसमें छात्रों को कठोर परिश्रम, धैर्य, एकाग्रचित्तता, तर्क, चिन्तन और सृजनात्मक योग्यता से काम लेना पडता है जो सभी छात्र और शिक्षक नहीं कर सकते। इसके प्रयोग के लिए उपयुक्त सामग्री और उपकरणों की भी व्यवस्था करना होगा जो सामान्यत: सम्मब नहीं होता।

5. प्रयोगशाला विधि- इस में कुछ प्रयोगात्मक कार्य करके किसी गणितीय नियम या तथ्य का सत्यापन करना पडता है। यह विधि आधारभूत तथ्यों, नियमों तथा अवधारणाओं को स्पष्ट करने में सहायक होती है। कम बुद्धि वाले छात्र भी इसका फायदा उठा सकते है। छात्रों का शिक्षकों से अधिक सम्पर्क भी बढा सकती है। पर यह खर्चीली है तथा सभी प्रकरणों के लिए उपयुक्त नहीं है। इसमें सैद्धान्तिक पक्ष बहुत ही कम होता है, बडी कक्षाओं में अधिक उपयोगी नहीं तथा अक्सर साधन की जगह साध्य बन जाती है।

6. परियोजना विधि - इसमें कोई विषय कोड के रूप में लिया जाता है यह विधि ज्ञान को स्वाभाविक समाकलित रूप से प्रस्तुत करती है। छात्रों को विचार विमर्श का अवसर प्रदान करके शिक्षण को रूचिकर बनाती है, श्रम के महत्व को सिखाती है तथा उनमें आत्म विश्वास और स्वतंत्र रूप से कार्य करने की क्षमता प्रदान करती है। परन्तु इसमें काफी समय लगता है, सभी प्रकरण उससे नहीं पढाये जा सकते तथा गणित में इससे क्रमबद्ध ज्ञान देना कठिन होगा अभ्यास कार्य भी नहीं होगा। व्यवहारिक अनुभव के एक दो अवसर से परिकलन योग्यता को बढावा नहीं हो सकता, ना ही पूरा पाठ्यक्रम हो सकता है।

7. समस्या समाधन विधि - इसमें छात्र किसी दी हुई समस्या का समाधान ढूंढता है उसके लिए कुछ पद-वार चिन्तन और क्रिया करता है जैसे समस्या को पहचानना उसे परिभाषित इस रूप में करना जिससे उसके सभी आयामों और विशेषताओं को समझा जा सके, सम्बद्ध आकडो का संकलन, उससे अंतरिम हल प्रतिपादित करना, फिर सही हल प्राप्त करना फिर परिणामों का सत्यापन करना। भावी जीवन में भी इस प्रकार की प्रकिया कर प्रयोग करके व्यक्ति अपनी समस्याओं को हल करने में सफलता प्राप्त कर सकता है। इसमें छात्रों में आत्म विश्वास बढता है, स्थायी ज्ञान प्राप्त होता है, सूचनाओं के संसाधन का प्रशिक्षण मिलता है। परन्तु इसमें समय अधिक लगता। सभी प्रकार के पाठों और छात्रों के लिये यह उपयुक्त नहीं है। सामान्य शिक्षक भी इसके लिए तैयारी नहीं करना चाहते।

8. कही कही मताग्रही तथा संकेन्द्रित विधियां भी प्रयोग की जाती है। सकेन्द्रित विधि को तो विधि के अपेक्षा विषय वस्तु की कम व्यवस्था कहना अधिक उचित होगा।

गणित के सफल शिक्षण के अध्यापक को क्या (w), क्यो (w), कैसे (H), किसको (w), कब (w) तथा कहाँ (w) सूत्र 5WH ध्यान में रखना चाहिए। यही सम्पूर्ण शिक्षण विधि है।

## 5.5.0 सहायक शिक्षण सामग्री

1. प्रयोगशाला में प्रयोग की जाने वाली सामग्री- गणित सम्बन्धी मॉडल चार्ट्स, मापन के उपकरण (स्केल, चांदा, द्रव नापने के मापक, थर्मामीटर आदि)
2. स्वःशोध विधि में प्रयोग आने वाली सामग्री- गत्ते पर बने विभिन्न प्रकार के त्रिभुज, चतुर्भुज, बहु भुज, वृत्त इत्यादि, ग्राफ वाले श्यामपट्ट
3. महान गणितज्ञों (विशेषकर भारतीय मूल के) के चित्र, उनके जीवन वृत्त वाले चार्ट - यह केवल सांकेतिक सामग्री है, समय समय पर शिक्षक अपनी आवश्यकतानुसार अन्य शिक्षण सामग्री का निर्माण कर सकता है या उन्हें प्राप्त कर सकता है।

## 5.6.0 अभ्यास के प्रश्न

1. गणित शिक्षण में विभिन्न प्रकार की शिक्षण विधियों की आवश्यकता क्यों पडती है। उदाहरण देकर समझायें।

   Why is it necessary to adopt different methods to teach mathematics? Explain with examples.
2. शिक्षण विधियों के चुनाव में छात्रों का बौद्धिक स्तर क्या भूमिका निभाता है उदाहरण देकर स्पष्ट करें।

   What is the role of mental level of mathematics students in selection of teaching of methods? Explain with examples.
3. विश्लेषण-संश्लेषण विधियों के गुण दोष बताइये।

   Demerits of analysis-Synthetic methods
4. प्रयोगशाला, स्वःषोध तथा परियोजना विधियों में समानता एवं भिन्नता बताइये।

   Write down similarities and differences among laboratory method Heuristc method and project method
5. व्याख्यान विधि गणित शिक्षण में अधिक उपयोगी नहीं है, फिर भी कुछ स्थितियों में इसका प्रयोग वांछित हो सकता है। वह कौन सी स्थितियां है?

   Lecture method is not suitable in teaching mathematics, even then it may be expected to be applied in some of the circumstances. What are those circumestances?
6. कोई ऐसा प्रकरण या समस्या लीजिए जिसमें एक से अधिक विधियों का प्रयोग वांछित होगा।

   Take any topic or problem in which more than one method will have to be applied to teach mathematics.

7. किसी प्रमेय पर आधारित अभ्यास के प्रश्नों के हल में कौन सी विधि/विधियां अधिक उपयुक्त होंगी?

   Which of the method or methods will be more suitable to have drill in having problem based on any theorem?

8. एक ऐसी पाठ योजना बनाइये जिसमें आगमन निगमन विधि का प्रयोग किया गया हो।

   Prepare a lesson plan based, on induction-deduction method?

9. गणित शिक्षण में विधि/विधियों के चुनाव में किन किन बातों का ध्यान रखना चाहिए?

   What has to be best in mind in selection of method to teach mathematics?

10. गणित शिक्षण के लिए प्रयोगशाला और पुस्तकालय आवश्यक हे। वर्तमान में आर्थिक कठिनाइयों के रहते हुए आप इनकी कमी पूरी कैसे करेंगे?

    Laboratory and library are necessary in mathematics education. How will you solve this problem?

11. सक्रिय भागीदारी की दृष्टि से किस विधि के शिक्षण में छात्र अधिक सक्रिय होते है ? उदाहरण देकर स्पष्ट कीजिए।

    In which method students are more active from the point of view of active participation?

## 5.7.0 संदर्भ पुस्तके


1. Kumar Sudhir (1997); Teaching of Mathematics: Anmol Publication, Pvt. Ltd. New Delhi-2.
2. Sidhu, Kulbir Singh (1967) The Teaching of Mathematics Sterling Publishers P(Ltd.) Morigate, Delhi-6.

# इकाई 6

# गणित शिक्षण के माध्यम और उनका समाकलन (Media of Teaching Mathematics and their Integration)

**इकाई संरचना**


6.1.0 प्रस्तावना

6.2.0 इकाई के उद्धेश्य (Objectives of the unit)

6.3.0 शिक्षण माध्यमों का वर्गीकरण (Classification of Teaching Media)

- 6.3.1 मुद्रित माध्यम (Print Media)
- 6.3.2 आकाशवाणी (Radio)
- 6.3.3 दूरदर्शन (Television)
- 6.3.4 कम्प्यूटर (Computer)
- 6.3.5 ऑडियों (श्रव्य) विडियों (दृश्य) कैसेट्स और विडियों डिस्क और वीडियों पाठ
- 6.3.6 अन्य श्रव्य-दृश्य सामग्री और उपकरण (Other audio and visual Meterial and Equipment)

6.4.0 गणित शिक्षण में बहुमाध्यमों का प्रयोग एवं उनका समेकन (use of Multimedia and their Integration in Teaching Mathematics)

6.5.0 इलेक्ट्रॉनिक माध्यमों के उपयोग में शिक्षक की भूमिका (Role of Teacher in the use of Electronic Media)

6.6.0 भविष्यात्मक संदर्भ में नवीन माध्यमों का उपयोग (Use of new Media with futuristic Perspective)

6.7.0 सारांश (Summary)

6.8.0 मूल्यांकन प्रश्न (Question for Testing)

6.9.0 संदर्भ ग्रन्थ


## 6.1.0 प्रस्तावना

व्याख्यान विधि शिक्षण की परम्परागत विधि है, जो आज भी काफी हद तक प्रचलित है।

1. यह विधि छात्रों की व्यक्तिगत भिन्नताओं पर ध्यान नहीं देती।

अतः यह स्पष्ट हो चुका है कि छात्रों की सीखने की गति और दिशा में काफी व्यक्तिगत भिन्न होती हैं। व्याख्यान विधि में यह मानकर चला जाता है कि पाठ्यक्रम में सभी छात्रों की शैक्षिक पृष्ठभूमि समान है। सभी लगभग एक गति से सीखते हैं तथा समान शिक्षण नीतियों के प्रति उनकी प्रतिक्रिया भी लगभग समान होती है। व्यक्तिगत भिन्नता पर इसमें कोई ध्यान नहीं दिया जाता, ना ही इसमें यह सम्भव ही है। शिक्षा का द्रुतगति से विकास हुआ है जिसके

फलस्वरूप न केवल कक्षा में विद्यार्थियों की संख्या तेजी से बढ रहीं है, उनमें व्यक्तिगत भिन्नता का अन्तर भी बढ रहा है।

2. यह विधि छात्रों में तार्किक एंव सृजनात्मक शक्ति के विकास का अवसर नहीं देती।

आज केवल मनोविज्ञान से प्रभावित शिक्षा शास्त्री ही नहीं अधिकांश शिक्षक भी यह मानते हैं कि शिक्षा का उद्धेश्य छात्रों को तार्किक चिन्तन में सहायता देना है, परन्तु वे व्यवहार की इस दिशा में बहुत ही कम प्रयत्न करते है। शिक्षक, छात्रों को जो कुछ भी सिखाते है उसे, उनसे तोते की तरह रट कर वापस सुनने पर बल देते हैं।

3. यह विधि सक्रिय अधिगम में बाधक है।

जैसा ऊपर कहा गया इस विधि में छात्र अधिकांश निष्क्रिय रहते हैं। परन्तु मनोवैज्ञानिकों ने यह निष्कर्ष निकाला है कि इस प्रकार का शिक्षण सामान्य छात्र के लिए उपयुक्त नहीं है।

4. शिक्षक द्वारा अन्य विधियाँ भी केवल सीमित परिस्थितियों में प्रयोग की जाती है इस प्रकार का

(i) यह शिक्षण केवल कक्षा-कक्ष में ही हो सकता हैं।

(ii) इसमें छात्र तथा शिक्षक का आमने सामने होना आवश्यक है।

आधुनिक युग विज्ञान ब तकनीकी युग है। भिन्न भिन्न प्रकार के संचार माध्यमों का आविष्कार हो रहा है छात्रों की बढती संख्या, शिक्षा की बढती हुई आवश्यकताओं तथा छात्र-केन्द्रित शिक्षा पर बल देने के कारण शिक्षण विधियों के अतिरिक्त अन्य शिक्षण माध्यमों की खोज आरम्भ हुई है और आज शिक्षण में मुद्रित, इलेक्ट्रॉनिक तथा अन्य माध्यमों का प्रयोग हो रहा है। यह माध्यम कई प्रकार से शिक्षण की उपरोक्त कठिनाइयों को हल करते हुए छात्र-केन्द्रित शिक्षा सफल बनाने का प्रयत्न कर रहें है जिस को आज अधिक महत्व दिया जा रहा है। यह माध्यम अन्य कई प्रकार से भी शिक्षण में सहायक हो रहे हैं जैसे:

(i) यह शैक्षिक सूचनाओं को तब तक संचय कर सकते हैं जब तक उनकी आवश्यकता हो।

(ii) विद्यार्थियों तथा शिक्षक को आमने सामने लाये बिना इस सूचनाओं को कहीं भी और कितनी भी दूर छात्रों तक पहुंचा सकते है।

(iii) ये सूचनाओं को विभिन्न ज्ञानेन्द्रियों द्वारा विभिन्न प्रकार से प्रस्तुत करते है।

(iv) छात्रों को शिक्षण सामग्री प्राप्त करने तथा उनके प्रति अनुक्रिया करने के कई तरह के अवसर प्रदान करते है।

इलेक्ट्रॉनिक्स, रोबोटिक्स तथा नैनो टेक्नोलोजी का उपयोग शिक्षण में किया जाने लगा है। वर्तमान इकाई में कुछ प्रमुख माध्यमों का विस्तृत वर्णन किया जाएगा।

## 6.2.0 इकाई के उद्धेश्य

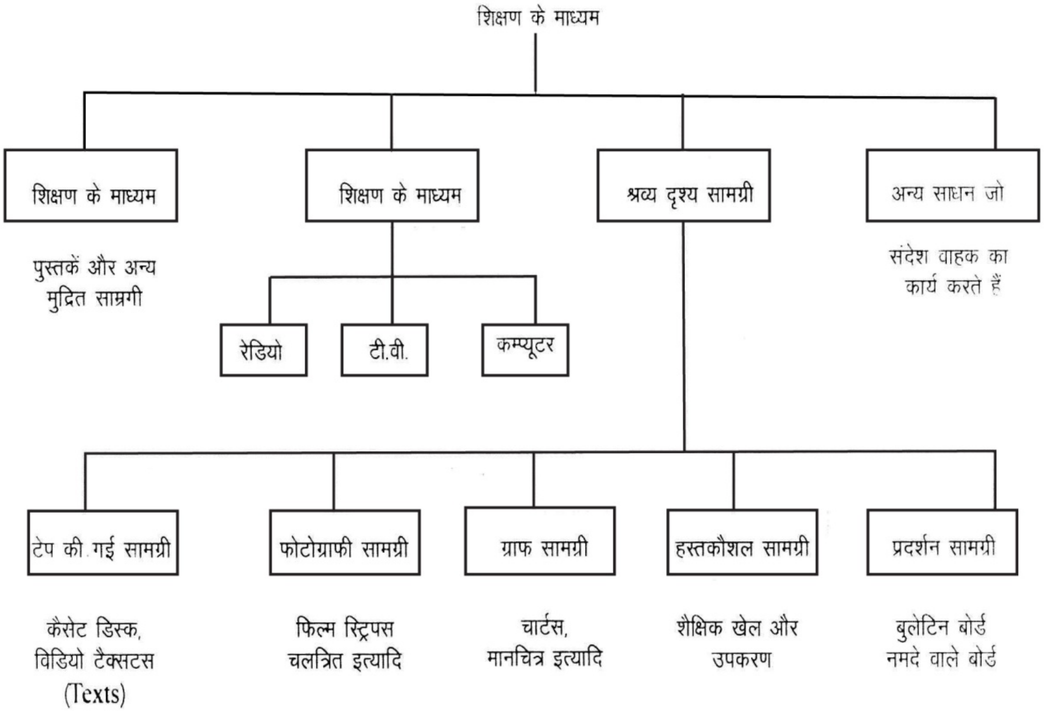
इस इकाई के अध्ययन के पश्चात् आप

1. नवीन माध्यमों की गणित शिक्षण में आवश्यकता बता सकेंगे।
2. नवीन माध्यमों का वर्गीकरण प्रस्तुत कर सकेंगे।
3. संचार माध्यमों (रेडियो, टी.वी., कम्प्यूटर) के गुणों और कमियों की व्याख्या कर सकेंगे।
4. गणित शिक्षण में बहु-माध्यमों के प्रयोग और उनके समेकन (integration) का औचित्य बता सकेंगे।

5. नये माध्यमों के उपयोग में शिक्षक की भूमिका की व्याख्या कर सकेंगे।
6. भविष्यात्मक संदर्भ में नवीन माध्यमों के उपयोग गिना सकेंगे।

## 6.3.0 शिक्षण- माध्यमों का वर्गीकरण (Classification of Teaching Media)

इनका कई प्रकार से वर्गीकरण किया जा सकता है उनमें एक इस प्रकार का भी हो सकता है।




इनमे से कुछ प्रमुख माध्यमों की विस्तृत चर्चा आगे, की जाएगी।

### 6.3.1 मुद्रित माध्यम (Print Media)

इसमें पाठ्य पुस्तकें, अभ्यास पुस्तकें, अभिक्रमित अनुदेशन पर आधारित पुस्तकें तथा कोई भी मुद्रित सामग्री जो शिक्षण माध्यम का कार्य कर सकती है, सम्मिलित है।

शिक्षण के बाद यह दूसरा महत्वपूर्ण माध्यम है जो शिक्षण संस्थाओं में प्रयोग किया जा रहा हैं। पुस्तकें प्रेरणा का बहुत बड़ा स्त्रोत है। औपचारिक शैक्षिक संस्थाओं को दूरस्थ शिक्षा (Distant Education) दोनों में मुद्रित सामग्री अनुदेशन का सशक्त माध्यम है और इलेक्ट्रॉनिक माध्यमों के उदय होनें के बाद भी इसके उच्च शिक्षा के क्षेत्र में कम से कम आने वाले कुछ समय तक महत्वपूर्ण माध्यम के रूप में रहने की सम्भावना है।

इसकी रचना करना अपेक्षाकृत सरल है तथा माध्यमिक शिक्षा के अधिकांश छात्रों को इसका उपयोग करने का कौशल आता है। छात्रों को यह नम्यता (Flexibility) प्रदान करता है, क्योकि इसे आसानी से इधन से उधर ले जाया जा सकता है तथा इसका बार बार प्रयोग किया जा सकता है। गणित की अच्छी संदर्भ पुस्तको से पुस्तकालय की गुणवत्ता बढती है।

प्रश्न :- मुद्रित माध्यम का क्या अर्थ है? इसकी उपयोगिता पर अपने विचार व्यक्त करिये।

6.3.2 आकाशवाणी (Radio)

यह कई प्रकार से उपयोगी है

1. एक अच्छा रेडियों तंत्र (radio network) गणित शिक्षा के उन्नयन में काफी सहायक हो सकता है। भली भांति तैयार तथा प्रस्तुत रेडियों पाठ गणित अनुदेशन के काफी प्रभावी माध्यम हो सकते है। रेडियो कॉन्फ्रेन्स और ट्यूटोरियल भी होते हैं।

2. दूरदराज के क्षेत्रों में रहने वाले लोगों के लिए यह विशेष रूप से उपयोगी है। इसी प्रकार उन समाजों में जिनमें (लिखित के स्थान पर) मौखिक परम्परायें हैं, जैसे जनजातियों में, यह अनुदेशन का विशेष रूप से शक्तिशाली माध्यम हो सकता है। रेडियो का विस्तार उनकी मौखिक परम्पराओं को गहरा करेगा या पुन: प्रदीप्त करेगा और चिन्तन के अमूर्त तरीके को प्रभावित करेगा (Kinyanjri 1977)

3. भाषा और गणित के शिक्षण में यह माध्यम लाजबाब है, परन्तु यहां रेडियों पाठा का निर्माण करने वालों को इन बातों की ओर सचेत रहना चाहिए।

(i) सीखने वाले (छात्र) का ध्यान विस्तार (Span of attention)

(ii) उनकी प्रत्यक्ष आवश्यकताओं का ज्ञान तथा शिक्षण अधिगम में उनकी सक्रिय भागीदारी (active involvement)

(iii) रूचि की सीमा और सक्रिय शारीरिक प्रतिक्रिया भाषा शिक्षण के लिए उतनी ही प्रासंगिक है जितनी गणित शिक्षण के लिए (Searle 1977)

निकारगुआ (Nicargua) में USAID की सहायता से चलने वाली एक परियोजना में प्राथमिक विद्यालय के गणित के पाठ्यकम को रेडियों शिक्षण के अनुरूप संशोधित करके शिक्षण के माध्यम के रूप में सफलता पूर्वक अपनाया गया।

4. मातृ भाषा से, व्यापक रूप से देशी भाषा में शिक्षा देने में यह एक पुल (सेतु) का कार्य करने में निर्णायक भूमिका निभा सकता है (Lamber and Sidoti 1981)

5. रेडियो माध्यम के साथ मुद्रित माध्यम को मिला देने से अब रेडियों का प्रयोग अधिक सुविधाजनक हो गया है तथा रेडियो की कार्य प्रणाली में भी अन्तर आया है क्योंकि अब रेडियो ने शिक्षक का सहायक बनना तथा कक्षा-कक्ष को अधिक सम्पन्न बनाना भी आरम्भ कर दिया है।

रेडियों के अन्य लाभ -

1. यह कक्षा कक्ष और घर दोनों पर सुनने के लिए उपयुक्त है।
2. इसका उपयोग काफी सरल है।
3. किसी कार्यक्रम को भविष्य में पुन: प्रयोग के लिए रिकार्ड किया जा सकता है,
4. अन्य माध्यमों की सॉफ्टवेयर डिजाइनों को उपयुक्त परिवर्तन के बाद इसमें प्रयोग किया जा सकता है।

रेडियों शिक्षण की सीमायें

1. इसके द्वारा जक्तिगत अनुदेशन (Individualised instruction) संभव नहीं है। इस प्रकार जिन छात्रों को इसकी आवश्यकता हो सकती है, रेडियो अनुदेशन उन की अनदेखी करता है।

2. विशिष्टीकृत (specialised) शिक्षण के लिए यह केवल श्रव्य माध्यम प्रस्तुत कर सकता है दृष्य माध्यम नहीं।

रेडियों शिक्षण को प्रभावी बनाने के कुछ सुझाव

1. रेडियों क्लब की स्थापना
2. प्रोग्राम लिखने वाला, जिसके लिए प्रोग्राम लिख रहा है, उसकी भाषा तथा पृष्ठभूमि का ध्यान रखें।
3. प्रोग्राम के संगठनकर्ता/शिक्षक सीखने वालों को इसके प्रसारण के बाद विचार विमर्ष के लिए प्रोत्साहित करें।

प्रश्न :- आकशवाणी (Radio) गणित शिक्षण में किस प्रकार उपयोगी हो सकता है?

### 6.3.3 दूरदर्शन (Television)

दूरदर्शन दृष्टि और ध्वनि दोनों प्रणालियों के साथ, रेडियों की बहुत सी कमियों को दूर करता है और इसलिए बहुत अधिक प्रभाव डालता है। उपग्रह (Satelite) से जुड जाने के कारण इसकी क्षमता और कही अधिक बढ गई है। आज इसके माध्यम से राष्ट्रीय शैक्षिक अनुसंधान और प्रशिक्षण परिषद (N.C.E.R.T.) विश्वविद्यालय अनुदान आयोग (U.G.C.) जैसे केन्द्रीय संस्थायें तथा राज्य शैक्षिक अनुसंधान और प्रशिक्षण परिषद (S.C.E.R.T.) जैसी राज्यीय संस्थायें हर स्तर के शैक्षिक कार्यक्रमों का प्रसारण कर रही हैं। गणित शिक्षण में भी इसका बहुत प्रभावशाली ढंग से प्रयोग किया जा सकता है। इसके प्रयोग से कुई लाभ हो सकते है -

1. जो चीजें असुविधाजनक होनें के कारण या बहुत दूर होने के कारण या बहुत जटिल होने के कारण शिक्षक द्वारा भली भांति नहीं दिखलाई जा सकती है वे टेलीविजन माध्यम से स्पष्ट रूप से दिखाई जा सकती है। खुला प्रसारण, बन्द परिपथ (Closed-circuit) या अभिलिखित संचारण द्वारा टेलीविजन, स्थान और समय की सीमा को लांघ कर इन दृष्यों को साकार कर सकता है। इसी प्रकार ये मुद्रित इकाई (printed units) की अपेक्षा छात्रों को शैक्षिक सामग्री अधिक सीधे और व्यक्तिगत तरीके से उपलब्ध करा सकता है।

2. ये बड़ी संख्या में श्रोताओं, विशेषकर खुले विश्वविद्यालयों के, व्यापक रूप से बिखरे सदस्यों से न केवल संचार (communication) सम्भव कर सकता है, उनके बीच सहकारिता की भावना (sense of association) का भी विकास कर सकता है।

3. यदि इसके विडियों रिकार्ड उपलब्ध हों तो यह व्यक्तिगत (individualised) शिक्षण के लिए आदर्श है।

4. यदि पहले से अधिगम सामग्री उपलब्ध करा दी जाये तो अनावर्ती प्रकिया (follow-up process) के रूप में ये बहुत उपयोगी होगी। परन्तु तुरन्त अनुवर्ती (immediate follow-up) के लिए यह इतना उपयोगी नहीं है।

5. कक्षा का टेलीविजन सेट केन्द्रीय प्रसारण स्टूडियो से जीवन्त या पूर्व में रिकार्ड किए कार्यक्रम प्राप्त कर सकता है, या विडियों टेप्स के माध्यम से एक स्वतंत्र श्रव्य-दृष्य इकाई के रूप में प्रयोग किया जा सकता है। गणित को इसके माध्यम से काफी सफलता पूर्वक पढाया जा सकता है (और पढाया भी जा रहा है)। यदि इस पर प्रदर्शित किये जाने वाले कार्यक्रमों को

योजनाबद्ध तरीके से तथा कुशलतापूर्वक प्रस्तुत किया जाय तो यह एक उत्कृष्ट उपकरण हो सकता है।

6. उपलब्धि मूल्यांकन के लिए भी इसका प्रयोग किया जा सकता है। साथ में आने वाली चेक लिस्ट को, परीक्षण के कार्य के लिए प्रयोग करके मूल्यांकन किया जा सकता है।

इससे सम्बन्धित एक शोध में यह सामान्य निष्कर्ष निकले -

(i) टेलीविजन से छात्र निपुणता (efficiency) से सीखते है परन्तु यह निपुणता माध्यमिक स्तर तक अधिक अनुकूल है, कॉलेज स्तर पर इतनी नहीं।

(ii) शिक्षकों की अपेक्षा प्रशासक इसके अधिक पक्ष में है।

(iii) टेलीविजन प्रोग्राम में प्रश्न डालने से अधिगम में वृद्धि नहीं होती परन्तु उसमें अल्पविराम देने से अवश्य होती है।

(iv) टेलीविजन पर विषय सामग्री लेक्चर के माध्यम से दी जाय, साक्षात्कार के रूप में दी जाय या नामिका-वाद विवाद (panel discussion) के रूप में दी जाय सभी में समान अधिगम होता है।

(v) छोटे या बडे समूह दोनों पर प्रभावी हैं।

(vi) प्रश्न पूछने के अवसर का अभाव विशेषकर जब विषय सामग्री अपेक्षाकृत जटिल हो और छात्र काफी परिपक्व (advance) हो उसकी प्रभाविकता को कम करता है।

(vii) टेलीविजन पर सिखाये लोग शिक्षक-छात सम्पर्क से वंचित रह जाते हैं, परन्तु इसका टी.वी (T.V.) शिक्षा पर कोई असर नहीं पडता

<u>दूरदर्शन की कमियां</u>

1. यह माध्यम जब चाहें उपलब्ध नहीं होता
2. इसकी समय-सारणी सामान्यत: अपरिवर्तनीय होती है जिसके कारण प्रसारण समय बहुत से छात्रों के लिए सुविधाजनक नहीं हो सकता (पाठों को अन्य समय दोबारा दिखा कर इस कमी को पूरा किया जा सकता है)
3. टी.वी. पर प्रसारित सामग्री को बिना कैसेट पर उतारे इकट्ठा नहीं किया जा सकता।
4. सॉफ्टवेयर का उत्पादन अपेक्षाकृत आसान है परन्तु सॉफ्टवेयर पैकेज महंगा हो सकता हैं
5. यह माध्यम बहुत महंगा है, सभी छात्र टी.वी. नहीं रख सकते (शिक्षा संस्थाओं को टी.वी. सेट उपलब्ध कर के इस कमी को पूरा किया जा सकता है)
6. इस पर सामान्यत: वही कार्यक्रम किए जाते हैं जिनकी अधिकांश छात्रों को आवश्यकता है। अल्प-संख्यक छात्रों की यह अनदेखी करता है। इसी प्रकार यदि विडियो टेप रिकार्डर उपलब्ध नहीं है तो व्यक्तिगत शिक्षण (individualized instruction) प्राप्त करना कठिन है और टेप रिकार्डर काफी महंगा आता है।

<u>टिप्पणी</u> - कुछ अपवादों को छोड कर टी.वी. सामान्यत: स्थापित पाठ्यकम और प्रशासनिक व्यवस्था पर लादा गया बोझ है, इसलिए यह एक परिशिष्ट (addendum) या

अनुलग्न (adjunct) बन कर रह जाता है। वार्षिक बजट का भी यह नगण्य मद हैं इसको केवल सहायक शिक्षण सामग्री के रूप में लिया जाता है। इसका आशय यह हुआ कि इसको प्रभावी बनाने के लिए इसे शिक्षण के वर्तमान तरीकों के साथ जोडना होगा। आने वाले समय में टी.वी. पर प्रदर्शित रिकार्ड किए हुए विडियों कैसेट्स, एक सहायक सुविधा (support facility) के रूप में सम्पूर्ण पाठ्यकम का मार्गदर्शन कर सकता है, परन्तु उसके लिए उपलब्ध तकनीक और लागत का भी ध्यान रखना होगा।

प्रश्न :- गणित शिक्षण में टेलीविजन का उपयोग कैसे करोगे? दूरदर्शन से शिक्षण की कमियों को बताओं।

6.3.4 कम्प्यूटर (Computer)

शिक्षण-अधिगम में आज कम्प्यूटर का प्रयोग तेजी से बढता जा रहा है। सारे संसार में इसका महत्व बढ रहा है और इसके द्वारा अधिगम अधिक से अधिक लोकप्रिय होता जा रहा है। इसकी बहुआयामी कार्यक्षमता ने शिक्षा के क्षेत्र में ही नहीं अन्य क्षेत्रो में भी इसे काफी हद तक लोकप्रिय बना दिया है। इसका अनुमान तो इसी से लग जाता है कि बहुत से विद्यालय तो कक्षा दो से ही बालकों को कम्प्यूटर की कार्य प्रणाली का ज्ञान देना आरम्भ कर रहे है। भारत सरकार के Class प्रोजेक्ट (Computer Literacy of Secondary School) ने विद्यालय स्तर पर शिक्षण में क्रान्ति पैदा कर दी है।

कम्प्यूटर का तीन प्रमुख कार्यो में प्रयोग किया जा रहा है

(i) शोध में

(ii) प्रबंधन में (management) और

(iii) शिक्षण अधिगम में (teaching- learning)

इन सभी क्षेत्रों में कम्प्यूटर को दो मुख्य कारणों से प्रयोग किया जाता है

1. परिकलन (Calculation) की मशीन के रूप में - कम्प्यूटर सुविधा की व्यापक व्यवस्था का, उच्च स्तरीय शिक्षा के पाठ्यकम पर सुस्पष्ट प्रभाव पड सकता है।

समान परिकलन का बोझ कम्प्यूटर पर डालकर छात्रों को लम्बी परिकलनों के उलझन से बचाया जा सकता है, जिससे वह पाठ्यकम के सैद्धान्तिक पक्ष पर अधिक ध्यान दे सके। इस प्रकार परिकलन वाली समस्या में इसका बहुत अधिक और अच्छा प्रयोग हो सकता है।

2. शिक्षण-अधिगम में सहायक के रूप में - कम्प्यूटर का प्रयोग एक ऐसी अत्याधिक परिश्कृत (highly sophisticated) मशीन के रूप में किया जा रहा है जो मानव शिक्षक के बहुत से (परन्तु सभी नही) कार्यो की जगह ले सकती है या कहीं कहीं उसको भी मात दे सकती है। ऐसे कम्प्यूटर का प्रयोग किया जाता है जिसमें विद्युत टाइपराइटर, प्रकाश पेन (light pen) आडियों टेप तथा अन्य उपकरण छात्रों के लिए टरमिनल के रूप में होते है। यह व्यवस्था विभिन्न प्रकार की अनुदेशन प्रणाली के लिए प्रयोग की जा सकती है, जैसे अभ्यास (drill or practice) के लिए, पूछताछ (enquiry) के ट्यूटोरियल अनुदेशन (turtorial instructions) के लिए इत्यादि। बहुत से शिक्षाविद् इस में उन सभी चीजों को रखते हैं जो कम्प्यूटर अनुदेशन को व्यक्तिगत बनाने में या सुधारने में सहायक हो। इस प्रकार CAI केवल कम्प्यूटर और छात्र

के बीच अवबोधकीय संवाद को ही सम्मिलित नहीं करता बल्कि उन स्वचालित आंकडे-प्रबधन-सहायकों (automated data management) को भी सम्मिलित करता है जो अनुदेशकों और प्रशासकों को पाठ्यक्रम का अभिकल्प (design) बनाने में, छात्रों की उपलब्धियों के प्रबोधक (monitor) के लिए तथा कक्षा-कक्ष के प्रबंधन में सहायक होते है।

इस संदर्भ में व्यक्तिगत अनुदेशन (individualistic instruction) को और विशिष्टित अनुदेशन (individualized instruction) में अन्तर समझना आवश्यक होगा।

व्यक्तिग़त अनुदेशन का आशय है छात्र दूसरे साथियों से बिना व्यवहारिक क्रिया किये स्वतंत्र रूप से काम कर सकता है। यद्यपि कई कौशलों को सिखाने की यह बहुत ही अच्छी विधि हो सकती है परन्तु व्यक्तिगत अनुदेशन समग्र शिक्षा नहीं प्रदान कर सकता।

विशिष्टित अनुदेशन का आशय यह है कि अनुदेशन के तरीके (mode), विषय वस्तु (content) और क्रम को इस प्रकार बनाया जाय जो किसी विशिष्ट छात्र की क्षमताओं और आवश्यकताओं के अनुरूप हो। इसमें यह आवश्यक नहीं कि छात्र सदैव अकेला पढता है। एक ही पाठ में कोई छात्र अपना कुछ समय स्व: अध्ययन में ( जैसे programmed text book के साथ) कुछ समय सम्बन्धित फिल्म देखने में और कुछ समय शिक्षक या अन्य छात्रों के साथ सामूहिक वाद-विवाद में बिता सकता है फिर भी, यह सारी प्रकिया अतिविशिष्ट है।

आधुनिक कम्प्यूटर में वह सभी विशेषतायें है जो किसी भी अतिविशिष्ट अनुदेशन को प्रदान करने वाली शिक्षा पद्धति के लिए आवश्यक है, जैसे

(i) इसमें बहुत अधिक स्मृति क्षमता है, जिसे अनुदेशन की विषय वस्तु को इकट्ठा करने के लिए या कुछ स्थितियों में इस प्रकार की विषयवस्तु को उत्पन्न करने के लिए प्रयोग किया जा सकता है।

जब विषय वस्तु बाहर से इकट्ठी की जाती है जैसे संदर्भ पुस्तकों (reference book) फिल्मस इत्यादि में, तो बाद में प्रयोग के लिए जब इसकी आवश्यकता होती है तो कम्प्यूटर इस विषय वस्तु की स्थिति और विशेषताओं का आलेख भी कर सकता है।

(ii) इसमें की-बोर्ड, पंच कार्डस, इलेक्ट्रोनिक पेन या अन्य विधियों से डाली गई छात्र की अनुक्रियाओं (responses) की जटिल विश्लेषण करने की क्षमता होती है।

(iii) कम्प्यूटर साधनों को, व्यक्तिगत छात्र, स्वयं की आवश्यकताओं से सुमेलित करते हुए अपनी उपलब्धि का मूल्यांकन कर सकता है।

3. शैक्षिक प्रबंधन में - इसमें कम्प्यूटर का प्रयोग, उसकी परिकलना और आंकडो के संसाधन (data processing) तथा उसके कम्प्यूटर सहायक अधिगम (CAL) के बीच की व्यवस्था है। CAL मूलत: पाठ और परीक्षा सम्बन्धी आकडों (examination data) के विश्लेषण में कम्प्यूटर के प्रयोग के कारण आई।

<u>कम्प्यूटर आधारित शिक्षा (Computer Based Education “CBE”)</u> के सहायक इस प्रकार की शिक्षा में मुख्यत: इन लोगों का सहयोग होता है

1. कम्प्यूटर इन्जीनियर - यह CBE के उस पक्ष को देखते हैं जो प्रोग्रामिंग और कम्प्यूटर व्यवस्था के संघटकों (components) के अभिकल्पन (designing) से सम्बंधित है।

यह इनमें प्रवीण होते हैं तथा टेलीविजन के प्रदर्शन में निपुण होते हैं परन्तु CAI और उस कम्प्यूटर तकनीक जो विशिष्ट रूप से शैक्षिक व्यवस्था में प्रयोग की जाती है उसमें अप्रशिक्षित होते है।

2. पाठ लेखक - ये शिक्षण प्रशिक्षण संस्थाओं में प्रशिक्षित होते हैं तथा जिन्होनें शिक्षा के मूल सिद्धान्तों और उनको कक्षा में प्रयोग को सीखा है। परन्तु उनकी इन्जीनियरिंग या विज्ञान में तकनीकी पृष्ठभूमि नहीं होती, नाही कम्प्यूटर से सम्बन्धित तकनीकी विषयों का इन्हें कोई ज्ञान होता है सम्भवत: प्रोग्रामिंग में उनका कुछ अनुभव हो सकता है।

3. सिस्टम ऑपरेटर (System Operator) - ये CBE व्यवस्था और उसके प्रत्येक उपयोग करने वालों के बीच अन्तरापृष्ठ (interface) होते है। ये CBE की व्यवस्था से भलि भांति परिचित होते हैं इसलिए व्यवस्था में सॉफ्टवेयर और हार्डवेयर में सामान्यत: होनें वाली सभी असफलताओं का सामाना कर सकते है। इन्हें जिन विषयों को सिस्टम के द्वारा पढ़ाना है उसके विशिष्ट उद्धेश्यों का बहुत ही कम ज्ञान होता है।

हर विशिष्ट पाठ या विषय में CAI और कक्षा अनुदेशन का सबसे अच्छा सम्मिश्रण (combination) प्राप्त करने के लिए यह आवश्यक है कि दोनों प्रकार की शिक्षण क्षमताओं और सीमाओं की तुलना की जाय।

कम्प्यूटर के अन्य लाभ

1. गणित, भौतिकी इत्यादि में जटिल समीकरणों को हल करने तथा समय लगने वाली परिकलनाओं (calculations) का शीघ्र प्राप्त करने में यह आदर्श रूप से उपयुक्त है।

2. शोधकर्ताओं को परिकल्पनाओं के परीक्षण में, आश्रित चर पर स्वतंत्र चरों के प्रभावों को खोजने में तथा बिना प्रयोग किए विभिन्न प्रकार के प्रयोगात्मक निष्कर्षों का पता लगाने और उनकी तुलना करने में यह सहायता दे सकते है।

जब कम्प्यूटर का इस प्रकार प्रयोग किया जाता है तो यह सृजनता और खोज का उपकरण बन जाता है।

3. कम्प्यूटर बहुमुखी शैक्षिक सामग्री है। यह बहुत सी प्रकार की प्रक्रियाओं (process) जैसे आर्थिक, यांत्रिक, भौतिकी, रासायनिक इत्यादि की प्रक्रियाओं का नकल (simulate) कर सकते हैं। अनुरूपक या गणक (calculator) के रूप में जब इनका प्रयोग किया जाता है तो यह मूल्यवान संसाधन शक्ति (processing power) प्रदान कर सकते हैं जो छात्रों में नवीन अर्न्तदृष्टि के विकास में सहायक हो सकती है।

4. छात्रों की प्रगति का रिकार्ड रखने में, वस्तुनिष्ट परीक्षणों के प्रशासन तथा अंकन में और छात्रों के पाठ्यक्रम के उपयुक्त भागों पर निर्देशित करने के लिए यह उपयोगी है।

<u>कम्प्यूटर की सीमायें -</u>

1. भले ही इसमें आंकडो को संग्रह करने, संसाधन करने (processing) तथा उनका दक्षता से परिचालन (manipulate) करने की अद्भुत क्षमता है, परन्तु आखिरकार यह केवल मशीन है। “ना यह मस्तिष्क है न इसमें मस्तिष्क है” कम्प्यूटर सोचता नहीं यह केवल आकडो

का संसाधन करता है। यह विद्युत गति से कार्य करता है, पूर्णत: अचूक होता है, परन्तु मस्तिष्क की तरह सोच नहीं सकता।

2. यद्यपि पाठ के प्रदर्शन के लिए कम्प्यूटर स्क्रीन का प्रयोग किया जा सकता है परन्तु पुस्तक की तुलना में यह अधिक सुखद और संतुष्टिदायक नहीं होता।

3. कम्प्यूटर सहायक अनुदेशन (CAI) शिक्षकों या पुस्तक का स्थान नहीं ले सकते।

यह ठीक है कि कम्प्यूटर को इस प्रकार नियोजित (programmed) किया जा सकता है कि यह शिक्षक का कुछ काम जैसे सूचना देना, प्रश्न देकर अभ्यास कराना और परीक्षा लेना, करा सकते हैं परन्तु अनपेक्षित प्रश्नों या अनियोजित आकडों का सामना नहीं कर सकते है। अन्त: प्रज्ञा (intuition) को नियोजित (programmed) नहीं किया जा सकता।

"कुछ भी हो मानव का उल्लेख एक अत्यन्त संवेदनशील, समायोजन शील नियंत्रक व्यवस्था (sensitive, adaptive control system) के रूप में किया जा सकता है और इस भूमिका में यह किसी भी कम्प्यूटर से श्रेष्ठ है" (Dean of the Royal College at Greenwich)[1]

टिप्पणी - यदि कम्प्यूटर और शिक्षक की क्रियाओं को अनुपूरक बनाया जाय (अर्थात् कम्प्यूटर को वहां प्रयोग करना जिसके लिए वह अच्छा है जैसे partial differential equation को तीव्र गति से हल करना तथा शिक्षक को वहां प्रयोग करना जिसके लिए वह अधिक उपयुक्त है जैसे (छात्र के बारे में पूर्वज्ञान के आधार पर उसके साथ व्यवहार करना, वैसा प्रश्न पूछना, गृहकार्य देना इत्यादि) तो शिक्षण-अधिगम अनूकूलतम हो सकता है।

प्रश्न :- गणित शिक्षण में कम्प्यूटर का क्या उपयोग है? कम्प्यूटर के उपयोग के लाभ तथा कमियाँ बताइये।

### 6.3.5 श्रव्य-दृश्य कैसेट्स, डिस्क और टेक्सट्स (Audio-Visual Casettes, disks and texts)

श्रव्य- दृश्य कैसेट्स - रेडियो और टेलीविज़न पर प्रसारित सामग्री को audio और Video cassettes रूप में छात्रों को उपलब्ध कराया जा सकता हैं यदि छात्र इन्हें खरीद नहीं सकते तो इन्हें प्रयोग के लिए विद्यालय की लाइब्रेरी में रखा जा सकता है। कदाचित् आने वाले समय में हर लाइब्रेरी में कैसेट्स का अच्छा भण्डार रखना होगा।

