PSY 03

वर्धमान महावीर खुला विश्वविद्यालय, कोटा

Psychological Statistics and Measurement

मनोवैज्ञानिक सांख्यिकी और मापन

PSY 03

वर्धमान महावीर खुला विश्वविद्यालय, कोटा

पाठ्यक्रम अभिकल्प समिति

संरक्षक	**अध्यक्ष**
प्रो. अशोक शर्मा	**प्रो. एल.आर. गुर्जर**
कुलपति	निदेशक (अकादमिक)
वर्धमान महावीर खुला विश्वविद्यालय, कोटा	वर्धमान महावीर खुला विश्वविद्यालय, कोटा

संयोजक एवं सदस्य

** **संयोजक**	* **संयोजक**
डॉ. अनिल कुमार जैन	**डॉ. रजनी रंजन सिंह**
सह आचार्य एवं निदेशक, शिक्षा विद्यापीठ	सह आचार्य एवं निदेशक, शिक्षा विद्यापीठ
वर्धमान महावीर खुला विश्वविद्यालय, कोटा	वर्धमान महावीर खुला विश्वविद्यालय, कोटा

सदस्य

प्रो. (डॉ) एल.आर. गुर्जर	**प्रो. एच. बी. नंदवाना**
निदेशक (अकादमिक)	निदेशक, सतत शिक्षा विद्यापीठ
वर्धमान महावीर खुला विश्वविद्यालय, कोटा	वर्धमान महावीर खुला विश्वविद्यालय, कोटा
प्रो. विजयलक्ष्मी चौहान (सेवानिवृत्त)	**प्रो.आशा हिंगर (सेवानिवृत्त)**
मनोविज्ञान विभाग	मनोविज्ञान विभाग
मोहनलाल सुखाडिया विश्वविद्यालय, उदयपुर	राजस्थान विश्वविद्यालय, जयपुर
प्रो. दामीना चौधरी (सेवानिवृत्त)	**डॉ. रजनी रंजन सिंह**
शिक्षा विद्यापीठ	सह आचार्य, शिक्षा विद्यापीठ
वर्धमान महावीर खुला विश्वविद्यालय, कोटा	वर्धमान महावीर खुला विश्वविद्यालय, कोटा
डॉ. अनिल कुमार जैन	**डॉ. कीर्ति सिंह**
सह आचार्य, शिक्षा विद्यापीठ	सहायक आचार्य, शिक्षा विद्यापीठ
वर्धमान महावीर खुला विश्वविद्यालय, कोटा	वर्धमान महावीर खुला विश्वविद्यालय,कोटा
डॉ. पतंजलि मिश्र	**डॉ. अखिलेश कुमार**
सहायक आचार्य, शिक्षा विद्यापीठ	सहायक आचार्य, शिक्षा विद्यापीठ
वर्धमान महावीर खुला विश्वविद्यालय, कोटा	वर्धमान महावीर खुला विश्वविद्यालय, कोटा

*डॉ. रजनी रंजन सिंह ,सह आचार्य एवं निदेशक, शिक्षा विद्यापीठ 13.06.2015 तक
** डॉ. अनिल कुमार जैन, सह आचार्य एवं निदेशक, शिक्षा विद्यापीठ 14.06.2015 से निरन्तर

समन्वयक एवं सम्पादक

समन्वयक
डॉ. अनिल कुमार जैन
सह आचार्य, शिक्षा विद्यापीठ
वर्धमान महावीर खुला विश्वविद्यालय, कोटा

विषय वस्तु एवं भाषा संबंधी सम्पादन
डॉ. अनिल कुमार जैन
सह आचार्य, शिक्षा विद्यापीठ
वर्धमान महावीर खुला विश्वविद्यालय, कोटा

इकाई लेखन

1 **डॉ. अनिल कुमार जैन**
(इकाई 1,2,3,6,9,10,12,13,14)
सह आचार्य, शिक्षा विद्यापीठ
वर्धमान महावीर खुला विश्वविद्यालय, कोटा

2 **डॉ. रजनी रंजन सिंह**
(इकाई सं. 4,5,7,8,11)
सह आचार्य, शिक्षा विद्यापीठ
वर्धमान महावीर खुला विश्वविद्यालय, कोटा

आभार

प्रो. विनय कुमार पाठक
पूर्व कुलपति
वर्धमान महावीर खुला विश्वविद्यालय, कोटा

अकादमिक एवं प्रशासनिक व्यवस्था

प्रो. अशोक शर्मा
कुलपति
वर्धमान महावीर खुला विश्वविद्यालय,कोटा

प्रो .एल.आर .गुर्जर
निदेशक (अकादमिक)
वर्धमान महावीर खुला विश्वविद्यालय,कोटा

प्रो. करण सिंह
निदेशक
पाठ्य सामग्री उत्पादन एवं वितरण प्रभाग
वर्धमान महावीर खुला विश्वविद्यालय,कोटा

डॉ. सुबोध कुमार
अतिरिक्त निदेशक
पाठ्य सामग्री उत्पादन एवं वितरण प्रभाग
वर्धमान महावीर खुला विश्वविद्यालय,कोटा

उत्पादन 2015, ISBN : 978-81-8496-517-9

इस सामग्री के किसी भी अंश को व.म.खु.वि.वि., कोटा, की लिखित अनुमति के बिना किसी भी रूप में अन्यत्र पुनः प्रस्तुत करने की अनुमति नहीं है। व.म.खु.वि.वि. , कोटा के लिए कुलसचिव, व.म.खु.वि.वि., कोटा (राजस्थान) द्वारा मुद्रित एवं प्रकाशित।