रेडियों और टेलीविजन की सीमाओं के कारण उनका प्रयोग शीघ्रता से बढ रहा है। इसके अतिरिक्त कई प्रकार से यह उपयोगी हो सकते हैं जैसे,

(i) स्व: अध्ययन में, विशेषकर कमजोर छात्रों के लिए विधि के रूप में

(ii) शिक्षण-प्रशिक्षण के माध्यम के रूप में

(iii) प्रांगण के बाहर (off-campus) के वातावरण में सतत्-शिक्षा (continuing education) में

(iv) जहां गणित और विज्ञान प्रयोगशालायें भलीभांति सज्जित (equipped) नहीं है या जहां शिक्षकों की कमी है विडियो अनुदेशन विद्यालयी अनुदेशन की गुणवत्ता को बढाने में काफी सहायक हो सकता है।

इसकी अन्य उपयोगी विशेषतायें

(i) छात्रों को अपनी गति और सुविधा के अनुसार शिक्षण सामग्री को बराबर देखने सुनने का अवसर देते है। यह प्रोग्राम को रिकार्ड करने के स्थान पर भरे भराये कैसेट मिल जाय तो छात्रों को बहुत अधिक लाभ होगा।

(ii) इसमें रेडियो/टी.वी. प्रोग्राम की तरह समय सीमित (time bound) कार्यक्रम बनाने की आवश्यकता नहीं पडती। कैसेट को किसी भी अवधि के लिए पाठ योजना के किसी भी स्वरूप में, किसी भी संयोजन (combination) का प्रयोग करते हुए, कितनी भी ध्वनियों का प्रयोग करते हुए अपने पूरे पैकेज (प्रिन्ट, रेडियो और कैसेट) का एक समग्र रूप बनाते हुए, नियोजन किया जा सकता है। *

---

*As quoted by R.Natrajan at page 99 in "Educational Technology, "Challenging Issues" Ed. by M. Mudhopandhyaya, Chap 8, Sterling Publishers Ltd. L-10, Green Park, New Delhi 1990

विडियो डिस्क (Video Disk)

यह एक ऐसी व्यवस्था है जो लम्बे रिकार्ड प्लेयर (record player) ग्रामोफोन के तवे के समान है, फर्क इतना है कि यह परम्परागत टेलीविजन के माध्यम से श्रव्य और दृश्य दोनों को इकट्ठा कर लेते हैं। इक्ट्ठा करने की यह क्षमता बहुत ही अधिक होती हैं। पूरी (Encyclopedia Britannica) को एक अकेली डिस्क में भरा जाता है, फिर भी कुछ जगह छूट जायेगी।

विडियो टेक्सट्स (Video Texts)

यह घरेलू टी.वी. सेट को computer terminal की तरह काम करने देता है और remote data base से सूचनायें और ग्राफिक्स पुन: प्राप्त करने देता है। Video text व्यवस्था दूरस्थ शिक्षा के द्वारा उपलब्ध विषयों और कार्यक्रमों के बारे में सामान्य सूचनाओं का प्रसार करने के लिए काफी उपयोगी है।

6.3.6 अन्य श्रव्य-दृष्य सामग्री और उपकरण (Other Audio Visual Material and Equipments)

इसके अन्तर्गत विद्यालय में पाई जाने वाली यह वस्तुयें है जैसे टेपरिकार्डर, रिकार्ड प्लेयर, स्लाइड और फिल्म-स्ट्रिप्स, प्रोजेक्टर, ओवर-हेड-प्रोजेक्टर, चलचित्र-प्रोजेक्टर इत्यादि।

क्या यह शिक्षा का माध्यम है या केवल अनुदेशन के सहायक या अनुबद्ध (adjunct) हैं? इसके उत्तर में यह कहा जा सकता है कि ये मानव ध्वनि, दृष्टि और श्रवण के परास को बढा देते है और दूरस्थ दृश्यों और ध्वनियों को कक्षा-कक्ष तक ले आते है, इसलिए जैसे पुस्तक अनुदेशन का एक माध्यम है वैसे यह भी अनुदेशन का माध्यम है। परन्तु पुस्तकों के अस्तित्व को माध्यम के रूप में स्वीकार कर लिया गया है परन्तु इनका प्रयोग शिक्षक की स्वेच्छा पर है। उनके प्रयोग में प्रतिरोध के कई कारण है जैसे (i) शिक्षक की अकर्मण्यता (inertia) (ii) इनका संचालन करने वालों का उपलब्ध ना होना (iii) कक्षा में इससे सम्बन्धित उपकरणों का अभाव या उनके दिखाने के स्थान का अभाव (iv) आवश्यकता पड़ने पर सही सामग्री प्राप्त

करने की समस्या (v) इनको प्राप्त करने के बारे में सूचनाओं का अभाव (vi) सामग्री तैयार करने के लिय तकनीकी सहायता का अभाव, इत्यादि।

## 6.4.0 गणित शिक्षण में बहु-माध्यमों का प्रयोग और उनका समेकन (Use of Multimedia and their Intergration in Teaching Mathematics)

1950 के दशक में विभिन्न माध्यमों का अलग अलग प्रयोग किया जाता था। कहीं आवेर-हेड प्रोजेक्टर तो कहीं फिल्म-स्ट्रिप्स तो कही किसी अन्य माध्यम का प्रयोग किया जाता था। परन्तु इस विकृत स्थिति, जो उस समय इतनी अधिक प्रचलित थी, का स्थान बहुमाध्यमों ने ले लिया है।

परम्परागत शिक्षण- अधिगम स्थिति में भी, अच्छे विद्यालयों में सामान्यत: बहुमाध्यमों (multi media) का प्रयोग होता है। लेक्चर, ट्यूटोरियल्स, सेमीनार के अलावा छात्र प्रायोगिक कक्षाओं (practical classes) में जाते हैं तथा लाइब्रेरी, फिल्मस, टेप-रिकार्डस तथा पुस्तकों से अनुलिपित उद्धरणों (memographed excerpts) का प्रयोग करते है। यह सब बातें अब सामान्य हो गई है। प्रश्न अब उनके बहुमुखी प्रयोग का नहीं है, यह तो स्थापित सत्य के रूप में स्वीकार कर लिया गया है। प्रश्न है उनके प्रभावी प्रयोग का। यहां आधारभूत जटिल समस्या नीति का निर्धारण करना है तथा उसके क्रियान्वयन के लिए संचार के माध्यमों का चुनाव करना है तथा उन्हें इस प्रकार समेकित करना है कि अपेक्षित अधिगम प्रभावी ढंग से सम्पन्न हो सके। हर माध्यम की अपनी अच्छाइयां और कमियां है और कोई भी एक माध्यम सभी प्रकार के शिक्षण के लिए उपयोगी नहीं है। यह भी देखा गया है कि स्थिति के अनुसार माध्यमों का समेकित मिश्रण एक दूसरे की सहायता देते हुए अधिक अच्छा परिणाम उत्पन्न करते है।

उपयुक्त माध्यमों के चुनाव में निम्नलिखित सामान्य बातों पर ध्यान देने की अनुशंसा (recommendation) की गई है।

1. उपलब्धता (Availability) - चुने हुए माध्यम तथा उनके प्रयोग में प्रशिक्षित व्यक्ति सहज में उपलब्ध होनें चाहिए जिससे उनका सतत् विश्वसनीय प्रयोग हो सके।
2. अभिगम्यता (Accessibility) - चयनित माध्यम सार्वजनिक रूप में सभी छात्रों को उपलब्ध होना चाहिए, जिससे सभी छात्रों को इसका लाभ मिल सके। यदि यह सबको उपलब्ध न कराया जा सके तो विद्यालय को ऐसे साधन प्रदान करने के लिए प्रयत्न करना चाहिए जिससे प्रत्येक छात्र को उसका लाभ मिल सकें, जैसे ऐसे केन्द्र बनाने चाहिए जहां जाकर छात्र उनका उपयोग कर सकें।
3. सहमति (Acceptability) - माध्यमों के प्रति शिक्षकों और छात्रों में सकारात्मक दृष्टिकोण होना नितान्त आवश्यक हैं नहीं तो उस माध्यम की सफलता संदिग्ध होगी।

4. मितव्ययता (Economy) - मूल्यवान माध्यम, जो छात्रों या विद्यालय की आर्थिक सीमा के बाहर हों, का चुनाव नहीं करना चाहिए। हमारे जैसे देशों में माध्यमों के चुनाव की यह पहली शर्त है।
5. वैद्यता (Validity) - चयनित माध्यम, पढाये जाने वाले विषय के उद्धेश्यों और उसकी विषय वस्तु के लिए उपयुक्त होनें चाहिए। सभी माध्यम सभी विषयों के लिए उपयुक्त नहीं होंगे। इसी प्रकार गणित की विभिन्न शाखाओं (बीजगणित, अंकगणित, ज्यामिति) और उनकी भी विभिन्न विषय वस्तुओं के लिए अलग अलग उपयुक्त माध्यमों का चुनाव करना आवश्यक हो सकता है।

इसके अतिरिक्त माध्यमों के चुनाव में अनुदेशन स्थिति का भी विशेष ध्यान रखना होगा जैसे चुनाव में शिक्षण के उद्धेश्य, अनुदेशक का स्वभाव (प्रकृति), शिक्षण की विषय वस्तु अर्थात् वे कुशलतायें और विषयवस्तु जो छात्रों को सिखानी है।

T.V. या रेडियों जैसे जन माध्यमों के चुनाव के पहले इन बातों पर भी ध्यान देना होगा।

(i) इसके प्रति लोगों का दृष्टिकोण (attitude) क्या है?
(ii) कितने प्रतिशत लोगों तक इनकी पहुंच है तथा क्या यह पहुंच उनके नियंत्रण में है।
(iii) यदि इस सुविधा को प्रदान करने वाले कोई सामुदायिक केन्द्र है तो शिक्षक और संचालक इसके प्रयोग के प्रति किस प्रकार की प्रतिक्रिया करते है।
(iv) क्या इसके कार्यक्रम स्थानीय, सामाजिक सांस्कृतिक भाषा में होते है।
(v) इसी प्रकार के मूल्य (लागत) आयेगा और क्या यह लागत इसके प्रयोग की अनुमति देती है इत्यादि।

## 6.5.0 इलेक्ट्रोनिक माध्यमों के उपयोग में शिक्षक की भूमिका (Role of Teachers in the Use of Electronic Media)

इलेक्ट्रॉनिक माध्यम की निराशाजनक प्रगति की गति इस तथ्य के कारण है कि शिक्षा व्यक्ति का विकास है और व्यक्ति मशीन नहीं है, ना ही मशीन के समान है। उन महत्वपूर्ण तरीकों जिससे मानव-शिक्षक छात्रों से पारस्परिक क्रियायें करता है उनमें से केवल कुछ की नकल इलेक्ट्रॉनिक माध्यमों से की जा सकती हैं। परदे पर छाया चित्र के स्थान पर छपे और बोले शब्द सदैव प्रमुख शैक्षिक माध्यम रहेंगे। शैक्षिक समस्याओं के इलेक्ट्रॉनिक माध्यम द्वारा प्रस्तुत हल बहुत सम्मोहक होते हैं जो शिक्षा, को पहले से अधिक सरल और आनन्ददायक बनाने का वायदा तो करते हैं परन्तु उसे पूरा नही करते।

इलेक्ट्रॉनिक माध्यम व्यक्ति, मशीन अन्तरापृष्ठ (interface) पर क्रिया करती है इसलिए यह देखना रूचिकर होगा कि कौन सी चीज मनुष्य को मशीन से भिन्न बनाती है तथा शिक्षा में उसे प्रमुख स्थान पर रखने में सहायता करती है। भविष्यत दृष्टिकोण (Futuristic View Point) को यह मानना चाहिए कि वर्तमान अनुदेशन माध्यम (modern instructional media) में छात्रों के अधिगम की प्रभावशीलता को बढाने की अद्भुत क्षमता है, फिर मशीन को वह सब करने देने के स्थान पर जो शिक्षक नहीं करता हमें यह प्रश्न पूछना चाहिए कि वह

क्या है जो शिक्षक कर सकता है मशीन नहीं कर सकती। उसके कुछ उत्तर इस प्रकार दिये गये है :

1. हमारे अनुभव चेतन होते हैं परन्तु मशीन में चेतना नहीं होती। वह निवेश को अपने अन्दर ले सकती है, परन्तु उसको अनुभव नहीं कर सकती। उसको हानि पहुंचाई जा सकती है परन्तु उससे उसको दर्द नहीं होगा। हम दूसरों के चेतन अनुभवों को सहानुभूति (intuition) द्वारा समझ सकते है परन्तु मशीन में यह समझ नहीं है।

2. हमें सदैव तार्किक होनें की आवश्यकता नहीं होती हमारे पास बोधगम्य चिन्तन के अन्य तरीके भी हैं जो मशीन के पास नहीं है।

3. मशीन केवल प्रतिक्रिया करती है पहल (initiate) नहीं करती। इसके अतिरिक्त यह प्रतिक्रियायें सुस्पष्ट होते हुये भी पूर्णत: अनम्य (rigid) या यादृच्छित (random) होती है उनमें कोई बुद्धि की सूक्ष्मता नहीं होती।

4. मशीन में सामाजिक आवश्यकताओं को पूरा करने की क्षमता नहीं है।

इस प्रकार यह तर्क युक्त लगता है कि इलेक्ट्रॉनिक माध्यमों का प्रयोग मानव-शिक्षक को सहायता देने के लिए ही होना चाहिए, ये शिक्षक का स्थान कभी नहीं ले सकते। शिक्षक किसी भी प्रकार की शिक्षा का केन्द्र है। शिक्षण-अधिगम में चाहे जिन साधनों का प्रयोग किया जा रहा हो शिक्षक को उसमें सम्मिलित करना ही होगा। यदि उसे सम्पूर्ण शिक्षा व्यवस्था से अलग से कर दिया गया तो उसमें विदेश की भावना जागृत होगी और वह माध्यमों के प्रयोग के भी योग्य नहीं रहेगा।

माध्यम शिक्षक के सहायक के रूप में होना चाहिए ताकि उसका इसमें सम्मिलित होना शिक्षण-अधिगम प्रकिया को अधिक समृद्ध बनायेगा।

परन्तु इससे प्रशिक्षण और पुरस्कार जैसे मुद्दे उठते है। हमें शिक्षण अनुदेशन कार्यो में विभिन्न नवीन माध्यमों के प्रयोग के लिए प्रशिक्षित मानव शक्ति उत्पन्न करनी होगी अर्थात् वर्तमान शिक्षकों को इन माध्यमों के प्रयोग लिए प्रशिक्षित करना होगा। इस प्रकार के प्रशिक्षण के बाद ही शिक्षक अपने शिक्षण में उनका सफलतापूर्वक प्रयोग कर सकेंगे। भावी शिक्षकों की भर्ती में भी इसका ध्यान रखना होगा अर्थात् यह देखना होगा कि क्या ये नवीन माध्यम के प्रयोग में पारंगत है या उसमें रूचि रखते है। एक समय था जब हम शिक्षक की लेक्चर देने की क्षमता पर बल देते थे। उसके बाद यह भी देखा जाने लगा कि क्या वह अनुसंधान कर्ता है। अब शैक्षिक तकनीकी की अनिवार्यता ने तीसरा आयाम जोड दिया है। क्या उसमें विभिन्न तकनीकी माध्यमों का प्रयोग करने की क्षमता है ? इसलिए विशाल प्रशिक्षण कार्यक्रम के साथ इस मांग को आवश्यक मांग के रूप में लेने की आवश्यकता है।

नवीन तकनीकों के उद्भव के साथ बालको की अपने माता-पिता पर निर्भरता कम होती जा रही है। यही दशा छात्र और शिक्षकों के बीच सम्बन्धों की होनें वाली है। यदि शिक्षकों को नयी स्थिति से समायोजन करने के लिए तथा अपने आप को प्रभुता की स्थिति में रखने के लिए प्रशिक्षित नहीं किया जाता तो जब स्वामी (शिक्षक) कमजोर हो जायेगा। माध्यम (Media) को अध्यापक का सहायक रखना चाहिए जिससे उसकी कार्यक्षमता बढे और शिक्षण मे गुणवत्ता आवे।

## 6.6.0 भविष्यात्मक संदर्भ में नवीन माध्यमों का उपयोग (Uses of new Media, with Futuristic Perspective)

शिक्षक के तीन प्रमुख कार्य होते है -

1. सूचनाओं का प्रस्तुतीकरण
2. छात्रों की प्रतिक्रियाओं और प्रगति का अवलोकन करना, निदान व उपचार करना तथा शैक्षिक लक्ष्यों के संदर्भ में मूल्यांकन करना
3. सीखने वालों की प्रतिक्रियाओं (responses) का मूल्यांकन करके और उसके आधार पर उन्हें यह बता कर कि उन्हें आगे क्या करना है, संज्ञानात्मक और भावात्मक प्रतिपुष्टि (feed back) देना।

उपरोक्त सभी कार्यो में नये माध्यम मध्यस्थता का कार्य करते है जैसे-

1. <u>प्रस्तुतीकरण प्रक्रिया में सहायक</u> - श्रव्य दृष्य सामग्री शिक्षक को अपनी विषय वस्तु के प्रस्तुतीकरण में स्पष्टता और परिशुद्धता लाने में सहायक हो सकती है। यह स्पष्टता और परिशुद्धता कई प्रकार से प्राप्त की जा सकती है।

(i) श्याम पट्ट पर शीघ्रता से बनाये गये और कभी कभी अपरिशुद्ध (inaccurate) रेखाचित्र (diagrammes) के स्थान पर रंगों का प्रयोग करते हुए सावधानी से खींचे गये रेखाचित्र और सम्भवत: ओवरहेड प्रोजेक्टर में प्रयोग किये पारदर्शको (transparencies) के अधिचित्र (overlays) छात्रों द्वारा अधिक पसंद किये जायेंगे, जिससे शिक्षण उनके लिए अधिक रूचिकर होगा।

दक्ष प्रस्तुतीकरण के अतिरिक्त, शिक्षक को भी उच्च स्तरीय गुणवला वाली सामग्री को तुरंत प्रयोग के लिए रखने में सुविधा होगी, कक्षा में समय की बचत होगी तथा उसके तैयारी के समय की भी बचत होगी।

(ii) शिक्षक जिन चीजों को अपने शिक्षण में बल देना चाहता है उसे कक्षा में संकेतों और आवाजों को ऊंची करने के स्थान पर T.V. या विडियों कैसेट द्वारा अधिक अच्छा दिखाया जा सकता है।

2. <u>संभार तंत्री (logistic) समस्याओं के हल में सहायक</u> - परम्परागत शिक्षण की कई सीमायें है, जैसे कक्षा में सीमित संख्या में छात्रों को रखने का प्रतिबन्ध, शैक्षिक संचार (educational communication) को शिक्षक की वाणी और दृष्टि तक सीमित रखना इत्यादि। यह सीमायें उसकी नम्यता (flexibility) को कम कर देती है। नवीन माध्यमों ने इन सीमाओं को तोडने और शिक्षण को अधिक नम्य बनाने में काफी सहायता दी हे।

एक बार शैक्षिक सामग्री रेकार्ड के रूप में आ जाय तो न केवल विद्यालय में उसे दोहराना (प्रदर्शित करना) और उस तक पहुंच सम्भव हो जाती है, बल्कि सारी शिक्षा में उच्च स्तरीय शिक्षण सामग्री का प्रसार करके छात्रों को वह अवसर प्रदान किया जाता है जो पहले उन्हें कभी उपलब्ध नहीं था। इसी प्रकार अधिगम स्थिति को कई तरीके से संगठित करके छात्रों को शैक्षिक सामग्री उपलब्ध कराई जाती है।

3. <u>नवीन माध्यम शिक्षण अधिगम के बीच पारस्परिक क्रियाओं को बढावा दे सकते है -</u> ये केवल शिक्षण तरीकों में सहायक नहीं है, बल्कि विपरीत प्रकिया द्वारा अधिगम में भी सहायता करते है और इस प्रकार शिक्षण-अधिगम का अधिक समेकित (intergrated) भाग बन सकते है।

4. <u>मूल्यांकन प्रकिया में भी काफी सहायक हो सकते है</u> - ये उसे अधिक वस्तुनिष्ठ, सुस्पष्ट तथा अर्थयुक्त बना सकते है।

टिप्पणी - यद्यपि आज की तरह भविष्य में भी शिक्षक किसी भी शैक्षिक कार्य का संचालक रहेगा, परन्तु हम अपने चारों ओर छाई सामूहिक माध्यमों, सतत् होनें वाले शैक्षिक नवाचारों और तकनीकी उन्नति की वास्तविकता से आंख नही बंद कर सकते। शिक्षा का शायद ही ऐसा कोई क्षेत्र हो जो शैक्षिक प्रोद्यौगिकी (educational technology) के किसी न किसी माध्यम से अछूता है। समय की भाग है कि हम अपने पाठ्यकम के तन्त्र की इस प्रकार पुर्नरचना करें जिसमें रेडियों, टी.वी. बहु माध्यमी प्रस्ताव, कम्प्यूटर प्रोग्राम और बहुत से ऐसे आधुनिकतम माध्यम सम्मिलित हो जो हमें स्व: अनुदेशन (self-instruction और आत्म-प्रबोधन (self-illumination) में सहायक हो।

प्रश्न :- गणित शिक्षण में श्रव्य दृश्य साधनों का क्या उपयोग है? इन शिक्षण सामग्रियों का उपयोग गणित शिक्षा के लिए किस हद तक लाभप्रद है?

## 6.7.0 सारांश

वर्तमान शिक्षा पद्धति की व्याख्यान विधि कीं कई कमियों की तरफ संकेत किया गया है जैसे, यह छात्रों की व्यक्तिगत विभिन्ताओं पर ध्यान नहीं देती, उनमें तार्किक एवं सृजनात्मक शक्ति के विकास का अवसर नहीं देती है, सक्रिय अधिगम में बाधक है, केवल सीमित परिस्थितियों में प्रयोग की जा सकती है, इत्यादि। इन कमियों को दूर करने के लिए नवीन शैक्षिक माध्यमों के प्रयोग को अपनाया जा रहा है। यद्यपि इन माध्यमों की अपनी भी कमियां है। यह कई प्रकार से वर्तमान शिक्षा के आधुनीकरण और उसको प्रभावी बनाने में सहायता कर रहे है। इनमें से कुछ माध्यमों जैसे रेडिया, टेलीविजन, कम्प्यूटर, रिकार्डिंग उपकरण और अन्य श्रव्य-दृष्य सामग्री का उल्लेख किया गया है।

परन्तु मुख्य प्रश्न उनको एक साथ प्रयोग करने तथा उस प्रयोग में उनके इस प्रकार समेकन का है जिससे समेकित मिश्रण सबसे अच्छा परिणाम उत्पन्न कर सकें। यह एक कला है जिसे शिक्षक अपने प्रशिक्षण तथा अर्न्तदृष्टि के आधार पर अभ्यास करते हुए अधिक से अधिक विकसित कर सकता है। जहां तक माध्यमों के चुनाव का हैं, उसमें उनकी उपलब्धता, अधिगम्यता, शिक्षकों और छात्र की सहमति, मितव्ययता और वैद्यता पर ध्यान देना आवश्यक होगा। टी.वी. रेडियो जैसे माध्यमों के प्रयोग से लोगों के इनके प्रति दृष्टिकोण, उन तक इनकी पहुंच, इनकी लागत इत्यादि पर भी ध्यान देना होगा।

यह सही है कि नवीन माध्यमों ने परम्परागत शिक्षण की कमियों को काफी सीमा तक दूर किया है परन्तु वर्तमान में ही नहीं भविष्य में भी वह शिक्षक का स्थान नहीं ले सकते है क्योंकि शिक्षक की तरह, इनमें चेतना नहीं होती, संवेदना नहीं होती, पहल नहीं होती और यह

सामाजिक आवश्यकताओं को पूरा नहीं कर सकते। इनको केवल शिक्षक सहायक के रूप में प्रयोग करना अधिक श्रेयकर होगा। यदि इन्हें मालिक बना दिया गया तो शिक्षा द्वारा संज्ञानात्मक विकास भले ही हो जाय मानवीय मूल्यों का विकास अवरूद्ध हो जायेगा।

परन्तु इन माध्यमों से हम अब आंख भी बन्द नहीं कर सकते। यह हमें पाठ के प्रस्तुतीकरण में, संभार-तन्त्री समस्यों को हल करने में, शिक्षण-अधिगम के बीच पारस्परिक क्रियाओं को बढावा देने तथा मूल्यांकन प्रकिया में काफी सहायक हो सकते है। इसलिए हमें अपने पाठ्यक्रम की पुनर्रचना इस प्रकार करनी होगी जिसमें, शिक्षक को शिक्षण-वर्चस्व बनाये रखते हुए, अनुदेशन में इसका अधिक से अधिक अच्छा प्रयोग हो सके।

## 6.8.0 मूल्यांकन प्रश्न

1. शिक्षण अधिगम में नवीन माध्यमों की आवश्यकता क्यों बढती जा रही है? अपने उत्तर को तर्कसंगत रूप में प्रस्तुत करें।

   Why is necessity of new media increasing in teaching learning, present your logic in response of it.

2. श्रव्य-दृष्य सामग्री शिक्षण-अधिगम का माध्यम है या केवल अनुदेशन की सहायक सामग्री? स्पष्ट करिये।

   Is audio-visual aid a medium of teaching learning materials of mathematics Or only helping material of instruction? Explain it clearly

3. टी.वी. के प्रयोग के लाभ तथा उसकी सीमाओं का उल्लेख कीजिए। गणित शिक्षण को इसके प्रयोग से और अधिक प्रभावशाली बनाने कें लिए अपने सुझाव दीजिए।

   Describe merits and limitations of use of T.V. in Mathematics teaching. Give your suggestions to use it more effectively in mathematics teaching.

4. गणित शिक्षण में बहुमाध्यमों के प्रयोग तथा उनके समेकन पर एक लेख लिखिए।

   Write down an essay on use of multi media and its integration with mathematics teaching.

5. इलेक्ट्रिक माध्यमों का गणित शिक्षण-अधिगम में, कहां कहां प्रयोग किया जा सकता है?

   Where can electronic media be used in teaching learning of mathematics?

6. क्या कभी इलेक्ट्रोनिक माध्यम गणित शिक्षक का स्थान ले सकेंगे? उदाहरण सहित तर्कपूर्ण उत्तर दें।

   Can electronic media ever replace the mathematics teachers? Present your logic with examples.

## 6.9.0 संदर्भ पुस्तकें -


1. इस पाठ की अधिकांश सामग्री “Educational Technology, Challenging Issues” Ed by M. Mukhopadhyaya, Sterling Publishers New Delhi (1990) पर आधारित है।
2. मंगल एस. के. (2005) “गणित शिक्षण” आर्य बुक डिपो करोल बाग नई दिल्ली-110005

# इकाई 7

# गणित में योजना - सत्रीय, इकाई एवं दैनिक पाठ योजना (Planning; Sessional, Unit and daily lesson planning in Mathematics)

**इकाई संरचना**

7.1.0 प्रस्तावना
7.2.0 गणित में सत्रीय या वार्षिक इकाई योजना
7.3.0 इकाई योजना तथा उसका प्रारूप
7.3.1 इकाई योजना की परिभाषा
7.3.2 इकाई योजना का प्रारूप
7.3.3 इकाई योजना के लाभ
7.3.4 इकाई योजना का उदाहरण
7.4.0 दैनिक पाठ योजना की परिभाषा तथा उसका प्रारूप
7.5.1 कुछ दैनिक पाठ योजनायें
7.6.0 मूल्यांकन प्रश्न
7.7.0 संदर्भ पुस्तके

इकाई पढने के बाद छात्र

प्रस्तुत पाठ के अध्ययन के पश्चात् आप गणित शिक्षण को

1. वार्षिक योजना बनाने का कौशल प्राप्त कर सकेंगे।
2. इकाई पाठ योजना की संरचना की विवेचना कर सकेंगे।
3. दैनिक पाठ योजना के चरणों का प्रत्यास्मरण कर सकेंगे।
4. इकाई पाठ योजना से दैनिक पाठ योजना बनाने में कौशल प्राप्त कर सकेंगे।
5. दैनिक पाठ योजना तैयार करने का कौशल प्राप्त कर सकेंगे।
6. योजना बनाने के लाभों का प्रत्यास्मरण कर सकेंगे।

## 7.1.0 प्रस्तावना

किसी भी कार्य को सफलतापूर्वक पूरा करने के लिए उसकी योजना बनाई जाती है जिसे नील पत्र या कार्य योजना 'Plan of Action' कहते है। गणित शिक्षण में भी विषय वस्तु का संगठन, उसकी क्रमबद्धता, उसके लिए अधिगम-अनुभव आदि के बारे में विचार करके एक वृहत योजना निर्धारित कर ली जाती है तथा योजना के मूल्यांकन हेतु परीक्षणों को भी सम्मिलित कर लिया जाता है। कार्य योजना तैयार करने से मानव तथा भौतिक संसाधनों के सदुपयोग के साथ - साथ समय का भी उपयोग अधिकतम
उपलब्धि के लिए होता है। अध्यापन कार्य में सुविधा एवं सरलता आ जाती है।

<u>योजना के स्तर</u>

गणित शिक्षक निर्धारित पाठ्यक्रम को आधार मानकर निम्नलिखित योजना बना सकता है।

अ) वार्षिक सत्रीय योजना

ब) मासिक योजना

स) साप्ताहिक योजना

द) दैनिक योजना

## 7.2.0 गणित में सत्रीय या वार्षिक इकाई योजना

शिक्षक कक्षा में अनुदेशन प्रारम्भ करने से पहले, बोर्ड या शिक्षा विभाग द्वारा निर्धारित पाठ्यवस्तु, शिक्षण सामग्री आदि का अध्ययन कर अपने अध्यापन की वार्षिक योजना बनाता है, इसी में पाठ्यवस्तु योजना होती है जिसमें इकाईयां तथा पाठ सम्मिलित किये जाते है।

गणित में सत्रीय/वार्षिक योजना के विकास के समय निम्नलिखित बिन्दुओं को ध्यान रखना उचित होगा :-

1. पाठ्य वस्तु के उद्धेश्यों को लिखना
2. पाठ्य वस्तु की इकाईयों को लिखना
3. इकाईयों का प्रतिदिन पाठ के लिए विभाजन करना
4. पाठ्य वस्तु के मूल्यांकन हेतु प्रावधान रखना
5. शिक्षण सत्र में शिक्षण अधिगम हेतु मिलने वाले कार्य दिवसों को लिखना।
6. पूरे वर्ष में गणित के शिक्षण हेतु मिलने वाले कुल कॉलांषों को लिखना।
7. उद्धेश्यों की पूर्ति तथा गणित पाठ्यक्रम को पूरा करने की दृष्टि से अधिगम अनुभवों (Learning Experiences) की प्रकृति एवं विस्तार को लिखना।
8. गणित पाठ्यक्रम को पूरा करने तथा गणित शिक्षण को गुणवत्ता हेतु उपलब्ध संसाधनों, सामग्री एवं परिस्थितियों का विश्लेषण करना। यदि गणित शिक्षण की वार्षिक योजना सोच-समझकर निर्मित की जाती है तो गणित पाठ्यक्रम समय पर गुणवत्ता के साथ पूरा किया जा सकता है।

प्रश्न: दसवीं कक्षा के गणित शिक्षण हेतु राक सत्रीय। वार्षिक योजना तैयार करिये।

## 7.3.0 इकाई योजना तथा उसका प्रारूप

गणित शिक्षक सम्पूर्ण पाठय वस्तु को शिक्षण इकाइयों में विभोजितकर लेता है। उन्हीं इकाइयों में दैनिक पाठ के लिए प्रकरणों का चयन क्रमबददता के साथ करता है।

### 7.3.1 इकाई योजना की परिभाषा

इकाई पाठ योजना किसी अमुक प्रकरण से सम्बन्धित अनुदेशन को संगठित करने की विधा है। इकाई योजना किसी चयनित प्रकरण पर दो तीन सप्ताह के लिए चलने वाली अन्त: सम्बन्धित पाठ योजनाओं की रूप रेखा है। इकाई का अर्थ एक प्रयोजना या एक मूल समस्या के आस-पास संगठित इन विभिन्न क्रिया कलापों, अनुभवों तथा अधिगम सामग्री से है। जिसे शिक्षक के नेतृत्व में विद्यार्थियों के एक समूह विशेष के सहयोग द्वारा प्रकाश में लाया जाता है। एक इकाई में अर्थयुक्त, परस्पर संबंधित पूर्ण विषय वस्तु, अधिगम अनुभवों निरन्तरता तथा विस्तृतता का समावेश होते है जो निर्धारित पाठ्यक्रम को अपने आप में सभी तरह से पूर्ण इस भागांष को प्रदर्शित करती है।

गणित में इकाई योजना से अभिप्राय एक ऐसी कार्य-योजना से है जिसको किसी एक विशेष इकाई में शामिल विषय-वस्तु और अधिगम आयोजन के शिक्षण-अधिगम (teaching-learning) के लिए निर्मित किया जाता है। इस प्रकार के शिक्षण अधिगम के आयोजन हेतु इन सभी विषयों एवं तकनीको का विवरण दिया जाता है जिनसे इकाई से संबंधित शिक्षण अधिगम उद्धेश्यों की पूर्ति अच्छी प्रकार से उपलब्ध हो सके।

उदाहरण विषय-श्रेणी

उपविषय 1. समानान्तर श्रेणी तथा उसके पद

उपविषय 2. समानान्तर श्रेणी का योगफल

उपविषय 3. गुणोत्तर श्रेणी तथा उसके पद

उपविषय 4. गुणोत्तर श्रेणी का योगफल

उपविषय 5. हरात्मक श्रेणी का योगफल

उपविषय 6. अभ्यास कार्य (Drill)

किसी इकाई योजना की संरचना बहुत उच्च कोटि की होती है। प्रत्येक इकाई में कई घटक होते है, हर घटक में कई सम्बन्धित प्रत्यय होते हैं, जिनका संगठन इस प्रकार से व्यवस्थित किया जाता है कि शिक्षण यथासम्भव प्रभावशाली एवं उद्देश्यपूर्ण हो सके।

एक इकाई योजना के आधारभूत घटक निम्न है :-

1. शीर्षक एवं संक्षिप्त रूपरेखा
2. इकाई के उद्धेश्य
3. विषय वस्तु का विश्लेषण
4. शिक्षण सामग्री
5. प्रारंभिक क्रियायें
6. शिक्षण प्रक्रिया
7. मूल्यांकन
8. गृहकार्य

उपरोक्त बिन्दुओं की विवेचना -

1. इकाई का सार शीर्षक में प्रतिबिम्बित होता है। इसके साथ ही उस इकाई की संक्षित रूपरेखा दी जाती है।
2. इकाई उद्धेश्य विस्तृत होते हैं तथा अपेक्षित व्यावहारगत परिवर्तन को प्रदर्शित करते है।
3. विषय वस्तु की रूपरेखा अथवा शिक्षण बिन्दुओं का विश्लेषण किया जाता है, जैसे विषय वस्तु में जो भी नियम, प्रत्यय (concept), सिद्धान्त, तथ्य यदि हो तो उन्हें विस्तार से लिखा जाता है।
4. विस्तार से शिक्षण सामग्री का वर्णन दिया जाता है।
5. प्रत्येक इकाई में प्रस्तावना तथा उन क्रियाओं का उल्लेख किया जाता हैं, जिससे इकाई को प्रारम्भ किया जाता है।
6. शिक्षण प्रक्रिया इकाई पाठ योजना का प्रमुख यंत्र है अत: निम्न बिन्दुओं को ध्यान में रखकर शिक्षण प्रक्रिया का चुनाव किया जाता है शिक्षण प्रक्रिया:-

1. पूर्व प्रासंगिक अधिगम पर आधारित हो (Previous relevant learninge back ground) होनी चाहिए।
2. उद्धेश्यों की प्राप्ति में सहायक हो।
3. विद्यार्थी अधिक से अधिक क्रियाशील हो।
4. शिक्षण सामग्री उपलब्ध ही नहीं, उपयोगी भी हो।
5. शिक्षण तथा अधिगम की सार्थकता मूल्यांकन से ज्ञात की जा सकती है। इसलिए इकाई योजना में मूल्यांकन का प्रावधान भी होना चाहिए।
6. अभ्यास के लिए छात्रों को देने वाले गृहकार्य का उल्लेख होना चाहिए।
7. इकाई निर्धारित विषय वस्तु को पुरा करती हो।

7.3.2 इकाई योजना का प्रारूप

विषय इकाई

पूर्व प्रासंगिक अधिगम कालांशों की कुल संख्या

(Previous relevant learning)(1) ...................

(2) ......... .........

(3) ....................

विषय वस्तु का विश्लेषण ...........2. शैक्षिक उद्धेश्य, तथा विशिष्ट उद्धेश्य 3. शिक्षण प्रक्रिया 4. शिक्षण सामग्री

5. मूल्यांकन 6. गृहकार्य

(इसका एक उदाहरण आगे दिया जा रहा है)

7.3.3 इकाई योजना के लाभ -

1. इकाई पाठ योजना में, पाठ योजना का निर्माण करना सरल हो जाता है।
2. इससे विषय को क्रमबद्ध प्रस्तुत करने में सहायता मिलती है।
3. अध्यापक विषय वस्तु की पूर्ण तैयार कर सकता है।
4. इससे उपयुक्त शिक्षण प्रक्रिया का चयन किया जा सकता है।
5. योजना से शिक्षण सामग्री को तैयार करने व संकलन करने में सुविधा होती है।
6. शिक्षण उद्धेश्य पूर्ण होता है।
7. छात्रों के व्यवहारगत परिवर्तन पर अधिक ध्यान दिया जा सकता है।
8. शिक्षक एवं छात्र दोनों ही पूर्णत: सक्रिय रहते है।
9. आवश्यक संसाधनों का पूर्व नियोजन शिक्षण-अधिगम प्रक्रिया की रोचक एवं प्रभावपूर्ण बना देता है।

प्रश्न 1 इकाई योजना बनाना क्यों आवश्यक है?