PSY 03

वर्धमान महावीर खुला विश्वविद्यालय, कोटा

अनुक्रमणिका

इकाई सं .	इकाई का नाम	पेज नं .
1	सांख्यिकी का अर्थ, उपयोग एवं प्रकार, मनोवैज्ञानिक मापन में सांख्यिकी की सार्थकता	1
2	आवृत्ति वितरण एवं आंकड़ों का ग्राफीय निरूपण	30
3	केन्द्रीय प्रवृत्ति के माप	71
4	विचरणशीलता का संप्रत्ययमानक ,माध्य विचलन,चतुर्थांक विचलन,परास: प्रसरण एवं प्रसरण गुणांक,विचलन	100
5	सामान्य वितरणसामान्य वितरण वक्र की ,सम्भाव्यता की अवधारणा : विषमता एवं कुकुदता तथा सामान्य वितरण,विशेषताएँवक्र के अनुप्रयोग	119
6	सह संबंध- अर्थ, पियार्सन प्रोडक्ट मोमेन्ट सहसंबंध, स्पियरमेन कोटि अन्तर सहसंबंध	143
7	प्रतिचयन विधियाँ	168
8	प्राचलिक एवं अप्राचलिक सांख्यिकी- अर्थ, प्रकृति, मान्यताएं एवं प्रकार	183
9	विश्वसनीयता अर्थ एवं प्रकार, विश्वसनीयता ज्ञात करने की विधियाँ	208
10	वैधता : अर्थ एवं प्रकार, वैधता ज्ञात करने की विधियाँ	218
11	परीक्षण का मानकीकरणप्रामाणिक प्राप्तांक के ,महत्त्व एवं विशेषताएँ,अर्थ : प्रकार एवं उपयोग	240
12	परीक्षण : अर्थ, विशेषताएं, उपयोगिता, प्रकार एवं परीक्षण निर्माण के सोपान	265
13	पद का अर्थ एवं विशेषताएँ, पदों के प्रकार, पद लेखन हेतु सामान्य निर्देश, निबंधात्मक एवं वस्तुनिष्ठ परीक्षा का तुलनात्मक अध्ययन	285
14	पद विश्लेषण, पदों का कठिनाई स्तर, विभेदन क्षमता एवं उनमें संबंध	299

इकाई- 1

सांख्यिकी का अर्थ, उपयोग एवं प्रकार, मनोवैज्ञानिक मापन में सांख्यिकी की सार्थकता

Meaning of Statistics, Uses and Types, Significance of statistics in Psychological measurement

इकाई की रूपरेखा

1.1 प्रस्तावना

1.2 उद्देश्य

1.3 सांख्यिकी का अर्थ

1.4 सांख्यिकीय की विशेषताएं

1.5 सांख्यिकी के उपयोग

1.6 सांख्यिकी के प्रकार

1.7 मनोवैज्ञानिक मापन: अर्थ

1.7.1 मनोवैज्ञानिक मापन का प्रारंभ

1.8 मनोवैज्ञानिक मापन में सांख्यिकी की सार्थकता

1.9 सारांश

1.10 शब्दावली

1.11 संदर्भ ग्रंथ सूची

1.1 प्रस्तावना

मनोविज्ञान के अध्ययन में आप यह समझ चुके होंगे कि यह शास्त्र मानव के व्यवहार कि विस्तृत व्याख्या करता है पड़ताल करता है और यह उल्लेख भी करता है कि मानव के व्यक्तित्व को समझने के लिए अनेक आतंरिक एवं बाह्य तत्वों को समझने की आवश्यकता है जिसके लिए अनेक मनोवैज्ञानिक प्रणालियाँ विकसित हुई है जिनसे प्राप्त प्रदतों का विश्लेषण, संश्लेषण, निरूपण एवं व्याख्या जिसके अंतर्गत की जाती है उसे सांख्यिकी कहते हैं | प्रस्तुत इकाई मनोविज्ञान में सांख्यिकी का अर्थ, विशेषताओं, महत्त्व एवं उपयोग पर प्रकाश डाल रही है |

1.2 उद्देश्य

इस इकाई के अध्ययन के पश्चात आप :

- सांख्यिकीका अर्थ समझ सकेगें |
- सांख्यिकी की विशेषताओं को जान सकेगें |
- मनोवैज्ञानिक मापन का अर्थ जान पायेंगे |

मनोवैज्ञानिक मापन में सांख्यिकी का महत्त्व, उपयोगिता को स्पष्ट कर सकेंगे |

1.3 सांख्यिकी का अर्थ

अंग्रेजी भाषा का शब्द 'Statistics' जर्मन भाषा के शब्द 'Statistik'से मिलता-जुलता है | यह भी कहा जाता है कि 'Statistics' लेटिन भाषा के शब्द 'Status' या इटेलियन भाषी शब्द'Statista' से बना है | इन सभी शब्दों का आशय 'राजनैतिक राज्य' से है | संभवतः इस विषय का प्रयोग सबसे पहले राज्यों द्वारा ही किया गया था | अत: 'Statistics' को 'State' जैसे शब्द द्वारा पुकारा जाने लगा जिसका शाब्दिक अर्थ राजनीति शास्त्र से है | आधुनिक अर्थो में इस शब्द का आशय कुछ विस्तृत रूप से समझा जाता है |

विस्तृत रूप से सांख्यिकी का प्रयोग मुख्यतः दो रूपों में किया जाता है :

(अ) प्रदत्त – बहुवचन के रूप में (Statistics as Data in plural sense)

इस रूप में सांख्यिकी का आशय ऐसे तथ्यों से होता है जिन्हें संख्यात्मक ढंग से व्यक्त किया जाता है| इस संख्यात्मक सांख्यिकी (Descriptive Statistics) भी कहते हैं | जिन संख्यात्मक तथ्यों में कुछ विशेष प्रकार के गुण हो उन्हें 'प्रदत्त' (Data) कहते हैं | **वैबस्टर** ने सांख्यिकी की निम्नलिखित परिभाषा दी है :

'प्रदत्त किसी राज्य के लोगों की परिस्थितियों से सम्बंधित वर्गीकृत तथ्य होते हैं | विशेष रूप से ऐसे तथ्य जिन्हें अंकों में या सारणियों में या वर्गीकृत रूप में किया गया हो |'

-वैबस्टर

"Statistics are classified facts representing the conditions of the people in a State especially those facts which can be stated in numbers as in any other tabular or classified arrangement."-

Webster

उपर्युक्त परिभाषा में सांख्यिकी को केवल राजकीय आंकड़ों तक सीमित किया गया है | समंको की अन्य विशेषताओं के बारे में कुछ भी नहीं कहा गया है |

"किसी अनुसंधान से सम्बंधित ऐसे संख्यात्मक तथ्यों को प्रदत्तकहते हैं जिनमे परस्पर सम्बन्ध बनाया जा सके |" **-बाउले**

"Statistics are numerical statements of facts in any department of enquiry placed in relation to each other."

उपर्युक्त परिभाषा की सांख्यिकी का क्षेत्रविस्तृत है लेकिन समंको की सभी विशेषताओं को नहीं बताया गया है |

प्रोफेसर होरेस सीक्रिस्ट द्वारा दी गयी निम्नलिखित परिभाषा को समंको की एक सर्वांगीण परिभाषा माना जा सकता है :

"प्रदत्तों से हमारा आशय तथ्यों के उस समूह से है जो एक पर्याप्त सीमा तक अनेक कारणों से प्रभावित होते हैं, जिन्हें अंकों में व्यक्त किया जा सकता है, जिनकी गणना की जाती है अथवा शुद्धता की उचित स्तर के आधार पर अनुमानित किए जाते हैं, जिन्हें पूर्व निश्चित उद्देश्य की लिए एक व्यवस्थित रूप में एकत्रित किया जाता है तथा उनमे परस्पर सम्बन्ध स्थापित किया जाता है |"- **प्रोफेसर होरेस सीक्रिस्ट**

"By Statistics we mean aggregates of fact affected to a marked extent by multiplicity of causes numerically expressed, enumerated or estimated according to reasonable standard of accuracy, collected in a systematic manner for predetermined purpose and placed in relation to each other." **-Prof. Horec Secrist**

(ब) सांख्यिकी विज्ञान या सांख्यिकीय विधियाँ– एकवचन के रूप में (Statistics as Science in singular sense) |

इस रूप में सांख्यिकी की परिभाषा एक विज्ञान या शास्त्र के रूप में दी जाती है | इस अर्थ में सांख्यिकी का अध्ययन सांख्यिकी विधियों (Statistical Method) के रूप में भी किया जाता है अर्थात जिस विज्ञान में समंको के एकत्रीकरण एवं उनसे परिणाम निकलने के सम्बन्ध में की जाने वाली विभिन्न क्रियाओं का वर्णन किया जाता है उसे सांख्यिकी कहते हैं | सांख्यिकी के विभिन्न विद्वानों ने अलग-अलग परिभाषाएं दी है जिनका वर्णन नीचे किया जा रहा है | बाउले ने सांख्यिकी की परिभाषा निम्नलिखित तीन प्रकार से दी है :

i. "सांख्यिकी गणना का विज्ञान है |" **-बाउले**

ii. "सांख्यिकी को उचित रूप माध्यो का विज्ञान कहा जा सकता है |" **- बाउले**

iii. "सांख्यिकी सुसंगठित समाज शास्त्र के माप का विज्ञान है, जिसे पूर्ण रूप से सुस्पष्ट माना जाता है |" **बाउले**

i. "Statistics is the science of counting." **-Bowley**

ii. "Statistics may rightly be called the science of averages." **Bowley**

iii. "Statistics is the measurement of social organism, regarded as a whole in all its manifestations." **Bowley**

उपर्युक्त परिभाषाओं में सांख्यिकी विज्ञान की कुछ ही विशेषताओं का उल्लेख किया गया है | इनमें से कोई भी परिभाषा पूर्ण नहीं है | प्रथम परिभाषा में गणना के लिए की जाने वाली क्रियाओं के सम्बन्ध में कुछ नहीं कहा गया है | सांख्यिकी का क्षेत्र केवल गणना तक ही सीमित नहीं है | द्वितीय परिभाषा में सांख्यिकी को माध्य तक सीमित किया गया है जबकि माध्य सांख्यिकीका एक एक अंग है | सांख्यिकी के और भी अनेक अंग है जैसे विचलनशीलता (Dispersion), सहसम्बन्ध (Correlation), विषमता (Skewness), वक्रता (Kurtosis) आदि | तृतीय परिभाषा में सांख्यिकी के प्रयोग को केवल समाजशास्त्र तक तक ही सीमित किया गया है जबकि आधुनिक अर्थों में सांख्यिकी का प्रयोग सभी क्षेत्रों में बहुतायतसे किया जा रहा है |

"सांख्यिकी विज्ञान सामूहिक, प्राकृतिक एवं सामाजिक घटनाओं के सम्बन्ध में अनुमानों के आधार पर प्राप्त परिणामों द्वारा निर्णय करने की विधि जो की अनुमानों के विश्लेक्षण या गणना या संकलन से प्राप्त किए जाते हैं |" **-किंग**

"The science of Statistics is the method of judging collective, natural or social phenomenon from the result obtained from the analysis or enumeration or collection of estimates." **-King**

उपर्युक्त परिभाषा में यद्यपिसांख्यिकी की अनेक विशेषताओं का उल्लेख किया गया है लेकिन फिर भी इस परिभाषा में समस्त विशेषताओं का वर्णन नहीं किया गया है | इस परिभाषा में उन विधियों के सम्बन्ध में कुछ नहीं कहा गया है जिनके द्वारा संकलित अनुमानों से परिणाम निकालकर निर्णय लिया जाता है |

"सांख्यिकी वह विज्ञान है जो कि संख्यात्मक तथ्यों के एकत्रीकरण, वर्गीकरण एवं सारणीयन से सम्बंधित है, जिनके आधार पर किसी वस्तु या घटना को स्पष्ट किया जाता है, विवरण दिया जाता है तथा उनकी तुलना की जाती है |" **-लॉविट**

"Statistics is the science which deals with collection, classification and tabulation of numerical facts as the basis for explanation, description and comparison of phenomenon." **-Lovit**

उपर्युक्त परिभाषा में सांख्यिकी को विज्ञान मानकर अनेक क्रियाओं का वर्णन किया गया है |

"सांख्यिकी वह विज्ञान है जो किसी भी क्षेत्र से सम्बंधित अनुसंधान पर कुछ प्रकाश डालने केलिए संकलित संख्यात्मक तथ्यों के एकत्रीकरण, वर्गीकरण, प्रस्तुतीकरण, तुलना एवं निर्वचन करने की विधियों से सम्बन्ध रखता है |" **-सेलिगमैन**

"Statistics is the science which deals with collecting, classifying, presenting, comparing and interpreting numerical data collected to throw some light on any sphere of enquiry." **-Seligman**

उपर्युक्त परिभाषा में भी सांख्यिकी को विज्ञान मानकर उसकी कुछ विशेषताओं का वर्णन किया गया है |

"सांख्यिकी अथवा सांख्यिकीयविधियों को समंको के संकलन, प्रस्तुतीकरण , विश्लेक्षण एवं निर्वचन करने के रूप में परिभाषित किया जा सकता है |"

-क्राक्सटन एवं कॉउडेन

"Statistics or statistical method may be defined as the collection, presentation, analysis and interpretation of numerical data."