प्रश्न 2 वार्षिक योजना की व्याख्या कीजिए।

प्रश्न 3 गणित में एक इकाई योजना तैयार करिए।

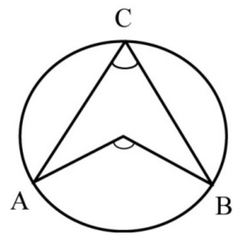
इकाई-वृत्त

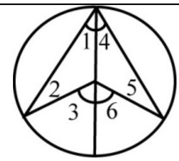
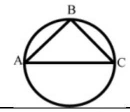
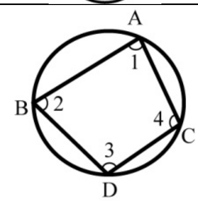
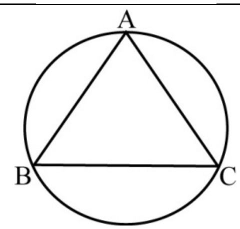
7.3.4 गणित इकाई योजना का उदाहरण कक्षा-8

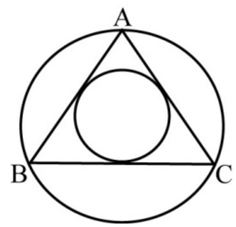
विषय :- रेखा गणित कालांश-8

पूर्व प्रासंगिक अधिगम (Previous relvant learning) :- कोणो के प्रकार, त्रिभुज के प्रकार, बहुभुज तथा सम्बन्धित प्रमेय समय-4 घंटे

1. छात्र वृत्त को परिभाषाओं का स्मरण कर सकते है।
2. छेदन व स्पर्श रेखा में अंतर कर सकते है।
3. प्रयोगिक विधि से सिद्ध कर सकते है कि बाहय किसी बिन्दु से खीचीं गयी स्पर्श रेखाएं लम्बाई में बराबर होती है।
4. स्पर्श रेखा पर आधारित सरल समस्याएं हल कर सकते है।
5. विद्‌यार्थी तार्किक शक्ति का विकास कर सकेंगे।

| शिक्षण प्रकरण | विशिष्ट उद्देश्य | शिक्षण विधियां एंव प्रक्रिया | शिक्षण सामग्री | मूल्यांकन |
|---|---|---|---|---|
| 1. वृत्त के किसी चाप द्‌वारा आन्तरिक कोणों के संबंध<br>2. प्रमेय-1<br>वृत के किसी चाप द्‌वारा केन्द्र पर बना आन्तरिक कोण उसी चाप द्‌वारा शेष परिधि के किसी बिन्दु पर आन्तरिक कोण का दुगुना होता है। | ज्ञान<br>1. चाप द्‌वारा किसी वृत में बनने वाले आंतरिक कोण की पहचान कर सकेंगे<br>ज्ञान<br>1. प्रमेय 1 की उपत्ति का प्रत्यास्मरण कर सकेंगे<br>2. अवबोध 1. प्रमेंय एक को दिया है रूप में विश्लेषण कर सकेंगे।<br>3. कौशल स्वच्छ चित्र बना सकेंगे | विचार विमर्श विधि - चित्र द्‌वारा आंतरिक कोणों की व्याख्या की जायेगी।<br><br>विश्लेषण विधि से श्याम पट्ट पर छात्रों की व्याख्या की जायेगी। | लपेट फ़लक, रंगीन चाक, जियो बोर्ड, गत्ते का टुकड़ा<br><br>जीयो बोर्ड, चार्ट | चित्र से आन्तरिक कोण नाप कर लिखिये।<br><br> |

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| प्रमेय-2 किसी दी हुई रेखा के एक ही ओर होने वाले समकोणो के शीर्षों का बिन्दुपथ उसी रेखा पर उसी ओर बने अर्ध वृत की परिधि होगी। | ज्ञान<br>प्रमेय 2 का स्मरण करना।<br>अवबोध प्रमेय तथा 2 प्रमेय में अन्तर कौशल प्रमेय 2 का स्वच्छ चित्र खिचना | उपपत्ति का विकास-तर्क विश्लेषण विधि चित्र दिया है, सिद्ध करना, रचना उत्पती | जीयो बोर्ड, चार्ट | <br>निम्न चित्र में L3+L6 का मान क्या होगा यदि L1+L4 = 60 है।<br> |
| 4. प्रमेय 3<br>चक्रीय चतुर्भुज के अभिमुख कोण समपूरक होते है। | ज्ञान<br>1-प्रमेय 3 का प्रत्यास्मरण अवबोध प्रमेय 3 का विश्लेषण कौशल प्रमेय 3 का चित्र | विश्लेषण विधि में श्याम पट्ट पर छात्रों की सहायता से उपत्ति का विकास कर सकेगा। | जीयो बोर्ड, चार्ट |  |
| 5. एक त्रिभुज के परिगत वृत की रचना। | ज्ञान<br>1. परिगत वृत की अवधारणा का प्रत्यास्मरण कर सकेंगे<br>2. परिगत वृत की पहचान कर सकेंगे।<br>3. परिगत वृत खीचने के चरणों का प्रत्यास्मरण कर सकेंगे।<br>अवबोध<br>1. परिगत वृत्त की रचना की | प्रर्दशन विधि - चित्र मॉडल आदि से परिगत वृत्त दिखाया जायेगा।<br>परिगत वृत्त की रचना श्याम पट्ट पर की जायेगी। कुछ हल करवाये जायेंगे। | चार्ट,मॉडल,रंगीन चाक, ज्योमेट्री बाक्स | <br>निम्नलिखित में L1+L3 व L3+L4 के मान लिखिये। |

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| | व्याख्या कर सकेंगे।<br>कौशल 1 परिगत वृत्त खीचने में दक्षता प्राप्त कर सकेंगे। | | | |
| त्रिभुज के अन्तर्गत वृत्त की रचना। | ज्ञान<br>1. परिगत चित्र की अवधारणा का प्रत्यास्मरण कर सकेंगे।<br>2. अन्तर्गत वृत की पहचान कर सकेंगे<br>3. अन्तर्गत वृत्त खीचने के चरणों का प्रत्यास्मरण कर सकेंगे।<br>अवबोध<br>1. अन्तर्गत वृत की रचना की व्याख्या कर सकेंगे।<br>2. परिगत वृत्त तथा अन्तर्गत वृत में अन्तर स्पष्ट कर सकेंगे।<br>कौशल : अन्तर्गत वृत खीचने में दक्षता प्राप्त कर सकेंगे। | प्रदर्शन विधि<br>अन्तर्गत वृत्त की रचना श्याम पट्ट पर की जायेगी। 2-3 सम्बन्धित प्रश्नों को हल करवायेंगे | | निम्नंकित चित्र में परिगत वृत्त की त्रिज्या ज्ञात कीजिये<br><br> |
| 7. समषट भुज की रचना (अन्तर्गत समषट भुज) | ज्ञान<br>1. परिगत वृत्त की अवधारणा का प्रत्यास्मरण कर सकेंगे<br>2. समषटभुज की पहचान कर सकेंगे। | प्रदर्शन विधि - समषट् भुज के कुछ चित्र शिक्षक दिखायेगा। शिक्षक छात्रों की सहायता से अन्तर्गत समषट भुज श्याम पट्ट पर बनायेगा। | चित्र, ज्योमेट्री बॉक्स, रंगीन चाक | एक वृत में समषट् भुज खीचकर प्रत्येक की भुजा नापिये। |

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| | 3. एक वृत्त के चरणों का प्रत्यास्मरण कर सकेंगे<br>अवबोध :<br>1. अन्तर्गत समषट भुज की रचना की व्याख्या कर सकेंगे।<br>कौशल : अन्तर्गत समषट भुज की रचना की व्याख्या कर सकेंगे।<br>2. स्वच्छ चित्र बना सकेंगे। | एक/दो अन्तर्गत समषट भुज अभ्यास हेतु कक्षा में खिचवायेगा। | | |
| 8. समअष्टभुज की रचना (अन्तर्गत समअष्ट भुज) | ज्ञान<br>1. समअष्ट भुज की अवधारणा का प्रत्यास्मरण कर सकेंगे।<br>2. समअष्टभुज की पहचान कर सकेंगे।<br>3. एक वृत्त के अन्तर्गत समअष्ट भुज खींचने में चरणों का प्रत्यास्मरण कर सकेंगे।<br>अवबोध1 अन्तर्गत समअष्ट भुज की रचना की व्याख्या कर सकेंगे।<br>2 समअष्ट भुज की पहचान कर सकेंगे।<br>1 अन्तर्गत समअष्ट भुज खीचने में दक्षता प्राप्त कर सकेंगे। | प्रदर्शन विधि - चार्ट पर बनाये समअष्ट भुज को दिखाया जायेगा।<br>प्रकार व पटरी की सहायता से अन्तर्गत समअष्ट भुज श्याम पट्ट पर बनायेगा। | चित्र, ज्योमेट्री बॉक्स, रंगीन चाक | एक 4 सेमी अर्धव्यास के वृत्त में समअष्ट भुज खीचकर प्रत्येक भुजा की लम्बाई बताइये। |

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| | 2 स्वच्छ चित्र बना सकेंगे। | | | |

प्रश्न 1. किसी गणित विषय की इकाई का चुनाव कर के इकाई योजना तैयार कीजिये।

प्रश्न 2. गणित विषय की इकाई का चयन करके उसको उप - इकाई में विभाजित कीजिए।

## 7.4.0 दैनिक पाठ योजना तथा उसका प्रारूप

दैनिक पाठ योजना गणित शिक्षण के लिए अत्यंत आवश्यक चरण है। यह एक ऐसी शिक्षण सामग्री है जिसकी उपेक्षा कभी नहीं की जा सकती हे। एक सफल पाठ योजना, बालक और शिक्षक दोनों के लिए लाभकारी है- यह बालक के मस्तिष्क को निरीक्षण करना, आलेख तैयार करना, प्रश्न करना, परिकल्पना करना, शोध करना, नियोजन करना, सत्यापन करना, निष्कर्ष निकालना, सामान्यीकरण करना, खोज करना, अवबोध करना आदि के लिए प्रशिक्षण देती है।

यह शिक्षक के लिए निम्न प्रकार से सहायक हो सकती है।

1. बालक के मानसिक विकास को ध्यान में रखते हुए विषय वस्तु को तार्किक, कमबद्ध एवं प्रभावशाली ढंग से प्रस्तुत किया जा सकता है।
2. इससे समय, श्रम और धन की बचत की जा सकती है।
3. इसमें अध्यापक अपने व्यक्तित्व का सही उपयोग कर सकता है। वह स्वयं ही सोच सकता है कि, "किस प्रकार की शिक्षण सामग्री का उपयोग तथा कौनसी दृष्टान्तीय सामग्री उपयुक्त होगी।
4. शिक्षक को पाठ योजना बनाने में पूर्ण स्वतंत्रता होती है जिससे वह अपने कौशल, क्षमताओं, रूचियों का समावेश कर सके। शिक्षक को छात्रों का अनुभव, योग्यता तथा पूर्व उपलब्धि का आभास होता है जिनसे पाठयोजना छात्रों के लिए उपयोगी बनाई जा सकती है।
5. शिक्षक, शिक्षण के लिए उपयुक्त विषयवस्तु का चयन कर सकता है तथा उन शिक्षण उद्धेश्यों को निर्धारित करता है जिनको प्राप्त करने होते है।
6. पाठ योजना शिक्षक में आत्मविश्वास, निर्भयता एवं शिक्षण कौशल की अनुभूति करवाती है।

### 7.4.1 दैनिक पाठ योजना क्या है?

एल. एल. बॉसिंग के अनुसार शिक्षण क्रियाओं तथा उद्धेश्यों के उल्लेख को पाठ योजना कहते है। शिक्षण के उद्धेश्यों को प्राप्त करने के लिए शिक्षक जिन प्रकियाओं का नियोजन करता है उनके आलेख को पाठ योजना की संज्ञा दी जाती है।

बिनिंग और बिनिंग के अनुसार "दैनिक पाठ योजना के निर्माण के उद्धेश्य को परिभाषित करना, पाठ्य वस्तु को चयन करना तथा उसे क्रमबद्ध रूप में व्यवस्थित करना और प्रस्तुतिकरण की विधियों का निर्धारण करना है।"

पाठ योजना निर्माण के दो प्रमुख उपागम

पाठ योजना अमुक विद्यालय के दर्शन, छात्रों की प्रवश्त्ति, शैक्षणिक सामग्री की उपलब्धता, शिक्षण विधि अध्यापकों की क्षमता, छात्रों की संख्या आदि पर निर्भर करती है। अत: कोई भी पाठ योजना सभी स्थितियों में आदर्श नहीं हो सकती है।

पाठ योजना के निर्माण में अनेक उपागम काम में लिये जाते हैं, लेकिन निम्न दो ही प्रमुख है :-

हरबर्ट उपागम - हरबर्ट की यह धारणा है कि छात्रों के बाहर से प्राप्त समस्त ज्ञान संचित होता रहता है। यदि नवीन ज्ञान को पूर्व ज्ञान से सम्बन्धित कर दिया जाये तो छात्रों को सीखने में सुविधा रहती है, इसके लिए हरबर्ट ने पांच सोपान दिये है

1. तैयारी (Preparation)
2. प्रस्तुतीकरण (Presentation)
3. तुलना एवं साहचर्य (Comparison and Association)
4. सामान्यीकरण (Generalization)
5. अनुप्रयोग (Application)

उपरोक्त सोपानों के अनुसार निम्न बिन्दुओं के आधार पर दैनिक पाठ योजना विकसित की जा सकती है :

1. विषय, प्रकरण, कक्षा, कालांष दिनांक
2. सामान्य उद्धेश्य (General objectives)
3. विषयवस्तु विश्लेषण (Content Analysis)
4. विशिष्ट उद्धेश्य (Specific objectives)
5. पूर्व प्रासंगिक अधिगम (previous relevant learning)
6. शिक्षण सहायक सामग्री (Teaching Aids)
7. प्रस्तावना
8. उद्धेश्य कथन
9. शिक्षण विधि
10. प्रस्तुतीकरण
11. विकासात्मक प्रश्न/बोध प्रश्न
12. स्पष्टीकरण/पूरक प्रश्न करना (Suplementary questions)
13. श्याम पट्ट सार
14. पुनरावृत्ति प्रश्न/मूल्यांकन/अभ्यास कार्य (Drill)
15. गृहकार्य
16. सन्दर्भ पुस्तकें

<u>दैनिक पाठ योजना का निर्माण</u>

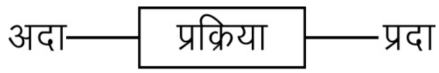
1. विषय, प्रकरण, कक्षा आदि बिन्दुओं की विवेचना - पाठ योजना निर्माण करते समय सर्वप्रथम विषय, प्रकरण, दिनांक, कक्षा, कालांष समय आदि लिखना अपेक्षित है।
2. सामान्य उद्धेश्य - प्रकरण, कक्षा स्तर आदि को दृष्टि में रखते हुए सामान्य उद्धेश्यों को क्रमबद्ध लिखा जाता है। यह स्पष्ट होना चाहिए कि सामान्य उद्धेश्य प्राप्त करना एक लम्बी प्रकिया है जबकि विशिष्ट उद्धेश्य उसी कालांष से प्राप्त हो सकते है।
3. विषय वस्तु विश्लेषण- अध्यापक को प्रकरण की विषय वस्तु का सरल से कठिन, सकल्पनाओं, क्रमबद्धता को ध्यान में रखकर विश्लेषण कर लेना चाहिए। विषय वस्तु, तथा संकल्पना विश्लेषण से पाठ योजना तैयार करने में आसानी हो जाती है।

4. विशिष्ट उद्देश्य - सामान्य उद्देश्यों पर आधारित विशिष्ट उद्देश्यों का निर्धारण कर उनको क्रमबद्ध लिख लिये जाते है। तत्पश्चात शिक्षण का प्रबन्ध कर उन्हें प्राप्त करने का प्रयास किया जाता हे।
5. पूर्व प्रासंगिक अधिगम - पूर्व प्रासंगित अधिगम (Previous relevant learning) से अभिप्राय उस अधिगम (learning) से है जो कि विद्यार्थी नवीन अधिगम (New learning) से सम्बन्धित, अधिगम को पहले से ही उपलब्ध कर चुका होता है तथा जिसके आधार पर नया अधिगम शिक्षण के द्वारा विद्यार्थी प्राप्त करेगा।
6. शिक्षण सामग्री जिसकी सहायता अध्यापक अपने शिक्षण कार्य में लेगा।
7. प्रस्तावना - पाठ योजना का सबसे मुख्य आयाम प्रस्तावना है।
   प्रस्तावना प्रकरण से संबंधित होती है। इसमें प्रश्न पूछ सकते हैं अथवा कहानी कही जा सकती है अथवा किसी प्रसंग का उल्लेख कर सकते है। प्रयोग करके या शिक्षण सामग्री दिखाकर प्रस्तावना शुरू की जा सकती है। ऐसा करने से बालक में रूचि एवं जिज्ञासा उत्पन्न होती है। यह वह प्रकिया है जिसके माध्यम से छात्रों को पाठ के लिए तैयार कर सकते है।
8. उद्देश्य कथन - प्रस्तावना के समय दक्ष शिक्षक छात्रों से ही प्रकरण निकलवाता है और श्यामपट्ट पर लिखता है।
9. शिक्षण विधि - वह विधि जिसके द्वारा अध्यापक शिक्षण कार्य करेगा। पाठ योजना के क्रियान्वयन में एक से अधिक विधि भी काम आ सकती है।
10. प्रस्तुतीकरण
11. विकासात्मक प्रश्न - विषय की प्रस्तुतीकरण के लिये जिन प्रश्नों को शिक्षक पूछता हैं, वे ही विकासात्मक प्रश्न है।
12. स्पष्टीकरण या पूरक प्रश्न करना - जब छात्र विकांकासात्मक प्रश्नों के सही उत्तर नहीं दे पाते है तो अध्यापक उन प्रश्नों का स्पष्टीकरण करने हेतु अपना कथन देता है। पूरक प्रश्न पूछता है।
13. श्याम पट्ट सार - गणित में शिक्षक को मुख्य बिन्दु एंव उनकी व्याख्या श्यामपट्ट पर लिखना अपेक्षित हैं। समस्याओं का हल श्याम पट्ट के एक तरफ करना चाहिए व उसमें प्रयुक्त होनें वाले गुणा, भाग इत्यादि श्याम पट्ट के दाहिनी ओर करना उचित होगा।
14. पुनरावृत्ति प्रश्न - प्रत्येक प्रत्यय या तथ्य के शिक्षण की समाप्ति पर या सम्पूर्ण पाठ की समाप्ति पर छात्रों से परोक्ष प्रश्न पूछने चाहिए जो कि अपेक्षित व्यवहार परिवर्तन पर आधारित हों। यदि उत्तर संतोषप्रद हो तो शिक्षक आश्वस्त हो सकता है कि उसके द्वारा शिक्षण ठीक दिशा में अग्रसर हो रहा है। गणित में अभ्यास कार्य देना चाहिए।
15. गृहकार्य - अध्यापन प्रकरण से सम्बन्धित गृहकार्य छात्रों की क्षमता और स्वयं के व छात्रों को उपलब्ध समय के अनुसार देता है।
16. संदर्भ पुस्तको के नाम भी लिखो, यदि आवश्यक हो तो।

7.4.2 शैक्षिक शिक्षा महाविद्यालय मैसूर द्वारा विकसित पाठ योजना

इसमें उद्दीपन तथा अनुक्रिया की अपेक्षा मानसिक प्रक्रियाओं को महत्व दिया जाता हैं, इस पर आधारित पाठ योजना की रूप रेखा तीन पक्षों पर निर्भर होती है।

1. अदा (Input)
2. प्रकिया (Process)
3. प्रदान(Output)




चित्र

उपरोक्त पक्षों का विवेचन इस प्रकार है :-

1. अदा - इस स्तर पर अपेक्षित व्यवहारगत परिवर्तन को निर्धारित किया जाता है। पाठ के शैक्षिक उद्धेश्यों, ज्ञान, अवबोध, प्रयोग को आधार मानते हुए उन्हें व्यवहारिक रूप से लिखा जाता है, फिर उन्हें क्रमबद्ध किया जाता है जैसे -

ज्ञान - परिभाषा देना, कथन देना, प्रमाणित करना, पहचानना आदि।

अवबोध - व्याख्या करना, संकेत देना, उदाहरण देना, अर्थापन करना, अनुवाद करना, त्रुटि ज्ञान करना, वर्गीकरण करना, चयन करना, भेद करना।

प्रयोग- गणना करना, प्रयोग करना, रचना करना, प्रदर्शन करना।

कौशल- आकृतियां बनाना, चार्ट बनाना, चार्ट-ग्राफ को पढ़ना। शीघ्रता से गणना करना आदि प्रत्येक उद्धेश्य जैसे ज्ञान, अवबोध, अनुप्रयोग, कौशल, विश्लेषण-संश्लेषण मूल्यांकन आदि की कार्यपरक क्रियाऐ होती है। उपयुक्त कुछ कार्यपरक क्रियाऐ ही लिखी गयी है।

2. प्रकिया - उद्धेश्यों को व्यवहारिक रूप में निर्धारित करने के पश्चात इनको प्राप्त करने के लिए शैक्षिक व्यूह रचना, युक्तियों तथा शिक्षण सामग्री की व्यवस्था की जाती है, इस स्तर पर छात्र तथा शिक्षक दोनों क्रियाशील होते है।

3. प्रदा - इस स्तर पर छात्रों में जो अपेक्षित व्यवहार परिवर्तन Expected Behavioural Outcome (EBO) होते हैं, इसके लिए शिक्षक मूल्यांकन विधियों के उपयोग से यह पुष्टि करता है कि छात्र में अपेक्षित व्यवहार परिवर्तन हुआ अथवा नहीं। अगर नहीं होता है तो वह पुन: शिक्षण प्रकिया में आवश्यक सुधार कर फिर से अमुक व्यवहार परिवर्तन के लिए प्रयास करता है। यथासम्भव प्रत्येक EBO"s के लिए मापन की प्रविधियों का उपयोग करता है। इस स्तर पर जो अपेक्षित व्यवहारगत परिवर्तन होते है। उन्हें वास्तविक अधिगम परिवर्तन (Real Learning Outcome RLO) कहते है।

क्षेत्रीय शिक्षा विद्यालय मैसूर द्वारा प्रतिपादित पाठ योजना का प्रारूप :

1. मुख्य बिन्दु/ मुख्य प्रत्यय
2. शिक्षण विधि
3. शिक्षण सामग्री
4. पूर्व ज्ञान
5. अपेक्षित घवहार परिवर्तन, अधिगम अनूभूतियां तथा वास्तविक अधिगम परिवर्तन

6. पुनरावृत्ति
7. श्याम पट्ट सारांश
8. गृहकार्य

प्रश्न 1. दैनिक पाठ योजना की आवश्यकता क्यों होती है?

प्रश्न 2. दैनिक पाठ योजना के विकास हेतु सम्भावित चरणों का उल्लेख कीजिए।

सारांश

इकाई योजना में, विषय वस्तु के विश्लेषण को तार्किक में व्यवस्थित कर लिया जाता है। उसी क्रम में इकाई पाठ योजना का निर्माण करते है। इकाई पाठ योजना को ध्यान में रखते हुए दैनिक पाठ योजनाओं को तैयार किया जाता हे। इन्हीं दैनिक पाठ योजनाओं के अनुसार शिक्षक अपना दैनिक शिक्षण संचालित करता है।

## 7.5.0 गणित शिक्षण की कुछ दैनिक पाठ योजनाओं के उदाहरण

7.5.1 दैनिक पाठ योजना

विषय:- गणित　　कक्षा - X　　समय :- 35 मिनट,　　दिनांक:- ................

**प्रकरण :- फील्ड बुक**

विषय वस्तु विश्लेषण

1. फील्ड बुक का निर्माण
2. फील्ड बुक का विभिन्न आकृतियों में वर्गीकरण।
3. फील्ड बुक का क्षेत्रफल।

विशिष्ट उद्देश्य

1. विद्यार्थी फील्ड बुक को विभिन्न आकृतियों को पहचान सकेंगे।
2. विद्यार्थी फील्ड बुक की आकृतियों के वर्गीकरण कर सकेंगे तथा उनका चित्र बना सकेंगे।
3. विद्यार्थी फील्ड बुक का क्षेत्रफल की गणना कर सकेंगे।

शिक्षण विधि - प्रदर्शन विधि एवं प्रश्नोत्तर प्रविधि

अध्यापक एक आकृति को श्यामपट्ट पर खींचते हुए प्रश्न पूछेगा की ऐसी घिरी आकृति का क्षेत्रफल कैसे ज्ञात करेंगे? (समस्या व्यक्त)

शिक्षण सहायक सामग्री - लकड़ी के बने त्रिभुज, चतुर्भुज एवं रॉल अप बोर्ड।

पूर्व प्रासंगिक अधिगम

1. छात्र त्रिभुज का क्षेत्रफल निकालना जानते है।
2. छात्र चतर्भुज का क्षेत्रफल निकालना जानते है।
3. छात्र समान्तर व समलम्ब चतुर्भुज के क्षेत्रफल का सूत्र जानते है?
4. विद्यार्थी त्रिभुज, चतुर्भुज आदि की रचना करना जानते है

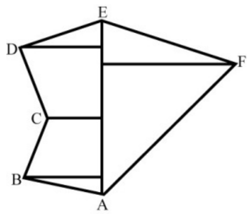
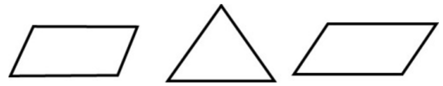
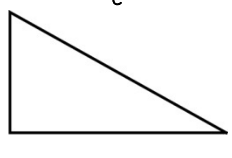
प्रस्तावना - प्रश्न त्रिभुज के क्षेत्रफल का सूत्र क्या है ( त्रिभुज के क्षेत्रफल = ½ आधार x ऊंचाई)

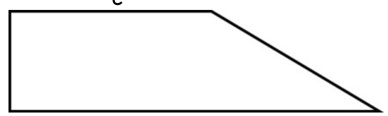
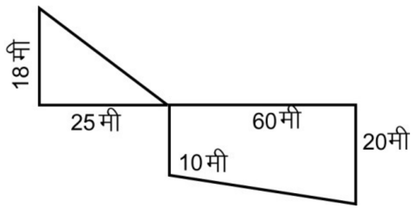
समलम्ब चतुर्भुज का क्षेत्रफल का सूत्र क्या है?

(½ x समान्तर भुजाओं के बीच की दूरी X समान्तर भुजाओं की लम्बाई का योग)

उद्धेश्य कथन :- आज हम विभिन्न आक्रतियों से घिरी आकृति (फील्ड बुक) के क्षेत्रफल निकालने का अध्ययन करेंगे ।

प्रस्तुतीकरण

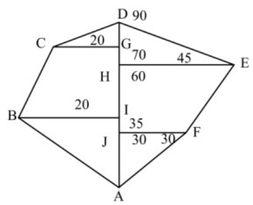
| अपेक्षित व्यवहारगत | अधिगम अनुभव | | वास्तविक व्यवहारगत |
|---|---|---|---|
| परिवर्तन | शिक्षक क्रिया | छात्र क्रिया | परिवर्तन |
| छात्र फील्ड बुक के अन्दर विभिन्न आक्रतियों का वर्गिकरण कर सकेंगे। | दी गई आकृती का क्षेत्रफल निकालने के लिये सर्वप्रथम हम क्या करेंगे?<br><br> | इस आकृती का क्षेत्रफल निकालने के लिए सर्व प्रथम हम इसके विभिन्न बिन्दुओं को सरल रेखा जोड़ेंगे । | निम्न आकृतियों में समलम्ब चतुर्भुज कौनसा है?<br><br>किसी खेत का क्षेत्रफल कैसे निकालते है? |
| | प्रश्न इस आकृती में कुल कितने त्रिभुज है?<br>प्रश्न इस आकृती (फील्ड) में कुल कितने चतुभुज है?<br>शिक्षक कथन- फील्ड बुक का क्षेत्रफल निकालने के लिये हम इसमें बनी विभिन्न आकृतियों का अलग अलग क्षेत्रफल निकालते है | इस आकृती मे कुल 4 त्रिभुज है। इसमें कुल 2 चतुर्भुज है ।<br>छात्र संतोषजनक उत्तर नहीं देते है ।<br>छात्र ध्यानपूर्वक सुनकर उसे अपनी कॉपी में लिखते है । | निम्न आकृती का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।<br> |

| | | | |
|---|---|---|---|
| छात्र त्रिभुज, समलम्ब चतुर्भुज के क्षेत्रफल ज्ञात करने के सपुत्र का प्रयोग कर सकेंगे । | तथा इन सबको जोड़ देते है ।<br>प्रश्न त्रिभुज को क्षैत्रफल क्या होता है?<br>प्रश्न त्रिभुज ABP का क्षैत्रफल कितना होगा ?<br>ABP त्रिभुज का क्षैत्रफल =150 m2<br>प्रश्न चतुर्भुज BPQC कैसा चतुर्भुज है?<br>प्रश्न समलम्ब चतुर्भुज के क्षैत्रफल का सुत्र क्या होता है?<br>समलम्ब चतुभुर्ज QCDS का क्षैत्रफल क्या होता ?<br>समलम्ब QCDS का क्षैत्रफल क्या होगा<br>त्रिभुज SDE का क्षैत्रफल क्या होगा ?<br>त्रिभुज EfA का क्षैत्रफल क्या होगा ?<br>अतः क्षैत्र ABCDEFA का क्षैत्रफल कितना होगा? | त्रिभुज का क्षेत्रफल = 1/2 आधार X उंचाई<br>त्रिभुज ABP का क्षैत्रफल =1/2 ABP का क्षैत्रफल कितना होगा ?<br>त्रिभुज का क्षैत्रफल =150m2<br>BPQC एक समलंब चतुर्भुज है ।<br>समलम्ब चतुर्भुज का क्षैत्रफल 1/2 ग समान्तर भुजाओ<br>का योग x उनके बीच की दुरी<br>समलम्ब चतुर्भुज BPQC का क्षैत्रफल = 1/2z समान्तर भुजाओं का योग x उनके बीच की दुरी<br>त्रिभुज SDE का क्षैत्रफल +=1/2 कै xES<br>=1/2 x 40 x (70-55)<br>=1/2 x 40 x 15=300m2<br>त्रिभुज EFA का क्षैत्रफल =1/2DS xES=1/2 x 70 x 35=1225m2<br>अत: का ABPCDF का क्षैत्रफल त्रिभुज ABP समलम्ब चतुर्भुज | निम्न आकृती का क्षैत्रफल ज्ञात करिए ।<br><br>एक बाग का आकार निम्न है- क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए ।<br><br> |

| | | | |
|---|---|---|---|
| | अत: फील्ड बुक क्षैत्रफल 2375m होगा । | BDQC + CQSD त्रिभुज SDE+ | |
| श्यामपट्ट सार | फील्ड बुक का क्षेत्रफल निकालने के लिए इसके विभिन्न बिन्दुओं को जोड़कर सरल आकृतियों में बदला जाता है ।<br>फिर उन आकृतियों (त्रिभुज, चतुर्भुज) का अलग अलग क्षेत्रफल निकालकर सबको जोड़ लिया जाता है सम्पूर्ण आकृती (फील्ड बुक) का क्षैत्रफल होगा ।<br>अभ्यास कार्य निम्नलिखित फील्ड बुक के आंकड़ो से क्षेत्र का कच्चा चित्र बनाकर क्षेत्रफल ज्ञात कीजिये (आंकड़े मीटर मे) अध्यापक विधार्थी को मार्गदर्शन देगा तथा निरीक्षण | त्रिभुज EFA का क्षैत्रफल = 150 250 + 450 + 300 + 1225 = 2375m2 | |

गृहकार्य

निम्नलिखित आक्रर्शित का क्षेत्रफल ज्ञात करो-



## दैनिक पाठ योजना -2

विषय:- गणित कक्षा- 6 समय:- 35 मिनट दिनांक:-......................

प्रकरण :- साधारण ब्याज

विषय वस्तु विश्लेषण 1. ब्याज ज्ञात करना ।

1. मिश्र धन ज्ञात करना ।

विशिष्ट उद्धेश्य :- 1. विद्यार्थी साधारण ब्याज ज्ञात करने के सूत्र का प्रयातस्मरण कर सकेंगे ।

2. दिये गये प्रश्न में साधारण ब्याज की गणना कर सकेंगे ।

3. मिश्र धन का अर्थ स्पष्ट कर सकेंगे ।

4. प्रश्नानुसार मिश्रधन की गणना कर सकेंगे ।

शिक्षण विधि - आगमन - निगमन विधि, प्रश्नोत्तर प्रविधि

शिक्षण सहायक सामग्री - सामयान्य कक्षा कक्ष सामग्री ।

पूर्व प्रासंगिक अधिगम 1. छात्र मूलधन के बारे में जानते है ।

2. छात्र समय के बारे में जानते है ।

3. छात्र दर के बारे में जानते है ।

4. प्रतिशत एवं एकटक नियम जानते है ।

प्रस्तावना - अध्यापक छात्रों से पूर्व ज्ञान के आधार पर निम्न प्रश्न पूछता है :

प्रश्न - जो धन उधार लिया जाता है या दिया जाता है उसे हम क्या कहते है ?

(मूलधन)

प्रश्न - उधार लिये गये धन पर जिस दर से ब्याज लगाया जाता है उसे हम क्या कहते है ?

(ब्याज दर)

प्रश्न - राम ने 200 रू. 6 मास का 2 पैसे प्रति रुपया प्रतिमास की दर से ब्याज ज्ञात करो।

ऊपर लिखित प्रश्न मे कितना मूलधन है ? (200 रू)

प्रश्न - राम ने किस दर पर उधार लिया ?

(2 पैसे प्रति रुपया)

प्रश्न - राम ने कितने समय के लिये उधार दिया ?

(6 मास के लिये)

प्रश्न ब्याज हम कैसे ज्ञात करेंगे ? (समस्यात्मक)

(छात्र संतोषजनक उत्तर नहीं दे पाते है)

उद्धेश्य कथन - आज हम ब्याज और मिश्रधन ज्ञात करने का अध्ययन करेंगे । श्याम पट्ट सार

1. $\text{ब्याज} = \frac{\text{मूलधन x दर x समय}}{100}$

1. मिश्रधन = ब्याज . मूलधन

अभ्यास कार्य :- 3000 रु. का 1 वर्श 3 माह का 12: की दर से साधारण ब्याज तथा मिश्रधन ज्ञात करिये (अध्यापक प्रश्न करेगा ,मार्गदर्शन देगा तथा व्यक्तिगत अनुदेशन देगा)

गृहकार्य

1. एक किसान ने अपने खेत में कुआं बनवाने के लिये 10000 सहकारी समिति से उधार लिए। सहकारी समिति 10% ब्याज लेती है तो बताओ 2 वर्ष बाद किसान को कितना धन ब्याज के रूप में चुकाना पड़ेगा ?
2. 8000 रु का 10% की दर से साधारण ब्याज 1200 रु. कितने समय मे होगा ?
3. 6250 रु का 3) वर्ष का 8% की साधारण ब्याज कितना होगा ?

| अपेक्षित व्यवहारगत परिवर्तन | अधिगम अनुभव शिक्षक क्रिया | छात्र क्रिया | वास्तविक व्यवहारगत परिवर्तन |
|---|---|---|---|
| यदि मूलधन, दर और समय दिया हो तो छात्र ब्याज की गणना कर सकेंगे ।<br>छात्र ब्याज के सूत्र का प्रत्यास्मरण कर सकेंगे । | 200 रु. का 6 मास का 2 पैसे प्रति रुपया प्रतिमास की दर से ब्याज ज्ञात करो ।<br>प्रश्न मूलधन कितना है ।<br>प्रश्न समय कितना है ।<br>प्रश्न दर कितनी है ।<br>प्रश्न हमें क्या ज्ञात करना है ?<br>प्रश्न ब्याज कैसे ज्ञात करेंगे ?<br>2 रु. का 1 मास का ब्याज =2 पैसे<br>200 रु. का 1 मास का ब्याज =2 x 200 पैसे<br>200 रु. का 6 मास का ब्याज =2 x 200 x 6 = 2400 पैसे = 24 रुपये<br>प्रश्न ब्याज का क्या सूत्र होगा ?<br>ब्याज = $\frac{\text{मूलधन x दर x समय}}{100}$<br>प्रश्न - एक किसान ने किसी साहुकार से 5000 रु. 1 वर्ष 6 मास के लिये उधार लिये और ब्याज दर 12 : तय की बताओं किसान को इस अवधि के बाद कितना ब्याज चुकाना पड़ेगा तथा कुल कितना | 200 रुपये.<br>6 मास<br>2 पैसे प्रतिरुपया<br>प्रति<br>मास<br>ब्याज ज्ञात करना है<br>असंतोषजनक<br>उत्तर देते है<br>छात्र नोट करते हैं ।<br>छात्र असंतोषजनक<br>उत्तर देते है।<br>5000 रु.<br>1 वर्ष 6 मास<br>ब्याज की दर =12% साधारण ब्याज<br>= $\frac{\text{मूलधन x दर x समय}}{100}$<br>= $\frac{500 \times 12 \times 3/2}{100}$<br>= 900 रु.<br>मिश्रधन 5000 रु. 900 रु.<br>5900 रु देना होगा | 200 रु. पर 2 वर्ष के लिये 2 प्रतिशत की<br>दर से ब्याज ज्ञात करिये ।<br>प्रश्न ब्याज का सूत्र.................................<br>...........होता है?<br><br>प्रश्न 500 रु. का 1 वर्ष 3 मास का ब्याज 1 प्रतिशत प्रतिमास की दर से ज्ञात करो ।<br>प्रश्न यदि 700 रु. मूलधन और 100 रु. ब्याज दिया हो तो मिश्रधन क्या होगा ?<br><br>प्रश्न मिश्रधन और ब्याज दिया हो तो मूलधन कैसे ज्ञात करेंगे ?<br>प्रश्न हमीद ने 3500 रु. पोस्ट ऑफिस के बचत खाते में जमा कराये । यदि पोस्ट<br>ऑफिस 5 प्रतिशत की दर से ब्याज देता है तो बताओं एक वर्ष के अन्त में |

| | | | |
|---|---|---|---|
| | धन (मिश्रधन) चुकाना पड़ेगा ?<br>प्रश्न मूलधन कितना है ?<br>प्रश्न समय कितना है ?<br>प्रश्न ब्याज की दर कितनी है?<br>प्रश्न हमें क्या ज्ञात करना है?<br>प्रश्न ब्याज का क्या सूत्र होता है ?<br>प्रश्न ब्याज कितना होगा ?<br>प्रश्न किसान को कुल कितना धन देना पड़ेगा ?<br>प्रश्न ब्याज तथा निश्चित अवधि के बाद जो कुल राशि चुकाई जाती है उसे क्या कहते है ? | मिश्रधन मूलधन ब्याज | हमीद को कितने रूपये मिलेंगे ? |

दैनिक पाठ योजना - 3

कक्षा - X　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　समय :- 35 मिनट,

प्रकरण :- बेलन सम्पूर्ण क्षेत्रफल

विषय वस्तु विश्लेषण　　1.बेलन की परिभाषा

2. बेलन के वक्राकार भाग का क्षेत्रफल का सूत्र

3. बेलन का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल का सूत्र

4. बेलन पर आधारित प्रश्नों को हल करना ।

विशिष्ट उद्धेश्य :-　　1. विद्यार्थी बेलन का चित्र बना सकेंगे ।

2. बेलन के वक्राकार भाग तथा दो वृत्ताकार भागों की पहचान कर सकेंगे ।

3. बेलन के वक्राकार भाग का क्षेत्रफल ज्ञात कर सकेंगे ।

4. बेलन पर आधारित समस्याओं को हल कर सकेंगे ।

शिक्षण विधि -　　विश्लेषण - संश्लेषण विधि

शिक्षण सहायक सामग्री - (अ) सामान्य कक्षा कक्ष शिक्षण सामग्री। (ब) रोलअप बोर्ड जिस पर बेलन का नामांकित चित्र बना हो । बेलन का गत्ते का बना मॉडल, बेलनाकार आक्रर्तियां (शुष्क सैल, डिब्बा आदि), गत्ते का बना वृत्त, संकेतक इत्यादि ।

पूर्व प्रासंगिक अधिगम　　1. छात्र आयत के क्षेत्रफल = लम्बाई x चोडाई से परिचित है ।

2. छात्र वृत्त के क्षेत्रफ़ल को ज्ञात करना जानते है, यदि उनको त्रिज्या का मान दे दिया जाये ।

3. छात्रों ने दैनिक जीवन मे शुष्क सैल, घी का डिब्बा, ट्यूबलाईट की नली आदि बेलनाकार अकृतियों को पहचाते है ।

प्रस्तावना -

अध्यापक घन व गोला दिखाते हुए प्रश्न पूछेगा ये क्या है ?　　(ये घन व गोला है)

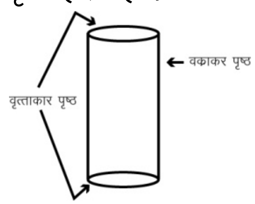
घन का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफ़ल कितना होता है ?　　(घन का सम्पूर्ण क्षेत्रफल त्र 6 भुजा 2 वर्ग इकाई होता है)

अध्यापक (एक बेलन दिखते हुए) इस आकृति को देखिये ।　　(ध्यानपूर्वक देखते है)

आप इस आकृति के सम्पूर्ण पृष्ठ का क्षेत्रफ़ल कैसे निकालेंगे ?　　(समस्यात्मक प्रश्न)

अध्यापक कथन - आज हम बेलन का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफ़ल पर विचार विमर्श करेंगे ।

अपेक्षित व्यवहारगत परिवर्तन

| | | | |
|---|---|---|---|
| | शिक्षक क्रिया | | |
| छात्र बेलन के दो प्रकार के पृष्ठों में विभेद कर सकते है। छात्र निष्कर्ष निकाल सकते है कि बेलन में दो प्रकार के पृष्ठ होते है । छात्र बेलन के पृष्ठीय क्षेत्रफल को ज्ञात करने का सुझाव देते है । छात्र वृत्त के क्षैत्रफल के सूत्र का प्रत्यास्मरण करते है । छात्र बेलन के वक्राकार व आयत मे सहसम्बन्ध करते है । छात्र वक्राकार पृष्ठ के क्षेत्रफल का मान निकाल सकते है । छात्र बेलन के सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षैत्रफल के सूत्र का सामान्यीकरण कर सकते है। छात्र प्रश्न को हल करने में सूत्रों का उपयोग करते है । छात्र बेलन के वृक्राकार भाग के सूत्र | (बेलन दिखते हुए) कागज से इस बेल के ऊपरी और नीचे के समतल पृष्ठों की आकृति कैसी है । प्रश्न - यह दूसरा पृष्ठ कैसा ? प्रश्न - अब आप निष्कर्ष निकालकर बतायें कि बेलन में कौन- कौनसे व कितने पृष्ठ हैं। प्रश्न - एक बेलन का चित्र बनाकर उसे नामांकित करिये। प्रश्न - बेलन के सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल को ज्ञात करने के लिये हम क्या कर सकते है ? प्रश्न - यदि बेलन के वृत्ताकर पृष्ठ के वृत्त की त्रिज्या त हो तो इसका क्षेत्रफल कितना होगा ? प्रश्न - दोनों वृत्ताकर भागों का कुल क्षेत्रफल बताइये । | ऊपर और नीचे के समतल पृष्ठ वृत्ताकार है । यह वृक्राकार पृष्ठ है । एक बेलन मे दो वृत्ताकार व एक वृक्राकार पृष्ठ होता है ।   हमें दोनो वृत्ताकार पृष्ठों व एक वृक्राकार पृष्ठ का क्षेत्रफल ज्ञात करना चाहिए। r त्रिज्या के वृत्त का क्षेत्रफल $= \pi r^2$ वर्ग इकाई $\pi r^2 + \pi r^2$ $=2\pi r^2$ वर्ग इकाई | घन व बेलन के पृष्ठों में क्या अंतर है ? बताइये की एक बेलनाकार आकृति में कितने पृष्ठ होते हैं ? दोनो वृत्ताकार पृष्ठों में क्या समानता है ? एक r त्रिज्या के वृत्त का क्षेत्रफल कितना होता है ? दूसरे वृत्त की त्रिज्या r है तो उस वृत्त का क्षेत्रफल कितना होगा ? आयत के क्षेत्रफल का सूत्र बताइये ? आयत की लम्बाई, बेलन की परिधि के बराबर क्यों होगी ? बेलन की ऊंचाई से आप क्या समझते हैं ? बेलन के चित्र मे |

| | | | |
|---|---|---|---|
| का प्रत्यास्मरण करते है। छात्र सीधे ही सूत्र का प्रयोग कर स.पृ. क्षेत्रफल ज्ञात कर सकते है । | प्रश्न - हम ऊपर और नीचे के समतल वृताकार पृष्ठों को अलग कर लेते हैं । अब तल के लम्बवत् सीधी रेखा इस वृक्राकार पृष्ठ को काटकर फैलाइये । प्रश्न - बताइये ये कौनसी आकृति बनी । प्रश्न - अब वृक्राकार पृष्ठ का क्षैत्रफल कैसे निकालें ? प्रश्न - इस आयत की लम्बाई कितनी होगी ? प्रश्न - आयत की चौडाई का मान भी बताइये । प्रश्न - आप बेलन के वृक्राकार भाग के क्षेत्रफल की गणना करके मान निकालिये । प्रश्न - बेलन का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल कितना होगा ? प्रश्न - बेलन का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल का सूत्र बताइये ? प्रश्न - एक बेलन की त्रिज्या 7 सेमी और ऊंचाई 15 सेमी हो उसके दोनों वृत्ताकार पृष्ठों का क्षेत्रफल ज्ञात | छात्र निर्देशानुसार वृक्राकार पृष्ठ को काटकर फैला देते है। यह एक आयत है । वृक्राकार पृष्ठ को आयत के रूप में फैलाकर आयत का क्षेत्रफल ज्ञात कर सकते है। आयत की लम्बाई, बेलन के वृत्त की परिधि के बराबर होगी । आयत की चौडाई = बेलन की ऊंचाई भी होगी । बेलन के वृक्राकार भाग क्षेत्रफल इसके द्वारा बने आयत का क्षेत्रफल आयत की लम्बाई x चौड़ाई वृत्ताकार भाग की परिधि ग बेलन की ऊंचाई $2\pi r \times h = 2\pi rh$ बेलन सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल = वर्गाकार भाग का क्षैत्रफल + 2 (वृत्त का क्षेत्रफल) $=2\pi rh = 2\pi r^2$ बेलन के स. पृ. क्षेत्रफल $=2\pi r(h+r)$ वर्ग इकाई दोनों वृत्ताकार पृष्ठों का क्षेत्रफल $=2(\pi r^2) = 2 \times 222/7 \times 7 \times 7$ | दर्शाइये ? बेलन के वक्राकार भाग के क्षेत्रफल में प्रयुक्त करते है । (a) ल x चौ. (b) $pr^2$ (C) क्षेत्र x ऊ. (d) परिधि x क्षेत्रफल यदि बेलन मे एक वृत्ताकार पृष्ठन हो तो उसके सम्पूर्ण पृष्ठ हो तो उसके सम्पूर्ण पृष्ठ क्षैत्रफल कितना होगा ? यदि बेलन के वृत की त्रिज्या 3.5 सेमी हो तो उसके वृत्ताकार भागों के क्षेत्रफल का योग कितना होगा ? वक्राकार भाग व वृत्ताकार भाग दोनों के क्षेत्रफल का मात्रक वर्ग सेमी क्यों है ? ठोस बेलन में r = 10 व h = 14 सेमी प्रयुक्त कर इसके पृष्ठीय क्षेत्रफल का मान ज्ञात करिये । |

| | | | |
|---|---|---|---|
| | करिये ।<br>प्रश्न - इसी बेलन (r = 7 सेमी o h = 1) के वृक्राकार भाग के क्षेत्रफल का सूत्र की सहायता से ज्ञात कीजिए ।<br>प्रश्न - अब बेलन के सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल की गणना करिये ।<br>प्रश्न - सीधे ही सूत्र का प्रयोग कर सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल के लिये प्रश्न को हल कीजिए। | =308 वर्ग सेमी.<br>बेलन के वक्राकार भाग का क्षेत्रफल =2π rh<br>=2x227x7x15<br>=660 वर्ग सेमी.<br>बेलन के स. पृ. क्षेत्रफल = वक्राकार भाग का क्षेत्रफल+दोनों वृत्ताकार भागों का क्षेत्रफल =(660+308)=968 वर्ग सेमी बेलन के स. पृ. क्षेत्रफल =2πrh<br>=2x22/7x7+15=968 वर्ग सेमी | |

अभ्यास कार्य

समस्या :- एक तेल के ढक्कनदार बेलनाकार ड्रम के वृत्ताकार भाग की त्रिज्या 30 सेमी है और यह 96 सेमी ऊंचा है। इसका सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल कितना हो ? वक्राकार भाग के क्षेत्रफल व वृत्ताकार भागो के क्षेत्रफल भी निकलवाइये। समस्या में क्या - क्या दिया है ? कैसे ज्ञात करना है । क्या ज्ञात करना है ? हल करिये

हल :- बेलन का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल =2π r(r+h)

$$2 \times 22/7 \times 30\ (30+96) = \frac{44x30x126}{7} = 23760 \text{ वर्ग सेमी}$$

वक्राकार भाग का क्षेत्रफल= 2πrh

2 x 22/7 x 30 x 96 = 1320x96 = 18102.86 वर्ग सेमी

वृत्ताकार भाग का क्षेत्रफल = $2\pi r^2$ = 2 x 22/7 x 30 x 30 = 44x900 = 5657.14 वर्ग सेमी

श्याम पट्ट सार

1. बेलन में उसका केप ब दो वृत्ताकार पृष्ठ (b) एक वक्राकार पृष्ठ

2. बेलन के दोनों वृत्ताकार पृष्ठों का क्षेत्रफल = $2\pi r^2$ वर्ग इकाई ।

3. बेलन के वक्राकार पृष्ठ का क्षेत्रफल = $2\pi rh$ वर्ग इकाई ।

4. बेलन का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल = $2\pi r(r + h)$ वर्ग इकाई ।

ग्रहकार्य :- (1) एक बेलन के वक्राकार पृष्ठ का क्षेत्रफल होता है (a) $\pi r^2$ (a) $2\pi r^2$ (a) $2\pi rh$ (a) $2\pi r(r + h)$

(2) निम्न रिक्त स्थानों की पूर्ति करिये-

| बेलन की त्रिज्या | ऊंचाई | एक वृत्तीय पृष्ठ का क्षेत्रफल | वक्र पृष्ठ का क्षेत्रफल | सम्पूर्ण पृष्ठ का क्षेत्रफल |
|---|---|---|---|---|
| (x) 14 सेमी | 8.5 सेमी | ---------------------------------- | ------------------------- | ------------------------------ |
| (y) 10 सेमी | ----------------- | 1760 वर्ग सेमी | ------------------------- | |

(3) एक बेलन के वृत्तीय पृष्ठों का क्षेत्र 308 वर्ग मीटर है, यदि उसकी ऊंचाई 8 मीटर हो तो उसका नामांकित चित्र बनाकर सीधे ही सूत्र से स.पृ. क्षेत्र ज्ञात कीजिए ।

(4) एक बेलन का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल 462 वर्ग सेमी है । इसका वक्रपृष्ठ सम्पूर्ण पृष्ठ का एक तिहाई है। बेलन की ऊंचाई तथा त्रिज्या ज्ञात करिये ।

पाठ्य पुस्तक - गणित, कक्षा 10 (पाठ्य पुस्तक),

वर्ष 1998 प्रकाशक - मा.शि. बोर्ड राजस्थान, अजमेर ।

दैनिक पाठ योजना के अन्य प्रारूप भी होते है। पाठ योजना प्रकरण की विषय वस्तु, शिक्षण विधि सहायक सामग्री, स्कूल का वातावरण, विद्यार्थियों का स्तर कक्षा कक्ष की स्थिति आदि अन्य कारकों व घटकों पर निर्भर करती है। यदि समस्या समाधान या खोज विधि या प्रयोगशाला विधि के आधार पर पाठययोजना तैयार की जाती है। तो पाठययोजना प्रस्तुत पाठयोजना से भिन्न होगी। प्रकरण विषय वस्तु विशिष्ट उद्देश्य सहायक सामग्री पूर्व प्रांसगिक

अधिगम शिक्षण विधि उद्देश्य कथन तो लगभग उसी प्रकार होंगे। प्रस्तुतीकरण निम्नलिखित प्रारूप में भी हो सकते है।

प्रस्तुतीकरण

| शिक्षण बिन्दु | अध्यापक क्रिया- प्रतिक्रिया | छात्र क्रिया प्रतिक्रिया |
|---|---|---|
| | | |
| अभ्यास कार्य<br>मूल्यांकन प्रश्न | | |

गणित शिक्षण प्रतिभावान छात्रों के लिए मन्द बुद्धि / पिछडे बालको से भिन्न प्रकार की होती है। उनके लिए अलग अलग प्रकार की पाठ योजना तैयार करनी होती है। पाठ योजना भी विस्तृत, लघु तथा सुक्ष्म प्रकार की होती है। पाठ योजना अच्छे गणित शिक्षण का मार्ग चित्रण (Road Map) करती है। जैसा मार्ग चित्रण अध्यापक करेगा वैसी ही उसकी पाठ योजना होगी। विस्तृत पाठ योजना व लघु पाठ योजना दोनो प्रकार की पाठ योजना निर्माण करने का अभ्यास करवाना चाहिए।

## 7.6.0 मूल्यांकन प्रश्न

1. कक्षा 10 को गणित शिक्षण के लिए एक वार्षिक योजना बनाओं

   Prepare a senssional / yearly plan for teaching mathematics for X Class
2. इकाई योजना तथा पाठ योजना तैयार करने को आवश्यकता क्यों है?