-Croxton and Cowden

उपर्युक्त परिभाषा मेंसांख्यिकी की विभिन्न क्रियाओं का वर्णन किया गया है तथा सांख्यिकी को विज्ञान न मानकर वैज्ञानिक विधियाँ बताया गया है |

"सांख्यिकी उन तथ्यों का संकलन, सारणीयन, प्रस्तुतीकरण तथा विश्लेक्षण से मिलकर बना है जो विधि पूर्वक संकलित किए जाते हैं , जिनके संकलन में पक्षपात नहीं किया जाता है और जो एक पूर्वनिश्चित उद्देश्य के लिए संकलित किए जाते हैं |

सटक्लिफ

"Statistics comprise the tabulation, collection, presentation, and analysis of an aggregate of facts collected in a methodical manner, without bias and related to a predetermined purpose." **-Sutclliffe**

उपर्युक्त सभी परिभाषाओं के आधार पर यह कहा जा सकता है की सांख्यिकी वह विज्ञान है जिसमें प्राकृतिक , सामाजिक, सामूहिक , राजनैतिक या अन्य किसी क्षेत्र से सम्बंधित घटनाओं के संख्यात्मक तथ्यों के एकत्रीकरण, सारणीयन, वर्गीकरण, तथ्य सामग्री (data), का प्रस्तुतीकरण एवं सांख्यिकी क्रियाओं के द्वारा विश्लेक्षण तथा तुलना करने की क्रियाएँ सम्मिलित होती है तथा इन सभी क्रियाओं के आधार पर तथ्यों का निर्वचन करके निष्कर्ष निकाला जाता है |

1.4 सांख्यिकी की विशेषताएँ (Characteristics of Statistics)

सांख्यिकी की निम्नलिखित विशेषताएँ है :

1. **सांख्यिकी एक विज्ञान है (Statistics is a Science)** –साधारण शब्दों में विज्ञान का अर्थ किसी विशिष्ट ज्ञान से होता है | विभिन्न परिभाषाओं के आधार पर विज्ञान की निम्नलिखित विशेषताएँ है :

i. किसी विषय के क्रमबद्ध अध्ययन को विज्ञान कहते हैं |

ii. विज्ञान कारण एवं निष्कर्षों में सम्बन्ध स्थापित करता है |

iii. विज्ञान द्वारा कारण एवं निष्कर्षों में सम्बन्ध स्थापित करने के पश्चात निश्चित नियम बनते है |

सांख्यिकी में भी उपर्युक्त विशेषताएँ पाई जाती है | सांख्यिकी के अंतर्गत किसी भी समस्या से सम्बंधित तथ्यों का क्रमबद्ध अध्ययन कियाजाता है | प्रदत्तों के संकलन (Collection of data)से लेकर निर्वचन एवं प्रस्तुतीकरण तक की क्रियाएँ क्रमबद्ध तरीके से की जाती है | सांख्यिकी के द्वारा प्रदत्त-समस्या की घटनाओं के कारण एवं निष्कर्ष में सम्बन्ध स्थापित किए जाते हैं तथा इसके अंतर्गत विभिन्न नियमों का उपयोग भी किया जाता है | लेकिन सांख्यिकी के सम्बन्ध में ये ध्यान रखना चाहिये कि यह अन्य प्राकृतिक विज्ञानों जैसे भौतिक विज्ञान, रसायन विज्ञान , जंतु विज्ञान आदि की भांति नहीं है | प्राकृतिक विज्ञानों के नियम सदैव सच्चे होते हैं | किन्तु सांख्यिकी के नियमों में परिस्थितियों के परिवर्तनशील स्वभाव के कारण परिवर्तन हो जाता है | किसी विज्ञान के नियमों की सत्यता की जाँच तथा नियमों का निर्माण सांख्यिकीय विधियों का प्रयोग करने पर ही सम्भव है |

2. **सांख्यिकी कला भी है (Statistics is an Art)**–विज्ञान द्वारा किसी समस्या के स्वरुप का प्रस्तुतीकरण किया जा सकता है किन्तु समस्या का समाधान नहीं किया जा सकता | किसी समस्या का समाधान कला के द्वारा किया जा सकता है | साधारण शब्दों में कला का अर्थ किसी ज्ञान को कार्यान्वित करने की प्रक्रिया है | कला के द्वारा यह ज्ञात किया जा सकता है कि किसी कार्य को किस प्रकार करना चाहिये एवं किन विधियों का उपयोग करना चाहिये | कला के द्वारा किसी समस्या का व्यावहारिक रूप से समाधान किया जा सकता है |

   अंततः उपर्युक्त वर्णन के आधार पर यह कहा जा सकता है कि सांख्यिकी मेविज्ञान एवं कला दोनों के ही गुण पाए जाते हैं |

3. **सांख्यिकीमें प्रदत्तों से सम्बंधित विधियों का प्रयोग (Application of Method Related Data in Statistics) :**

   सांख्यिकी के अंतर्गत किसी भी क्षेत्र से सम्बंधित अनुसंधान पर कुछ प्रकाश डालने के लिए अनेक सांख्यिकी क्रियाओं का उपयोग किया जाता है जैसे संख्यात्मक तथ्यों संकलन , संपादन वर्गीकरण , सारणीयन , चित्रों एवं रेखाचित्रों द्वारा प्रस्तुतीकरण , सहसम्बंध एवं तुलना , निर्वचन एवं पूर्वानुमान आदि |

1.5 सांख्यिकी के उपयोग

1.5.1 सांख्यिकी एवं अन्य विषय

टिपेट (Tippet) के अनुसार, ''कुछ विषयों के लिए सांख्यिकी आधारभूत महत्व की धारणाएं प्रस्तुत करती है, कुछ के लिए वह अनुसंधान की रीतियां प्रदान करती है। इनमें से किसी एक रूप में या दोनों रूपों में सांख्यिकी ज्ञान की बहुत सी अन्य शाखाओं पर प्रभाव डालती है।'' इस परिवेश में प्राय: कहा भी जाता है कि '' सांख्यिकी के बिना विज्ञान फलदायक नहीं होते, और विज्ञान के बिना सांख्यिकी निराधार एवं निर्मूल है।''

1- **राज्य और सांख्यिकी -** सांख्यिकी राज्य के शासन प्रबंध के लिए आवश्यक है। राजकीय आय, व्यय, जनसंख्या, सार्वजनिक ऋण की व्यवस्था, राष्ट्रीय उत्पादन, जनता का स्वास्थ्य, शिक्षा आदि की व्यवस्था तथा सामाजिक कल्याण से संबंधित अन्य पहलूओं का अध्ययन सांख्यिकी की सहायता से किया जाता है। राज्य के संतुलित बजट निर्माण में सांख्यिकीय रीतियां सहायक सिद्ध हुई है।

2- **अर्थशास्त्र और सांख्यिकी -** अर्थशास्त्र के विभिन्न क्षेत्रों - उपयोग, उत्पादन, विनिमय, वितरण आदि में सांख्यिकी का योगदान सराहनीय है। अर्थशास्त्र की सभी शाखाओं से संबंधित विभिन्न नियमों व सिद्धान्तों का विश्लेषण व पुष्टिकरण समंको की सहायता से ही किया जाता है। अर्थशास्त्र में सांख्यिकी की उपयोगिता जेवन्स के इन शब्दों से प्रकट होती है,, ''मैं नहीं जानता कि हम कब पूर्ण सांख्यिकी को प्राप्त कर सकेंगे परन्तु उसकी कमी ही अर्थशास्त्र को पूर्ण विज्ञान बनाने में एकमात्र अजेय बाधा है।''

या लुन चाऊ के अनुसार, ''अर्थशास्त्री, आर्थिक समूहों जैसे सकल राष्ट्रीय उत्पाद, उपभोग, बचत, विनियोग व्यय और मुद्रा के मूल्य में होने वाले परिवर्तनो के मापन के लिए समंको पर निर्भर रहते हैं। वे आर्थिक सिद्धान्तों का सत्यापन करने तथा परिकल्पनाओं की जांच करने के लिए भी सांख्यिकीय विधि का ही प्रयोग करते हैं।''

इस प्रकार, अर्थशास्त्र के क्षेत्र में किसी ऐसी समस्या की कल्पना करना लगभग असंभव है जिसमें समंको का विस्तृत प्रयोग न किया जाता हो। अर्थशास्त्र की सभी शाखाओं से संबंधित विभिन्न नियमो व सिद्धान्तों का समंको की सहायता से ही विश्लेषण व पुष्टीकरण किया जा सकता है। उपभोग के समंको से व्यक्तियों के जीवन स्तर, विभिन्न मदों पर उनके व्यय, मांग की लोच आदि की समुचित जानकारी प्राप्त होती है। उत्पादन के समंको से राष्ट्र की सम्पत्ति की मात्रा, उसमें होने वाले परिवर्तनों तथा उनके कारणों का पता चलता है। विनिमय समंक एक देश की व्यापारिक उन्नति, आयात-निर्यात, भुगतान संतुलन, प्रचलित मुद्रा की मात्रा में हाने वाले परिवर्तनों के संबंधमें उपयोगी सूचना प्रदान करते हैं। वितरण के समंको की सहायता से राष्ट्रीय लाभांश में उत्पादन के विभिन्न साधनों का भाग, विभिन्न वर्गों की आर्थिक स्थिति का पर्याप्त ज्ञान प्राप्त होता है।

3 नियोजन और सांख्यिकी - आजकल विश्व के लगभग सभी देश आर्थिक नियोजन को अपना रहे हैं। टिप्पेट ने ठीक ही कहा है, 'नियोजन आजकल का व्यवस्थित क्रम है और समंको के बिना नियोजन की कल्पना भी नहीं की जा सकती है।''

किसी देश की आर्थिक योजना का निर्माण वहां के उपलब्ध साधनों, मुख्य समस्याओं और आवश्यकताओं से संबंधित यथेष्ट सांख्यिकीय सामग्री के बिना असंभव है। पर्याप्त और विश्वसनीय समंको के आधार पर ही योजना निर्माता देश में उपलब्ध प्राकृतिक व मानवीय साधन, पूंजी, राष्ट्रीय आय आदि की ठीक ठीक जानकारी प्राप्त करते हैं। आंकड़ों से ही इस बात का पता चलता है कि देश की अल्पकालीन तथा दीर्घकालीन आवश्यकताएं क्या हैं तथा किन किन समस्याओं को प्राथमिकता दी जाए। इन सब तथ्यों के आधार पर अर्थव्यवस्था के विभिन्न क्षेत्रो में लक्ष्य निर्धारित किये जाते हैं तथा उनको प्राप्त करने के

लिए उपयुक्त वित्तीय साधनों के सांख्यिकीय अनुमान लगाये जाते हैं। इस प्रकार समंक योजना निर्माण की आधारशिला हैं। यही नहीं, वरन् योजना की प्रगति का मूल्यांकन भी सांख्यिकीय विधियों द्वारा ही किया जाता है। समंको से ही यह ज्ञात होता है किन किन क्षेत्रों में योजना के निर्दिष्ट लक्ष्य प्राप्त हो गये हैं, किन क्षेत्रों में प्रस्तावित गति से विकास नहीं हो पाया है तथा विकास की धीमी गति के क्या कारण हैं। संक्षेप में, समंको के बिना नियोजन, पतवार और दिशासूचक यंत्ररहित जहाज की भांति है।

4 गणित और सांख्यिकी - फिशर के अनुसार, सांख्यिकी विज्ञान आवश्यक रूप से व्यावहारिक गणित की एक शाखा है और उसे निरीक्षण संबंधीसमंको में प्रयोग किया जाने वाला गणित माना जा सकता है।