   Why is it necessary to propare unit plan and lesson plan to teach mathematics.
3. वर्गात्मक समीकरण प्रकरण पर एक पाठ योजना तैयार करिये?

   Prepare a lesson plan on quadratc equation
4. गुणनखण्ड इकाई पर एक इकाई योजना बनाओं

   Prepare a unit plan on factor as a unit .
5. पाठ्योजना से क्या तात्पर्य हैं? गणित शिक्षण हेतु एक पाठ योजना कैसे बनाई जाती है?

What do you mean by lesson Plan? How is a lesson plan made to teach mathematics?

6. इकाई योजना तथा दैनिक पाठ योजना में कया अन्तर हैं? स्पष्ट करिये

   What is difference between unit plan and lesson plan.

7. निम्नलिखित प्रकरणों में से किसी एक पर विशिष्ट उद्धेश्य लिखिये -

   (1) शंकू का आयतन (2) फील्ड बुक (3) शेषफल प्रमेय (4) समुच्यय (5) तर्क गणित (6) त्रिकोण मितिय अनुपात

   Writte down specific objectives on any one of the following topics

   (I) Volums of a cone (II) Feld book (III) Remainder theorem (iv) Set (V)Logic Mathematics (vi) Trigonometrical Ratios

## 7.7.0 संदर्भ पुस्तके


1. अग्रवाल एवं रावत, गणित शिक्षण, विनोद पुस्तक मन्दिर, आगरा
2. Butler and Waren : (1960) The Teaching of Secondary Mathematics, Mc Graw Hill NY.
3. मंगल एस. के. (1977) गणित शिक्षण, आर्य बुक डिपो, दिल्ली
4. सक्सेना एवं ऑबेराय, शिक्षण की तकनीकी
5. शर्मा आर.ए. (1984) शिक्षण अधिगम में नवीन प्रवर्तन, आर लाल बुक डिपो मेरठ,
6. Siddhu Kulbir Singh : (1988) The Teaching of Mathematics Sterling Publishers P.Ltd.New Delhi


बताइये कि एक बेलनाकार आकृति में कितने पृष्ठ होते हैं?

दोनों वृत्ताकार पृष्ठों में क्या समानता हैं?

एक r त्रिज्या के वृत्त का क्षेत्रफल कितना होता है?

दूसरे वृत्त की त्रिज्या r है तो उस वृत्त का क्षेत्रफल कितना होगा?

# इकाई -8

# गणित के विद्यार्थियों का मूल्यांकन

# (Evaluation of mathematics students)

इकाई संरचना

8.1.0 प्रस्तावना
8.2.0 मूल्यांकन की अवधारणा तथा विशेषतायें
8.2.1 मूल्यांकन के प्रकार एवं प्रविधियाँ
8.3.0 निदानात्मक परीक्षण एवं उपचारात्मक शिक्षण
8.4.0 परीक्षण प्रश्न पत्र का निर्माण
8.5.0 गणित अभिवृति व तार्किक गणितीय बुद्धि नापने के उपकरण (Mathematical Attitude and logical mathematical intelligence)
8.6.0 प्रश्न बैंक
8.7.0 खुली पुस्तक परीक्षा
8.8.0 सारांश
8.9.0 मूल्यांकन प्रश्न
8.10.0 संदर्भ पुस्तके

## 8.1.0 प्रस्तावना (Introduction)

गणित शिक्षा की संरचना त्रिभुजाकार है। गणित शिक्षा व गणित शिक्षण के उद्धेश्यों का एक शीर्ष, इन उद्धेश्यों की उपलब्धि हेतु समुचित एवं अनुकूल गणित पाठ्यचर्या का दूसरा शीर्ष तथा पाठ्यचर्या को गतिविधियों द्वारा उद्धेश्यों प्राप्ति की जाँच हेतु गणित के विद्यार्थियों का मूल्यांकन का तीसरा शीर्ष होता है। यदि उद्धेश्यों की प्राप्ति नहीं होती है तो उसका कारण क्या है? तथा उसका क्या उपचार हो सकता है? गणित शिक्षा में क्या सुधार होना चाहिए? इन प्रश्नों का उत्तर एवं समाधान मूल्यांकन के उपकरण एवं इनसे उपलब्ध तथ्यों के विश्लेषण के उपरान्त दिया जा सकता हैं। इस अध्याय में मूल्यांकन की अवधारणा, विशेषताओं, निदानात्मक एवं उपचारात्मक शिक्षण, विभिन्न प्रकार के प्रश्न, प्रश्न-पत्र निर्माण, खुली पुस्तक परीक्षा हेतु, विशेष प्रश्न, तथा प्रश्न बैंक आदि का मूल्यांकन प्रक्रियाओं पर विचार किया जायेगा जिससे गणित अध्यापक गणित विषय के क्षेत्र में गणित के विद्यार्थियों का समुचित जाँच कर सके और गणित शिक्षण को प्रभावशाली बना सके।

इकाई पढने के बाद छात्र

1. 'छात्र मूल्यांकन' अवधारणा की व्याख्या कर सकेंगे।
2. मूल्यांकन के लिए विभिन्न परीक्षणों को तैयार करने का कौशल प्राप्त कर सकेंगे।
3. परीक्षण प्रश्न पत्र में होनें वाली कमियों को दूर कर सकेंगे।
4. प्रश्न बैंक भी अवधारणा को स्पष्ट कर सकेंगे।

5. 'खुली पुस्तक परीक्षा प्रणाली' का प्रत्यास्मरण कर सकेंगे।
6. उपलब्धि प्रश्न पर उपकरण तैयार कर सकेंगे।

## 8.2.0 मूल्यांकन की अवधारणा तथा विशेषतायें

मूल्यांकन एक ऐसी प्रक्रिया है जिसके द्वारा छात्रों के बारे में भिन्न भिन्न स्त्रोतों से अधिक से अधिक सूचना एकत्रित की जाती हैं ताकि गणित शिक्षण के उपयुक्त एवं अर्थपूर्ण कार्यक्रम की योजना बनाई जा सके। इस प्रकिया में औपचारिक परीक्षण एवं गुणात्मक परीक्षणों का उपयोग किया जाता हे। औपचारिक परीक्षण के अन्तर्गत छात्रों की निष्पत्ति का मूल्यांकन तथा उसकी व्याख्या की जाती है।

मूल्यांकन की परिभाषा

शिक्षण द्वारा छात्र के ज्ञानात्मक पक्ष, भावात्मक पक्ष व क्रियात्मक पक्ष का विकास किया जाता है। मूल्यांकन से यह सुनिश्चित किया जाता है कि अधिगम-शिक्षण प्रक्रिया में उपयोग में लाई जाने वाली विधियां कितनी सार्थक है? इससे यह भी ज्ञात किया जा सकता है कि विशिष्ट उद्धेश्यों की प्राप्ति कहां तक हुई है? क्वालेन तथा हन्ना के मूल्यांकन प्रविधि को निम्न प्रकार से परिभाषित किया है।

"विद्यालय में हुए छात्रों के व्यवहारगत परिवर्तन के लिए प्रमाण संकलन कर उनकी व्याख्या करने की प्रकिया को मूल्यांकन कहते है।"

मूल्यांकन प्रकिया से शिक्षक और छात्रों की असफलता के कारणों की खोज की जाती है। इससे शिक्षण विधियों तथा सहायक सामग्री की उत्कृष्टता के बारे में निष्कर्ष निकाला जा सकता है। शिक्षक निर्धारित विशिष्ट उद्धेश्यों की प्राप्ति के लिये अनवरत प्रयत्नशील रहता है। वह मूल्यांकन द्वारा यह ज्ञात कर सकता है कि विशिष्ट उद्धेश्यों की प्राप्ति किस स्तर तक हुई है। अत: मूल्यांकन एक अनवरत प्रकिया होती हे। इस प्रकार यह प्रकिया शिक्षक और छात्रों के लिए पुनर्बलन का कार्य करती है।

राष्ट्रीय शिक्षक अनुसंधान और प्रशिक्षण परिषद के अनुसार मूल्यांक्न विभिन्न प्रकार के निर्णय लेने के उद्धेश्य से संज्ञानात्मक और सह-संज्ञानात्मक दोनों है। क्षेत्रों में छात्रों के सीखने की गति और उपलब्धियों के बारे में साक्ष्यों का संकलन, विश्लेषण और व्याख्या करने की एक क्रम बद्ध प्रकिया है। इस प्रकार मूल्यांकन में सूचनाओं का संग्रह विश्लेषण एवं निर्णय लेना निहित है।

भारतीय शिक्षा आयोग (1964-1966) के अनुसार मूल्यांकन एक सतत प्रक्रिया है, सम्पूर्ण शिक्षा प्रणाली का यह एक अभिन्न अंग है और निश्चित रूप से इसका सम्बन्ध शैक्षिक उद्धेश्यों से हैं। विद्यार्थी को पढने की आदतों को, अध्यापक के पढाने की विधियों पर बहुत गहरा असर डालता है। और इस प्रकार यह न केवल शैक्षिक उपलब्धियों के मापन में सहायक होता है बल्कि उनमें बढौतरी भी करता है।

मूल्यांकन वह व्यापक और सतत प्रक्रिया है जिसके द्वारा यह जानने का प्रयत्न किया जाता है कि विषयवस्तु और इसे प्रदान करने हेतु काम में लाए जाने वाले प्रक्रम का स्पष्ट रूप से परिभाषित उद्धेश्यों को प्राप्ति हेतु किस प्रकार उपयोग किया जा रहा है। (रोनाल्ड डोल)

मूल्यांकन को परिभाषाओं के आधार पर यह निष्कर्ष निकलता हे कि यह एक ऐसी सतत प्रक्रिया है जिसमें विद्यार्थी की प्रगति बारे में जानने हेतु सभी प्रकार के प्रयास किए जाते है, शिक्षण-अधिगम प्रक्रिया के परिणामों का संख्यात्मक एवं गुणात्मक विवरण प्रस्तुत करता है, विद्यार्थी के सभी क्षेत्रों (domains of behaviour) में आने वाले परिवर्तनों को जानकारी प्रदान करता है। इसके द्वारा निर्धारित उद्धेश्यों की प्राप्ति के संदर्भ में शिक्षक, शिक्षार्थी, शिक्षण विधियों तथा शैक्षिक व्यवस्था को गुणवत्ता को व्यापक जाँच और मापन भी करता है। इस प्रकार

मूल्यांकन = प्रगति का परिणात्मक विवरण (मापन) + मूल्य विवरण

मूल्यांकन = प्रगति का संख्यात्मक एवं गुणात्मक विवरण + मूल्य निर्धारण

(Evaluation = quantitative and qualitative description + value judgement)

मूल्यांकन की विशेषतायें

शिक्षा क्षेत्र में मूल्यांकन की निम्न लिखित विशेषतायें है

1. व्यापक (Comprehensive)

अच्छा मूल्यांकन व्यापक होता है।

मूल्यांकन प्रक्रिया द्वारा विद्यार्थी के सर्वांगीण विकास का निर्धारण किया जाता है। इस के द्वारा छात्र के संज्ञानात्मक पक्ष, भावात्मक पक्ष तथा क्रियात्मक पक्ष के विकास की जांच की जाती है। गणित विषय से सम्बन्धित सहगामी क्रियाओं में निष्पादन का भी मूल्यांकन किया जाता है।

2. उद्धेश्य आधारित (Objective based)

गणित शिक्षा के मुख्य उद्धेश्य है। उद्धेश्य प्राप्ति की जांच कैसे हो? इसलिए मूल्यांकन उद्धेश्य पूर्ण प्रक्रिया है। उद्धेश्य सामाजिक वातावरण, आर्थिक, राजनीतिक, राष्ट्रीय आवश्यकता, मनोवैज्ञानिक विकास, व मानवीय ज्ञान, आदि से सम्बन्धित होते है। उन उद्धेश्यों की प्राप्ति की सीमा मूल्यांकन प्रक्रिया से जानी जा सकती है। यदि उद्धेश्यों की प्राप्ति सन्तोषजनक नहीं हुई हो तो शिक्षण अधिगम क्रियाओं की समीक्षा कर उनमें आवश्यक परिवर्तन करना अपेक्षित है। यदि छात्र $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$ रूप के गुणनखण्ड करने में सक्षम नहीं हो तो शिक्षण अधिगम कियाओं में परिवर्तन करना आवश्यक होगा। इसी प्रकार गणित विषय के अधिगम से समाज की आवश्यकता व आकांक्षा पूरी नहीं होती है तो गणित विषयवस्तु में परिवर्तन करना होगा।

3. अनवरत चलने वाली प्रक्रिया (Continuous process)

शिक्षण तथा अधिगम क्रियायें उद्धेश्यों से निर्देशित होती है। समय-समय पर यह देखना आवश्यक है कि निर्धारित उद्धेश्यों की प्राप्ति कहाँ तक हुई है। यह केवल मूल्यांकन से ही संभव हैं। मूल्यांकन द्वारा छात्रों के सामर्थ्य और कमजोरियों का भी पता लगाया जा सकता है, ताकि उनके उपचारात्मक शिक्षण की योजना बनाई जा सके। अत: यह कहा जा सकता है कि मूल्यांकन अनवरत चलने वाली प्रक्रिया है।

4. मूल्यांकन प्रणाली में विभेदीकरण को प्रमुख स्थान दिया जाता है जिससे प्रतिभावान व मन्द बुद्धि बालक का अन्तर स्पष्ट किया जा सके।
5. अच्छे मूल्यांकन वैद्य (Valid) तथा विश्वसनीय (reliable) होते है।

प्रश्न: छात्र मूल्यांकन से क्या अभिप्राय है।

प्रश्न: मूल्यांकन की परिभाषा देते हुए उसकी विशेषताऐं बताईये।

8.2.1 मूल्यांकन के प्रकार एवं प्रविधियां

मूल्यांकन के प्रकार

गणित शिक्षण के दौरान् शिक्षण-अधिगम प्रक्रिया की तीन अवस्थायें है - शिक्षण पूर्वावस्था, शिक्षणावस्था, तथा शिक्षणोंपरान्त अवस्था। इस प्रकार मूल्यांकन की तीन स्तर पर आवश्यकता पडती है - निदानात्मक (diagnostic) रचनात्मक (formative evaluation) मूल्यांकन तथा संकलनात्मक मूल्यांकन (summative evaluation)

1. निदानात्मक मूल्यांकन में गणित के विद्यार्थियों को योग्यताओं, रूचियों, अभिरूचियों अभिवृतियों, क्षमताओं तथा कमजोरी के निदान हेतु उपयोग में लाया जाता है। गणित शिक्षण में निदानात्मक मूल्यांकन का मुख्य उद्धेश्य विद्यार्थियों की गहन अधिगम कठिनाइयों तथा कमजोरियों की प्रकृति और कारणों का निदान कर उपचरात्मक शिक्षण हेतु उचित कार्य योजना बनानी होती है।
2. रचनात्मक मूल्यांकन शिक्षण-अधिगम प्रक्रिया के क्रियान्वयन स्तर पर किया जाता है जिससे यह पता लगाया जा सके कि शिक्षण-अधिगम प्रक्रिया के फलस्वरूप विद्यार्थियों के व्यवहार में अपेक्षित परिवर्तन आ रहा है या नहीं। शिक्षक, शिक्षार्थी, शिक्षण विधि, कार्य प्रणाली, अधिगम अनुभव तथा वातावरण आदि के विषय में सोचा जाता है। इस प्रकार के मूल्यांकन में औपचारिक तथा अनोपचारिक दोनों ही प्रकार की प्रविधियों का प्रयोग किया जा सकता है।
3. संकलनात्मक मूल्यांकन (summative evaluation) कार्य पाठ या इकाई विशेष में शिक्षण उपरान्त किया जाता हे। अध्यापक निर्मित तथा मानकोकृत परीक्षण आदि से उद्धेश्य उपलब्धि की जांच की जाती है जिसके आधार पर विद्यार्थी का प्रगति पत्र (progress report) तैयार की जाती है और विद्यार्थी को आगे की कक्षा हेतु चयन कर दिया जाता है। त्रैमासिक, अर्द्ध वार्षिक तथा वार्षिक परीक्षा इसी प्रकार के मूल्यांकन का एक स्वरूप है।

परीक्षण के प्रकार :-

शैक्षिक उद्धेश्य प्रक्रिया

ज्ञानात्मक उद्धेश्य (i) मौखिक परीक्षण (ii) लिखित- निबन्धनात्मक लघुउत्तरीय तथा वस्तुनिष्ठ
(iii) प्रयोगात्मक परीक्षण

भावात्मक उद्धेश्य (i) अभिरूचि सूची (ii) अभिवृत्ति सूची (iii) मूल्यों का परीक्षण

क्रियात्मक उद्धेश्य (i) प्रयोगात्मक परीक्षण
मौखिक परीक्षण

मौखिक परीक्षणों का उद्धेश्य छात्रों की तत्काल अभिव्यक्ति एवं क्रियाशीलता की परख के लिए किया जाता हे। अधिकांशतया मौखिक परीक्षण गणित के तथ्यों पर आधारित होता है। लेकिन उच्च कक्षाओं के छात्रों से अवधारणाओं (Concepts) व सिद्धान्तों की व्याख्या भी करवायी जा सकती है।

लिखित परीक्षण

लिखित परीक्षण निम्न प्रकार के होते है

1. निबन्धात्मक परीक्षण
2. लघुउत्तरात्मक परीक्षण
3. वस्तुनिष्ठ परीक्षण

निबन्धात्मक परीक्षण

गणित के निबन्धात्मक परीक्षण में ऐसे प्रश्न पूछे जाते हैं जिनमें एक से अधिक गणना करनी हों, मूल प्रश्न में ही सम्बन्धित कई लघु प्रश्न हों, प्रश्न को हल करने में सामान्य छात्र को लगने वाले समय से अधिक समय लगे तथा प्रश्न विशिष्टता लिये हुए हो, ऐसे प्रश्नों को निबन्धात्मक प्रश्न कहते हैं। इन प्रश्नों से एकाग्रचित्ता, कई तथ्यों का आपस में सम्बन्ध देखने की क्षमता, तुलना करना, तर्क देना, अभिव्यंजना करना, आदि गुणों की परख की जा सकती है।

निबन्धात्मक प्रश्नों को प्रयोग (application), व्याख्या (interpretation) तथा मूल्यांकन (evaluation) के लिए उपयोग में लाया जा सकता हैं।

<u>निबन्धात्मक परीक्षण के गुण</u>

1. इस प्रकार के परीक्षण से मानसिक योग्यता (तर्क, अभिव्यंजना, तुलना वर्णन. .......... ) का पता लगाया जा सकता हैं।
2. छात्रों में तथ्यों के परस्पर सम्बन्ध देखने की योग्यता के स्तर को ज्ञात किया जा सकता हैं
3. छात्रों, द्वारा तथ्यों का उपयोग दूसरी परिस्थिति में कर सकने की क्षमता के बारे में जानकारी प्राप्त कर सकते है।
4. इनमें उच्च मानसिक प्रक्रिया का मापन किया जा सकता हे।
5. इस प्रकार के प्रश्नों की रचना करना सरल हैं।
6. इस प्रकार के प्रश्नों को हल करने में स्वतंत्रता रहती है।

<u>निबन्धात्मक परीक्षण के दोष</u>

1. निबन्धात्मक परीक्षण में प्रश्न जटिल होनें से छात्रों को प्रश्न के अन्तर्गत उप प्रश्नों को समझने में कठिनाई रहती है और इन प्रश्नों में समय भी अधिक लगता है।
2. इस प्रकार के परीक्षण के लिये वैद्यता एवं विश्वसनीयता की आंका बनी रहती है।
3. ऐसे परीक्षणों में अंक प्रदान करने में परीक्षक की योग्यता, चित्तवृत्ति, रूचि, मानसिक दृष्टिकोण, आदि का प्रभाव पडता हें अर्थात् आत्मनिष्ठता (subjectivity) मूल्यांक्न को बहुत प्रभावित करती है।
4. निबन्धात्मक परीक्षण से सम्पूर्ण पाठ्यकम का प्रतिनिधित्व नहीं कराया जा सकता।

<u>लघु उत्तरीय परीक्षण</u>

गणित के लघु उत्तरीय परीक्षण में ऐसे प्रश्न पूछे जाते हैं, जिनके उत्तर एक शब्द अथवा वाक्य खण्ड में हो। उदाहरणार्थ

(1) $(3x + 4y)^2$ का विस्तार करिए।

(2) त्रिभुज के प्रकार लिखिये।

लघु उत्तरीय परीक्षण के गुण

1. लघु उत्तरीय परीक्षण के अन्तर्गत प्रश्नों की रचना करना सहज हे।
2. इस परीक्षण में अंक प्रदान करना सरल है।
3. इस परीक्षण में प्रश्न कम समय में अधिक पूछे जा सकते है।
4. इन प्रश्नों से अधिक से अधिक पाठ्य वस्तु को समायोजित कर सकते है।
5. इन प्रश्नों के उत्तर निश्चित एवं विशिष्टता लिये होते हैं। अत: ये विवाद रहित होते है।

लघु उत्तरीय परीक्षणों की सीमायें

1. लघु उत्तरीय प्रश्नों से केवल तथ्यों या विशिष्ट सूचनाओं का परीक्षण किया जा सकता हे।
2. अध्यापक अति आवश्यक उद्धेश्यों को सम्मिलित करने में चूक कर सकता हे।
3. विद्यार्थी को रटने की आदत बन जाती है जो गणित अवबोध ब चिन्तन के लिए बाधक है।

वस्तुनिष्ठ प्रश्न

यदि किसी परीक्षण में छात्र की रूचि, भावना, व्यक्तिगत दृष्टिकोण उत्तर देने को प्रभावित नहीं करे और न अध्यापक का व्यक्तिगत पक्षपात, उसकी मानसिक अवस्था, रूचि और भावना आदि का प्रभाव अंकन करते समय न पेड, तो वह परीक्षण वस्तुनिष्ठ (Objective) कहलाता है।

वस्तुनिष्ठ परीक्षण के गुण

1. वस्तुनिष्ठ परीक्षण में अंकन करते समय व्यक्तिगत पक्षों का प्रभाव नहीं पडता है।
2. वस्तुनिष्ठ परीक्षण विश्वसनीय एवं वैद्य होते है।
3. इनका अंकन करना सरल होता है अर्थात ये व्यवहारिक होते है।
4. इनसे सम्पूर्ण पाठ्य का प्रतिनिधित्व कराया जा सकता है।
5. इनसे समय व धन की बचत होती हैं
6. जांच का कार्य आसानी व शीघ्रता से किया जा सकता है।

वस्तुनिष्ठ परीक्षण की सीमायें

1. इस परीक्षण में प्रश्नों के उत्तर अनुमान से दिये जा सकते है।
2. प्रश्नों के उत्तर से छात्र की अभिव्यक्ति, लेखन शैली आदि को ज्ञात नहीं किया जा सकता है।
3. इनसे मानसिक शक्तियों का पता नहीं लगाया जा सकता है।
4. गणितीय सोच व समस्या विश्लेषण की आद पर बुरा प्रभाव पडता है।
5. नवाचार व सृजनात्मक की आदत में कमी आने लगती है।

वस्तुनिष्ठ परीक्षण में प्रश्नों के प्रकार

वस्तुनिष्ठ परीक्षण में मुख्य रूप से चार प्रकार के प्रश्न होते है -

1. 'सत्य एवं असत्य' रूप (True and False type)
2. 'रिक्त स्थान पूर्ति' रूप (Completion type)
3. 'बहुविकल्पीय' रूप (Multiple type)
4. 'सुमेलन रूप (Matching type)

'सत्य एवं असत्य' रूप,

'सत्य एवं असत्य' रूप प्रश्न को घोषणात्मक कथनों से निर्मित किये जाते हैं। छात्रों को सत्य/असत्य में से एक विकल्प अंकित करना होता है।

उदाहरणार्थ 1. 2 एक अभाज्य संख्या हे। सत्य / असत्य

2. $a^3 + 8b^3 = (a+ 2b)(a^2+2ab+4b^2)$ सत्य / असत्य

(i) प्रश्न निर्माण में सावधानियां

1. कथन में एक ही विचार निहित होनें चाहिए। यदि उनमें दो विचारों का समावेश किया गया हो, तो दोनो सत्य या असत्य होनें चाहिए।
2. यथासम्भव कथन नकारात्मक नहीं होना चाहिए।
3. सत्य तथा असत्य कथन लगभग बराबर होनें चाहिए।
4. जटिल तथा लम्बे कथनों का प्रयोग नहीं करना चाहिए।

(ii) सत्य / असत्य प्रश्नों की सीमा

1. प्रश्नों के उत्तर देते समय अनुमान लगाया जा सकता है।
2. छात्र सत्य या असत्य लिखकर अंक प्राप्त कर सकता है।

रिक्त स्थान पूर्ति रूप प्रश्न

इस प्रकार के प्रश्नों में अपूर्ण कथन अथवा अपूर्ण वाक्य दिये जाते हैं जिन्हें छात्र पूर्ण करता हैं। ये प्रश्न अधिकांशतया तथ्यों पर आधारित होते हैं। इस बात का भी ध्यान रखा जाता है कि कथनों में अधिक से अधिक दो महत्वपूर्ण शब्द ही छोडे जायें। रिक्त स्थान वाक्य में किसी भी स्थान पर छोडें जा सकते है। लेकिन स्थान छोडते समय इस बात का ध्यान रहे कि छात्रों को अपूर्ण वाक्यों में रिक्त स्थान को पूरा करने के लिये संकेत अवश्य मिल जायें।

उदाहरणार्थ 1. $........ +16y^2 + 24xy= (2x+.......)^2$

2. रिक्त समुच्चय प्रत्येक समुच्चय का.................. होता है।

(i) रिक्त स्थान पूर्ति प्रश्नों के गुण

1. उनमें उत्तर अनुमान से नहीं लिखे जा सकते है।
2. इनकी रचना करना बहुत ही सरल है।
3. इनका अंकन सरल है।

(ii) रिक्त स्थान पूर्ति के प्रश्नों को रचना करने में सावधानियां

1. वाक्यों में दो से अधिक रिक्त स्थान नहीं रखना चाहिए।
2. वाक्य की रचना इस प्रकार से हो कि सभी परीक्षार्थी केवल एक ही उत्तर दें।

3. वाक्य में ऐसा संकेत नहीं होना चाहिए जिनसे उत्तर सही आ जाये।

4. वाक्य की भाषा ऐसी न हो कि उससे दोहरे अर्थ निकले।

(iii) <u>रिक्त स्थान पूर्ति प्रश्नों की सीमा</u>

1. इस प्रकार के प्रश्न केवल ज्ञानात्मक उद्धेश्य की प्राप्ति तक ही सीमित होते है।

2. एक ही अवधारणा या सार्थक कथन तक सीमित होते है।

'बहु विकल्पीय' रूप प्रश्न

इस प्रकार के प्रश्नों में घोषणात्मक कथन होते है। प्रत्येक कथन के लिये कम से कम चार या पांच सम्भावित उत्तर होते हैं। उनमें से एक सही होता है और एक सही के बहु त समीप होता है। छात्रों को सही उत्तर चुनना होता है। उदाहरणार्थ

एक चार भुजा तथा चार कोण से बनी समतल आकृति को कहते है -

a) आयत

b) पंचभुज

c) घन

d) शंकु

(i) बहु विकल्पीय प्रश्नों के गुण

1. इन प्रश्नों में अनुमान लगाने की सम्भावना बहु त कम होती है।

2. इनका अंकन करना सरल है।

3. ये मानदण्ड (criterian test) परीक्षण के लिये श्रेष्ठ है।

4. इनके द्वारा सम्पूर्ण पाठ्यवस्तु का समायोजन किया जा सकता है।

5. ये विश्वसनीय तथा वैद्य बनाये जा सकते है।

(ii) बहु विकल्पीय प्रश्नों के निर्माण में सावधानियाँ

1. इस प्रकार के प्रश्नों के विकल्प लगभग एक जैसे तो होनें ही चाहिए फिर भी एक विकल्प सहीं उत्तर के बहु त समीप होना चाहिए।

2. विकल्प में “उपरोक्त में से कोई नहीं” लिखकर विकल्प बनाना उचित नहीं है।

3. भाषा तथा व्याकरण से सही उत्तर को चयन करने का अवसर नहीं देना चाहिए।

उदाहरणार्थ -

यदि एक सरल रेखा दूसरी सरल रेखा के साथ $90^0$ का कोण बनाती है, तो वह रेखा होगी :

a) समानान्तर

b) लम्ब

c) सरल रेखा

d) रेखा के संलग्न

यहां (C) विकल्प व्याकरण की दृष्टि से ठीक नहीं है।

(iii) “बहुविकल्पीय” रूप प्रश्नों की सीमा

1. इन प्रश्नों की रचना करना प्राय: कठिन है।

2. छात्र अनुमान से उत्तर का चयन कर सकता है।

3. छात्र सभी प्रश्नों में से कोई एक अर्थात् A या B या C या D उत्तर देता है, तब भी उसको कुछ अंक तो अवश्य मिल जायेंगे।

"सुमैलन" रूप प्रश्न

इस प्रकार के प्रश्नों में दो स्तम्भ होते है। दोनों स्तम्भों में वाक्यांश या पद होते हैं पहले स्तम्भ से दूसरे स्तम्भ की अपेक्षा एक या दो वाक्यांश कम होते है ताकि छात्र अनायास ही अन्तिम वाक्यांशो को मिलाने का लाभ न उठा सकें। छात्र को पहले स्तम्भ में दिये गये वाक्यांश या पद को दूसरे स्तम्भ के वाक्यांश या पद से 'सुमेलन' करना होता है।

उदाहरणार्थ

| A | B |
|---|---|
| (1) $a^2+4b^2$ | (1) $(x+13)(x+4)$ |
| (2) $x^2+17x+52$ | (2) $(6x+1)(6x+1)$ |
| (3) $36x^2+12x+1$ | (3) $(a-2b)(a+2b)$ |
| (4) $a^3-8b^3$ | (4) $(a-2b)(a22b)$ |
| (5) $x^3-1-x^2+x$ | (5) $(a-2b)(a^2-2ab+4b^2)$ |
| | (6) $(x^2+1)(x-1)$ |

(i) सुमेलन प्रश्न के गुण

1. इन प्रश्नों की रचना एवं अंकन करना सरल होता है।

2. इनमें दोनों की स्तम्भों के वाक्यांश में मेल अवश्य होता है जिससे छात्र गलत तथ्यों के सम्पर्क में नहीं आते है।

3. इनसे अधिक विषय वस्तु को समायोजित किया जा सकता हे।

(ii) 'सुमेलन रूप' प्रश्न निर्माण में सावधानियां

1. एक प्रश्न में 10 से अधिक मद नही होने चाहिए।

2. दूसरे स्तम्भ में पहले स्तम्भ से एक दो वाक्यांश अधिक होनें चाहिए।

3. दोनों स्तम्भ के वाक्यांश संगत होने चाहिए।

<u>प्रयोगात्मक परीक्षण</u>

उच्च प्राथमिक कक्षाओं के छात्रों से रेखा गणित की कई प्रमेय प्रयोग द्वारा करवायी जा सकती है। समान ऊंचाई व समान अर्धव्यास शंकु और बेलन के आयतनों में सम्बन्ध स्थापित किया जा सकता हे। इसी प्रकार परीक्षण के लिये अन्य प्रयोग सोचे जा सकते है। $\pi$ का मान ज्ञात करने का प्रयोग कर सकते है। गणित प्रयोगशाला तैयार की जा सकती है जिसमें गणित के प्रयोग कराये जा सकते है।

<u>गुणात्मक परीक्षण</u>

विद्यालयों में गुणात्मक परीक्षणों का उपयोग साधारणतय: आन्तरिक मूल्यांकन के लिये किया जाता है। मुख्यत: छ: प्रकार के होते है

1. अनेकडोटल आलेखा (Anecdotal records)

2. जांच सूची (Check List)
3. निरीक्षण (Observation)
4. रेटिंग स्केल (क्रम निर्धारण मान) (Rating Scale)
5. प्रश्नावली (Questionnaire)
6. संचयी अभिलेख (Cumulative Record)
7. प्रक्षेपी तकनीक :- वाक्य पूर्ति व चित्र पूर्ति परीक्षण, प्रासंगिक अन्तर बोध परीक्षण (TAT)
8. साक्षात्कार

एनेकडोटल आलेख (Anecdotal records)

इस आलेख में छात्र के विशेष व्यवहार या उससे सम्बन्धित किसी घटना का उल्लेख किया जाता है। अध्यापक छात्र को गणित के कालांश में पीछे बैठा हुआ अपनी नोट बुक में कार्टून बनाता हुआ देखता है तो इस व्यवहार को लिख लेता है या रिक्त कालांश में गणित के प्रश्न हल करता हुआ पाया जाता है तो उसे लिख लेता है। इससे छात्रों की अभिरूचि के बारे में पता लगा सकता है।

जांच सूची

जाँच सूची में अभिरूचि, अभिवृत्ति तथा भावात्मक पक्ष से सम्बन्धित कथन दिये जाते हैं उन कथनों को पढ़कर छात्रों को 'हां' अथवा 'ना' में उत्तर देने होते है।

निरीक्षण

छात्रों के व्यवहार के निरीक्षण से यह ज्ञात किया जात सकता है कि वह गणित के कौन कौन से प्रकरण में अधिक व कौन कौन से में कम रूचि ले रहा है। छात्र कौन कौन सी गणित की पत्र-पत्रिकायें पढता है? छात्र गणित में कठिनाइयों का निवारण कैसे करता है? निरीक्षण दो प्रकार से किया जा सकता है।

(i) स्वत: निरीक्षण - इस विधि में छात्र स्वयं अपने व्यवहारों की जानकारी देता है।

(ii) अन्य व्यक्तियों द्वारा निरीक्षण - गणित के प्रति रूझान, गणित में प्रगति आदि के बारे में अन्य अध्यापकों से निरीक्षण कराया जा सकता है।

रेटिंग स्केल

इस विधि के द्वारा छात्रों से गणित विषय से सम्बन्धित कथनों के बारे में तीन या पांच या सात बिन्दुओं तक सापेक्ष निर्णय करवाया जाता है। इस बात का ध्यान रहे कि कथन विशेष व्यवहारों को प्रदर्षित करने वाले होने चाहिए। कथनों की भाषा स्पष्ट व निश्चित होना अपेक्षित है

प्रश्नावली

सामान्यत: प्रश्नावली शाब्दिक प्रश्नों के उत्तर देने की विधि हैं जिसमें व्यक्ति को स्वयं ही प्रारूप पर के देना पडता है।

यह दो प्रकार के होते है -

1. प्रतिबन्धित प्रश्नावली (closed questionnaire) - इस प्रश्नावली में 'हां' या 'ना' में उत्तर देने पडते है।

   जैसे प्रश्न 2 अभाज्य संख्या है

2. अप्रतिबन्धित (open questionnair) -

   यदि x £ N और p≥ □ + 3 तो p का मान होगा ......................