5 व्यवसाय और सांख्यिकी - व्यवसायियों के लिए किसी भी व्यवसाय में अनुमानों व संभावनाओं का महत्वपूर्ण स्थान है। एक अच्छे व्यवसायीर के लिए यह जानना आवश्यक है कि किसी वस्तु विशेष की मांग कहां और कैसी है तथा भविष्य में मूल्य के परिवर्तन से कैसी रहेगी। व्यवसायी के लिए यह भी महत्वपूर्ण है कि सरकार की इस संबंधमें नीति क्या है? आदि। इस प्रकार की सभी बातें बहुत कुछ समंको के आधार पर जानी जा सकती है। बांडिगटन के अनुसार, एक सफल व्यवसायी वही हैख् जिसका अनुमान वास्तविकता के अधिक निकट होता है।''

स्कन्ध विपणि तथा उपज विपणि के सदस्यों को भी अंशों (शेयरों) और वस्तुओं के पिछले मूल्य समंको तथा मांग पूर्ति की वर्तमान स्थिति आदि के आधार पर ही भावी मूल्यों के पूर्वानुमान लगाने पड़ते हैं।

6 उद्योग और सांख्यिकी - उद्योगों के प्रवर्तक की प्रारंभिक अवस्था से लेकर अन्तिम प्रक्रिया तक कदम कदम पर समंको पर समंको का सहारा लेना पड़ता है। वर्तमान एवं भावी मांग का अनुमान लगाना, कच्चे माल का क्रय, उत्पादन लागत, वित्त व्यवस्था, श्रम, निर्मित माल की बिक्री, आयात, विज्ञापन, मूल्य निर्धारण, उपर्युक्त समंको के विश्लेषण के आधार पर ही करना होता है। उद्योग के विभिन्न विभागों में पूर्ण समन्वय स्थापित करना भी आंकड़ों की सहायता से ही संभव है।

7 वाणिज्य और सांख्यिकी - वाणिज्य एक व्यावहारिक अनुमान है जहां वाणिज्य प्रबंधको को अनिश्चिता के मध्य निर्णय लेना होता है। ये निर्णय प्राथमिकता सिद्धान्त पर आधारित होते हैं। लेखा प्रणाली, आय व्ययक, परिव्यय, लेखांकन आदि भी समंको पर आधारित है। सांख्यिकी के प्रयोग के फलस्वरूप वाणिज्य के विभिन्न क्षेत्रों जैसे बैंक प्रबंध, केन्द्रीय बैंक की नीति आदि में महत्वपूर्ण परिवर्तन संभव हुए हैं। आंकड़ों के आधार पर ही व्यावसायिक खाते बनाये जाते हैं जिनसे व्यवसाय व उद्योग की गतिविधियों का पता चलता है और भावी निति के निर्धारण में सहायक मिलती है।

8 सामाजिक विज्ञान और सांख्यिकी - सामाजिक विज्ञान की विभिन्न शाखाओं (राजनीति विज्ञान, भूगोल, नीतिशास्त्र, मनोविज्ञान तथा समाजशास्त्र आदि) में विवेचन और अनुसंधान के लिए सांख्यिकी रीतियों का प्रयोग मात्रा में किया जाता है।

क्राकक्स्टन व काउडेन के इस कथन, '' सांख्यिकी की पर्याप्त जानकारी के बिना सामाजिक विज्ञानों का अनुसंधानकर्ता प्राय: एक ऐसे व्यक्ति के मापन हो सकता है जो नहीं।'' से सामाजिक विज्ञानों में सांख्यिकी के महत्व का स्पष्टीकरण होता है।

9 प्राकृतिक विज्ञान और सांख्यिकी - प्राकृतिक विज्ञानों (भौतिकी, जीव विज्ञान, रसायन शास्त्र, खगोलशास्त्र, ज्योतिषशास्त्र, कृषिशास्त्र) आदि सिद्धान्तों के प्रतिपादन व विश्लेषण के लिए सांख्यिकीय रीतियों का प्रयोग करना आवश्यक है। इस विषय में कार्ल पियर्सन का मत उल्लेखनीय है, ''वंश परम्परा का संपूर्ण सिद्धान्त सांख्यिकीय आधार पर टिका हुआ है।''

उपर्युक्त विवेचन से स्पष्ट है कि सांख्यिकी प्रत्येक व्यक्ति को प्रभावित करती है और जीवन को अनेक बिन्दुओं पर स्पर्श करती है। अत: यह कहा जा सकता है कि सांख्यिकी की सार्वभौमिक उपयोगिता है।

1.5.2 सांख्यिकी की परिसीमाएं

सांख्यिकीय विधियों को लागू करने से पूर्व, हमको उसकी परिसीमाओं से परिचित होना चाहिये -

1- सांख्यिकी सम्पूर्ण का वर्णन करती है। एक व्यक्ति, का सांख्यिकी के विद्वान के लिए कोई महत्व नहीं होता सिवाय इस तथ्य के कि वह समग्र का एक भाग होता है।

2- सांख्यिकी मात्रात्मक आंकड़ों से संबंध रखती है। लेकिन, गुणात्मक डाटा को भी तत्संबंधी डाटा के सांख्यिकीय विवेचन की व्यवस्था द्वारा मात्रात्मक डाटा में बदला जा सकता है।

3- विक्रय, उत्पादन, मूल्य तथा मात्रा आदि के भावी पूर्वानुमान विशिष्ट परिस्थितियों के समुच्चय में ही संभव हो सकते हैं। यदि इनमें से किसी परिस्थिति का उल्लंघन किया जाता है तो पूर्वानुमान गड़बड़ा सकते हैं।

4- सांख्यिकीय निर्णयन का सिद्धान्त दैव निदर्शन पर बना है। यदि देव निदर्शन के नियमों का कठोरता से पालन, नहीं किया जाता है तो इन गैर प्रतिनिधिक निदर्शनों के आधार पर निकाले गये निष्कर्ष भ्रमात्मक ही होगें। दूसरो शब्दों में, विशेषज्ञों की, निदर्शन योजना का निर्णय लेने से पूर्व, सलाह ली जानी चाहिये।

वर्तमान युग में सांख्यिकी का प्रयोग जीवन के प्रत्येक चरण में, प्रकृति के प्रत्येक स्वरूप का तथा समाज के प्रत्येक घटक का अध्ययन करने में किया जाता है। लार्ड केल्विन के अनुसार, ''जो कुछ आप कर रहे हें यदि आप उसका माप कर सकते हैं और उसे संख्याओं के माध्यम से प्रकट कर सकते हैं तो आप उसके बारे में कुछ जानते हैं लेकिन जब आप उस तथ्य की माप ही नहीं कर सकते हैं और वह भी असंतोषजनक प्रकृति का है।

1.5.3 सांख्यिकी के कार्य

वर्तमान युग में सांख्यिकी की उपयोगिता निरन्तर बढ़ती जा रही है। इस अनवरत बढ़ रही उपयोगिता का मुख्य कारण इसके द्वारा निम्न महत्वपूर्ण कार्यों में किया जाता है -

1- सांख्यिकी, तथ्यों को संख्यात्मक रूप से निश्चितता प्रदान करती है।
2- सांख्यिकी, आंकड़ों को वर्गीकरण, सारणीयन तथा विश्लेषण द्वारा अत्यन्त सरल बनाती है।
3- सांख्यिकी, सरलीकृत आंकड़ों की तुलना करती है और उनके बीच संबंधका मापन करती है।
4- सांख्यिकी, व्यक्तिगत अनुभव व ज्ञान में वृद्धि करती है।
5- सांख्यिकी, अन्य विज्ञानों के नियमों की जांच करती है।
6- सांख्यिकी, नीति निर्माण में पथ प्रदर्शन करती है।
7- सांख्यिकी, विस्तार का आभास करने की योग्यता प्रदान करती है।
8- सांख्यिकी, वर्तमान तथ्यों का अनुमान करती है और भविष्य के लिए पूर्वानुमान करती है।
9- सांख्यिकीय विधियाँ परिकल्पना करने, उनकी जांच करने तथा नये सिद्धान्तों का विकास करने में अत्यधिक सहायक होती है।

1.6 सांख्यिकी के प्रकार

सांख्यिकी को उनकी आधारभूत मान्यताओं और कार्य के आधार पर निम्नलिखित प्रकार से वर्गीकृत किया जा सकता है|

1. प्रक्रिया की आधारभूत मान्यताओं के आधार पर
   i. प्राचल सांख्यिकी (Parametric Statistics)
   ii. अप्राचल सांख्यिकी (Non-Parametric Statistics)
2. कार्य के अनुसार
   i. वर्णात्मक सांख्यिकी (Descriptive Statistics)
   ii. निष्कर्षात्मक सांख्यिकी (Inferential Statistics)

प्रस्तुत अध्याय में इनमें से वर्णात्मक सांख्यिकी पर प्रकाश डाला गया है|

1.6.1 प्रक्रिया की आधारभूत मान्यताओं के आधार पर सांख्यिकी के रूप

प्रक्रिया के आधार पर सांख्यिकी के दो रूप प्रचलित है

अ) प्राचल सांख्यिकी ब) अप्राचल सांख्यिकी

प्राचल सांख्यिकी (Paramtric statistics) - प्राचल का अर्थ होता है सम्पूर्ण जनसंख्या के किसी तत्व विशेष का ज्ञान। इस प्रकार की सांख्यिकी में यह मान कर चला जाता है कि जिस समूह का अध्ययन किया जा रहा है उसकी कुछ निश्चित विशेषताएं होती है । प्राचल सांख्यिकी का प्रयोग निम्नलिखित परिस्थितियों में ही किया जा सकता है -

1 प्राप्त आंकड़ों का स्वरूप सामान्य वितरण के अनुरूप हो।
2 विचलन समजातीय हो
3 प्रतिदर्श अनियमित हो

इस सांख्यिकी के अन्तर्गत निम्नलिखित सांख्यिकी का प्रयोग किया जाता है।

1- टी परीक्षण
2- एफ-परीक्षण
3- क्रान्तिक अनुपात

1.6.1 टी परीक्षण

यदि स्वतंत्र चर पर केवल समूहों की रचना की गई है अर्थात स्वतंत्र चर का प्रहस्तन (Manipulation) केवल दो श्रेणियो में किया गया है तथा केवल इन को समूहों की ही तुलना आश्रित चर पर की जानी है तो उस स्थिति में टी टेस्ट का प्रयोग किया जाता है।

टी टेस्ट प्राचलीय परीक्षा है तथा उसमें एक ही स्वतंत्र चर होता है जिसका दो या दो से अधिक श्रेणियों में प्रहस्तन किया जाता है । इस प्रकार के अनुसंधान को एकल चर आकल्प (Single variable design) कहते हैं।

इस दृष्टिकोण से टी टेस्ट दो प्रकार के होते हे -

1- स्वतंत्र समूहाधारी
2- सह-संबंधीअथवा पुनर्मापधारी

स्वतंत्र समूह की स्थिति में दोनों समूहों की इकाइयां भिन्न होती है जबकि सहसंबंधी समूहों की स्थिति में इकाइयों के एक ही समूह को दो उपचारो के आधीन रखा जाता है।

यदि इकाइयों को समानीकृत करके दोनों समूहो से वितरित किया जाता हे तो समूहों की इकाइयां भिन्न होते हुए भी उन्हें सहसंबंधीही समझा जाता है।

एक दूसरे दृष्टिकोण से उपरोक्त दोनों प्रकारो की टी परीक्षाओं के दो रूप होते हैं।

1- लघु न्यादर्शीय
2- वृहद न्यादर्शीय

इस प्रकार टी परीक्षा के कुल चार प्रकार होते हैं।

1- वृहद न्यादर्श स्वतंत्र समूह
2- वृहद न्यादर्श सहसंबंधीसमूह
3- लघु न्यादर्श स्वतंत्र समूह
4- लघु न्यादर्श सहसंबंधीसमूह

प्रत्येक का अलग अलग विस्तार से संख्यात्मक उदाहरणों के साथ वर्णन इकाई में किया गया है।

टी टेस्ट से संबंधित कुछ अभिधारणाएं

1- जनसंख्या में चरों के वितरण का सम होना |
2- न्यादर्शों की जनसंख्याओं के विचरण का समरूप होना।