संचयी आलेख

इस आलेख में शैक्षिक प्रगति, उपस्थिति तथ सहगामी क्रियाओं में भाग लेने के बारे में ब्यौरा दिया जाता हैं। इस के द्वारा गणित सम्बन्ध प्रगति की सूचना एकत्रित कर छात्र की अभिरूचि के बारे में जानकारी प्राप्त कर सकते है।

उपरोक्त विधियों के अतिरिक्त छात्र के व्यक्तितत्व को जानने के लिए निम्न विधियां और भी है -

1. व्यक्तिवृत्त (case study)
2. साक्षात्कार (interview)
3. समाजमिति (sociometry)

प्रश्न 1. गणित में निबन्धात्मक प्रश्न किस प्रकार के हो सकते हैं? कोई दो उदाहरण दीजिए।

प्रश्न 2. वस्तुनिष्ठ प्रश्नों के विभिन्न रूपों विवेचना कीजिए।

प्रश्न 3. गुणनखण्ड पर कोई दस 'बहु विकल्पीय रूप' प्रश्नों को बनाइयें

प्रश्न 4. किन किन प्रविधियों द्वारा छात्रों में गुणात्मक विकास का पता लगाया जा सकता है? संक्षेप में लिखिये।

प्रश्न 5. मूल्यांकन कितने प्रकार के होते है? विस्तृत वर्णन करिये

प्रश्न 6. रिक्त स्थान पूर्ति के 10 प्रश्न द्विघात समीकरण इकाई से बनाओं।

## 8.3.0 नैदानिक परीक्षण एवं उपचारात्मक शिक्षण

गणित एक महत्वपूर्ण विषय है, इसके अध्ययन से छात्रों में प्रयोगात्मक मूल्य, सामाजिक मूल्य, नैतिक मूल्य, सौन्दर्यात्मक मूल्य, बौद्धिक मूल्य, अनुषसन मूल्य, सांस्कृतिक मूल्य, आदि का विकास होता है।

गणित की सहायता से भौतिकी, रसायन, जीवविज्ञान, अर्थशास्त्र इत्यादि विषयो का विकास होता है। दैनिक जीवन में भी इसकी आवश्यकता को पग पग पर अनुभव किया जाता है। किसी भी विषय के शोध कार्य को गणित के बिना करना असम्भव तो नहीं, कठिन अवश्य है। ऐसे रोचक विषय को साधारण तथा नीरस माना जाता है। लेकिन यह मत त्रुटिपूर्ण शिक्षण अधिगम प्रक्रिया का प्रतिफल है। और इसी कारण से अधिकतर परीक्षाफल घटिया रहता है। अत: अध्यापक का यह दायित्व बनता है कि यह उन कारणों का पता लगाये जो लक्ष्य प्राप्ति में बाधक बन रहे हों।

इसके पश्चात् उन कारणों के निवारणार्थ उपाय सोचने चाहिए। इस प्रक्रिया से गणित में पिछडे छात्र अन्य सहपाठियों के समकक्ष ही नहीं कभी कभी प्रतिभावान छात्रों की श्रेणी में आ

जाते हैं। नैदानिक परीक्षण सम्पूर्ण प्रक्रिया की एक महत्वपूर्ण कडी है। इसके द्वारा उन क्रियाओं एवं बिन्दुओं को ज्ञात कर सकते है, जहां छात्र ठहर गया है, अर्थात् आगे नहीं बढ पा रहा है।

गणित में पदों, प्रत्ययों, चित्रों तथ्यों के प्राप्त करने के स्तर का पता नैदानिक परीक्षण द्वारा ज्ञात किया जा सकता है। यह तो विदित ही है कि पदों, प्रत्ययों, चित्रों व तथ्यों का बोध कराने में मूर्त, चित्र तथा अमूर्त वस्तुओं का प्रयोग किया जाता है। जैसे कुछ छात्र मूर्त वस्तु में प्रत्ययों का बोध कर सकते हैं, और कुछ चित्रों के द्वारा प्रत्ययों का बोध कर सकते है लेकिन कुछ छात्र ऐसे होते है जो अमूर्त वस्तु से उसी प्रत्यय का सरलता से बोध कर लेते है। नैदानिक परीक्षण से ज्ञात किया जा सकता है कि छात्र किस स्तर पर अवस्थित है। अमूर्त साधन से प्रत्ययों का बोध नहीं कर पाने की स्थिति में छात्रों को चित्रों द्वारा बोध करना पडता है। फिर भी यदि छात्र कठिनाई अनुभव करते है तो मूर्त साधनों के उपयोग करना पडता है। निदानात्मक परीक्षण ही ऐसा माध्यम है जिसके द्वारा यह ज्ञात किया जा सकता है कि छात्र किस स्तर पर है। इसी प्रकार छात्र की किसी प्रकरण में आशानूकूल प्रगति नहीं होती है, तो अध्यापक अवश्य यह जानना चाहता है कि छात्र समस्या के हल में किस चरण पर रूक गया है।

नैदानिक परीक्षण के अतिरिक्त कुछ अन्य विधियों से गणित में प्राप्त कमजोरियों का पता लगाया जा सकता है जिनमें से कुछ निम्न है :-

1. मौखिक कार्यो द्वारा छात्र की कमियों का पता लगा सकते है।
2. छात्रों से साक्षात्कार कर त्रुटियों का पता लगाया जा सकता है।
3. निष्पत्ति परीक्षण के विश्लेषण द्वारा छात्र की कमजोरियों को ज्ञात किया जा सकता है।
4. कक्षा कार्य, गृहकार्य आदि के अवलोकन से छात्र की कमजोरियों का पता लगाया जा सकता है।

अध्यापक विद्यार्थी की कमजोरियों का पता लगाने के पश्चात् संभावित कारणों की परिकल्पना का चयन करते है जैसे -

1. छात्र में गणित सीखने की योग्यता न होना।
2. छात्र का पिछली कक्षा तक के गणित विषय वस्तु पर अधिकार नहीं होना।
3. सीखने में बाधा बन रही विकलांगता से ग्रसित होना।
4. गणित के कालांश में गायब रहना।
5. घर पर पढ़ने की समुचित व्यवस्था नहीं होना।
6. गणित अध्यापक द्वारा छात्रों को हेय दृष्टि से देखना।
7. अध्यापक का गणित शिक्षण को रोचक बनाने मे असमर्थ होना।
8. अध्यापक द्वारा गणित शिक्षण में नवीन विधियों का प्रयोग नहीं करना।
9. आर्थिक दृष्टि से पिछडे होना। जैसे पाठ्य पुस्तक, लेखन सामग्री को नहीं जुटा पाना।

नैदानिक परीक्षण निर्माण के विभिन्न चरण:

प्रथम चरण

(1) कार्य विश्लेषण - कार्य विश्लेषण वह प्रक्रिया है जिसमें किसी लाभ तक पहुंचने के लिये निर्धारित कार्य को 'संचालित-उपकार्य' में बाँट कर उन्हें क्रम में व्यवस्थित किया जाता है।

गणित के किसी प्रकरण का विश्लेषण कर उसमें स्थित सभी प्रत्ययों का वर्गीकरण किया जाता है। तत्पश्चात उन पूर्वावश्यक प्रत्ययों या दक्षताओं की पहचान की जाती है, जो कि अन्तिम लक्ष्य तक पहुंचने के लिए आवश्यक है।

(2) पूर्वावश्यक प्रत्ययों / दक्षताओं को अपेक्षित व्यवहारगत परिवर्तन में लिखा जाता है।

(3) सम्पूर्ण अनुदेशन में शिक्षण और मूल्यांकन इन्हीं अपेक्षित व्यवहारगत परिवर्तन द्वारा निर्देशित करना होता हैं।

(4) अनुदेशन में किसी भी प्रकार के परिवर्तन के लिये सदैव संवेदनशील होना पडता है।

द्वितीय चरण

उपयुक्त अपेक्षित व्यवहार परिवर्तन का चयन करना, निम्नांकित व्यवहारों पर आधारित होना चाहिए:

प्रत्यास्मरण करना, पहचान करना, चयन करना, परिणाम देना, उदाहरण देना, प्रस्तुत करना, वर्गीकरण करना, निर्णय लेना, व्याख्या करना, गणना करना, प्रदर्शन करना, पूर्व कथन देना, प्रयोग करना, इत्यादि।

तृतीय चरण

विषय पर आधारित व्यवहार करना - इस चरण में विषय वस्तु को ध्यान में रखते हुए व्यवहार का चयन करना चाहिए।

चतुर्थ चरण

नैदानिक परीक्षण की रचना करना - प्रत्येक विषय को अपेक्षित व्यवहारगत परिवर्तन में लिखने के पश्चात् प्रत्येक व्यवहार पर पांच से सात प्रश्नों का निर्माण कर परीक्षण तैयार करना चाहिए ताकि, छात्र कहीं अनायास त्रुटि करें तो दूसरे प्रश्न से ज्ञात हो सकता है कि छात्र को वास्तविक बोध है या नहीं।

नैदानिक परीक्षण : एक उदाहरण,

प्रकरण : बीजगणित व्यंजकों का योग

निम्न बीजगणित व्यंजकों का योग करिये। उत्तर बाक्स में लिखिये।

(i) $x+3x=$ ☐ , $5x+7x=$ ☐

$8x+x=$ ☐

$7a+6a=$ ☐ , $7z+4z=$ ☐

(ii) $x+(-3x)=$ ☐ , $4x+(-2x)=$ ☐

$5x+(-5x)=$ ☐ , $6x+(-7x)=$ ☐

$6x+(-4x)=$ ☐

निम्न व्यंजको का योग करिये.

I $(x+3y)$ और $(2x+5y)$

II $(7a+3b)$ और $(7a+7b)$

III $(8y+2x)$ और $(8x+2y)$

I $(x-y)$ और $(x+y)$

II $(2x-y)$ और $(3x+2y)$

III $(2a+b)$ और $(2a-5b)$

IV $(-3a+5b)$ और $(3a-5b)$

V $(3p+5q)$ और $(-3p-4q)$

I $(9xy-5yz)$ और $(3x+5yz)$

II $(6ab-3ac)$ और $(2ab+4ac)$

III $(-3pq+5rs)$ और $(6pq-5rs)$

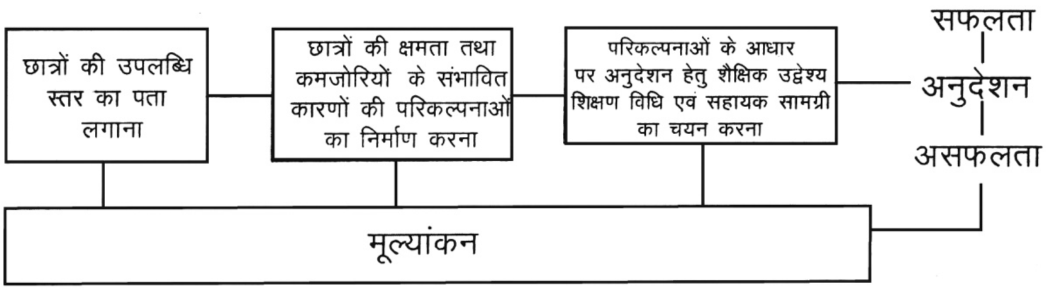
IV $(-xy+6zt)$ और $(3xy-5zt)$

I $(x+3y+z)$ और $(x-3y+z)$

II $(4x+y-z)$ और $(2x-y+4z)$,

III $(-x+y-z)$ और $(2x-y+z)$

IV $(3a+4b-3c)$ और $(-2a-4b-3c)$




I $(x^2+y^2)$ और $(2x^2-5y^2)$

II $(-2z^2+p^2)$ और $(z^2+6p^2)$

III $(6x^2-5y^2)$ और $(5x^2-6y^2)$

IV $(5a^2+5b^2)$ और $(7a^2-5b^2)$

V $(-6a^2+2b^2)$ और $(6a^2+2b^2)$

I $(3x^2+y^2-4z^2)$ और $(4y^2+x^2+z^2)$

II $(2a^2-b^2+6c^2)$ और $(3a^2-6b^2+5c^2)$

III $(2p^2+q^2-5r^2)$ और $(3p^2-6q^2+3r^2)$

IV $(4a^2-b^2-8c^2)$ और $(8a^2+b^2-4c^2)$

# गणित शिक्षण में उपचारात्मक शिक्षण

नैदानिक परीक्षण एवं उपचारात्मक शिक्षण की प्रक्रिया की व्यूह रचना चक्र प्रतिरूप द्वारा प्रदर्षित की जा सकती है।

गणित में उपचारात्मक शिक्षण

उपचारात्मक शिक्षण के लिये अध्यापक को अनवरत सतर्क रहने की आवश्यकता है। उसको गति में पिछडे छात्रों के प्रति सहानूभूति एवं प्रेम रखना चाहिए। छात्रों को समय समय पर मार्ग दर्शन देना चाहिए। यदि छात्र स्वत: अपनी कठिनाईयों को अध्यापक के सामने प्रकट करते हैं तो उन कठिनाईयों को दूर करने से पहले कारणों की खोज करना चाहिए। उसके लिए अन्य विषयों के अध्यापकों से विचार विमर्श करना श्रेयस्कर रहेगा। कभी कभी अभिभावकों से छात्र की दैनिक गतिविधियों के बारे में जानकारी प्राप्त करनी चाहिए। छात्रों के बारे में अभिलेख तैयार कर छात्र के लिए उपचारात्मक शिक्षण की योजना बनानी चाहिए। निम्नलिखित बिन्दुओं पर अध्यापक को विशेष ध्यान देना चाहिए-

1. उपचारात्मक शिक्षण की प्रक्रिया व्यक्तिगत आधार पर छात्र की प्रत्येक कमजोरियों के लिए होनी चाहिए। इसके लिए अभिकमित अनुदेशन, अवबोधकीय कक्षा (Tutorial Classes) आदि की व्यवस्था होनी चाहिए।
2. छात्र की गणित में कमजोरियों पर ही ध्यान केन्द्रित करना उचित है।
3. शारीरिक, पारिवारिक तथा भावनात्मक कारण जो छात्र को सीखने में बाधक बन रहे हों उन्हें दूर करना चाहिए।
4. कमजोरियों को दूर करने के लिए किये गये प्रयासों में समय समय पर परिवर्तन आवश्यक हो तो करने से हिचकिचाहट नहीं करनी चाहिए।
5. परिकल्पनाओं के आधार पर शैक्षिक उद्धेश्यों, शिक्षण विधि तथा सहायक सामग्री का चयन कर अनुमोदन देना चाहिए। अनुदेशन के पश्चात् मूल्यांकन कर समस्त प्रक्रिया में जहां जहां असफलता मिल रही हो, उन बिन्दुओं के लिए चक्र प्रतिफल में दिखाये अनुसार पुन: अनुदेशन की योजना बनानी चाहिए।
6. अध्यापक को ऐसा वातावरण तैयार करना चाहिए ताकि छात्र स्वयं की कमजोरियों को दूर करने में रूचि लेने लग जाये तथा उसके लिए निर्धारित उपचारात्मक शिक्षण योजना में सहयोग देने को तत्पर हो जाये।
7. ऐसी अनुदेशन विधि तथा सहायक सामग्री का चयन करना चाहिए ताकि छात्र की कमजोरियों का निवारण हो जाये, साथ ही उस प्रकरण को जिसमें कमजोरियों का अनुभव कर रहा था, सीखने की जिज्ञासा विकसित हो।
8. कमियों को दूर करने के लिए एकीकृत कार्यक्रम ऐसे बनाने चाहिए ताकि छात्र अपनी कमजोरियों को तो दूर करे पर वह मुख्य धारा से भी जुडा रहे।
9. उपचारात्मक शिक्षण के प्रभाव को देखने के लिए समय समय पर छात्रों का मूल्यांकन करना आवश्यक है।
10. समान कमजोरी वाले छात्रों का समूह बनाकर शिक्षण की व्यवस्था करनी चाहिए।

11. जिस विषय वस्तु में छात्र कमजोरी अनुभव करते हों, उससे सम्बन्धित लघु प्रोजेक्ट्स देने चाहिए। जेसे क्षेत्रफल, आयतन आदि पर प्रोजेक्ट बनाये जा सकते है।

12. गृहकार्य की जांच नियमित तथा निष्ठापूर्वक करनी चाहिए।

प्रश्न 1. गणित शिक्षण में नैदानिक परीक्षण की आवश्यकता क्यों पडती है?

प्रश्न 2. गणित में पिछडे छात्रों के लिये उपचारात्मक शिक्षण का आयोजन कैसे कर सकते है?

प्रश्न 3. गणित के किसी प्रकरण पर निदानात्मक परीक्षण तैयार कीजिए।

## 8.4.0 परीक्षण प्रश्न पत्र निर्माण योजना

'परीक्षण पत्र निर्माण योजना' शिक्षण अधिगम प्रक्रिया में एक महत्वपूर्ण स्थान रखती है। अध्यापक किस सीमा तक शिक्षण उद्धेश्यों को प्राप्त करने में सफल रहा या छात्र कहां तक निर्धारित विशिष्ट उद्धेश्यों की प्राप्ति करने में सफल रहे आदि प्रश्नों का समाधान एक अच्छे परिणाम द्वारा ही सम्भव है।

1. परीक्षण प्रश्न पत्र के निर्माण हेतु चरण

परीक्षण प्रश्न पत्र के निर्माण निम्न चरणों में सम्पन्न किया जाता है :

(1) <u>विषय वस्तु का गहन आध्ययन</u>

परीक्षण-पत्र निर्माण के लिए सर्वप्रथम परीक्षक को विषय वस्तु पर स्वामित्व होना चाहिए। इसके लिये परीक्षक को विषयवस्तु का गहन अध्ययन करना आवश्यक है।

(2) <u>प्राप्य उद्धेश्य की व्याख्या</u>

इस चरण में प्राप्य उद्धेश्यों की व्याख्या करनी आवश्यक है। यह ज्ञात करना होगा कि निर्धारित शैक्षिक उद्धेश्य से सम्बन्धित कौन कौन से विशिष्ट उद्धेश्यों को विषय वस्तु से प्राप्त करना सम्भव है।

(3) <u>पाठ्य वस्तु का विश्लेषण</u>

जिस पाठ्यवस्तु पर परीक्षण पत्र तैयार किया जाना है, उस के प्रकरण, उप प्रकरण के महत्वपूर्ण शिक्षण बिन्दुओं को लिखना तथा प्रत्येक शिक्षण बिन्दु के अन्तर्गत जो प्रत्यय, सिद्धान्त, तथ्य, पद हो उनकी सूची तैयार करनी होती है।

(4) <u>उप प्रकरणों हेतु अंक निर्धारण</u>

इस चरण में बोर्ड अथवा विभाग को निर्देशानुसार प्रत्येक उप प्रकरण के लिए अंक निर्धारित किये जाते है।

(5) परीक्षण के लिए प्रश्नों का रूप

अन्तिम चरण में यह निर्धारित किया जाता है कि प्रश्नों के कौन कौन से रूप परीक्षण प्रश्न पत्र में रखे जाने चाहिए तथा प्रत्येक रूप के लिए अंक कितने कितने होंगे। यह ध्यान रहे कि परीक्षण पत्र में प्रश्नों के भिन्न भिन्न रूप हो सकते हैं
किन्तु यह आवश्यक नहीं है कि सभी रूप के प्रश्न परीक्षण पत्र में हो।

2. उपरोक्त सभी बिन्दुओं को एक साथ ध्यान में रखते हुए निम्न नील पत्र को नमूने के लिये निम्न पदों में तैयार किया गया है

अधिकतम अंक - 50 समय - 3 घंटे

प्रथम पद

पांच इकाइयों के लिए प्रश्नों का निर्धारण

| | इकाई | अंक |
|---|---|---|
| उप इकाई | I | 13 |
| उप इकाई | II | 10 |
| उप इकाई | III | 15 |
| उप इकाई | IV | 12 |
| | योग :- | 50 |

द्वितीय पद

शैक्षिक उद्धेश्यों के लिए अंको का निर्धारण

| शैक्षिक उद्धेश्य | अंक प्रतिशत | अंक |
|---|---|---|
| 1. ज्ञानात्मक | 40% | 20 |

प्रश्नों की संख्या और अनुमानित समय का ब्यौरा

| प्रश्नों का प्रकार | प्रश्नों की संख्या | कुल अंक | अनुमानित समय (मिनट में) |
|---|---|---|---|
| | | प्रश्न की संख्या ग अंक | प्रश्न की संख्या x मिनट |
| (1) निबन्धनात्मक | 2 | (2) x 6=12 | (2) x 30=60 |
| लघु उत्तरीय | 6 | (6) x 3=18 | (6) x 15=90 |
| वस्तुनिष्ठ | 20 | (20) x 1=20 | (20) x 1 ½ =30 |

| | | |
|---|---|---|
| 2. अवबोधात्मक | 30% | 15 |
| 3. अनुप्रयोगात्मक | 26% | 13 |
| 4. कौशलात्मक | 40% | 2 |
| | योग - | 50 |

3. तृतीय पद

प्रश्नों के लिए अंको का निर्धारण

| प्रश्नों के प्रकार | अंक प्रतिशत | अंक |
|---|---|---|
| 1. निबन्धात्मक (E) | 24% | 12 |
| 2. लघुउतारीय (S) | 36% | 18 |
| 3. वस्तुनिष्ठ (O) | 40% | 20 |
| | योग :- | 50 |

### चतुर्थ पद

यदि परीक्षण प्रश्न पत्र नीलपत्र के अनुसार निर्मित किया जाये तो यह निश्चित रूप से सन्तुलित होगा। एक और लाभ यह भी होगा कि अध्यापक प्रश्नों के चुनाव में सावधानी बरतेगा।

प्रश्न 1. नीलपत्र की रचना की आवश्यकता क्यों है?

प्रश्न 2. परीक्षण पत्र निर्धारण हेतु चरणों की व्याख्या कीजिए।

प्रश्न 3. किसी प्रकरण के परीक्षण हेतु नीलपत्र तैयार कीजिए।

| शिक्षण उद्देश्य / प्रश्नों के प्रकार / विषय वस्तु उप इकाई | ज्ञानात्मक | | | अवबोध | | | अनुप्रयोगात्मक | | | कौशलात्मक | | | कुल अंक | विवरण |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | E | S | O | E | S | O | E | S | O | E | S | O | | |
| उप इकाई I (13) | 1 (6) | 1 (3) | 1 (3) | | | 2 (1) | | | 2 (1) | | | | 13 | कुल प्रश्नों की संख्या (अंक)=कुल प्रश्न(अंक) |
| उप इकाई II (10) | | 1 (3) | | | | 2 (1) | | | 2 (1) | | | 1(1) | 10 | कुल प्रश्नों की संख्या (अंक)=कुल प्रश्न(अंक) |
| उप इकाई III (15) | | 1 (3) | | | | 2 (1) | | 1 (3) | | | | 1(1) | 15 | कुल प्रश्नों की संख्या (अंक)=कुल प्रश्न(अंक) |
| उप इकाई IV (12) | | | | | | | | 1 (3) | 3 (1) | | | | 12 | कुल प्रश्नों की संख्या (अंक)=कुल प्रश्न(अंक) |
| सर्वयोग | 1(6) | 3 (3) | 5 (1) | 1 (6) | 1 (3) | 6 (1) | | 2 (3) | 7 (1) | | | 2(1) | 50 | कुल प्रश्नों की संख्या (अंक)=कुल प्रश्न(अंक) |

## 8.5.0 गणितीय अभिवृति (Mathematical Attitude) तथा तार्किक गणितीय बुद्धि Logical Mathematical intelligence नापने के उपकरण

विद्यार्थी को गणितीय अभिवृति, रूचि तथा तार्किक-गणितीय बुद्धि नापने के लिए परीक्षण तैयार किऐ जाने चाहिए। बालक की तार्किक बुद्धि स्तर का पता करने से शिक्षण में सरलता हो जाती है। अभी तक भारत वर्ष में तार्किक गणितीय बुद्धि मापनी निर्मित नहीं की गई है। सामान्य बुद्धि परीक्षण उपकरण से ही बालक की जाँच की जाती है। नई शोध के आधार पर तार्किक-गणितीय बुद्धि का पता लगाया जा चुका है जिस पर अभी तक हमारा ध्यान नहीं गया है। तार्किक-गणितीय बुद्धि बहु-बुद्धियों (Multi intelligence) में से एक प्रमुख व विशेष बुद्धि है जो गणित सीखने में सहायक होती है

## 8.6.0 प्रश्न बैंक (Question Bank)

प्रश्न बैंक का प्रतिपादन प्रश्न पत्रों में पायी जाने वाली कमियों या प्रश्न पत्र निर्माण में होनें वाली कठिनाइयों को दूर करने के लिए किया गया। इस की आवश्यकता का अनुभव निम्न कारणों से हुआ : -

(1) यह सर्व विदित हैं कि एक ओर परीक्षक के पास समय का अभाव रहता है और दूसरों ओर प्रश्न निर्माण में बहुत समय की आवश्यकता रहती है। इसके साथ ही उन अध्यापकों को प्रश्न-पत्र निर्माण के लिये कहा जाता है जिन को उस प्रश्न पत्र को पढ़ाते का अनुभव कम होता है।

(2) कभी कभी प्रश्न पत्र की भाषा अस्पष्ट, सन्देहास्पद होती है। कभी कभी प्रश्न में दोहरे अर्थ लिए हुए वाक्य होते है।

(3) कभी कभी प्रश्नों का चुनाव वांछित उद्धेश्य पर आधारित नहीं हो पाता है।

(4) प्रश्न पत्र निर्माण में चाहते हुए भी सभी गणित अध्यापकों का सहयोग लेना सम्भव नहीं हो जाता है।

प्रश्न पत्र की अवधारणा

(1) प्रश्न बैंक के निर्माण में सभी विषयाध्यापकों का अधिक से अधिक सहयोग लिया जा सकता है।

(2) यदि सभी विद्यालयों में आन्तरिक मूल्यांकन योजना लागू होती है तो प्रश्न बैंक प्रश्न पत्रों में एकरूपता लाने का औचित्य स्थापित होता है।

(3) सभी अध्यापकों का मस्तिष्क एक बैंक ही हैं किन्तु वैयक्तिक भिन्नता के कारण प्रश्न अलग अलग विशेषता लिए होते हैं। उन्हीं विशेषता लिये प्रश्नों को एकत्रित कर उन्हें समस्त विषयाध्यापकों को उपलब्ध कराये जा सकते है।

प्रश्न बैंक निर्माण हेतु प्रक्रिया

(1) भिन्न भिन्न इकाइयों के विशेषज्ञों का समुचित सहयोग लिया जाता है।

(2) गणित अध्यापकों को आमन्त्रित कर विषय वस्तु को इकाईयों में विभक्त करवाया जाता है तथा प्रत्येक इकाई के लिये प्रश्नों की संख्या निर्धारित की जाती है।

(3) कुछ विशेषज्ञों की सहायता से चुने गये प्रश्नों का परिनिरीक्षण (Scrutinize ) करवाया जाता है।

(4) प्रति वर्ष प्रश्न बैंक के प्रश्नों को पुनर्विलोकन (revised) कराया जाता है और उनमें आवश्यक सुधार किये जाते हैं तथा अन्य महत्वपूर्ण प्रश्नों के सम्मिलित किये जाते है।

(5) प्रत्येक शिक्षा बोर्ड की प्रश्न बैंक, उसके पाठ्यवस्तु उद्देश्य आदि पर निर्भर करती है। अर्थात सभी शिक्षा बोर्ड को अपना अलग अलग प्रश्न बैंक का निर्माण करना होता है।

(6) अन्त में प्रश्न बैंक के प्रश्नों का पूर्व परीक्षण (try out) किया जाता है।

प्रश्न बैंक में होने बाली कठिनाइयां तथा उनका निवारण

1. गणित में प्रश्न अधिक नहीं होनें से प्रश्न बैंक समृद्ध नहीं हो सकती है। लेकिन इसके लिये प्रश्नों के रूप को यथावत रखते हुए उनमें कुछ परिवर्तन कर नये प्रश्न बनाये जा सकते हैं जैसे को इ से प्रतिस्थापित कर या प्रश्नों में दी गई संख्याओं को बदलकर दूसरे प्रश्न बनाये जा सकते है।
2. प्रश्न बैंक में सभी विशिष्ट प्रश्न (typical questions) को समायोजित नहीं कर पाते हैं अत: प्रश्न बैंक से बाहर लगभग 25% प्रश्नों को प्रश्न पत्र में समावेश करने की स्वतन्त्रता होनी चाहिए।
3. बाजार में प्रश्न बैंक के आधार पर 'गाइड' आदि उपलब्ध हो जाती है। इस प्रकार की पुस्तिकाओं के चलन को रोकने के लिए प्रश्नों को कार्ड पर छपवाकर छात्रों से सर्वसंभाविक रीति (random selection) से चयन करवा लेना चाहिए। अन्य उपयों मे सतत् पुनर्विलोकन करवाकर गाईड के चलन को रोका जा सकता है।
4. यदि प्रश्न समस्यात्मक हो साथ ही उनमें परिवर्तन तथा परिवर्धन होता रहे तो परीक्षा में नकल करने की प्रवृत्ति कम की जा सकती है।

प्रश्न 1. प्रश्न बैंक का प्रतिपादन क्यों करना आवश्यक है?

प्रश्न 2. प्रश्न बैंक के निर्माण हेतु प्रक्रिया बताइये।

## 8.7.0 खुली पुस्तक परीक्षा प्रणाली

वृहत् स्तर पर होने वाली धोखाधडी एवं परीक्षा में अनुचित साधनों का उपयोग, वर्तमान परीक्षा प्रणाली में परिवर्तन हेतु बाध्य करती हैं। इसके लिये खुली पुस्तक प्रणाली को अपनाना उपयुक्त होगा। सन् 1857 से लागू परीक्षा प्रणाली को जांचा परखा जाना आवश्यक है। आज भी वर्तमान परीक्षा प्रणाली ठोस धरातल पर अवस्थित है, जिसमें कोई त्रुटि नहीं है। वास्तव में हम 'खुली पुस्तक परीक्षा प्रणाली' की ओर उन्मुख होना चाहते हैं तो इसका मुख्य कारण प्रशासनिक कमजोरियां एवं कठिनाइयां हैं जो वर्तमान परीक्षा प्रणाली के संचालन में बाधक बन रही है। दूसरा प्रमुख कारण यह भी है कि आज का शिक्षक एवं शिक्षार्थी वर्तमान शिक्षा को परीक्षा केन्द्रित मानता है।

वर्तमान परीक्षा प्रणाली में छात्रों को अपनी स्मृति के आधार पर निबन्धात्मक शैली में प्रश्नों के उत्तर देने होते हैं प्रत्येक छात्र अपनी अपनी स्मरण शक्ति एवं लेखन कला के अनुसार परीक्षा देता है जिनके उत्तर विभिन्न प्रकार के होते है। इससे मूल्यांकन में विभेद होता है परन्तु किसी भी विद्‌यार्थी के बौद्धिक विकास को जांचने के लिये यह पद्धति परम्‌ आवश्यक हैं, क्योकि नये नये विचारों का उद्भव निबन्धात्मक प्रश्नों द्‌वारा ही सम्भव है।

खुली पुस्तक परीक्षा वर्तमान परीक्षा प्रणाली से पूर्ण अलग है। इसमें संदर्भ पुस्तकें, पत्र पत्रिकायें आदि को परीक्षार्थी परीक्षा भवन में अपने साथ ले जाते हैं और वे प्रश्नों के उत्तर, पुस्तकों की सहायता से देने में स्वतंत्र होते है। परीक्षार्थियों को अलग-अलग प्रश्न दिये जाते है।

खुली पुस्तक परीक्षा प्रणाली के निम्न लाभ हैं

(1) वर्तमान परीक्षा प्रणाली के सभी रूप यथा निबन्धात्मक प्रश्न, लघुउत्तरीय प्रश्न एवं वस्तुनिष्ठ प्रश्न आदि खुली हुई पुस्तक प्रणाली' में सम्मिलित हो सकते हैं।

(2) तथ्यों को याद करने मे कम समय नष्ट होता है। इसके विपरीत खुली पुस्तक प्रणाली से समस्या समाधान की आदत पड़ती है एवं तर्क शक्ति के विकास के लिए अवसर मिलता है।

(3) भय एवं भावनात्मक रूकावटें कम हो जाती है।

(4) परीक्षा में अवांछित क्रियायें समाप्त होती है।

(5) इस प्रणाली में विद्‌यार्थी की अभिवृत्ति का मापन सरल होता है।

(6) अन्य विद्‌यार्थियों के नोट्‌स की नकल करने की प्रवृत्ति कम होती है।

(7) परीक्षा भवन में पुस्तकों का उपयोग करने से विद्‌यार्थियों में नैतिक जिम्मेदारियों को वहन करने की क्षमता का विकास होता है।

खुली पुस्तक परीक्षा प्रणाली की कुछ निम्न सीमायें भी हैं

(1) छात्रों में अध्ययन की प्रवृत्तियां कम हो सकती है।

(2) इस प्रणाली में कृत्रिम ज्ञान को प्रोत्साहन मिलता है।

(3) सन्दर्भ पुस्तकों का संकलन करना सहज नहीं है।

(4) शिक्षक शिक्षण में लापरवाही बरत सकता है।

(5) किसी प्रत्यय या तथ्य को समझने की कला को प्राप्त करने के प्रयासों को निरूत्साहित करती है।

प्रश्न 1. खुली पुस्तक परीक्षा प्रणाली की अवधारणा को स्पष्ट कीजिए।

प्रश्न 2. खुली पुस्तक प्रणाली के क्या लाभ है? विस्तृत चर्चा कीजिए।

## 8.8.0 सारांश

मूल्यांकन एक अनवरत प्रक्रिया है। मूल्यांकन से शिक्षण विधियों तथा सहायक सामग्री की उत्कृष्टता के बारे में निष्कर्ष निकाला जा सकता है तथा शिक्षक और छात्रों की सामर्थ्य तथा कमजोरियों के बारे में अन्वेषण कई प्रविधियों द्‌वारा किया जा सकता है। इस इकाई में उसके बारे में विस्तृत चर्चा की गई है।

इसके अतिरिक्त शिक्षक को परीक्षण पत्र निर्माण, प्रश्न बैंक तथा खुली पुस्तक परीक्षा के संगठन, उपयोग व सीमाओं की व्याख्या की गई है।

## 8.9.0 मूल्यांकन प्रश्न

1. मूल्यांकन की अवधारणा व परिभाषा लिखिये।
   Write down the concept and definition of evaluation.
2. अच्छे मूल्यांकन की कौन-कौन सी विशेषतायें है?
   What are the characteristics of good evaluation
3. मूल्यांकन के कौन-कौन से प्रकार है? प्रत्येक को उदाहरण सहित स्पष्ट करें।
   What are the type of evaluation? Explain each with examples
4. निदानात्मक परीक्षण तथा उपचारात्मक शिक्षण से क्या तात्पर्य है?
   What do you mean by diagnostic evaluation and remedial teaching?
5. 10वीं कक्षा के लिए बीजगणित में एक प्रश्न पत्र कैसे तैयार करोंगे।
   How will you prepare an examination paper for $10^{th}$ class students in algerbra.
6. माध्यमिक शिक्षा के स्तर के लिए गणित का एक प्रश्न बैंक कैसे तैयार करोंगे?
   How will you prepare a question bank of Mathematics at secondary level education?
7. खुली पुस्तक परीक्षा से क्या अभिप्राय है, इसके क्या लाभ है और क्या सीमायें है?
   What do you mean by open book examination? What are its uses and limitations?
8. 10वीं कक्षा के लिए रेखा गणित पर एक प्रश्न पत्र निर्माण के लिए नील पत्र तैयार करिये।
   Prepare a blue print to counstrect a question paper on geometry for $10^{th}$ class.

## 8.9.0 संदर्भ पुस्तकें


1. Arun Kumar Gupta: (1973) Open Book Exhibition in India, Eductional Quarterly
2. Glenn Myers Blair: (1964) Diagnostic & Remedial Teaching. The Mc Millan Company NY.
3. H.S.Singla: (1974) Modern Educational Testing Sterling Publisher Pvt. Ltd. New Delhi.

4. Norman E Gronland; (1976) A Measurement & Evaluation in Teaching. Mc Millan, London.
5. Remmers Gage. Rummel (1967) A Practical Introuction measurement & Evaluation, Universal Book Stall, Delhi.
6. Richard W Capeland; (1974) How Children Learn Mathematics, Collier Mc Millan International Editions, London.
7. V. Natrajan S.P.Kulshestha; (1983) Evaluation Methodology & Examination Reforms J.K.company Dehra Dun

# इकाई - 9

# गणित में अनुदेशात्मक सामग्री का निर्माण
# (Development of instructional material in Mathematics)

**इकाई संरचना**

9.1.0 प्रस्तावना
9.2.0 पाठ्यपुस्तक की अवधारणा एवं उपयोगिता
9.3.0 गणित की पुस्तक को तैयार करने के मापदण्ड
9.4.0 गणित की पाठ्यपुस्तक की विशेषताएं एवं गुण
9.5.0 पाठ्यपुस्तक का मूल्यांकन
9.5.1 मूल्यांकन का प्रोफार्मा
9.6.0 सारांश
9.7.0 मूल्यांकन प्रश्न
9.8.0 संदर्भ पुस्तके

इकाई पढने के बाद छात्र

1. पाठ्यपुस्तक की अवधारणा को स्पष्ट कर सकेंगे।
2. पाठ्यपुस्तक को तैयार करने के लिए मानदण्डों का प्रत्यास्मरण कर सकेंगे।
3. भविष्य में पाठ्यपुस्तक तैयार करने में समक्ष हो सकेंगे।
4. पाठ्यपुस्तक की विशेषता तथा गुणों की विवेचना कर सकेंगे।
5. पाठ्यपुस्तक के मूल्यांकन हेतु अपनाये जाने वाले बिन्दुओं का प्रत्यास्मरण कर सकेंगें।

## 9.1.0 प्रस्तावना

वर्तमान में अधिकांशतः गणित शिक्षा पाठ्यपुस्तकों पर केन्द्रित है। शायद ही कोई शिक्षक या विषय पाठ्य पुस्तकों से परे जाना चाहता हैं, क्योकि ये पाठ्य पुस्तकें पाठ्यविषय और परीक्षा पद्धति पर आधारित होती है। फलस्वरूप पाठ्य पुस्तकों की रचना सर्वश्रेष्ठ होनी चाहिए।

गणित के अध्यापक को पाठ्य पुस्तक का मूल्यांकन करना जानना चाहिए जिससे वह अच्छा पुस्तक का चयन कर सके तथा गणित की पुस्तक लिख भी सके।

## 9.2.0 पाठ्यपुस्तक की अवधारणा एवं उपयोगिता

<u>9.2.1 अवधारणा</u>

पाठ्य पुस्तक को निम्न प्रकार से परिभाषित किया गया है

1) "A text book is a tool of teaching for the teacher and a resource material for the learners to learn"

1) पाठ्य पुस्तक अध्यापक के लिए शिक्षण का एक उपकरण और विद्यार्थी के लिए सीखने (अधिगम) की संसाधन सामग्री है।

2) एक पाठ्य पुस्तक विवरण अथवा सूचना मात्र ही नहीं बल्कि विचार और सम्प्रेषण का सामान्य माध्यम है।

2) "A text book is not only a reporting or information but it is also a general medium of thought and communication"

पाठ्य पुस्तक शिक्षा के उद्धेश्यों को प्राप्त करने का साधन है। इसमें विषय वस्तु को कक्षा विशेष के लिए व्यवस्थित किया जाता है। प्रत्येक प्रकरण से सम्बन्धित प्रत्ययों की व्याख्या की जाती है उन पर आधारित उदाहरण एवं अभ्यास के लिए प्रश्न दिये जाते हैं। छात्रों को क्रियाकलापों के लिए मार्गदर्शन दिया जाता है।

9.2.2 पाठ्यपुस्तक की आवश्यकता / उपयोगिता

गणित पाठ्य पुस्तक की आवश्यकता तथा उपयोगिता अध्यापक तथा विद्यार्थी दोनों के लिए है।

1. पाठ्यपुस्तक छात्रों एवं शिक्षकों के लिए उत्कृष्ट संदर्भ सामग्री है।
2. यह पाठ्य वस्तु का विस्तारित रूप है। यह नये-नये अध्यापकों के लिए निर्देश पुस्तक का कार्य करती है।
3. गणित की पुस्तक छात्रों को गणित में अधिक सीखने की स्व: प्रेरणा देती है।
4. इससे शिक्षण के लिए प्रयुक्त होने वाली भिन्न भिन्न विधियों को जानने का अवसर मिलता है।
5. पाठ्यपुस्तक वैयक्तिक अनुदेशन का अवसर देती है।
6. इससे आवश्यक अधिगम सामग्री आसानी से उपलब्ध होती है।
7. पाठ्यपुस्तक में उपयुक्त, सही व अभिनव पाठ्य वस्तु का समावेश होता है।
8. उचित लेखाचित्र, आकृति, आरेख बने होने से प्रत्ययों तथ्यों आदि को बोधगम्य, सरलता से किया जा सकता है।
9. यह छात्रों की क्षमता एवं योग्यता को ध्यान में रखकर लिखी जाती है।
10. इसमें विषय वस्तु का संगठन तार्किक क्रम में होता हैं जिससे अध्ययन एवं अध्यापन सुगम हो जाते है।
11. गणित अध्यापक को पाठ्य पुस्तक के आधार पर कार्य योजना तैयार करने में सुविधा मिल जाती है।
12. पाठ्यपुस्तक की सहायता से अभ्यास कार्य तथा गृहकार्य करने में अध्यापक तथा विद्यार्थी दोनों को सुविधा रहती है।
13. पाठ्य पुस्तक के द्वारा विद्यार्थी घर आकर अपने पाठ की पुनरावृति कर सकता है जिससे गणित जैसा कठिन विषय आसान हो जाता है।
14. कक्षा में शिक्षण के समय विद्यार्थी द्वारा की गई त्रुटियों को पाठ्य पुस्तक की सहायता से वह घर पर सही कर सकता है।

15. गणित पाठ्य पुस्तक से विद्यार्थी में स्व: शिक्षा का दृष्टिकोण उत्पन्न होता है। उसे स्वाध्याय की आदत बनती है जो गणित अध्ययन के लिए अति आवश्यक है।

## 9.3.0 गणित की पाठ्यपुस्तक को तैयार करने के मानदण्ड

### 9.3.1 उपयोगिता का मानदण्ड

पाठ्यक्रम पुस्तक उपयोगी होनी चाहिए। उसमें समाहित ज्ञान अधिकांशतया जीवन के हर पहलू पर आधारित होना चाहिए। उसको स्थानीय आवश्यकताओं एवं परिवेश को ध्यान में रखकर तैयार करना चाहिए। साथ ही भावी आवश्यकताओं पर आधारित प्रत्यय, समस्यायें, प्रश्न आदि परिलक्षित होने चाहिए। ऐसे प्रश्न उसमें सम्मिलित नहीं होने चाहिए जिनसे छात्र का कोमल मस्तिष्क दूषित हो जाये और न ही समाज में व्याप्त बुराइयों को उजागर करने वाले।

### 9.3.2 निर्धारित पाठ्य-वस्तु को समाहित करना

पाठ्यपुस्तक की रचना करते समय इस बात का ध्यान रखना चाहिए कि पाठ्यपुस्तक बोर्ड द्वारा निर्धारित पाठ्यवस्तु पर आधारित हो। पाठ्यपुस्तक में ऐसे प्रकरण को सम्मिलित नहीं करना चाहिए जो बोर्ड द्वारा निर्धारित नहीं किये गये हों, चाहे वे कितने ही उपयोगी अथवा महत्वपूर्ण हो। लेकिन पाठ्य वस्तु से सम्बन्धित उन आधारभूत सिद्धान्तों, प्रत्ययों, तथ्यों, चित्रों आदि को समाहित करने चाहिये जो महत्वपूर्ण हों।

### 9.3.3 विषय वस्तु विन्यास (Content arrangement)

प्रत्येक प्रकरण की प्रस्तावना बहुत सशक्त होनी चाहिए ताकि छात्रों में प्रकरण को सीखने की अनायास ही जिज्ञासा उत्पन्न हो जाये। विषय वस्तु का विकास क्रमबद्ध एवं व्यवस्थित होना चाहिए। प्रत्येक अध्याय के प्रारम्भ में प्रत्ययों की व्याख्या (concept) बहुत सरल एवं स्पष्ट भाषा में करनी चाहिए। उसके पश्चात् प्रत्येक शिक्षण बिन्दु से सम्बन्धित कुछ उदाहरण देकर प्रश्नावली देनी चाहिए। प्रश्नावलियों का क्रम सरल से कठिन होना चाहिए। प्रश्नावलियों में प्रतीकात्मक प्रश्नों के साथ संकेत दिया जा सकता है। यदि कोई प्रश्न परीक्षा में पूछा गया हो तो उसका विवरण कोष्ठक में देना अच्छा रहता है। यह भी ध्यान रहे कि प्रत्येक प्रत्यय से संबंधित प्रश्न, प्रश्नावली में होने चाहिए। प्रत्येक प्रश्नावली में प्रश्नों की संख्या उपलब्ध समय, विद्यार्थियों का स्तर और आयु और प्रकरण के महत्व पर निर्भर करनी चाहिए। गणित की कुछ समस्याये अध्याय के अन्त में ऐसे भी दी जाना चाहिए जिससे प्रतिभाशाली विद्यार्थी को आकर्षित किया जा सके।

### 9.3.4. मनोवैज्ञानिक पक्ष

छात्रों के संज्ञानात्मक विकास को ध्यान में रखते हुए पाठ्यपुस्तक तैयार करनी चाहिए। छात्रों की वर्तमान व भावी आवश्यकता, रूचि, क्षमता, विषय की विशेषताओं के साथ सह सम्बन्ध स्थापित करना आवश्यक है। उदाहरण के लिए जब विद्यार्थियों में तार्किक चिन्तन का विकास हो तभी रेखागणित की प्रमेयों की उपपत्ति सैद्धान्तिक विधि से सिखाना चाहिए। प्याज़े के अनुसार छोटी कक्षाओं के छात्रों में तार्किक चिन्तन विकसित नहीं होता है इसलिए उन्हें प्रमेयों को प्रायोगिक विधि से सिद्ध करना सिखाया जाना चाहिए।

छात्र चित्र, दृष्टान्त आदि से शीघ्रता से सीखते है। अत: पुस्तक में अधिकाधिक दृष्टान्त एवं चित्र देने चाहिए। इससे विषय वस्तु स्पष्ट तो होगी ही पर साथ ही साथ गणित के प्रति

छात्रों में रूचि भी बढ़ेगी। गणित सीखने के चिन्तनशील प्रवृति (Reflective attitude) होना आवश्यक है। तार्किक गणित बुद्धि होनी चाहिए। (Logical mathematical intelligence)

9.3.5 पाठ्यपुस्तक में अन्य विषयों के साथ सह सम्बन्ध बनाये रखना

गणित कई विषयों की जननी मानी जाती है। अत: पाठ्यपुस्तक में अन्य विषयों से सह सम्बन्ध बनाया जाय तो विषय रोचक हो जाता है। विज्ञान से सम्बन्धित समस्याओं का पाठ्यपुस्तक में समाहित करने से गणित की समस्या हल करने का बोध तो होता ही है साथ ही विज्ञान में छात्र की रूचि बनी रहती है। इससे सम्बन्धित प्रत्यय अधिक स्पष्ट हो जाते हैं। उदाहरण के लिए भौतिकी में ओम का नियम $V = IR$ पर आधारित प्रश्न गणित पाठ्यपुस्तक में रखे जा सकते है। लेकिन यह ध्यान रहे कि जिस विषय की विषय वस्तु पर आधारित प्रश्न गणित पुस्तक में समाहित किये जा रहे हों, वह विषय वस्तु उसी कक्षा के पाठ्यक्रम में होने चाहिए। इस प्रकार का एकीकृत रूप पुस्तक में होगा तो पुस्तक आदर्श कहलायी जा सकती है।

9.3.6 पुस्तक का आकार एवं छपाई

गणित पाठ्य पुस्तक का आकार व उसमें छपे हुए अक्षरों का आकार कक्षा स्तर पर निर्भर करता है। इसलिए छोटी कक्षाओं में पुस्तक का आकार व अक्षर बडे होने चाहिए। उच्च कक्षाओं के लिए पाठ्यपुस्तक का आकार व अक्षर अपेक्षाकृत छोटी कक्षाओं से छोटे होने चाहिए।

9.3.7 पाठ्यपुस्तक की भाषा

पाठ्यपुस्तक यथा सम्भव राष्ट्रीय भाषा तथा मातृ भाषा में लिखनी चाहिए क्योंकि विद्यार्थी प्रत्ययों, सिद्धान्तों, प्रश्नों आदि का बोध राष्ट्रीय भाषा में शीघ्र तथा सही कर सकते हैं। पाठ्यपुस्तक में कठिन शब्दों का प्रयोग यथा सम्भव नहीं करना चाहिए। यदि कहीं आवश्यक हो तो उनके साथ ही कोष्ठक में उनके समतुल्य अंग्रेजी या सरल शब्द लिख देना उचित होगा। एक अच्छी पाठ्यपुस्तक में भाषा सरल, सही, संक्षिप्त और निश्चित होनी चाहिए। वर्तनी त्रुटि तथा विषय वस्तु को त्रुटि नहीं होनी चाहिए।

9.3.8 बोर्ड द्वारा निर्धारित पाठ्य वस्तु पर आधारित पाठ्य पुस्तक

बोर्ड द्वारा निर्धारित पाठ्यवस्तु ही पुस्तक रचना का आधार होना चाहिए। बोर्ड के अनुसार बीजगणित, रेखागणित, अंकगणित, त्रिकोणमिति आदि के लिये जितने अंक निश्चित किये गये हों उसी के अनुसार पुस्तक में उनका स्थान होना चाहिए ।

9.3.9 गणित पाठ्य पुस्तक में क्रिया कलापों का स्थान -

पाठ्य पुस्तक में उचित स्थानीय क्रिया कलानो के लिये सुझाव देने चाहिए। इससे छात्र “करो और सीखो” के सिद्धान्त की पालना करते हुए बहुत से प्रकरण सरलता से सीख सकते है। उदाहरण के लिए प्रकरण 'क्षेत्रफल' में छात्रों को कमरों का क्षेत्रफल ज्ञात करने का कार्य दिया जा सकता है। इसी प्रकार पुस्तक में बैंक, पोस्ट ऑफिस आदि से सम्बन्धित ब्याज, चक्रवृद्धि ब्याज की गणना करने के लिए सुझाव दे सकते है। फिल्ड बुक में खेतों की नाप तथा उनका क्षेत्रफल ज्ञात करने के लिये कार्य दिया जा सकते है। त्रिकोणमिति में पेडो व पहाडों की ऊँचाई ज्ञात करने के कार्य दिए जा सकते है। प्रयोग शाला का उपयोग सच ज्ञात करने में किया जाना चाहिए। लघु शोध प्रोजेक्ट की समस्याओं का उल्लेख होना चाहिए।

9.3.10 पाठ्य पुस्तक में महत्वपूर्ण समस्याओं का समावेष

गणित शिक्षण में विद्यार्थी को जीवन के लिए तैयार किया जाता है। इसी विचार को ध्यान में रखते हुए पाठ्यपुस्तक में जीवन से सम्बन्धित समस्याओं का समावेष करना चाहिए। प्रश्नों का चयन करते समय इस बात का ध्यान रखना चाहिए कि विद्यार्थी को आगे चलकर प्रतिस्पर्धा परीक्षाओं के लिए भी तैयारी करनी होती है। अत: उनके परीक्षाओं के स्तर के प्रश्न प्रश्नावलियों में रखे जाने चाहिए। प्रतिस्पर्धा परीक्षाओं के कठिन प्रश्न / समस्याये गणित की पाठ्य पुस्तक में होनें चाहिए। गणित की पुस्तक को प्रतिभावान तथा मन्द बुद्धि बालक को ध्यान रखकर लिखना चाहिए चुनौतीपूर्ण समस्याओं को पुस्तक मे स्थान मिलना चाहिए।

## 9.4.0 गणित की पाठ्य पुस्तक की विशेषताएं एवं गुण

गणित की अच्छी पाठ्य पुस्तक की निम्नलिखित विशेषताये एवं गुण होते है।

1. पाठ्य पुस्तक बोर्ड द्वारा निर्धारित पाठ्यकम के आधार पर योग्य व अनुभवी शिक्षक द्वारा लिखी होनी चाहिए।
2. पाठ्यपुस्तक का शीर्षक छोटा एवं अर्थपूर्ण होना चाहिए।
3. पाठ्य पुस्तक का आवरण सुन्दर व आकर्षित करने वाला होना चाहिए।
4. इसका कागज मजबूत व सुन्दर होना चाहिए
5. पुस्तक में मुद्रण स्पष्ट होना चाहिए। अक्षरों का आकार कक्षा स्तर के अनूकूल होना चाहिए।
6. मुद्रण सम्बन्धी दोष नहीं होने चाहिए।
7. पुस्तक मे चित्र आकर्षक एवं रंगीन होने चाहिए।
8. पुस्तक मे गणितज्ञों के कार्य स्वभाव व रोचक घटनाओं का वर्णन किया जाना चाहिए जिससे विद्यार्थियों पर धनात्मक प्रभाव पड सके।
9. मुद्रण में पाठ्य वस्तु सम्बन्धी अशुद्धियां तथा अक्षर या अंक लुप्त नहीं होनें चाहिए।
10. पुस्तक के प्रारम्भ में भूमिका, विषय सूची होनी चाहिए।
11. पाठ्य पुस्तक में गणित शिक्षक के निर्धारित उदेश्यों की प्राप्ति होनी चाहिए।
12. पाठ्य पुस्तक प्रखर, साधारण व पिछडे विद्यार्थियों की आवश्यकता को ध्यान में रखकर लिखी जानी चाहिए।
13. पाठ्य पुस्तक में अभ्यास हेतु प्रश्नों का ऐसा क्रम होना चाहिए जिससे छात्रों का नैनिक विकास हो सकें।
14. पाठ्य पुस्तक जीवन व समाज की वर्तमान व भविष्य की आवश्यकताओं को ध्यान में रखकर लिखना चाहिए।
15. पुस्तक में पर्यावरण को समुचित स्थान देना चाहिए।
16. पाठ्य पुस्तक को प्रत्येक इकाई की प्रस्तावना बहुत प्रभावशाली होनी चाहिए।
17. सरल से कठिन की ओर सिद्धान्त का ध्यान रखते हुए प्रत्यय पर आधारित या अभ्यास माला के पूर्व उपयुक्त संख्या में उदाहरण देने चाहिए।

18. प्रत्येक अभ्यास माला में प्रश्नों को सरल से कठिन की ओर सिद्धान्त का ध्यान रखते हुए क्रम में लिखना चाहिए।
19. जो प्रश्न बोर्ड या विश्वविद्यालय की परीक्षा में आये हों उन प्रश्नों के आगे उस वर्ष को अंकित करना उपयुक्त रहेगा।
20. प्रत्येक अध्याय में जहां-जहां मुख्य प्रत्यय, तथ्य, परिभाषा, सूत्र इत्यादि को ब्लॉक में लिखना चाहिए।
21. अभ्यास में कठिन प्रश्नों के लिए संक्षिप्त में संकेत देना चाहिए।
22. पाठ्य पुस्तक में गणित शिक्षण की मुख्य मुख्य विधियों का उपयोग प्रकरणानुसार करना चाहिए जैसे खोज विधि, आगमन-निगमन विधि, समस्या विधि।
23. पाठ्य पुस्तक में प्रयुक्त होनें वाले चित्र, ग्राफ, आरेख इत्यादि स्पष्ट होने चाहिए। उन्हें नामांकित करना भी आवश्यक है।
24. प्रत्येक अध्याय के अन्त में वस्तुनिष्ठ प्रश्न, ज्ञान, अवबोध, प्रयोग, कौशल आदि पर आधारित होनें चाहिए।
25. यह भी आवश्यक है कि उत्तर माला प्रत्येक अध्याय या इकाई के अनत में देनी चाहिए।
26. उत्तर त्रुटि रहित होने चाहिए।
27. पुस्तक में छात्रों के लिए प्रयोजना अधि न्यास आदि का उल्लेख, उनका क्षमता तथा रात्रि के अनुसार करना चाहिए।
28. पुस्तक में मुख्य, मुख्य बिन्दुओं को मोटे टाइप में लिखा जाना चाहिए।
29. पुस्तक में प्रत्येक इकाई के अन्त में सन्दर्भ पुस्तकों की सूची होनी चाहिए।
30. गणित की पुस्तक में मौखिक गणित का भी स्थान होना चाहिए।
31. अन्त में तकनीकी शब्दावली का भी परिशिष्ट देना चाहिए।
32. पुस्तक में योजना, नवाचार, अधि न्यास (assignment) गणित सम्बन्धी प्रयोग तथा गणित पर शैक्षिक गतिविधियों, गणित अभ्यास तथा कठिन समस्याये होनी चाहिए जिससे पाठ्यपुस्तक रोचक व समृद्ध बन सके।
33. समस्याये अधिकतर वास्तविक व सामाजिक परिस्थिति के अनुरूप होनी चाहिए जिससे विद्यार्थी जीवन कौशल का विकास हो सके।

## 9.5.0 पाठ्यपुस्तक का मूल्यांकन

## 9.6.0 गणित पुस्तक के मूल्यांकन हेतु प्रोफार्मा

1. पुस्तक का नाम ______________________
2. भाषा जिसमें पुस्तक लिखी गई ______________________
3. कक्षा ______________________
4. विषय ______________________

अ) प्रश्न पत्र ______________________

5. लेखक ______________________

6. प्रकाशक ______________________

7. प्रकाशन का वर्ष ______________________

8. संस्करण ______________________

निर्देश : प्रत्येक पद को तीन बिन्दु पैमाना (three point scale) पर मूल्यांकन करें।

(1)अच्छी (2)संतोषजनक (3)निकट

1. भौतिक पहलू

| क्र.सं. | मद | रेटिंग | विशेष विवरण |
|---|---|---|---|
| 1.1 | पुस्तक का आकार | | |
| 1.2 | पुस्तक को सहजता से काम में ले सकना | | |
| 1.3 | आवरण पृष्टि की मोटाई एवं टिकाऊपन | | |
| 1.4 | आवरण की डिजाइन का आकर्षण | | |
| 1.5 | छापाई की क्वालिटी / गुणवत्ता | | |
| 1.6 | अक्षरों के आकार की समुचितता | | |
| 1.7 | कागज की गुणवत्ता | | |

2. विषय वस्तु

| | | | |
|---|---|---|---|
| 2.1 | निर्धारित पाठ्यक्रम अनुसार विषय वस्तु | | |
| 2.2 | विषय-वस्तु की सार्थकता | | |
| 2.3 | दक्षताओं की क्रमबद्धता एवं एकीकृतता | | |
| 2.4 | निर्धारित विषय की बोधगम्यता | | |
| 2.5 | विषय वस्तु की शुद्धता | | |
| 2.6 | सीखने वाले के स्तर के अनुरूप भाषा का स्तर | | |
| 2.7 | छात्र के अनुभव एवं उसके पर्यावरण से सम्बन्धित होना | | |

| क्र.सं. | मद | रेटिंग | विशेष विवरण |
|---|---|---|---|
| 2.8 | अंको के लिए अन्तर्राष्ट्रीय प्रतीकों का उपयोग | | |
| 2.9 | पुस्तक मे पर्याप्त क्रियाओं का समावेष | | |
| 2.10 | पुस्तक मे पर्याप्त दृष्टान्त की उपलब्धता | | |
| 2.11 | पुस्तक चित्र, रेखाचित्र, छायाचित्र, सूची का समावेष | | |
| 2.12 | पुस्तक में मौखिक गणित का स्थान | | |

3. प्रस्तुतीकरण

| | | | |
|---|---|---|---|
| 3.1 | पुस्तक में क्रमबद्धता | | |
| 3.2 | प्रत्ययों से संबंधित अनुक्रियाओं का होना | | |
| 3.3 | विषय वस्तु एवं सामान्य बातों के बीच समुचित संदर्भ एवं निरन्तरता। | | |
| 3.4 | विषय वस्तु के अनुरूप दृश्य सामग्री से तालमेल | | |
| 3.5 | उदाहरणों का क्रम में प्रस्तुतीकरण | | |
| 3.6 | अभ्यास प्रश्नावलियों के उत्तरमाला का प्रावधान | | |
| 3.7 | प्रत्येक इकाई से सम्बन्धित समीक्षात्मक प्रश्नावली उपलब्ध होना | | |
| 3.8 | विषय सूची का पुस्तक में समावेष होना | | |
| 3.9 | पुस्तक के अनत में तकनीकी शब्दावली व परिशिष्ट दिया होना | | |

## 9.7.0 सारांश

इस इकाई के अन्तर्गत पाठ्य पुस्तक की अवधारण एवं उपयोगिता की विस्तृत विवेचना की गई है। इसके साथ ही एक उत्कृष्ट पुस्तक को तैयार करने में सावधानियों, पुस्तक की विशेषताओं तथा उसके अपेक्षित गुण आदि की व्याख्या की गई है। अन्त में एक गणित पाठ्य पुस्तक के मूल्यांकन हेतु विभिन्न महत्वपूर्ण बिन्दुओं को दृष्टि में रखते हुए "प्रोफार्म" दिया गया है।

## 9.8.0 मूल्यांकन प्रश्न

1. एक अच्छी गणित पाठ्य पुस्तक में कौने कौन से गुण होने चाहिए?
   What are the charactersties of a good mathematics?
2. पाठ्य पुस्तक के मूल्यांकन हेतु कौन कौन से बिन्दु लेने चाहिए?
   What points should be theft in mind to evaluate a mathematics text book?
3. गणित शिक्षण में पाठ्य पुस्तक की क्या उपयोगिता है? गणित की पाठ्य पुस्तक के चयन हेतु आप किन-किन बातों का ध्यान रखोगे?
   What is utility of mathematics text book? What will you keep in minds to select a mathematics text book?
4. माध्यमिक शिक्षा बोर्ड, राजस्थान द्वारा स्वीकृत 10वीं कक्षा की गणित पाठ्य पुस्तक की मूल्यांकन रिपोर्ट लिखिये।
   Write down an evaluation report of mathematics text book of 10th class pre-scribed by Board of Secondary Education Rajasthan.
5. निम्नलिखित पर संक्षित टिप्पणी लिखिए

I अच्छी गणित पाठ्य पुस्तक की विशेषताएँ

II गणित शिक्षण में पाठ्य पुस्तक का महत्व

III गणित शिक्षण के लिए अच्छी पाठ्य पुस्तक का चयन

IV गणित की किसी एक वर्तमान पाठ्य पुस्तक की समीक्षा

Write down short notes on the following topics:

I Characterties of a good mathematics.

II Importance of the text book in teaching mathematics

III Selection of a good mathematics

IV Review of any one mathematics text book used presently.

## 9.7.0 संदर्भ पुस्तके


1. अग्रवाल तथा रावत, गणित शिक्षण, विनोद पुस्तक मन्दिर, आगरा, 1992
2. Butler & Wrem : The Teaching of Secondary mathematics, Mc Graw Hill, 1960, New York.
3. Singh Kulbir : The Teaching of Mathematics, Sterling Publishers Pvt. Ltd, Delhi 1988
4. एस. एल. जैन, गणित शिक्षण, राजस्थान हिन्दी ग्रन्थ अकादमी- जयपुर 1992
5. एस. के. मंगल साधारण गणित शिक्षण, आर्य बुक डिपों, दिल्ली 1977

# इकाई- 10

# गणित की शिक्षण सहायक सामग्री का निर्माण एवं मूल्यांकन (Mathematics teaching aids, its prepration and evaluation)

**इकाई संरचना**


10.1.0 प्रस्तावना

10.2.0 गणित में शिक्षण सहायक सामग्री का महत्व

10.3.0 शिक्षण सामग्री के प्रकार

10.4.0 मुख्य शिक्षण सामग्री का संक्षिप्त वर्णन

10.5.0 गणित सामग्री का निर्माण एवं मूल्यांकन

10.6.0 सारांश

10.7.0 मूल्यांकन प्रश्न

10.8.0 संदर्भ पुस्तके


अध्याय पढ़ने के बाद छात्र

1. उचित शिक्षण सामग्री का चयन कर सकेंगे।
2. शिक्षण सामग्री के महत्व की विवेचना कर सकेंगे।
3. शिक्षण सामग्री की व्याख्या कर सकेंगे।
4. कुछ शिक्षण सामग्री तैयार कर सकेंगे।
5. शिक्षण सामग्री का संग्रहालय बना सकेंगे।

## 10.1.0 प्रस्तावना

उद्देश्य से परिपूर्ण भली प्रकार से लिखित, मौखिक दृष्टांत एवं प्रोजेक्ट आलेख या कोई भी द्वि-विमा (Two-dimensional) त्रि-विमा (Three-Dimensional) वस्तुएं या जो शिक्षण कार्य को सहज बनाती हैं उन्हें शिक्षण सहायक सामग्री कहते है। ऐसे सभी साधनों को जो गणित शिक्षक को उसके शिक्षण उद्देश्यों को प्राप्त करने में सहायता प्रदान करते है, सहायक साधक सामग्री कहते है।

शिक्षण सामग्री को श्रव्य-दृश्य सामग्री भी कहते है। यह शिक्षण के लिए साधक हैं। इनसे शिक्षण उन्नत एवं परिष्कृत होता हैं। शोध से पता चलता है कि छात्र 80% ज्ञान देखने व सुनने से प्राप्त करता है तथा इससे 20% अधिक निष्पति होती है। साथ ही छात्र विषय वस्तु को 38: अधिक स्मृति में रख सकते है।

## 10.2.0 गणित में शिक्षण सहायक सामग्री का महत्व

1. सहायक सामग्री अध्यापक के गणित शिक्षण के कार्य को सजीव बनाती है।

2. इससे विद्यार्थी में गणित के प्रति रूचि बनी रहती है तथा वे पाठ के विकास में भागीदार बनते है।
3. उपयुक्त शिक्षण सामग्री से गणित के (mathematical concepts) प्रत्ययों, उद्धेश्यों आदि को स्पष्ट करने में सहायक होती। है।
4. शिक्षण सामग्री से छात्र अधिगम को अधिक समय तक स्मृति में रख सकते है।
5. इनके माध्यम से अमूर्त (abstract) को समझाने में अध्यापक को कठिनाई नहीं होती।
6. शिक्षण सामग्री से छात्र स्वयं में क्रियाशील, चिन्तनशील बनने की आदी हो जाता है।
7. ये भाषा सम्बन्धी अड़चने भी दूर करती है। जैसे कहा गया है कि एक चित्र एक हजार शब्द के बराबर होता है।
8. छात्र की मानसिक एवं शारीरिक क्रियायें सक्रिय रहती है तथा उससे अधिगम (learning) के लिए अभिप्रेरणा मिलती है।
9. गणित शिक्षण में सहायक साधनों के प्रयोग से विद्यार्थी में वैज्ञानिक दृष्टिकोण का विकास होता है।
10. गणित अध्यापक तथा विद्यार्थी, दोनों ही सक्रिय रूप से विचारों तथा अनुभवों का आदान-प्रदान करते हैं, इससे शिक्षण प्रभावशाली होता है।
11. सहायक सामग्री के अनुप्रयोग से विद्यार्थियों को गणित शुष्क, नीरस तथा काल्पनिक नहीं प्रतीत होता। गणित शिक्षण सहायक सामग्री के प्रयोग से रूचिकर बन जाता है।
12. शिक्षण के सामान्य सिद्धान्तों के अनुकूल गणित विषय बन जाता है। इसके उपयोग से सरल से कठिन करके सीखने (learning by doing), ज्ञात से अज्ञात, विशिष्ट से सामान्यकरण तथा मूर्त से अमूर्त जैसे मुख्य शिक्षण सूत्रों के कारण विद्यार्थियों में गणित अधिगम अधिक टिकाऊ हो जाता है।
13. निम्नलिखित फ्लो चार्ट (flow chart) से स्पष्ट है कि सहायक सामग्री से छात्रों में किस प्रकार विचारों और प्रत्ययों का उद्भव होता है :-

सहायक

छात्र की ज्ञानेन्द्रियों का उद्दीपन

छात्र में वेदन एवं अवबोधन उत्पन्न होता है

छात्र प्रत्यक्षीकरण करता है

छात्र में विचार तथा प्रत्यय उदभव होते हैं

प्रश्न 1. शिक्षण सहायक सामग्री का गणित शिक्षण में क्या महत्व है ?

प्रश्न 2. शिक्षण सहायक सामग्री से क्या अभिप्राय है?

## 10.3.0 शिक्षण सामग्री के प्रकार:

शिक्षण सामग्री को चार प्रमुख भागों में बांटा गया है।

(अ) दृश्य (ब) श्रव्य (स) श्रव्य-दृश्य (द) क्रियात्मक

1. दृश्य सामग्री (1) श्याम पट्ट

| | | |
|---|---|---|
| | (visual) | (2) चार्ट |
| | | (3) रेखाचित्र |
| | | (4) प्रतिमूर्ति (Model) |
| | | (5) ग्राफ |
| | | (6) चित्र विस्तारक यंत्र |
| | | (7) फिल्म स्ट्रिप |
| | | (8) फ्लेनल ग्राफ |
| | | (9) बुलेटिन बोर्ड |
| | | (10) क्यूजिनीयर रॉड्स |
| 2. | श्रव्य सामग्री | (1) रेडिया |
| | (Audio) | (2) ग्रामोफोन |
| | | (3) टेपरिकार्डर |
| 3. | श्रव्य-दृश्य सामग्री | (1) फिल्मस, ध्वनि चलचित्र |
| | (Audio-Visual) | (2) दूरदर्शन |
| 4. | क्रियात्मक शिक्षण | |
| | सामग्री | (1) संग्रहालय |
| | (Working) | (2) भ्रमण |
| | | (3) गणित प्रयोगशाला तथा शैक्षिक गतिविधियाँ |
| | | (4) गणित के खेल तथा पहेलियां (Mathematical games and riddles) |
| | | (5) गणित प्रदर्शनी |

प्रश्न - गणित की शिक्षण सामग्री कितने प्रकार की होती है?

## 10.4.0 प्रमुख शिक्षण सामग्री व्याख्या

### 10.4.1 श्याम पट्ट (Chalk Board)

श्याम पट्ट का आकार आयताकार होता है, साधारणतया इसकी लम्बाई 72" व चौडाई 48" होती है। यह लकडी अथवा सीमेंट अथवा घिसे हुए कांच का बना होता है। आजकल प्राय: उन्हें हरे रंग का बनाया जाते है। फलस्वरूप श्यामपट्ट को आजकल चॉक पट्ट कहा जाता है।

चॉक पट्ट से छात्रों का ध्यान आकर्षित किया जा सकता है। इस पर प्रश्नों को हल करने की क्रिया, चित्र बनाने की क्रिया होती है। यह सबसे सस्ती शिक्षण सामग्री है। इससे समय की बचत होती है।

<u>चॉकपट्ट पर काम करते समय कुछ ध्यान देने योग्य बाते -</u>

1. चॉकपट्ट पर लिखे आंकडे 2½” x 2½” आकार के होने चाहिए।
2. पट्ट पर चित्र या रेखाचित्र आदि को बनाने के लिए रंगीन चॉक का उपयोग करना चाहिए। विशेषकर ज्यामिति पढाते समय रंगीन चॉक का प्रयोग करना अधिक प्रभावशाली होता है।

3. चॉक पट्ट पर मूल पाठ से सम्बन्धित ही बातों को दिखाना उचित है।
4. शिक्षक को कक्षा छोडते समय चॉक पट्ट साफ करना चाहिए।
5. चॉक पट्ट को कक्षा में ऐसे स्थान पर रखना चाहिए जहां से प्रत्येक छात्र को चॉक पट्ट पर लिखी बाते स्पष्ट दिखाई दे।
6. चॉक पट्ट पर लिखते समय बोलना नहीं चाहिए, अगर शिक्षक बोलकर लिखता है तो, छात्र श्यामपट्ट पर लिखित बातों पर ध्यान नहीं देगा, बल्कि शिक्षक जो बोल रहा है उसी को लिख लेगा, ऐसा करने से कई बाते छूट सकती है और वह गलत लिख सकता है।
7. चॉक पट्ट पर कार्य करते समय संकेत दण्ड (pointer) का प्रयोग करना चाहिए।
8. विद्यार्थियों को चॉकपट्ट पर प्रश्नों को हल करने या किसी ज्यामितीय आकृति की रचना का अवसर देना चाहिए। इससे छात्र पाठ में रूचि लेंगे व कक्षा में सदैव सतर्क रहेंगे। सफलतापूर्वक काम करने में उनमें आत्मविश्वास एवं गर्व की अनुभूति होंगी। इस क्रिया से उन विद्यार्थियों पर अंकुश लगेगा जो गृहकार्य को स्वयं नहीं करते।

10.4.2 फलेनल बोर्ड

36” x 48” के एक प्लाईवुड के तख्ते पर इतने ही नाप के फलेनल कपडे को खींचकर लगाया जाता है।

चार्ट, चित्र, रेखाचित्र आदि के पीछे की तरफ गोंद से सेन्ड पेपर चिपकाये जाते है। सेण्डपेपर के कारण चित्र, चार्ट, रेखाचित्र आदि फलेनल बोर्ड पर चिपक सकते है, इनके उपयोग से आवश्यकतानुसार छात्रों का प्रत्यय, तथ्य आदि का ज्ञान दिया जा सकता है।

10.4.3 गणित संग्रहालय / प्रयोगशाला

संग्रहालय गणित शिक्षण का एक सरल उपागम है। गणित शिक्षक अलग ज्यामितीय आकार की वस्तुओं के मॉडल जैसे गोला, बेलन, शंकु इत्यादि, अन्तर्राष्ट्रीय, भारतीय गणितज्ञों की जीवनी एवं उनके चित्र, मुख्य प्रकरणों पर अभिक्रमित अनुदेशन, प्रश्न बैंक, जांच पत्र (मनोवैज्ञानिक), गणित से सम्बन्धित चार्ट्स फिल्मस- मूक तथा चलचित्र, स्लाइड्स, चित्र दर्शक, चित्र विस्तारक यंत्र, बुलेटिन बोर्ड, गणित से सम्बन्धित चित्र, गणित से सम्बन्धित समस्यायें, आयतन, लम्बाई आदि के नापने के साधन आदि को संग्रहित कर सकता है।

10.4.3 रेडियो तथा दूरदर्शन

गणित शिक्षण में इनका प्रभावशाली उपयोग हो सकता है। UGC NCERT द्वारा समय समय पर प्रसारित होने वाले कार्यक्रमों से छात्रों को लाभ पहुचाया जा सकता है। रेडियो से छात्रों की मनोमूर्ति शक्ति का विकास होता है। दूरदर्शन व रेडियो से उच्च कोटि के शिक्षको द्वारा दिये गए व्याख्यानों को अधिक से अधिक छात्रों तक पहुंचाया जा सकता है।

10.4.5 फिल्म स्ट्रिप प्रदर्शक (Film strip projector)

इस यंत्र का उपयोग करने में, किसी प्रकरण से सम्बन्धित 15-20 स्लाइड्स को 16 अथवा 35 मिलीमीटर की फोटोग्राफी फिल्म पर उतार लिया जाता है। इसे फिल्म स्ट्रिप कहते है।

10.4.6 चित्र विस्तारक यंत्र (Epidiascope)

इस यंत्र द्वारा आकृतियों, मानचित्रों, पुस्तक के पृष्ठ इत्यादि को बडा करके पर्दे पर दिखाया जाता है। जब कोई अध्यापक किन्हीं आकृतियों को चॉक पट्ट पर नहीं बना पाता तो चित्र विस्तारक यंत्र का प्रयोग किया जा सकता है।

10.4.7 चार्ट

चार्ट किसी भी विद्यालय में सुगमता से उपलब्ध होने वाली सहायक सामग्री है। इसके द्वारा जो चित्र, आरेख शीघ्रता से नहीं खींचे जा सकते है, उन्हें पहले ही चार्ट पर लिया जाता है, इसमें समय और धम कम खर्च होता है, इसको शिक्षक स्वयं भी बना सकता है अथवा छात्रों की सहायता से बना सकता है। चार्ट की सहायता से विभिन्न त्रिभुज, आयत, वृत्त के क्षेत्रफल की सूत्र, फील्ड बुक, बीज गणितीय सूत्र आदि को भली भांति प्रदर्षित किया जा सकता है। भिन्न भिन्न गणितज्ञों की जीवनी पर चार्ट बनाये जा सकते है। समुच्चय सिद्धान्त पर चार्ट बनाये जा सकते है।

एक अच्छे चार्ट की विशेषताऐं

1. चार्ट रंगीन व आकर्षक होनें चाहिए लेकिन अधिक तडकीले-भडकीले नहीं होनें चाहिए।
2. चार्ट एक ही उद्धेश्य के लिए बने होने चाहिए।
3. चार्ट में प्रकरण से सम्बन्धित पहलुओं को प्रदर्षित करना चाहिए।
4. चार्ट कक्षा के आकार के अनुसार होना चाहिए।
5. चार्ट पर किसी प्रकार की त्रुटि नहीं होनी चाहिए।

10.4.8 बुलेटिन बोर्ड

बुलेटिन बोर्ड एक अच्छा शैक्षिक माध्यम है जिसके द्वारा छात्रों में गणित में नवीन ज्ञान, रूचि, जिज्ञासा, जागृति पैदा की जा सकती है। अध्यापक एवं विद्यार्थी द्वारा बुलेटिन बोर्ड पर सप्ताह में एक बार क्विज, पहेली, लेख को सुचारु रूप से प्रदर्षित किये जाते है।

बुलेटिन बोर्ड का संचालन छात्रों द्वारा किया जाना चाहिए, जिससे इस क्रिया में गति बनी रहे। बुलेटिन बोर्ड पर प्रदर्षित की जाने वाली सामग्री, अल्प समयावधि या दीर्घ समयावधि की हो सकती है। दीर्घ समयावधि में गणित के नवीन प्रकरण के ज्ञान को देना हो तो उसको कई उप इकाईयों में विभाजित कर उनको क्रमबद्ध रूप में प्रदर्षित करते हैं। लेकिन लघु समयावधि में प्रदर्षित सामग्री, क्विज, समस्या इत्यादि हो सकती है।

10.4.9 कम्प्यूटर

कम्प्यूटर्स सशक्त शिक्षण सामग्री है। इससे एनीमेटे प्रोग्राम की सहायता से रेखा गणित के प्रत्ययों को सरलता से समझाया जा सकता है। छात्र भी स्वयं अपने हल में, त्रुटि का पता लगा सकते हैं एवं अपने उत्तरों की पुष्टि कर सकते है।

प्रश्न 1. गणित पढाने में कौन कौन सी शिक्षण सामग्री का उपयोग किया जाता है? उल्लेख कीजिए।

प्रश्न 2. चार्ट किन किन प्रकरणों पर बनाये जा सकते है ? चार्ट बनाते समय किन किन बातों का ध्यान रखना चाहिए?

प्रश्न 3. गणित शिक्षण में बुलेटिन बोर्ड की क्यों आवश्यकता है?

प्रश्न 4. चॉक पट्ट पर लिखते समय किन बातों का ध्यान रखना चाहिए?

## 10.5.0 गणित सामग्री का निर्माण एवं मूल्यांकन

गणित शिक्षक को कम मूल्य की स्व.निर्मित शिक्षण सामग्री का निर्माण करना चाहिए जिनका उपयोग गणित के विभिन्न अवधारणाओं, तथ्यों नियमों तथा गणित के कौशलों के उचित उपलब्धि हेतु काम में लाया जा सके। ऐसी बहु त सी बेकार समझी जाने वाली वस्तुऐ घर से पडौस से तथा आस पास से उपलब्ध की जा सकती है जिनकी सहायता से गणित के शिक्षण अधिगमों मे प्रयुक्त सामग्री तैयार की जा सके। विद्यार्थियों की सहायता से विभिन्न प्रकार की स्थूल वस्तुऐं जैसे माचिस की तीलियाँ, कंकड पत्थर, डिब्बे अंटिया (काँच की), नदियों व पहाडों से विभिन्न प्रकार के छोटे पत्थर, ईटें, गमले, खिलौने, गेंदे, बाक्स, छंडियाँ डिब्बे अनाज के दाने आदि को एकत्र किया जा सकता है। इन्हें गणित के विभिन्न तथ्यों नियमों गणित की संक्रियों को पढाने में सरलता हो जाती है। पुराने छातो के तारों पुरानी भजन मालाओं से एबेकस का निर्माण किया जा सकता है। जो बालकों को गिनती, जोड बाकी, गुणा, भाग आदि सामान्य संक्रियों के शिक्षण में उपयोग सिद्ध होते है।

गणित को सहायक सामग्री निर्माण हेतु थर्मोकोल गत्ते के बाक्स लकडी के बाक्स इत्यादि का प्रयोग किया जा सकता है।

वृत, शंकू, बेलन, आयत फलको पेरामिड गोला त्रिमूज चतुभूज आदि को विभिन्न आकृतियाँ घर की बेकार पडी वस्तुओं से बनाई जा सकती है।

कॉनिक सेक्शन (Conic Section) वृत परवलय दीर्घवृत आदि गणित शिक्षण के लिए बनाये जा सकते है। मेट्रिक्स प्रायकिता समुच्चय सिद्धान्त के शिक्षण लिए ताश ,पैसे, घन आदि का उपयोग किया जा सकता है। गणित की किसी पद्धति के गुणधर्मो जैसे क्रमविनिमेयता, साहचर्या, बंटन, तत्समक, विलोम तार्किक गणित के नियम आदि एवं फलन के परिचय के लिए साधारण घर की वस्तुये लेकर शिक्षण सामग्री तैयार कर सकते है। सामग्री निर्माण में उचित उपकरणों का उपयोग करना चाहिए जिससे अच्छी शिक्षण सामग्री निर्मित हो सके।

गणित की शिक्षण सामग्री का मूल्यांकन

गणित की शिक्षण सामग्री का मूल्यांकन निम्नांकित बिन्दुओं के आधार पर किया जा सकता है।

1. गणित की शिक्षण सामग्री के किसी प्रकरण के लिए उपयोगी होना चाहिए।
2. कक्षानुसार विषय के स्पष्टीकरण में सहायक होनी चाहिए।
3. शिक्षण सामग्री स्वच्छ एवं उसका कक्षानुसार होना चाहिए।
4. शिक्षण सामग्री सस्ती तथा स्व- निर्मित होनी चाहिए।
5. शिक्षण सामग्री के भागों के नाम स्पष्ट रूप से लिखे होने चाहिए।
6. गणित सामग्री के भागों का अनुपात समुचित एवं यथार्तिक होना चाहिए।

7. लिखाई व आकार ऐसा होना चाहिए जिससे पीछे बैठे विद्यार्थियों को स्पष्ट दिखाई दे सके।
8. गणित शिक्षण सामग्री का मॉडल क्रियात्मक हो तो सर्वोतम है।
9. गणित को शिक्षण सामग्री सुदृढ़ होनी चाहिए जिससे अध्यापक आसानी से विषय वस्तु प्रस्तुतिकरण में उपयोग कर सके।
10. दीर्घायु होनी चाहिए जिससे उसका उपयोग कई वर्ष के लिए गणित अध्यापक द्वारा किया जा सके।
11. गणित की शिक्षण सामग्री आकर्षक, रंगीन एवं सौन्दर्य बोधक होनी चाहिए।

## 10.6.0 सारांश

प्रस्तुत अध्याय में गणित शिक्षण में शिक्षण सामग्री के महत्व का वर्णन किया गया है। शिक्षण सामग्री के प्रकार तथा प्रमुख शिक्षण सामग्री जैसे कम्प्यूटर्स, चॉक बोर्ड, रेडियो व दूरदर्शन, फलेनलबोर्ड, फिल्मस स्ट्रिप, चार्ट तथा मॉडल के सम्बन्ध में बनाया गया है कि वे गणित शिक्षण में उपयोग किये जाते है। गणित शिक्षण सहायक सामग्री के उपयोग रोचक एवं सरल बन जाता है। गणित का संग्रहालय तथा प्रयोगशाला आधुनिक गणित के लिए अत्यन्त आवश्यक हो गया है।

## 10.7.0 मूल्यांकन प्रश्न

1. शिक्षण सामग्री से क्या तात्पर्य है? यह कितने प्रकार की होती है?

   What do you mean by teaching aids? How many kinds of teaching aids do you know?
2. गणित शिक्षण में शिक्षण सामग्री का क्या महत्व है?

   What is importance of teaching aids in teaching mathematics?
3. कम्प्यूटर क्या है? गणित के शिक्षण अधिगम में कम्प्यूटर के अनुप्रयोग की विस्तार से चर्चा कीजिए -

   What is computer? Describe the application of computer in teaching-learning of mathematics.
4. गणित की सहायक सामग्री का निर्माण कैसे करते है? उसका मूल्यांकन किस आधार पर करोगे?

   How is teaching aid of mathematics prepared? What are the basis of its evaluation?

## 10.8.0 संदर्भ पुस्तके


1. अग्रवाल तथा रावत, (1992) गणित शिक्षण, विनोद पुस्तक मन्दिर, आगरा
2. Batler & Wran - (1960) The Teaching of Secondery Mathematics, Mc Graw Hills

3. Copeland, R.W.(1974) How Children Learn Mathematics, Collier Mac Millan International Education London,
4. एस. के. मंगल, (2005) साधारण गणित शिक्षण, आर्य बुक डिपो दिल्ली

# इकाई -11

# अच्छे गणित शिक्षक के गुण, उसकी समस्यायें तथा समाधान

# (Quality of Mathematics teachers, his problems & solutions)

**इकाई संरचना**

11.1.0 प्रस्तावना
11.2.0 गणित शिक्षक के गुण
11.3.0 गणित अध्यापक द्वारा प्रदत्त समस्या एवं निराकरण
11.4.0 सारांश
11.5.0 मूल्यांकन प्रश्न
11.6.0 संदर्भ पुस्तके

इकाई पढ़ने के बाद छात्र

1. गणित अध्यापकों के गुण की विवेचना कर सकेंगें।
2. अध्यापक द्वारा प्रदत्त समस्याओं का उल्लेख कर सकेंगे।
3. अच्छे अध्यापक बनने का प्रयास कर सकेंगे।

## 11.1.0 प्रस्तावना

प्रजातन्त्र में शिक्षण को अन्त: प्रक्रिया माना जाता है। शिक्षक तथा छात्रों के मध्य शाब्दिक तथा अशाब्दिक अन्त: प्रक्रिया होती है। अत: गणित शिक्षक का स्थान एक मित्र के समान होना चाहिए। शिक्षक को शिक्षण में ऐसी परिस्थितियों की व्यवस्था करनी चाहिए जिसमें कोई रिक्त स्थान ओर किसी प्रकार की कठिनाइयां न हों। ऐसे वातावरण में छात्र गणित सीखने के लिए तत्पर हो जाता है और तभी शिक्षक और छात्रों के बीच सुचारू अन्त: क्रिया प्रारम्भ होती है। इसके लिए सफल शिक्षक में निम्न गुण होने चाहिए। गणित अध्यापन में धनात्मक व नैतिक सोच होगी तो विद्यार्थियो पर अच्छा प्रभाव पड़ेगा।

## 11.2.0 गणित शिक्षक के गुण

<u>11.2.1 गणित शिक्षक के सामान्य गुण</u>

11.2.1.1 अध्ययनशील- जिस प्रकार एक प्रज्जवलित दीपक ही दूसरे दीपक को प्रज्जवलित कर सकता हैं उसी प्रकार एक अध्ययनशील अध्यापक ही छात्रों को अध्ययनशील रहने की प्रेरणा दे सकता है। अत: अध्यापक को हमेशा अध्ययनशील होना चाहिए अर्थात् उन्हें अध्ययन की ओर तत्परता से उन्मुख होना चाहिए।

गणित हमारे दैनिक जीवन में प्रतिदिन प्रतिक्षण सहायता प्रदान करती है। अत: गणित अध्यापक को गणित शिक्षण की नई नई विधियों को सीखने की जिज्ञासा होनी चाहिए। उन्हें

गणित की समस्याओं को भिन्न भिन्न प्रकार से हल करने की क्षमता स्वयं में विकसित करनी चाहिए। गणित में हो रही नित्य प्रति नई नई खोजों को जानने की इच्छा होनी चाहिए जिनसे उनके गणित सम्बन्धी ज्ञान की वृद्धि हो सकती है। उन्हें गोष्ठी, कार्यशाला, आदि में भाग लेकर अपने ज्ञान की वृद्धि हेतु प्रयासरत रहना चाहिए। एक जिज्ञासु अध्यापक की तरह उन्हें क्रियात्मक अनुसंधान के द्वारा भी अपने ज्ञान को बढ़ाते रहना चाहिए।

11.2.1.2 प्रशिक्षित शिक्षक - शिक्षक को शिक्षा के लिए स्वयं को प्रशिक्षित होना तो आवश्यक है ही, साथ ही नवीन विधियों, नवीस सहायक सामग्री पाठ्यक्रम की रचना, मूल्यांकन की नई नई प्रविधियों इत्यादि की जानकारी के लिए पेपर रीडिंग, सेमीनार, गोष्ठियां, कार्यशालाओं, आदि में समय समय पर भाग लेते रहना चाहिए। इससे उनका शिक्षण न केवल परिमार्जित तथा परिवृद्धित होगा बल्कि पल्लवित, पुष्पित शिक्षण रूपी बगीचे में ज्ञान रूपी फलों का सृजन होगा। अंत में इस प्रकार के शिक्षक ही प्रगतिशील कहलाने के अधिकारी होंगे।

11.2.1.3 भाषा पर अधिकार - गणित शिक्षक की भाषा पर भी अच्छा वर्चस्व होना चाहिए। उसे गणित विषय में आने वाले सभी शब्दों तथा प्रत्ययों का अर्थ एवं उसका समुचित उपयोग आना चाहिए, तभी वह समस्या को समझकर छात्रों को भी समझा सकेगा। चिन्हो को भाषा, गणित के प्रतीकों का ज्ञान चाहिए।

11.2.1.4 गणित विषय पर एकाधिकार - एक सफल शिक्षक को अपने विषय पर एकाधिकार होना चाहिए। गणित शिक्षक को भी अपने विषय पर पूर्ण अधिकार अपेक्षित है। उसे गणित प्रत्येक भाग, विभाग का ज्ञान उच्च स्तर का होना आवश्यक हे ताकि इह विभिन्न प्रत्ययों, तथ्यों आदि की अभिव्यक्ति अच्छी तरह से कर सके। परिणामस्वरूप छात्रों को विषय वस्तु को समझने में कठिनाई न हो।

11.2.1.5 शिक्षण सामग्री का उपयोग - एक अच्छा शिक्षक अधिक से अधिक शिक्षण सामग्री का उपयोग कर विषय वस्तु को सुग्राहय, सुस्पष्ट कर सकता हैं। उनमें उपयुक्त शिक्षण सामग्री जुटाने की ललक होनी चाहिए। जहां भी उसे उपयुक्त शिक्षण सामग्री मिल जाये या उसके बारे में जानकारी मिल जाये तो उसका संग्रह करना चाहिए तथा आवश्यकता पडने पर निर्माण करना चाहिए।

11.2.1.6 व्यापक दृष्टिकोण - एक सफल शिक्षक हमेशा व्यापक दृष्टिकोण लिये होता हैं। वह सदैव अपनी त्रुटियों को स्वीकार कर उनका निवारण करता हे। प्रत्येक अध्यापक को यह नहीं समझ लेना चाहिए कि वह विश्वकोष है तथा प्रत्येक समस्या का हल करना आता ही है। अत: उसे अपनी त्रुटियों या कमियों को स्वीकार करने में कोई हिचकिचाहट नहीं होनी चाहिए।

11.2.1.7 प्रभावशील व्यक्तित्व - गणित अध्यापक शारीरिक, मानसिक, संदेगात्मक रूप से पूर्ण स्वास्थ्य हो। आचार-विचार, रहन-सहन के दृष्टिकोण से सरल व सादा होना चाहिए। स्वार्थ रहित परोपकारी व गम्भीर होना चाहिए।

अच्छा गणित अध्यापक विषय को आसान व रोचक बना देता है। गणित अध्यापक को अपनी क्षमताओं तथा योग्यताओं पर पूरा विश्वास होना चाहिए। आत्म-विश्वासी अध्यापक विद्यार्थियों पर धनात्मक प्रभाव डालता है। सहनशील गणित अध्यापक विद्यार्थियों को प्रोत्साहित रखता है जिससे गणित विषय की ओर उनका आकर्षण बढता रहता है।

11.2.1.8 सोहार्द एवं परानुभूति पूर्ण व्यवहार- अध्यापक का व्यवहार प्रेम और परानुभूतिपूर्ण होना चाहिए। इससे विद्यार्थी निडर, साहसी, ईमानदार व परिश्रमी हो जाते है। ये गुण गणित अधिगम में बहुत ही सहायक होते है।

11.2.2 गणित अध्यापक के विशिष्ट गुण

1. परिश्रमी तथा कर्तव्यपराण - किसी भी अध्यापक के लिए सफलता का मूलमंत्र उसका परिश्रम एवं कर्तव्यपराणता है। अध्यापक को स्वयं अध्ययन करना, श्यामपट्ट पर प्रश्न हल करना, छात्रों से श्यामपट्ट या नोटबुक में हल करवाना, सहायक सामग्री का उपयोग करना, गृहकार्य को ईमानदारी से जांच करना, छात्रों की समस्याओं को हल करना, आदि गणित अध्यापकों के विशेष गुण है।

2. आदर्श व्यक्तित्व - गणित शिक्षक का शारीरिक एवं मानसिक स्वास्थ्य उत्तम होना चाहिए। उसका व्यक्तित्व व आचरण श्रेष्ठ होना चाहिए ताकि छात्र उनका अनुकरण कर सफल नागरिक बन सकें। शिक्षक को रहन सहन, खान-पान, वेशभुषा, अभिरूचि, आदि का प्रभाव छात्रों के कोमल मस्तिष्क पर चिर प्रभाव डाल सकता है इसलिए उसका व्यक्तित्व आदर्श होना चाहिए।

3. अपनत्व की भावना - शिक्षक को यह समझना चाहिए कि जिस विद्यालय में वह शिक्षण कर रहा है उसका वह एक अभिन्न अंग है। उसे सम्पूर्ण विद्यालय की उन्नति के लिए अथक प्रयास करते रहना चाहिए। विद्यालय की प्रतिष्ठा में उनकी भी प्रतिष्ठा निहित हैं, ऐसा समझकर कार्य करना चाहिए।

4. गणित शिक्षक की मनोभावना - गणित विषय को समझाने के लिए अध्यापक को सहानूभूति पूर्वक व्यवहार करना अपेक्षित है। कभी कभी छात्रों को बहुत छोटी-छोटी सही बातें भी समझ में नहीं आती हैं, ऐसी परिस्थिति में उन्हें प्रेम से समझाने का प्रयास करना चाहिए। ऐसी परिस्थिति में सहनशील होना अत्यन्त आवश्यक है क्योंकि उसे यह समझना चाहिए कि वह छात्रों का हितैषी, पथ प्रदर्शक व अभिन्न मित्र है। गणित अध्यापक की मनोभावना संतुलित एंव धनात्मक होना चाहिए।

प्राय: ऐसा देखा जाता है कि प्रश्नों को हल करते समय या किसी प्रमेय को सिखाते समय कुछ चूक कर जाते हैं, फलस्वरूप कक्षा का वातावरण उत्तेजित हो जाता है, लेकिन आत्मविश्वासी अध्यापक ऐसी परिस्थति में क्रोधित नहीं होते बल्कि सफलतापूर्वक कक्षा के वातावरण को मधुर बना देते है।

5. प्रबन्धक - गणित शिक्षक को सुशिक्षक के साथ साथ सुप्रबंधक भी होना चाहिए। उसे कक्षा के शैक्षिक वातावरण को उत्तम से उत्तम बनाना आना चाहिए। कक्षा में पिछडे तथा कमजोर छात्रों को कहां बैठाना है, प्रखर बुद्धि वाले छात्रों को कहां बैठाना है आदि का ज्ञान उनमें होना चाहिये। कक्षा में उचित बैठने की व्यवस्था करना, श्यामपट्ट की स्थिति, खिडकियों से आने वाला प्रकाश श्यामपट्ट पर इस प्रकार से तो नहीं आ रहा है कि छात्रों को श्यामपट्ट पर लिखे अक्षर दिखाई ना दें। कक्षा में छोटे बडे बच्चों को उनकी आवश्यकतानुसार बैठने की जगह देना। कक्षा के आकार अर्थात् कम छात्रों व अधिक छात्रों की कक्षा का समुचित प्रबंध करना होगा।

6. समय की पाबन्दी - नियमितता एवं समय की पाबन्दी अच्छे शिक्षक की प्रमुख आवश्यकता है। अध्यापक को स्कूल तथा कक्षा में समय पर आना चाहिए तथा उपदेश की अपेक्षा उदाहरण द्वारा शिक्षण करना उत्तम माना जाता है ऐसा समझकर इन्हें अपने व्यक्तित्व में परिवर्तन करना चाहिए।

7. नेतृत्व - अध्यापकों को नेतृत्व की भूमिका निभानी पडती हैं। उसे समय समय पर मार्ग दर्शन एवं नेतृत्व न केवल विद्यार्थियों का बल्कि अभिभावकों का करना होता है। अत: उसमें एक अच्छे नेता के गुण परिलक्षित होने चाहिए।

8. विनोदप्रिय - गणित शिक्षण को रूचिकर सजीव एवं सरल बनाने के लिए अध्यापकों को विनोदप्रिय होना चाहिए। इससे उसके और छात्रों के बीच दूरी कम होगी और छात्र निःसंकोच होकर अपनी कठिनाइयों को अध्यापक के समक्ष रख सकेंगे।

9. मनोवैज्ञानिक ज्ञान - गणित अध्यापक की मनोवैज्ञानिक ज्ञान भी होना चाहिए। इस ज्ञान से गणित शिक्षण में सहायता मिलती है। मन्द बुद्धि बालक, प्रखर बुद्धि बालक तथा मध्यम बुद्धि बालक को अलग-अलग विधि से पढाना पडता है। गणित शिक्षण का मनोविज्ञान अन्य विषयों से भिन्न होता है। गणित अधिगम के लिए विद्यार्थी में गणित विषय अनुकूल गुण होना अत्यन्त आवश्यक है। गणित अध्यापक उच्च तार्किक गणितीय बुद्धि का होना चाहिए।

10. संसाधन सम्पन्नता - गणित के अध्यापक का साधन सम्पन्न होना अति आवश्यक हैं। विभिन्न प्रकार की गणित की संदर्भ पुस्तकें उसके पास होनी चाहिए। नवाचारो, मौलिकता तथा सृजनात्मक प्रवृति का होना गणित विषय को रोचक एवं सरल बना देता है।

प्रश्न : अच्छे गणित अध्यापक में कौन-कौन से गुण होने चाहिए। संक्षेप में प्रत्येक गुण की व्याख्या कीजिए।

## 11.3.0 अध्यापक द्वारा प्रदत्त समस्या एवं समाधान

अध्यापक एक मानव है, अत: उसमें त्रुटियों या कमियों का होना स्वाभाविक है। इन्हीं के कारण शाला में कई समस्याये पैदा हो जाती हैं। लेकिन थोडी सावधानी रखें तो ये समस्या समस्या हल की जा सकती हैं निम्नानुसार कुछ समस्याओं का निराकरण एक जागरूक अध्यापक द्वारा स्वयं या प्रधानाध्यापक द्वारा किया जा सकता है :-

### 11.3.1 समय पर कक्षा में नहीं पहुंचना

कई अध्यापक एक कालांश के समाप्त होनें पर अगले कालांश में जाने में कुछ समय लगा देते हैं। इससे छात्र अनुशासनहीन हो जाते हैं। साथ ही गणित जैसे मुख्य विषय के पढ़ाने का समय भी व्यर्थ हो जाता है। अध्यापक को कक्षा में समय पर पहुंचने की आदत बनानी चाहिए। प्रधानाध्यापक को भी प्रत्येक कालांश के पश्चात् निरीक्षण कर लेना चाहिए।

### 11.3.2 कक्षा में अनर्गल बातचीत करना

कुछ अध्यापक विषय से परे हटकर इधर उधर की बातें किया करते हैं। इससे छात्रों को क्षणिक आनन्द आता है लेकिन अन्तोगत्वा छात्रों का ही अहित होता है। इस प्रकार की प्रवृत्ति को रोकने के लिए प्रधानाध्यापकों को समय समय पर पाठ का निरीक्षण करना चाहिए।

11.3.3 वैयक्तिक अवगुण होना

कभी कभी अध्यापक अभद्र पोशाक पहनकर शाला में आ जाते हैं। जिससे छात्रों का ध्यान बरबस ही अध्यापक की ओर चला जाता हैं। कुछ अध्यापक ऐसे भी पाये जाते हैं जो छात्रों को प्रताडित करते हैं या शारीरिक दण्ड देते है।

उपरोक्त अवगुणों को दूर करने में प्रधानाध्यापक की सक्रिय भूमिका रहनी चाहिए। प्रधानाध्यापक को ऐसे अध्यापक को लगातार परामर्श देते रहना चाहिए।

11.3.4 शाला राजनीति या देश की राजनीति में सक्रिय रहना

गणित अध्यापक गणित के अध्यापन को गौण समझते हुए व्यर्थ की राजनीति में उलझे रहते हैं। इससे छात्र विषय में पिछड जाते हैं। अत: प्रधानाध्यापक को बहुत सावधानी रखनी होगी। जहां कहीं पर इस प्रकार की चर्चा हो रही हो तो प्रधानाध्यापक को वहां पहुंचकर बातचीत के विषय को दूसरी दिशा में देने का प्रयास करना चाहिए।

11.3.5 अभिभावकों के साथ सौहार्दपूर्ण व्यवहार नहीं होना

कुछ अध्यापक अभिभावको को तुच्छदृष्टि से देखते है। इससे शाला और समुदाय परस्पर संबंधों में कटुता आ जाती है यह सर्वथा अनुचित हैं। अध्यापक को सभी अभिभावकों के साथ मधुर सम्बन्ध रखना चाहिए चाहे वे निरक्षर हों या साक्षर, निर्धन हो या धनवान।

11.3.6 अन्य विषयाध्यापकों से मनमुटाव रखना

कुछ गणित के अध्यापक साथी अध्यापकों के साथ ईर्ष्या रखते है। इससे शाला का वातावरण दूषित हो जाता है। प्रधानाध्यापक को गुटबाजी खत्म करने हेतु विभिन्न प्रयोजन के लिए अध्यापक को अन्तमिश्रण समितियों का गठन करना चाहिए।

11.3.7 कतिपय अध्यापक, प्रधानाध्यापक के कर्त्तव्यों एवं सीमाओं से अनभिज्ञ

गणित अध्यापक ऐसी परिस्थिति उत्पन्न कर देते हैं जिससे प्रधानाध्यापक के प्रति पूर्वाग्रह बना लेते हैं परिणामस्वरूप कई प्रकार की विषमता उत्पन्न हो जाती है। अत: प्रधानाध्यापक को समय समय पर उसके कर्त्तव्य एवं सीमाओं के संदर्भ में गोष्ठियों का आयोजन करना चाहिए।

11.3.8 परीक्षा क्रियान्विति में ईमानदारी नहीं बरतना

कुछ अध्यापक अपने उत्तरदायित्व के प्रति सजग नहीं होते और तनिक प्रलोभन में आकर छात्रों को आवांछित सहायता कर देते हैं। ऐसे अध्यापकों को समझाने पर कुछ प्रभाव नहीं पडता हो तो अन्य ईमानदार अध्यापकों को कार्य सौप देना श्रेयस्कर रहेगा।

11.3.9 छात्रों को अकारण ही प्रताडित करना

कुछ अध्यापक छात्रों के प्रति कठोर व्यवहार रखते हैं जिसके कारण छात्रों में अराजकता फैल जाती है। प्रधानाध्यापक को ऐसे अध्यापकों से परामर्श द्वारा कारणों का पता लगाकर उचित कार्यवाही करनी चाहिए। कभी कभी छात्र दोशी पाये जाते हैं, कक्षा में अवांछित हरकतें करते हैं। ऐसी स्थिति में एक सफल प्रधानाध्यापक छात्रों द्वारा की जाने वाली अनावश्यक गतिविधियों को रोक सकता है।

11.3.10 गणित प्राध्यापकों में ट्यूशन की प्रवृत्ति पाया जाना

गणित के प्राध्यापकों में ट्यूशन की प्रवृति बहुत पाई जाती है। विस्तार से विचार करें तो यह प्रवृत्ति शाला के वातावरण को कलुषित करती है। अत: प्रधानाध्यापक का यह दायित्व बनता हैं कि वह शाला में इस प्रवृत्ति को पनपने नहीं दे। जो भी अध्यापक अपनी आदत से लाचार हो उनके विरूद्ध विभागीय कार्यवाही करने में हिचकिचाहट नहीं करनी चाहिए। एक उपाय यह भी है कि प्रधानाध्यापक को अतिरिक्त कक्षाएं लगवानी चाहिए।

11.3.11 अध्यापक द्वारा शिक्षण सामग्री का उपयोग नहीं करना

कुछ अध्यापक शिक्षण सामग्री का उपयोग नाम मात्र का करते हैं यहां तक कि चाक पट्ट का उपयोग भी कभी कभार ही करते हैं। ऐसी परिस्थिति में प्रधानाध्यापक को स्वयं भी कुछ कक्षायें लेनी चाहिए ताकि अध्यापक प्रधानाध्यापक का अनुकरण कर सके। प्रधानाध्यापक से यह अपेक्षा की जा सकती है कि वे कभी कभी अध्यापकों को मार्गदर्शन देते रहें। जैसे छात्रों से चाक पट्ट पर प्रश्नों का हल करवाना, शिक्षण सामग्री बनाना तथा प्रदर्शनी लगवाना इत्यादि।

11.3.12 गणित विषय पर एकाधिकार नहीं होना

यदि अध्यापक गणित विषय या उसके उपविषय का बहुत अच्छा ज्ञाता नहीं हो तो छात्रों में उसके प्रति असन्तोष हो जाता है। ऐसी स्थिति में अध्यापक को किसी प्रकार उन प्रकरणों को अच्छी तरह से समझ लेना चाहिए जहां उसे कठिनाई का अनुभव हो रहा हो। एक अध्यापक को सफल होनें के लिए पाठ्यवस्तु पर सम्पूर्ण अधिकार होना चाहिए।

11.3.13 अध्यापक का गणित शिक्षण में दक्ष नहीं होना

अध्यापक व्यवसायिक योग्यता के रखते हों पर शिक्षण की नई नई विधियों से अनभिज्ञ हों तो उनका शिक्षण रूचिपूर्ण नहीं हो सकता है। फलस्वरूप कक्षा में नीरसता आ जाती है। एक होनहार अध्यापक को सदैव गणित से संबंधित सेमीनार, कार्यगोश्ठी, पेनल डिस्कषन में भाग लेना चाहिए।

11.3.14 गृहकार्य की जांच सही नहीं करना

अधिकांश अध्यापक गृहकार्य पर टिक मार्क करके अपने दायित्व की इति श्री समझ लेते है। लेकिन इसके बहुत घातक परिणाम होते हैं। इससे छात्र अपनी त्रुटियों को मिटा नहीं पाते है तदनुसार यह पीढी दर पीढी चलती रहती है। अत: अध्यापक को गृहकार्य को ठीक ठीक जांचना चाहिए। कभी कभी कक्षा का आकार बड़ा होनें पर या अधिक कक्षाओं के होनें पर अध्यापक को कक्षा में दल बना लेना चाहिए। प्रत्येक दल के लीडर को उसी अनुसार अन्य साथियों को गृहकार्य जांचने के लिए निर्देष दे देना चाहिए। इससे गृहकार्य की जांच सहीं व शीघ्र होगी।

प्रश्न 1 “कभी कभी गणित अध्यापक समस्यामूलक होते हैं।“

इस कथन पर अपने विचार प्रकट कीजिए।

## 11.4.0 सारांश

गणित शिक्षक गणित विषय को रूचिकर एवं प्रभावशाली बना सकता है। लेकिन उसके लिए स्वयं को अनवरत अध्ययन शील प्रवृत्ति का होना चाहिए। इसके अतिरिक्त उसको व्यावसायिक अर्हताएं ग्रहण करने के लिए सदैव सजग रहना चाहिए। अध्यापक में सामाजिक एवं

मानवयी गुणों का होना आवश्यक है। उसके सामने कई समस्यायें आती हैं लेकिन वह अपनी सूझ बूझ से उनका निराकरण कर सकता है।

## 11.5.0 मूल्यांकन प्रश्न

1. गणित का एक अच्छा अध्यापक बनने हेतु किन सामान्य तथा विशेष गुणों की आवश्यक है? वर्णन कीजिए।

   What are the general and specific qualities of a good mathematics teacher?

2. गणित अध्यापक की कौन-कौन सी समस्याये है, उनका निराकरण बताओं।

   What are the problems of mathematics teacher suggest the solution of these problems.

3. आजकल अध्यापक गणित विषय को नीरस व कठिन बना देता। इस कथन पर अपने विचार व्यक्त करिये।

   Mathematics is made dry and difficult by the teacher nowadays' Express your view about this statement.

## 11.6.0 संदर्भ पुस्तकें


1. भटनागर सुरेश, शैक्षिक प्रबन्ध एवं शिक्षा की समस्या, आर.लाल बुक डिपो मेरठ
2. Hoover,H.K., (1973) The Professional Teachers Hand Book, Alleyn & Bacon, London,
3. ओड. एल. के. (1990) शिक्षा के नूतन आयाम, राजस्थान हिन्दी ग्रन्थ अकादमी,
4. सुखिया एस.पी. विद्‌यालय प्रशासन एव संगठन, विनोद पुस्तक मंदिर, आगरा
5. एस. के. मंगल, (2005) साधारण गणित शिक्षण, आर्य बुक डिपो,

# इकाई - 12

# गणित शिक्षा के भौतिक संसाधन
# (Physical Resources of Mathematics Education)

**इकाई संरचना**

12.1.0 प्रस्तावना

12.1.0 गणित कक्षा कक्ष (Class Room)

12.1.0 प्रयोगशाला (Laboratory)

12.1.0 संग्रहालय (Museum)

12.1.0 पुस्तकालय (Library)

12.1.0 सामुदायिक पर्यावरण (Community Environment)

12.1.0 सारांश

12.1.0 मूल्यांकन प्रश्न

12.1.0 संदर्भ पुस्तके

## 12.1.0 प्रस्तावना

गणित विषय को रोचक, महत्वपूर्ण एवं सरल बनाने के लिए शिक्षण सामग्री के उपयोग साथ-साथ गणित की प्रयोगशाला, गणित पुस्तकालय, संग्रहालय आदि बनाना चाहिए। प्रकृति के समीप जितना अधिक जायेंगे उतना ही गणित अधिक समृद्ध होगा। प्रकृति के प्रत्येक नियम तथा प्रकृति संचालन गणितीय है। गणित का विकास मानवीय आवश्यकताओं के कारण हुआ है। गणित विकास, नवाचार तथा विद्यार्थियों में खोज की प्रवृत्ति सृजन के लिए विद्यालय में अच्छा पुस्तकालय, अच्छी प्रयोगशाला, संग्रहालय तथा सृजनात्मक वातावरण होना अति आवश्यक हैं। गणित अध्यापक को नवीन विधियों से गणित शिक्षण करना चाहिए। इसके लिए विद्यालय गणित के लिए साधन सम्पन्न होना चाहिए। गणित अध्यापक की कक्षा-कक्ष, प्रयोगशाला, संग्रहालय तथा पुस्तकालय के सम्बन्ध में नवीन जानकारी रखना चाहिए जिससे विद्यार्थी गणितज्ञ की भांति व्यवहार करने की आदत विकसित कर सके। संसाधन विशेष कर तीन प्रकार के होते है : 1- भौतिक संसाधन, 2- मानव संसाधन, 3- मनोभावात्मक संसाधन (emotional resource) । इस अध्याय में भौतिक संसाधनो का वर्णन किया जायेगा।

इकाई पढ़ने के बाद छात्र

1. कक्षा कक्ष को सुसज्जित कर सकेंगे।
2. प्रयोगशाला में गणितीय प्रत्ययों की पुष्टि कर सकेंगे।
3. संग्रहालय स्थापित करने के लिए सामग्री एकत्र करने की आदत का विकास कर सकेंगे।
4. पुस्तकालय, संग्रहालय एवं प्रयोगशाला के महत्व की विवेचना कर सकेंगे।
5. गणित के प्रत्ययों एवं तथ्यों को पर्यावरण से स्पष्ट कर सकेंगे।

## 12.2.0 गणित कक्षा कक्ष (Class Room)

### 12.2.1 प्रस्तावना

कक्षा कक्ष में औपचारिक एवं अनौपचारिक शिक्षण व्यवस्था में छात्र अधिगम करते रहते हैं। इसमें अध्यापक एवं छात्र विचार विमर्श, लिखकर, बोलकर, प्रयोग कर, अधिगम लक्ष्य को प्राप्त करते हैं। कक्षा कक्ष छात्र के लिए अधिगम वातावरण एवं अध्यापक के लिए शिक्षण वातावरण का निर्माण करते है। शिक्षा के विकास के साथ-साथ कक्षा कक्ष के स्वरूप में भी परिवर्तन होता रहता है।

### 12.2.2 गणित कक्षा कक्ष की भौतिक आवश्यकताएं

साधारणतया कक्षा-कक्ष से अभिप्राय चार दीवारों, खिडकियों, श्यामपट्ट, मेजों आवश्यक फर्नीचर आदि सामग्री से लिया जाता है। एक आदर्श कक्षा-कक्ष, आयताकार, वर्गाकार या अर्धवृत्ताकार आकृति का होता है। आयताकार कक्ष की लम्बाई एवं चौडाई 30’ x 25’ होनी चाहिए। एक कक्षा कक्ष में औसत छात्र संख्या 40 होती है। प्रत्येक कक्षा कक्ष में प्रकाश की समुचित व्यवस्था आवश्यक है। अत: खिडकियां उचित स्थान पर होनी चाहिए। खिडकियों से आने वाला प्रकाश चॉकपट्ट पर चमक उत्पन्न न करें ताकि चॉकपट्ट पर लेखन छात्रों को स्वच्छ दिखाई दे सके।

कक्षा कक्ष में फर्नीचर छात्रों की आयु के अनुरूप तथा सुविधाजनक होना चाहिए। कक्षा कक्ष की भौतिक आवश्यकताओं सही आकार का चॉकपट्ट आवश्यक हैं। इसके अतिरिक्त पंखे, अध्यापक टेबिल आदि की उपलब्धता भी अनिवार्य है।

### 12.2.3 गणित कक्षा व्यवस्था (Mathematics class arrangement)

गणित शिक्षण के लिए कक्षा व्यवस्था प्राय: इस प्रकार से की जाती है- प्रथम जिसमें अध्यापक समय विभाग चक्र के अनुसार कक्षाओं में जाकर गणित शिक्षण का कार्य पूरा कराता हो, द्वितीय जिसमें गणित अध्यापक अपने कक्ष में रहकर उसके अधीनस्थ समस्त कक्षाओं का शिक्षण कार्य पूरा करता है अर्थात् छात्र समय विभाग चक्र के अनुसार कालांष में अध्ययन हेतु शिक्षक के पास पहुंचते हों।

प्रथम व्यवस्था में सभी विषयों से संबंधित सहायक सामग्री कक्षा के एक कोने में रखी जाती हैं तथा मुख्य मुख्य चार्टस कक्षा में लगे रहते हैं। जब भी आवश्यकता होती है तो अध्यापक इनका उपयोग कर लेते हैं। द्वितीय व्यवस्था में विषय-कक्ष होने में केवल गणित विषय से सम्बन्धित चार्ट्स कक्षा की दीवारों पर लगे रहे हैं। सहायक सामग्री का सुगमता पूर्वक उपलब्ध होनें के कारण, गणित अध्यापक को प्रभावी एवं समृद्ध बना सकता है। छात्र भी अपने रिक्त समय में इनका उपयोग कर सकते है। गणितज्ञों के फोटो तथा उनकी जीवनी गणित कक्ष में उपलब्ध होने चाहिये।

### 12.2.4 गणित कक्षा का प्रबन्धन

गणित कक्षा के प्रबन्धन में गणित शिक्षण की प्रमुख भूमिका रहती है। अध्यापक को प्रबन्धन के लिए, छात्रों का सहयोग लेना चाहिए। छात्रों को शिक्षण एवं अधिगम में भागीदार बनाना चाहिए। शिक्षक को प्रबन्धन हेतु योजना बनाने के साथ संगठन, अभिप्रेरणा, परिवीक्षण

नियन्त्रण, मूल्यांकन आदि विधाओं पर भी ध्यान देना चाहिए। गणित प्रदर्शिनी, विचारागोष्ठी, कार्यशाला तथा विद्यार्थी गणित सम्मेलन आदि आयोजित किए जाने चाहिए। गणितज्ञों को भाषण देने के लिए आमंत्रित किया जाना चाहिए।

12.2.5 शिक्षक व्यवहार : अन्तःक्रिया: कक्षा वातावरण

प्रत्येक कक्षा शिक्षण में छात्र एवं अध्यापकों के मध्य अन्त: क्रिया होती है जिससे कक्षा वातावरण बनता है। अध्यापक कक्षा वातावरण का नियंत्रक होता है। गणित शिक्षक को कक्षा में छात्रों को पूर्णतया बोलने-लिखने एवं प्रश्न पूछने की स्वतंत्रता प्रदान करनी चाहिए। ऐसे में कक्षा वातावरण में छात्र निःसंकोच अपने विचार, प्रश्न एवं समस्याएं शिक्षक के सामने रख पाते है। भय युक्त वातावरण मे प्रभावी अधिगम नहीं हो पाता है। प्रत्येक शिक्षक को छात्रों के विचारों को स्वीकार करना चाहिए तथा छात्रों को सक्रिय भागीदारी के लिए प्रोत्साहित करना चाहिए। ऐसे ही वातावरण में छात्र एवं शिक्षक के मध्य अन्त: क्रिया होगी एवं शिक्षण प्रभावी होगा। गणित की भित्ती पत्रिका भी विद्यालय में प्रकाशित होनी चाहिए जिससे विद्यार्थी गणित के क्षेत्र में लेख लिख सके।

12.2.6 कक्षा को समृद्ध बनाने हेतु अन्य साधन

प्रत्येक अध्यापक कक्षा शिक्षण को प्रभावी बनाने के लिए विभिन्न साधनों का उपयोग करता है। गणित शिक्षण को प्रभावी बनाने के लिए कई क्रियाओं का उपयोग किया जा सकता है उनमें से कुछ निम्न है -

(i) वैयक्ति अधिगम क्रियायें (Individualized learning activities)

(ii) सहकारी अधिगम क्रियाये (Co-operative learning activities)

(iii) अनुवर्ग शिक्षण (Peer tutoring)

(iv) प्रतिभा खोज (Talent Search)

(v) गणित परिषद का गठन

प्रश्न 1. एक अच्छे कक्षा कक्ष को भौतिक आवश्यकताओ पर चर्चा कीजिए।

प्रश्न 2. एक कक्षा कक्ष को समृद्ध किस प्रकार बनाया जा सकता है ?

## 12.3.0 गणित प्रयोगशाला (Mathmatics Laboratory)

12.3.1 प्रस्तावना

मनुष्य अपनी मनोमूर्ति शक्ति (imagery power) सृजनात्मक चिन्तन (creative thinking) तथा तार्किक चिन्तन (logical thinking) द्वारा गणित की समस्त शाखाओं का विकास दिन प्रतिदिन कर रहा है। इस पूर्णतया अमूर्त विषय में भी, वह नैसर्गिक सौन्दर्य की अनुभूति सदैव से करता आ रहा है। फिर भी शाला में अधिकांश छात्र गणित सीखने की प्रारम्भिक अवस्था में ही गणित में रूचि नहीं लेते और दूर भागने का प्रयास करते हैं। अत: गणित को प्रारम्भ से रूचिकर बनाने हेतु इसे मूर्त रूप देना होगा। गणित से सम्बन्धित प्रत्ययों, तथ्यों, सिद्धान्तों आदि को यथा सम्भव मूर्त रूप देकर उनकी व्याख्या करना, बोध करना या उनसे क्रिया करना ही गणित को रूचिकर नहीं बनायेगा बल्कि छात्र गणित को आत्म सात कर सकेगा। यह सारी प्रक्रिया जहां की जायेगी उसी को गणित की प्रयोगशाला कहा जायेगा।

पीयाजे के अनुसार मूर्त क्रिया (concrete operation) काल 7-11 वर्ष तक माना गया है। इस काल में बालक मानसिक व्यवहार की भूमिका का निर्माण करने, यथा विभिन्न वस्तुओं के प्रति प्रतिमा, धारणा का विकास करने में यह अवस्था अवसर प्रदान करती है। इस अवस्था में बालक “करके सीखने” की प्रक्रिया द्वारा संज्ञानात्मक विकास करता है। वह वस्तुओं का क्रम निर्धारित करते है, वर्गीकरण करता है तथा उसमें संगतता देखता है। अत: गणित प्रयोगशाला की आवश्यकता है ताकि छात्र करके सीखने का अवसर प्राप्त कर सकें। इस प्रकार विद्यार्थी की तार्किक गणितीय बुद्धि (logical mathematical intelligence) विकसित होती है।

12.3.2 प्रयोगशाला की आवश्यकता एवं महत्व

(1) प्रयोगशाला द्वारा छात्रों में कौशल का विकास किया जा सकता है।

(2) प्रयोगशाला में छात्र गतिशील बनते हैं क्योकि सफलता पूर्वक प्रयोग करते समय उनमें स्वत: आगे बढने की इच्छा होती है।

(3) छात्रों में सृजनात्मक एवं अनुसंधानात्मक प्रवृत्तियां पायी जाती है जिनसे छात्र प्रयोगशाला में कुछ न कुछ क्रिया करने में सदैव तत्पर रहते हैं। इस प्रक्रिया के लिए क्रियाओं की रूपरेखा तैयार करके इसे छात्रों द्वारा सम्पन्न करवाया जाता है।

(4) इससे शिक्षक एवं दात्र के मध्य अन्तःक्रिया होती है, जिससे छात्र अधिक सक्रिय रहते है।

(5) छात्र में स्वतंत्रतापूर्वक कार्य करने की आदत बनी है क्योकि प्रयोगशाला में समस्त कार्य प्रजातांत्रिक आधारों पर सम्पन्न होता है।

(6) छात्र समूह में कार्य करते हैं, फलस्वरूप उनमें परस्पर स्वस्थ सम्बन्धों की स्थापना होती है।

(7) समय समय पर साथियों द्वारा पुनर्बलन मिलता है।

(8) प्रयोगशाला में तथ्यों, सिद्धान्तों, प्रत्ययों का बोध कराया जा सकता हैं। सूक्ष्म तथा स्थूल वस्तुओं का अध्ययन किया जा सकता है। रेखागणित, बीजगणित, अंकगणित आदि में व्याप्त अवधारणाओं का बोध सहज एवं स्पष्ट कराया जा सकता है।

(9) प्रयोगशाला में छात्रों को आकृतियां खींचना, माप तौल करना सिखाया जा सकता है।

(10) वैज्ञानिक प्रवृति का विकास होता है

12.2.3 प्रयोगशाला को सुसज्जित करने के लिए निम्न सामग्री आवश्यकता होगी :

1. ज्योमेट्री बॉक्स- प्रोटेक्टर, सेटस्क्वायर प्रकार, पटरी आदि।
2. माप-तोल के साधन- तुला, बॉट, फीता, नपना सिलेण्डर, थर्मामीटर, इत्यादि।
3. घडी।
4. वर्षामापी यंत्र
5. सैक्सटेंट
6. हिप्सोमीटर और स्कीनोमीटर यन्त्र - इनका उपयोग उन्नयन एवं अवनम कोण नापने के काम आता है।

7. आनुपातिक डिवाइडर - यह यन्त्र विभिन्न आकृतियों, रेखाचित्रों को छोटा-बडा करने के काम आता है।
8. ग्राफ बोर्ड
9. जियो बोर्ड- रेखा गणित के परिणामों को प्रदर्षित करने के लिए साधारण उपकरण
10. क्यूज़ीनियर छडे
11. प्रिज्म, शंकु, बेलन, गोला आदि ठोस के मॉडल, तथा ठोस के खण्ड
12. गणितज्ञों के चित्र
13. चार्ट
14. केल्क्यूलेटर, फिल्म स्ट्रिपस
15. कम्प्यूटर
16. स्थानीय मान को प्रदर्षित करने वाली शिक्षण सामग्री
17. बाइनरी अंकगणित के प्रदर्षित करने के लिए इलेक्ट्रॉनिक उपकरण।
18. अन्य सामग्री - कैंची, कीले, बढाई व धातु के काम आने वाले औजार, धागे, गत्ता, कार्ड शीट, ड्राईंग शीट, लाल पीले चिकने कागज, हार्ड बोर्ड, प्लाईवुड, पेन्ट, स्केच पेन, वाटर कलर, ब्रुश, थर्मोकॉल की शीट, इत्यादि। जिससे शिक्षण सामग्री तैयार की जा सके। प्रयोगशाला में कार्यशाला (work shop) का भी कार्य किया जा सकता है।

प्रश्न 1. एक प्रयोगशाला गणित शिक्षक के लिए क्यों आवश्यक है?

प्रश्न 2. विद्यालय में गणित प्रयोगशाला को किस प्रकार समृद्ध बनाया जा सकता है।?

प्रश्न 3. किन किन प्रकरणों के लिये गणित प्रयोगशाला उपयोगी है, और क्यों?

## 12.4.0 गणित संग्रहालय (Mathematical Museum)

### 12.4.1 प्रस्तावना

गणित शिक्षण को सजीव एवं रोचक बनाने हेतु विद्यालय में गणित संग्रहालय होना आवश्यक है। शिक्षक, छात्र प्रबुद्ध नागरिक आदि संग्रहालय को समृद्ध बना सकते हैं। गणित शिक्षक को सहशिक्षकों, अभिभावकों से भी सहयोग लेना चाहिए। लेकिन इसके लिए गणित शिक्षक को प्रधानाध्यापक, सहशिक्षकों, छात्रों, अभिभावको, प्रबुद्ध नागरिकों आदि को समय समय पर संग्रहालय के उद्धेश्य, आवश्यकता, स्वरूप व विस्तार की जानकारी देनी चाहिए। इसके लिये गोष्ठियों का आयोजन करना उचित होगा ताकि संग्रहालय में रूचि रखने वाले अधिक से अधिक योगदान संग्रहालय के लिये कर सके तथा अपने अमूल्य सुझाव दे सके। यदि संग्रहालय समृद्ध हो जाता है तो आस-पास के विद्यालय भी इसका उपयोग कर सकेंगे।

### 12.4.2 संग्रहालय हेतु आवश्यक सामग्री

संग्रहालय में 5-7 लम्बी मेज़ों (Tables) की व्यवस्था करनी होगी। एक औजार किट जिसमें आरी, हथौडी, कटर, कीलें आदि हो रखना होगा। संग्रहालय कक्ष में गम, फेवीकोल, एरलडाईट, मैसा बॉन्ड, वाटर कलर, स्केचपेन, पेन्ट (लाल, हरा, नीला, पीला, सफेद) ब्रुश सेट,

सेलो टेप: रंगीन चिकने कागज, ड्राइंग शीट्स, ग्राफ पेपर, कार्ड बोर्ड, हार्ड बोर्ड, प्लाईवुड : रबर स्ट्रिंग, रबरबैन्ड, धागे, स्केल, ज्यामेट्री बॉक्स आदि रखने होंगे।

12.4.3 संग्रहालयों में संग्रह शिक्षण सामग्री

गणित संग्रहालय में निम्नलिखित शिक्षण सहायक सामग्री का संग्रह करना चाहिए

1. त्रिभुज, आयत, वर्ग, चतुर्भुज आदि आकार के कटे हुए गत्ते।
2. बेलन, शंकु गोला, घन, समपार्श्व
3. रामानुजम, महावीराचार्य, पाइथागोरस, आर्कमिडिज आदि गणितज्ञों के चित्र
4. फीता, बाट, तराजु, नपने गिलास
5. केल्क्यूलेटर्स, कम्प्यूटर
6. क्षेत्रफल ज्ञात करने के साधन, प्लेनमीटर
7. पत्ती (पर्ण) के पर्णावृन्त पर पर्णक की संख्या- एक, दो, तीन, चार
8. फूल (पुष्प) के दल पुंज में दल (पंखुडियां) की संख्या- तीन, चार, पांच
9. अबेकस
10. बीज- विभिन्न आकार के
11. रवे (Crystals)
12. पत्थर के टुकडे जो विशेष ज्यामिति आकार लिये होते है।
13. कोडियां
14. सत्य तालिकाये (truth tables), चार्टस आदि।
15. तार्किक एवं फलन के विद्युत परिपथ

12.4.4 गणित संग्रहालय की उपयोगिता

1. गणित संग्रहालय विद्यार्थियों के लिये बहुत उपयोगी होता है। जब छात्र प्रकृति में पायी जाने वाली सामग्री में ज्यामितीय आकृतियां देखता है, तो निश्चय ही उनमें नैसर्गिक सौन्दर्य की अनुभूति करने की क्षमता विकसित होती है।
2. विद्यार्थी वस्तुओं का प्रत्यक्षीकरण करता है तो बहुत सी गूढ बातों का स्पष्टीकरण सहज हो जाता है।
3. विद्यार्थी बहुत कम समय में कई प्रत्ययों का बोध कर लेता है जबकि उन्हीं प्रत्ययों को समझने में उसे कई गुना अधिक समय लग सकता है।
4. अन्य विद्यालयों के विद्यार्थी एवं अध्यापक संग्रहालय से प्रेरणा ले सकते है।

प्रश्न 1. गणित संग्रहालय को सुसज्जित करने के लिए कौन कौन सी सामग्री का संग्रह करना चाहिए।

## 12.5.0 गणित विभाग पुस्तकालय (Mathematics Departmental Library)

12.5.1 प्रस्तावना

"Library is the heart of an institution, where teachers are the brain and students are the body"

"पुस्तकालय विद्यालय का हृदय है, जबकि अध्यापक मस्तिष्क होते है और विद्यार्थी शरीर होते है।"

(डॉ. राधाकृष्णन)

"पुस्तकालय के बिना एक विद्यालय, विद्यालय नहीं कहा जा सकता हैं। किसी विद्यालय के तीन प्रमुख अंग होते है। पुस्तकालय, अध्यापक और विद्यार्थी। अध्यापक और पुस्तकालय ही विद्यार्थी को अपने लक्ष्य की प्राप्ति के लिये अग्रसर करते है। विद्यार्थी स्वाध्याय से अधिक से अधिक ज्ञान का सृजन पुस्तकालय द्वारा कर सकता है। एक सामान्य पुस्तकालय से पुस्तकें, पत्र-पत्रिकाओं को पढकर विद्यार्थी अपने ज्ञान में वृद्धि करता है। उसी से उसका दृष्टिकोण व्यापक होता जाता है। लेकिन एक सामान्य पुस्तकालय में किसी अमुक विषय के गहन अध्ययन के पर्याप्त पुस्तके उपलब्ध नहीं होती है। गणित अध्यापक के लिए भी नवीन शिक्षण विधियों एवं मूल्यांकन विधियों की जानकारी, शोध पर आधारित लेख गणित से सम्बन्धित पठन योग्य सामग्री, आदि का भी सामान्य पुस्तकालय में अभाव रहता है। यदि कतिपय पुस्तकालय में उपलब्ध भी होती हैं, तो भी वह विद्यार्थियों और अध्यापकों की पहुंच से दूर होती है। ऐसी परिस्थिति में विद्यार्थियों एवं गणित अध्यापकों को अपने ज्ञानवर्धन के लिये विद्यालय मे विभागीय पुस्तकालय की स्थापना करना अनिवार्य नहीं तो आवश्यक अवश्य है।

12.5.2 विभागीय पुस्तकालय की सीमायें

विभागीय पुस्तकालय में पाठ्य पुस्तकें, संदर्भ पुस्तके, गणित से सम्बन्धित पठन योग्य सामग्री, पत्र पत्रिकायें आदि का संग्रह करना चाहिए।

शाला के कुछ विद्यार्थियों की आर्थिक स्थिति कमजोर होती है तदानुसार वे पाठ्य पुस्तकें भी जुटा जाने में असमर्थ होते है। ऐसे विद्यार्थियों के लिए विभागीय पुस्तकालय में पाठ्य पुस्तकों की कुछ प्रतियां विभागीय पुस्तकालय में पाठ्य पुस्तकों की कुछ प्रतियां सुरक्षित रखी जानी चाहिए और उन्हें सत्र भर के लिए दे देनी चाहिए।

विभागीय पुस्तकालय में अन्य प्रदेशों की पाठ्य पुस्तकों की संचय करना अपेक्षित है। क्योंकि एक ही प्रकरण को भिन्न-भिन्न लेखक भिन्न भिन्न प्रकार से व्याख्या करते है, जिनका विद्यार्थी अध्ययन कर प्रत्ययों, तथ्यों आदि का बोध अच्छी तरह से कर सकते हैं, इससे विद्यार्थियों को एक ही प्रकरण से सम्बन्धित विभिन्न प्रकार की समस्याओं को हल करने का अनुभव प्राप्त होगा।

विभागीय पुस्तकालय में गणित सम्बन्धी लघु पुस्तकों का संग्रह करना वांछित होगा। ये लघु पुस्तकें गणितज्ञों की जीवनियां, गणित का इतिहास, क्विज, पेराडोक्सेज आदि पर आधारित होनी चाहिए।

12.5.3 विभागीय पुस्तकालय का उपयोग

विभागीय पुस्तकालय में एक पंजीयक (register) होना चाहिए ताकि उसमें विद्यार्थियो को जारी (issue) की गई पुस्तकों का विवरण लिखा जा सके। इससे विभागीय पुस्तकालय के उपयोग की सही जानकारी मिल सकेगी और उसमें निरन्तर सुधार हेतु प्रयास किये जा सकेंगे।

विद्यार्थियों द्वारा सामान्य पत्र-पत्रिकाओं से गणित सम्बन्धी पहेलियों का संग्रह करवा कर विभागीय पुस्तकालय में सुरक्षित रख लेना चाहिए। इससे अन्य विद्यार्थी तो लाभ उठायेंगे ही पर संग्रहकर्ता भी उसी प्रकार की पहेलियों की खोज करने की प्रेरणा ले सकेगा। इनके अतिरिक्त गणित सम्बन्धित लेख, प्रयोजना आलेख आदि भी संग्रह किये जा सकते है।

शाला प्रधान या गणित अध्यापक को रिक्त कालांशों में विद्यार्थियों को विभागीय पुस्तकालय का उपयोग करने के लिए प्रेरणा देनी चाहिए। जो विद्यार्थी विभागीय पुस्तकालय का अधिक से अधिक उपयोग करते हो या उसके प्रति अधिक सक्रिय हों या रूचि लेते हों उन्हें महत्वपूर्ण अवसरों पर पारितोशिक से सम्मानित करना चाहिए।

शाला प्रधान को गणित के अध्यापकों को भी गणित सम्बन्धी पुस्तकें पढने के लिए प्रोत्साहित करना चाहिए। उनसे प्रत्येक पुस्तक पर टिप्पणी लिखवा कर आपस में विचार विमर्श करवाना चाहिए।

शाला प्रधान का भी यह कर्त्तव्य होता है कि वह किसी गणित अध्यापक को ही विभागीय पुस्तकालय का कार्य सौपे ताकि वह निष्ठापूर्वक उसकी सुरक्षा पर ही ध्यान न दें बल्कि इस बात का भी विशेष ध्यान रखें कि उसका निरन्तर विकास होता रहे और उसका उपयोग अधिक होता रहे।

प्रश्न 1. गणित पुस्तकालय का क्या महत्व है?

प्रश्न 2. गणित पुस्तकालय का उपयोग किस प्रकार किया जा सकता है?

प्रश्न 3. छात्रों में संदर्भ पुस्तकों को पढने के लिए रूचि कैसे विकसित की जा सकती हे?

## 12.6.0 गणित एवं सामुदायिक पर्यावरण

12.6.1 प्रस्तावना

यह एक संकीर्ण दृष्टिकोण है कि छात्र केवल कक्षा कक्ष मे ही रहकर गणित की अवधारणाओं का बोध कर सकता है बल्कि वह तो उसके व्यापक सामुदायिक पर्यावरण से गणित कई प्रत्ययों, सिद्धान्तों, तथ्यों का प्रत्यक्ष बोध कर सकता है। लेकिन इसके लिए अध्यापक की पैनी दृष्टि होनी चाहिए ताकि वह पर्यावरण में उपलब्ध गणितीय अवधारणाओं के मूर्त रूप को पहचान सके।

12.6.2 गणित शिक्षण के लिए समुदाय के उपयोगी क्षेत्र

अध्यापक ज्यामितीय आकृतियां जैसे त्रिभुज, समानान्तर चतुर्भुज, आयत, वर्ग, षटभुज आदि का प्रत्यक्षीकरण भवनों को दिखाकर करा सकता है। पर्यावरण में ही पाये जाने फूल, पत्तियों आदि में सर्वागसमता या समरूपता का बोध करा सकता है। इसी प्रकार ठोस बेलन, गोला इत्यादि के बारे में विस्तृत चर्चा कर सकता है। रेल की पटरीयों का प्रत्यक्षीकरण करवा कर समानान्तर रेखाओं की अवधारणा को स्पष्ट कर सकते हैं। इसी प्रकार पोस्ट ऑफिस, बैंक,

शेयर बाजार, मौसम विभाग, राजस्व विभाग आदि से लाभ हानि, सरल ब्याज, चक्रवृद्धि ब्याज, क्षेत्रफल, वर्षा व दूरी नापने के साधन आदि को प्रत्यक्ष उदाहरण द्वारा स्पष्ट कराया जा सकता है।

इनके अतिरिक्त समुदाय में उपलब्ध कई गणित के विशेषज्ञों से छात्रों का सम्पर्क करवाया जा सकता है। ऐसे कई प्रकरण होते हैं जिन पर अध्यापक का वर्चस्व नहीं होता है जैसे रीडल्स, फैलेसीज, वैदिक गणित, अच्छे प्रकरण, मैजिक स्कवायर जो छात्रों के लिए उपयोगी व रूचिकर हो, आदि पर समुदाय में उपलब्ध गणितज्ञों से चर्चा करवायी जा सकती है। कभी कभी संग्रहालयों में छात्रों को ले जाकर गणितीय अवधारणाओं एवं तथ्यों का प्रत्यक्षीकरण करवाया जा सकता है। प्रकृति में गणित खोज हेतु वनशाला (open air sension) आयोजित की जानी चाहिए।

उपरोक्त विवेचन से स्पष्ट होता है कि सामुदायिक पर्यावरण गणित को सिखाने में महत्वपूर्ण स्थान रखता है। सामुदाय को आवश्यकताओं के आधार पर नवीन गणित का आविष्कार होता है। कम्प्युटर, बुलियन बीजगणित की देन है। गणित में कई नई अवधारणानायें (concepts) समाज की बढ़ती आवश्यकताओं के कारण जुड़ी है।

प्रश्न 1 सामुदायिक पर्यावरण, गणित की अवधारणाओं के बोध कराने में किस प्रकार योगदान करता है?

## 12.7.0 सारांश

गणित शिक्षण केवल शिक्षक तक ही सीमित नहीं है। अन्य कई आयाम जैसे कक्षा कक्ष, प्रयोगशाला, पुस्तकालय व सामुदायिक पर्यावरण आदि का भी गणित सिखाने में महत्वपूर्ण स्थान है। इनके लिये सामग्री का संचय करना और उनका संगठन करना अत्यन्त आवश्यक है। समय समय पर इन आयामों को समृद्ध करने के लिए सतर्क रहना पडता है।

## 12.8.0 मूल्यांकन प्रश्न

1. आप अपने विद्यालय में गणित कक्षा-कक्ष किस प्रकार तैयार करोगे?
   How will your prepare mathematics class room in your school?
2. गणित प्रयोगशाला क्यों आवश्यक है? इसे आप अपने विद्यालय में कैसे तैयार करोगे?
   Why is mathematics laboratory necessary. How will you prepare it in your school?
3. आप गणित में प्रयोगो की एक ऐसी सूची तैयार करिये जिन पर छठी से 12वीं कक्षा तक के विद्यार्थियों से प्रयोगशाला में प्रयोग करवा सके।
   Prepare a list of experiments which can be conducted by $6^{th}$ to $12^{th}$ class students in mathematics laboratory?
4. आप अपने विद्यालय में गणित को रूचिकर बनाने के लिए क्या-क्या कर सकते हो।
   What can you do in your school to make mathematics an interesting subjects?

5. आप गणित का पुस्तकालय समृद्ध करने के लिए क्या करोगे। गणित की संदर्भ पुस्तको की सूची तैयार करिए जिन्हें आप अपने पुस्तकालय में मंगवा सके।

   What will you do to enrich mathematics library? Prepare a list of reference books of mathematics for library.

6. गणित सीखने के लिए एक उचित सामुदायिक वातावरण कैसे तैयार करोगे?

   How will you prepare a conducive community environment for learning mathematics?

## 12.7.0 सारांश

गणित शिक्षण केवल शिक्षक तक ही सीमित नहीं है। अन्य कई आयाम जैसे कक्षा कक्ष, प्रयोगशाला, पुस्तकालय व सामुदायिक पर्यावरण आदि का भी गणित सिखाने में महत्वपूर्ण स्थान है। इनके लिये सामग्री का संचय करना और उनका संगठन करना अत्यन्त आवश्यक है। समय समय पर इन आयामों को समृद्ध करने के लिए सतर्क रहना पडता है।

## 12.9.0 संदर्भ पुस्तके


1. Copeland Richard W. (1974) How Children Learn Mathematics, Collier Mc Millan International Editions, London
2. Hoover Ktt., (1973) the Professional Teachers Hand Book, Allyn & Bacon Mc London.
3. Millers R.J.,Principles of Classroom Learning & Perception, George Allen & Unwin Ltd. London.
4. ओड एल. के. (1990) शिक्षा के नूतन आयाम, राजस्थान हिन्दी ग्रन्थ अकादमी जयपुर
5. एस. के. मंगल. (2005) 'साधारण गणित शिक्षण', आर्य बुक डिपो दिल्ली

# इकाई - 13

# गणित शिक्षण में नवाचार एवं उनका भविष्य
# (Innovations in the Teaching of Mathematics and its Future)

**इकाई संरचना**

13.1.0 प्रस्तावना (Introduction)
13.2.0 गणित शिक्षण में अनुवर्ग (Tutorial)
13.3.0 गणित शिक्षण में पर्यवेक्षण अध्ययन (Supervised Study)
13.4.0 गणित शिक्षण अभिक्रमित अनुदेशन (Programmed Instruction)
13.5.0 अभिक्रमित अनुदेशन: एक उदाहरण
13.6.0 सारांश
13.7.0 मूल्यांकन प्रश्न
13.8.0 संदर्भ पुस्तके

## 13.1.0 प्रस्तावना

विद्यालय स्तर पर आजकल गणित शिक्षण जिस प्रकार से हो रहा है इससे विद्यार्थियों में गणित विषय कठिन, शुष्क एवं अरूचिकर हो गया है। माध्यमिक स्तर पर गणित अनिवार्य विषय है क्योकि यह विषय अति आवश्यक है। चिन्तन व मानसिक विकास इस विषय द्वारा सबसे अधिक होता है। यह विषय रोचक व आकर्षक बने इसलिए इस क्षेत्र में नवाचार होना अति आवश्यक है। कौन से नवाचार आयोजित किए जाये, यह इस अध्याय में प्रस्तुत किया गया है।

<u>नवाचारीय कार्यक्रम से लाभ</u>

1. गणित के विद्यार्थियों के मानसिक व भावनात्मक विकास में सहायक होते है।
2. नई सोच व सृजनात्मकता का विकास करते है।
3. गणित में रूचि बढाने में सहायक होते है।
4. गणित सम्बन्धी व्यापक दृष्टिकोण, स्पष्ट अवधारण (Clear Concept) करने की आदत बनती है।
5. विद्यार्थियों में पहल (Initiative) करने की आदत बनती है।
6. प्रयोगात्मक क्रियात्मक तथा अनुसंधानात्मक आदत बनती है।
7. मानसिक, संवेगात्मक तथा आध्यात्मिक शक्तियों व सीखने की क्रियाओं को अभिप्रेरणा प्राप्त होती हैं।

इकाई पढ़ने के बाद छात्र

1. अनुवर्ग की अवधारणा की व्याख्या कर सकेंगे।
2. पर्यवेक्षण अध्ययन की प्रक्रिया का प्रत्यास्मरण कर सकेंगे।

3. अभिक्रमित अनुदेशन निर्माण हेतु सोपानों का प्रत्यास्मरण कर सकेंगे।

4. अभिक्रमित अनुदेशन निर्माण हेतु कौशल विकसित हो सकेगा।

निम्नलिखित नवाचारीय (Innovations) कार्यक्रम गणित शिक्षण में प्राय: उपयोग में लाये जाते है

## 13.2.0 गणित शिक्षण में अनुवर्ग (Tutorial)

छात्रों में वैयक्तिक भिन्नता होती है। इसलिए प्रत्येक छात्र को एक कक्षा समझ कर पढाना चाहिए। शिक्षण की इस पद्धति को 'वैयक्ति शिक्षण' कहते है। इस प्रकार से किये गये शिक्षण से छात्रों में 'अनेकता में एकता' जैसे गुणों का संचार नहीं किया जा सकता, साथ ही उनमें सामाजिक गुणों का विकास भी नहीं हो पाता। वास्तविकता तो यह है कि वर्तमान सामाजिक, राजनीतिक और आर्थिक परिस्थितियों में इस प्रकार से शिक्षण सम्भव नही है। इसके विपरीत वर्तमान में छात्रों का समूह में रखकर शिक्षण किया जाता है। इस प्रकार के शिक्षण को 'सामूहिक शिक्षण' नाम से जाना जाता हे। लेकिन इस पद्धति में अध्यापक चाह कर भी कई कारणों से सभी छात्रों की प्रगति समानरूप से नहीं करा सकता है। यदि वह प्रत्येक छात्र को ध्यान में रखकर शिक्षण को पूर्णतया सफल बनाना चाहता है, तो निर्धारित पाठ्यक्रम निश्चित समय में समाप्त नहीं हो सकता। परिणाम स्वरूप कई छात्र गणित में पिछड़ जाते है। तदानुसार अवरोध एवं अपव्यय जैसी समस्या पनप जाती है।

यह सब होते हुए भी प्रजातन्त्र में छात्रों की अवहेलना नहीं की जा सकती है क्योकि यह आवश्यक नहीं है कि छात्र किसी स्तर पर गणित में ठीक नहीं हो लेकिन कुछ प्रयास करने पर वही छात्र प्रयासों के फलस्वरूप अप्रत्याशित प्रगति कर सकता है।

सामूहिक शिक्षण के दोषों को दूर करने के लिए विद्यार्थियों के छोटे छोटे समूह बना लिये जाते है। प्रत्येक समूह का एक लीडर चुन लिया जाता है जो कि उस समूह की कठिनाइयों के बारे में परस्पर विचार विमर्ष करलें। उन कठिनाइयों का अभिलेख तैयार कर अध्यापक की सहायता से उन कठिनाइयों को दूर करने का प्रयास करता है।

<u>13.2.1 अनुवर्ग सामूहिक शिक्षण का एक अंश है। यह तीन प्रकार के होते है।</u>

1. निरीक्षण युक्त अनुवर्ग (Supervised tutorial)
2. सामूहिक अनुवर्ग (Group tutorial)
3. प्रयोगात्मक अनुवर्ग (practical tutorial)

<u>13.2.1.1 निरीक्षण युक्त अनुवर्ग</u>

निरीक्षण युक्त अनुवर्ग प्रतिभाशाली छात्रों तक ही सीमित है। छात्र अध्यापक के साथ मिल कर कठिनाइयों के बारे में विचार विमर्ष करते है। अध्यापक तथा छात्र मिलकर कठिनाईयों के निवारण हेतु उपाय सोचते है। अध्यापक आवश्यकतानुसार संदर्भ पुस्तकें उपलब्ध कराता है और कठिनाइयों या समस्याओं के हल हेतु विधियां बताता है।

<u>13.2.1.2 सामूहिक अनुवर्ग</u>

सामूहिक अनुवर्ग गणित में पिछडे छात्रों तक ही सीमित है। अध्यापन नैदानिक परीक्षण द्वारा उन कारणों का पता लगाता है जिनसे छात्र कठिनाई अनुभव करता है। अध्यापक अपने

ज्ञान से यथा सम्भव उन कठिनाईयों को दूर करता है। सामूहिक प्रगतिशीलता तथा सामाजिक ज्ञान में रूचि रखने वाले अध्यापक सामूहिक अनुवर्ग के संचालन में अधिक सफल होते है।

13.2.1.3 प्रयोगात्मक अनुवर्ग

प्रयोगात्मक अनुवर्ग के अन्तर्गत शारीरिक कौशल के विकास तथा क्रियात्मक पक्ष (Psychomoter Domain) से सम्बन्धित उद्धेश्यों की प्राप्ति के लिए प्रयास किये जाते है।

ब्लूम के अनुसार अनुवर्ग में समस्या पर चर्चा होनी चाहिए। शिक्षक का पिछडे छात्रों की समस्या के समाधान हेतु व प्रगति के प्रति सतत् सजग रहना आवश्यक है। इसी प्रकार प्रतिभाशाली छात्रों के लिए आगे से आगे चुनौती पूर्ण वातावरण निर्मित करना शिक्षक का दायित्व है।

प्रश्न 1. गणित शिक्षण मे अनुवर्ग के महत्व को समझाइये।

प्रश्न 2. अनुवर्ग कितने प्रकार के होते है? इनका प्रबन्धन किस प्रकार किया जाता है ?

## 13.2.0 गणित शिक्षण में पर्यवेक्षण अध्ययन (Supervised study)

ज्ञान प्रतिक्षण तीव्र गति से विकसित हो रहा है। पिछले 50 वर्षो में जितना ज्ञान अर्जित हुआ है वह 50 वर्ष पूर्व के सम्पूर्ण ज्ञान के बराबर है। ऐसी स्थिति में किसी विषय का पूर्ण ज्ञान छात्र को शाला के सम्पूर्ण जीवन में देना लगभग असम्भव है। अत: शिक्षक को छात्र में स्व: अध्ययन करने की आदत डालनी चाहिए। इसके लिए डेजी मारविल जॉन (1971) ने ‘पर्यवेक्षण अध्ययन’ का प्रतिपादन किया।

13.3.1 पर्यवेक्षण अध्ययन के सैद्धान्तिक आधार

पर्यवेक्षण अध्ययन के मुख्य सिद्धान्तिक आधार

1. छात्र प्रत्यक्षीकरण से स्पष्ट व अधिक सीखता है।
2. यह प्रविधि वैयक्ति भिन्नता के सिद्धान्त पर आधारित है।
3. अधिकाधिक सहायक सामग्री व व्यापक पाठ्यवस्तु के अध्ययन पर बल दिया जाता है।

13.2.2 पर्यवेक्षण अध्ययन का आकार

1. छात्रों की आवश्यकताओं को ध्यान में रखते हुए, प्रकरण से सम्बन्धित अध्ययन सामग्री, भिन्न भिन्न लेखकों की पुस्तकें, फिल्मस, मॉडल, चार्ट आदि जुटाना चाहिए।
2. पर्यवेक्षण अध्ययन के लिए छात्रों को उनकी क्षमता के अनुसार समूह में बांट लेने चाहिए।
3. इस प्रविधि के लिये चयन की गई अध्ययन सामग्री का उपयोग व्यवस्थित ढंग से करना चाहिए।
4. अध्यापक को समय समय पर निर्देष देते रहना चाहिए।

13.3.3 पर्यवेक्षण अध्ययन की विशेषतायें

पर्यवेक्षण अध्ययन की निम्न विशेषतायें है :-

1. इस प्रविधि से छात्र पाठ्य वस्तु का व्यापक व गहन अध्ययन करता है।
2. छात्र सदैव क्रियाशील रहता है।
3. छात्र जो कुछ सीखता है, उसको परिपक्त (assimilate) कर लेता है।
4. छात्रों को अध्ययन करने की पूर्ण स्वतंत्रता होती है। छात्रों को गणित प्रयोगशाला व पुस्तकालय के उपयोग तथा अन्य अध्यापकों से परामर्श लेने में कोई बन्धन नहीं होता है।
5. पर्यवेक्षण अध्ययन के अन्त में छात्र का मूल्यांकन किया जाता है जिससे यह जाना जा सके कि छात्र का प्रकरण पर स्वामित्व किस स्तर का हुआ है।

13.3.4 पर्यवेक्षण अध्ययन की सीमायें

1. इस प्रविधि से छात्र में भावात्मक विकास एवं क्रियात्मक उद्धेश्यों की प्राप्ति पर ध्यान नहीं दिया जा सकता है।
2. इसमें मानवीय गुणों के विकास की अवहेलना की जाती है।
3. इस प्रविधि का उपयोग उच्च कक्षाओं के लिए अधिक सार्थक है।
4. इसमें छात्र शिक्षक पर अधिक आश्रित रहते हैं, जिससे छात्रों के व्यक्तित्व विकास आशानूकूल नहीं हो पाता है।
5. विद्यालयों में सभी छात्रों के लिऐ पुस्तकें, शिक्षण सामग्री, प्रयोगशाला उपलब्ध नहीं होती है जिससे इस प्रविधि का कुछ ही विद्यालयों में उपयोग किया जा सकता है।
6. वर्तमान में भीड-भाड वाली कक्षाओं में इस प्रकार की व्यवस्था बहुत कठिन है।
7. अध्यापक इतनी मेहनत नहीं कर सकता जितनी इस विधि के लिए अपेक्षित है।
8. भारतीय परिस्थितियों पर्यवेक्षण जैसे नवाचार के लिए उपयुक्त नहीं है।

प्रश्न 1. पर्यवेक्षण अध्ययन की अवधारणा को स्पष्ट कीजिए।

प्रश्न 2. विद्यालय में पर्यवेक्षण अध्ययन को किस प्रकार संचालित किया जा सकता है?

## 13.4.0 गणित शिक्षण अभिक्रमित अनुदेशन (Programmed Instruction)

अभिक्रमित अनुदेशन का प्रतिपादन स्कैनर तथा क्राउडर ने 'व्यक्तिगत शिक्षण' के लिए किया था। इसके शिक्षण मशीन के नाम से भी जाना जाता हे। अभिक्रमित अनुदेशन के तीन रूप होते हैं- लीनियर, ब्रांचिंग तथा मैथेटिक्स। इन सबसे व्यक्तिगत व्यक्तिगत ढंग से अभिप्रेरणा तथ पुनर्बलन द्वारा पृष्ठ पोषण प्रदान करते हुए नवीन ज्ञान प्रदान किया जाता है। यहां केवल रेखीय (लीनियर) अभिक्रमित अनुदेशन पर ही चर्चा की जायेगी।

13.4.1 अभिक्रमित अनुदेशन के अधिनियम

अभिक्रमित अनुदेशन कुछ मूल अधिनियमों पर आधारित है। ये मौलिक अधिनियम पांच है।

1. छोटे पदों का अधिनियम (Principle of small steps)

2. तत्परता अनुक्रिया अधिनियम (Principle of active responding)
3. तत्कालीन जांच का अधिनियम (Principle of immediate confirmation)
4. स्व:अध्ययन गति का अधिनियम (Principle of self pacing)
5. छात्र परीक्षण का अधिनियम (Principle of student testing)

13.4.1.1 छोटे छोटे पदों का अधिनियम

इस अधिनियम के अन्तर्गत विषय वस्तु को छोटे छोटे पदों में विभाजित कर एक क्रम में रखा जाता है। प्रत्येक पद में छात्रों की अनुक्रिया के लिए रिक्त स्थान दिया जाता है। पद की सही क्रिया भी साथ साथ दी जाती है। छात्र एक समय में एक ही पद पढता है और सही उत्तर को छुपा कर रखता है।

13.4.1.2 तत्परता अनुक्रिया अधिनियम

छात्र को अधिगम के लिए तत्पर रहना पडता है जो कि अधिगम के लिए एक आवश्यक अवस्था है। छात्र तत्पर रहकर ही रिक्त स्थान की सही पूर्ति हेतु अनुक्रिया करता है। अधिगम के सिद्धान्त "कारों और सीखो" से छात्र अधिक सीखता है। इस प्रतिधि में छात्र को अनुक्रिया स्वयं करनी पडती है जिससे वह अधिक सीखता है।

13.4.1.3 तत्कालीन जांच अधिनियम

यह एक मनोवैज्ञानिक धारणा है कि छात्रों द्वारा की गई अनुक्रियाओं की पुष्टि यदि साथ साथ हो जाती है तो छात्र अधिक सीखते हैं। इस सिद्धान्त का उपयोग भी अभिक्रमित अनुदेशन में किया जाता है। पदों को पढते समय तत्पर रहकर अनुक्रिया की जांच छात्र तत्काल कर लेते हैं, जिससे उन्हे पुनर्बलन मिल जाता है।

13.4.1.4 स्व: अध्ययन गति अधिनियम

वैयक्तिक भिन्नता होने से छात्रों में सीखने की क्षमता व अध्ययन गति समान नहीं होती है। इस प्रविधि में छात्रों को स्व: अध्ययन गति से सीखने का अश्सर मिलता है। छात्र पद को पढकर अनुक्रिया करता है और स्वयं जांच करता हु आ अग्रसर होता है।

13.4.1.5 छात्र परीक्षण का अधिनियम

इस स्तर पर छात्र अपने अध्ययन का आलेख, अनुक्रिया के आधार पर तैयार करता है। इस स्तर पर प्रतिफल के आधार पर अनुदेशन सामग्री में सुधार करने की आवश्यकता हो, तो वह भी कर लिया जाता है।

13.4.2 अभिक्रमित अनुदेशन के निर्माण हेतु सोपान

निम्न चरणों में अभिक्रमित अनुदेशन का निर्माण किया जाता है -

13.4.2.1 अनुदेशन के लिए प्रकरण का चयन

अनुदेशन का जिस प्रकरण पर स्वामित्व हो, जिसका कार्य विश्लेषण किया जा सके और जो छात्रों के लिए कठिन हो, का चयन करना चाहिए।

13.4.2.2 उद्धेश्यों का प्रतिपादन करना और उन्हें व्यावहारिक रूप में लिखना

अभिक्रमित अनुदेशन से ज्ञानात्मक उद्धेश्य प्राप्त किये जा सकते है। अत: ब्लूम द्वारा प्रतिपादित ज्ञानात्मक शैक्षिक उद्धेश्यों के वर्गीकरण का उपयोग करना चाहिए। व्यावहारिक उद्धेश्यों

के अन्तर्गत मुख्य रूप से पूर्व व्यवहार (Entering behaviour) और अन्तिम व्यवहार (Terminal behaviour) नामक उद्धेश्यों का प्रतिपादन किया गया है।

पूर्व व्यवहार में उस ज्ञान और कौशल की व्याख्या की जाती है जो पूर्व में आवश्यक है। इससे सिखाये जाने वाले ज्ञान और कौशल के तत्वों में भेद करने में सहायता मिलती है। पूर्व व्यवहार ज्ञात करने के लिए पूर्व परीक्षण की रचना की जाती है। इसके अतिरिक्त निदानात्मक परीक्षण, संचयी आलेख आदि की पूर्व व्यवहार को ज्ञात करने के लिए उपयोग में लाये जाते है।

अन्तिम व्यवहार में उन सभी अनुक्रियाओं को लिया जाता है जिनसे उद्धेश्यों की प्राप्ति होती हो।

13.4.2.3 मानदण्ड परीक्षण रचना

मानदण्ड परीक्षण से अन्तिम व्यवहार का वह समस्त क्रम स्पष्ट हो जाता है जिसे अभिक्रम में विकसित करना होता है। इस परीक्षण से अभिक्रम की सफलता या विफलता निश्चित होती है।

13.4.2.4 अभिक्रमित अनुदेशन के प्रारूप को निश्चित करना एवं पदों की रचना करना

मानदण्ड परीक्षण के पश्चात् अभिक्रमित अनुदेशन का प्रारूप निम्न बिन्दुओं को ध्यान में रखकर तैयार किया जाता है।

1. पदो का आकार (Size of frame)

छात्र एक समय में जितनी विषय वस्तु का बोध कर सकता है उसे पद का आकार कहते

2. अनुक्रिया का रूप (Mode of response)

अनुदेशन में अनुक्रिया के रूप अलग अलग होते हैं। छात्र को स्वयं अनुक्रिया कर अनुक्रिया के लिये दिये गये विकल्पों में से एक चुनना पडता है।

3. अनुबोधन का रूप (Type of prompt)

(i) पद सरल कथनों में लिखने चाहिए। इनकी भाषा सरल व स्पष्ट होनी चाहिए ताकि उन कथनों में कही गई बात छात्र सरलता से समझ सके।

(ii) पदों का स्वरूप ऐसा होना चाहिए ताकि छात्र उनको पढकर एक ही अनुक्रिया करें।

(iii) पदों में आवश्यकतानुसार उपयुक्त अनुबोधकों का प्रयोग होना चाहिए।

(iv) यह ध्यान रहे कि किसी पद का उद्दीपन पिछले पद की अनुक्रिया पर आधारित हो। यह क्रम प्रत्येक अगले पद के लिए लागू होना चाहिए।

13.3.3 पदों के प्रकार

अभिक्रमित अनुदेशन में निम्न प्रकार के पद होते हैं

13.3.3.1 प्रस्तावना पद

इनकी संख्या 10-15 प्रतिशत तक होनी चाहिए। इनकी सहायता से पूर्व ज्ञान का नवीन ज्ञान के साथ सम्बन्ध स्थपित किया जाता है। इनमें पूर्ण अनुबोधक पदों की रचना की जाती है।

13.3.3.2 शिक्षण पद

इन पदो से विषय वस्तु को प्रस्तुत किया जाता है तथा इन्हीं के द्‌वारा उद्धेश्यों को प्राप्त किया जाता है। इन में पूर्ण अनुबोधक पदों की रचना की जाती है। उनकी संख्या 60 से 70 प्रतिशत होती है।

13.3.3.3 अभ्यास पद

इन पदों से सीखे हुए ज्ञान का अभ्यास कराया जाता है। इनमें अर्ध अनुबोधक पदों की रचना की जाती है। पदों की संख्या 20 से 25 प्रतिशत तक होती है।

13.3.3.4 परीक्षण पद

इकाई के अन्त में सीखे हुए ज्ञान के आधार पर परीक्षण पदों की रचना की जाती है। इनमें अनुबोध का प्रयोग नहीं किया जाता है। ये पद 10 से 15 प्रतिशत तक होते है।

13.3.4. रेखीय अभिक्रमित अनुदेशन की सीमायें

1. इसमें केवल ज्ञानात्मक उद्धेश्य ही प्राप्त किये जा सकते है।
2. छात्रों की रूचि एवं आवश्यकता को महत्व नहीं दिया जाता है।
3. छात्रों को अनुक्रियाओं के लिए स्वतन्त्रता नहीं मिलती है।
4. अभिक्रमित अनुदेशन का निर्माण करना कठिन होता है।
5. कक्षा शिक्षण पर छात्र ध्यान नहीं देते है।
6. छात्रों का सामाजिक विकास कम होता है।

## 13.4.0 अभिक्रमित अनुदेशन : एक उदाहरण

(1) निम्न में से कौन से रिक्त समुच्चय हैं

a) समअभाज्य संख्याओं से बना समुच्चय।

b) उन विषम संख्याओं का समुच्चय जिनका वर्ग पूर्ण सम संख्या हो।

c) 10 वर्ष से 20 वर्ष के बीच की आयु वाले विभिन्न देशों के प्रधानमंत्रियों से बना समुच्चय।

d) 10 वर्ष की आयु वाले B.A. पास विद्‌यार्थियों का समुच्चय।

e) तिरंगे झण्डे में काली पट्टियों का समुच्चय।

(2) यदि A = {1,2,3,4,5,6,7,8,9,} हो तो

a) A के उस उपसमुच्चय को लिखो जिसमें A की सभी अभाज्य संख्यायें है

b) A के उस उपसमुच्चय को लिखो जिसमें A की सभी सम संख्याये है

c) A के उस उपसमुच्चय को लिखो A जिसमें A की सभी विषम संख्यायें हैं

(3) {H,N,G} के सभी उपसमुच्चयों को लिखो।

(4) निम्न समुच्चयों के कुल उपसमुच्चयों की संख्या बताओ

a) {p}

b) {p,q}

c) {p,q,r}

(5) {p,q,r,s} के सभी उन उपसमुच्चयों को लिखो जिनमें अवयवों की संख्या 3 हो।

a) {p,q,} ; {p,q,r} का उपसमुच्चय है इसे सांकेतिक रूप में लिखो।

b) {p,q,r} ; {p,q,r} का उपसमुच्चय है इसे सांकेतिक रूप में लिखो।

c) {p,q,r} ; {p,q,} का उपसमुच्चय नहीं है इसे सांकेतिक रूप में लिखो।

d) रिक्त समुच्चय {p,q,r} का उपसमुच्चय है इसे सांकेतिक रूप में लिखो।

परिमित समुच्चय, अपरिमित समुच्चय और सार्वत्रिक समुच्चय

| | |
|---|---|
| | 1. सभी गण संख्याओं के समुच्चय को प्राय: {2,4,6- - -} से प्रदर्षित करते हैं "- - -" का अर्थ है कि वह क्रम चलता रहेगा। सभी विषम संख्याओं के समुच्चय को कैसे प्रदर्षित करोगे, नीचे लिखो।<br>{ } |
| {1,3,4---} | 2. सभी गण संख्याओं के समुच्चय को नीचे प्रदर्षित करो।<br>{ } |
| {1,2,3---} | 3. प्रत्येक समसंख्या {2,4,6 - - -} का अवयह ( है / नहीं हैं) |
| | 4. निम्न में से सभी कथनो के सामने दिये कोष्ठक में सत्य/असत्य लिखो<br>(a) 42 € {2,4,6 - - -} ( )<br>(b) 22 € {2,4,6, - - - } ( )<br>(c) 27 € {2,4,6, - - - } ( ) |

## 13.6.0 सारांश

| | |
|---|---|
| a) सत्य<br>b) असत्य<br>c) सत्य | 5. निम्न मे से सत्य कथन के आगे सत्य, तथा असत्य लिखो<br>a) 26 € {1,3,5,- - -} ( )<br>b) 29 € {1,3,5,- - -} ( )<br>c) 27 € {1,3,5,- - -} ( ) |
| a) असत्य<br>b) असत्य<br>c) सत्य | 6. सभी गण संख्याओं के समुच्चय को {1,2,3,- - - बताते है। निम्न कथनों के आगे सत्य या असत्य लिखों<br>a) 13 € {1,2,3,- - - } ( )<br>b) 108 € {1,2,3,- - - } ( )<br>c) 0 € {1,2,3- - -} ( )<br>d) 14 € {1,2,3,- - -} ( ) |
| a) सत्य<br>b) सत्य<br>c) असत्य | 7. निम्न वाक्यों में सही वाक्यों को? करो<br>a) {2,4,6,- - -} {1,3,5,- - -<br>b) {2,4,6,- - -} {1,2,3,- - - |

| | |
|---|---|
| d) असत्य | c) {1,3,5,- - -} {1,2,3,- - -<br>d) {1,3,5,- - -} {2,4,6- - - |
| (b)<br>(C) | 8. निम्न में से किस समुच्चय में अवयवों की संख्या सकती है<br>a) {2,4,6,8,10,12,14}<br>b) Ram, Mohan}<br>c) {1,3,5,- - -)<br>d) {X : X कोई मनुष्य है} |
| (a) | 9 यदि किसी समुच्चय के अवयवों को गिना जा सके तो उसे परिमित समुच्चय कहते हैं, यदि किसी समुच्चय के अवयवों की संख्या बताई जा सके उसे अपरिमित समुच्चय कहते हैं।<br>उदाहरणत: सभी समुद्रो के किनारे बालू के कणों को गिना जा सकता है, इसलिए समुद्र के किनारे के सभी बालू के कणों में बना समुच्चय परिमित समुच्चय होगा।<br>{1,2,3,- - -} के सभी अवयवों की गणना नहीं की जा सकती, इसलिए यह अपरिमित समुच्चय है।<br>निम्नलिखित में से कौन से अपरिमित समुच्चय है उन्हे / करो<br>a) {a,e,i,o,u}<br>b) {X : X स्कूल का विद्यार्थी है}<br>c) {X : X, 15 के पूर्णांक भाजक है}<br>d) {X : X, 6 का गुणक है}<br>e) {2,4,6- - -} |
| (d)<br>(e) | 10 सही विकल्प चुनो<br>{1,3,5,- - -} के अवयवों को (गिना/ नहीं गिना) जा सकता इसलिए यह परिमित/ अपरिमित) समुच्चय है। |
| नहीं गिना | 11. (a) निम्न समुच्चयों के आगे दिये कोष्टक में लिखो कि समुच्चय परिमित है अपरिमित या अपरिमित<br>(1) {1,3,5,6,7} ( )<br>(2) {1,2,3,- - -} ( )<br>(3) {2,4,6,- - -} ( )<br>(b) गण संख्यायें अपरिमित है निम्न में सभी गण संख्याओं के समुच्चय को ? करो।<br>a) {,0,1,2,3,- - --}<br>b) {0,1,2,3,4,5,6,7,8,9}<br>c) {1,2,3- - -<br>d) {1,2,3,- - - - - - - -,99,100} |

गणित शिक्षण के लिये कई नव प्रवर्तनीय कार्यक्रमों का चयन किया जा सकता है। वर्तमान संदर्भ में तीन ही कार्यक्रम : अनुवर्ग, अभिक्रमित अनुदेशन और पर्यवेक्षण अध्ययन, महत्वपूर्ण है। अनुवर्ग निरीक्षण युक्त, सामूहिक व प्रयोगात्मक प्रकार के होते हैं। पर्यवेक्षण अध्ययन एक दूसरे कार्यक्रम के द्वारा छात्रों को जीवनपर्यन्त गणित अध्ययन करने के लिए प्रशिक्षण दिया जा सकता है। तीसरे प्रकार का नवप्रवर्तन कार्यक्रम अभिक्रमित अनुदेशन है। इसकी रचना करने की विधि, उपयोग एवं सीमाओं की विवेचना की गई है।

प्रश्न 1. अभिक्रमित अनुदेशन किन-किन अधिनियम पर आधारित है?

प्रश्न 2. अभिक्रमित अनुदेशन के निर्माण के लिए क्या क्या चरण है?

प्रश्न 3. एक लघु प्रकरण को लेकर अभिक्रमित अनुदेशन तैयार कीजिए।

## 13.7.0 मूल्यांकन प्रश्न

1. आप अपने विद्यालय में गणित शिक्षण के अनुवर्ग कक्षा व्यवस्था कैसे करोगे? विस्तृत वर्णन करिये।

   How will you arrange tutotrial class to teach mathematics in your school?

2. पर्यवेक्षण अध्ययन से क्या तात्पर्य है? 10 कक्षा के लिए गणित में पर्यवेक्षण अध्ययन के लिए व्यवस्था कैसे करोगे?

   What do you mean by supervised study in mathematics? How will you organise supervised study in mathematics for $10^{th}$ class students?

3. रेखीय अभिक्रमित अनुदेशन की परिभाषा लिखों। गणित में बनाये गये किसी रेखीय अभिक्रमित अनुदेशन का उदाहरण देकर इसकी विशेषताओं और कमियों को लिखिये।

   write down definition of linear programmed instruction. Write down merits and demerits oflinear programmed instruction taking an example of mathematics.

4. त्रिकोणमितिय अनुपात पर एक अभिक्रमित अनुदेशन तैयार करिये।

   Prepare linear programmed instruction on trigonometic ratios.

## 13.8.0 संदर्भ पुस्तके


1. Mullers RJ. Principles of Classroom Learning & Perception, George Allen & Unwir Ltd., London.
2. मंगल एस. के. (1977) साधारण गणित शिक्षण आर्य बुक डिपो दिल्ली
3. सक्सेना ओबराय (1984) शिक्षण की तकनीकी सूची पब्लिकेशन, मेरठ
4. शर्मा आर.ए. (1994) शिक्षण अधिगम में नवीन प्रवर्तन, सूर्या पब्लिकेशन मेरठ
5. Wren & Pontler. the Teaching of Secondery Mathematics, Mc. Graw Hill 1960 NY.

Other References

* Bourbaki, N.(1994) , Elements of the History of Mathematics, John Meldrum (trans.) Springer-Verlag, Berlin, Germany.
* Chandrashekhar, Subrahmanyan (1987), Truth and Beauty. Aesthetics and Motivation in Science, University of Chicago Press, Chicago,IL.
* Hadamard, Jacques (1949), The Psychology of Invention in the Mathematical Field, 1st edition, Princeton University Press, Princeton, NJ. 2nd edition, 1949. Reprinted Dover Publications, New York,1954
* Hardy, G..H.(1940),A Mathemtcian’s Apology, 1st published, 1940. Reprinted, C.P. Snow (foreword), 1967. Reprinted, cambridge University Press. Cambridge. UK,1992
* Hart, W.D.(ed.,1996), The Philosophy of Mathematics, Oxford University Press, Oxford, UK.
* Hendricks, Vincent F. and Hannes Leitgeb (eds.). Philosophy of Mathematics: 5 Questions, New York: Automatic Press eVIP,2006.[3] (http:eephil-math.orge)
* Huntley, H.E.(1970), The Divine Proportion: A Study in Mathematical Beauty, Dover Publications, New York,NY
* Kleene,S.C.(1971), Introduction to Metamathematics, North-Holland Publishing Company, Amsterdam, Netherlands.
* Klein, Jacob (1968), Greek Mathematical Thought and the Origin of Algebra, Eva Brann (trans.), MIT Press, Cambridge, MA, 1968. Reprinted, Dover Publication, Mineola, NY,1992.
* Kline, Morris (1972), Mathematcs and the Physical World, Thomas Y. Crowell Company, New York, NY, 1959. Reprinted, Dover Publications, Mineola, NY,1981.
* Kline, Morris (1972),Mathematical Thought from Ancient to Modern Times, Oxford University Press, New York, NY.
* George, Alexandre (ed..1994), Mathematics and Mind, Oxford University Press, Oxford, UK.
* Lakoff, George, and Nunez, Rafael E.(2000), Where Mathematics Comes From : How the Embodied Mind Brings Mathematics into Being, Basic Books, New York, NY.

∗ Raymond, Eric S. (1993), “The Utility of Mathematics” , Eprint (http:ee catb.orgeedre writingseutility-of-mathe).

∗ Shapiro, Stewart (2000), Thinking About Mathematics: The Philosophy of Mathematics, Oxford University Press, Oxford, UK.