इनकी सांख्यिकीय विधियों द्वारा जांच भी की जा सकती है। फिर भी महत्वपूर्ण बात यह है कि टी टेस्ट एक शक्तिशाली सांख्यिकीय परीक्षण है तथा उसके परिणाम उपरोक्त अभिधारणाओं के भंग होने पर भी अधिक कुप्रभावत नहीं होते परन्तु भिन्न - भिन्न (N) आकार वाले स्वंतत्र समूहों की स्थिति इसका अपवाद है। उस स्थिति में यदि विचरण की सजातिता (homogeneity of variance) की शर्त पूरी नहीं होती तो परिणाम अवांछनीय रूप से प्रभावित हो सकते हैं। अत: इस स्थिति में उपरोक्त अभिधारणा की जांच अवश्य की जानी चाहिए। यदि यह शर्त पूरी नहीं होती है तो टी परीक्षा का प्रयोग नहीं करना चाहिए।

वृहद न्यादर्श की स्थिति मे इन शर्तों के पूरा न होने पर विशेष अन्तर नहीं पड़ता परन्तु लघु न्यादर्शों की स्थिति में विचरण की समानता का अभाव परिणामों को प्रभावित करता है परन्तु इस स्थिति में भी यदि न्यादर्शों के परिणाम (Ns) समान हो तो समस्या कुछ कम हो जाती है लघु न्यादर्शों की स्थिति में टी परीक्षा का उपयोग करने से पहले विचरण सजातीयता की जांच अवश्यक की जानी चाहिए।

टी टेस्ट की संवेदनशीलता बढ़ाना

टी टेस्ट की संवेदनशीलता का अर्थ है स्वतंत्र चर अथवा उपचारों के आश्रित चर पर पड़े प्रभाव को उभारकर प्रस्तुत करने की उसकी क्षमता अर्थातृ उसकी प्रभाविकता (कार्यदक्षता)। कई ऐसे उपाय है जिनके द्वारा टी परीक्षा की इस संवेदनशीलता को बढ़ावा जा सकता है। इसका उल्लेख आगे किया गया है -

1 कोलाहल के स्तर को घटाना - इस संदर्भ में कोलाहल का अर्थ है अनियंत्रित चरों का प्रभाव। ये प्रभाव अनेक रूपों में उपस्थित होते हैं। प्रयोगात्मक आकल्पों के नियमों एवं विभिन्न प्रकारों के अन्तर्गत इनका वर्णन किया जा चुका है। मुख्य रूप से इनके स्रोत होते हैं -

1 अनुसंधानाधीन व्यक्तियों को दिये गये निर्देश
2 अध्ययननेत्तर चरों का अपूर्ण नियंत्रण
3 अध्ययन की व्यवस्था एवं परिस्थितियों पर नियंत्रण न होना,
4 शोधकर्ता की अभिनति तथा
5 अनुसंधानाधीन व्यक्तियों की मानसिक स्थिति।

अत: इनके कारण उत्पन्न हुये ''कोलाहल'' (प्रभाव) को नियंत्रित करने का हर संभव प्रयास करना चाहिये जिससे प्रयोगात्मक प्रभाव जो स्वतंत्र चर अथवा उपचारों के कारण प्रत्याशित होते हैं, उभरकर सामने आ सकें।

2 न्यादर्श के परिमाप को बढ़ाना - टी परीक्षा की संवेदनशीलता को बढ़ाने का यह दूसरा उपाय है। ऐसा करने से समसंभावित त्रुटि कम हो जाती है तथा टाईप 1 और टाईप 2 त्रुटियां भी घट जाती है।

इस प्रकार स्वतंत्र चर का प्रभाव अधिक स्पष्ट हो जाता है तथा टी परीक्षा की संवेदनशीलता बढ़ जाती है।

3 ''फर्श'' एवं ''छत'' के प्रभाव को दूर करना - इसका अर्थ है कि चरों के मापन हेतु प्रयुक्त परीक्षायें न तो बहुत सरल होनी चाहियें और न बहुत कठिन। यदि वे बहुत सरल होगी तो अधिकतर व्यक्तियों के अंक बहुत ऊंचे होगें, शत-प्रतिशत भी हो सकते हैं। उस स्थिति मे कुछ परीक्षा पर और ऊंचे जाने की संभावना घट जायेगी। परिणामस्वरूप उपचारों द्वारा उत्पन्न अन्तर कम हो जायेंगे। इसी स्थिति को ''छत से एकरकर नीचे फर्श की ओर आने की घटना कहा जाता है। इसी प्रकार यदि परीक्षा बहुत कठिन है तो बहुत से व्यक्ति (प्राप्तांकों के दृष्टिकोण से) फर्श से ही ऊपर नही उठ पायेंगे। इसे फर्श का प्रभाव कहा जाता है। इस स्थिति में भी उपचारों के प्रभाव स्पष्ट नहीं हो पाते। अत: परीक्षायें न तो अधिक कठिन होनी चाहिये और न अधिक सरल, तभी टी टेस्ट की संवेदनशीलता अधिक हो सकती है।

4 मापांको की विश्वसनीयता बढ़ाना - ऐसा मनोवैज्ञानिक परीक्षणों की विश्वसनीयता बढ़ाने, एक बार की बजायें कई बार मापन करके तथा उनका औसत लेकर एवं मापन परिस्थितियों एवं व्यवस्था की अच्छी तरह नियंत्रित करके किया जा सकता है।

5 अधिक उपयुक्त आकल्प का चयन - बहुत से प्रयोगात्मक आकल्पों का उल्लेख किया गया है। इनमें स्वतंत्र समूह आकल्प, समानीकृत समूह, आकल्पों सहसंबंधी पुनर्मापाधारी समूह आकल्प भी आते है। टी परीक्षा की संवेदनशीलता पुनर्मापाधारी समूह आकल्प में सबसे अधिक होती है, उससे कम समानीकृत समूह आकल्प में तथा सबसे कम स्वतंत्र समूह आकल्प में होती है। ऐसा अध्ययनेतर चरों के कम एवं अधिक नियंत्रण के फलस्वरूप होता है। स्वतंत्र समूह आकल्प में यह नियंत्रित सबसे कम होता है। अत: उसकी स्थिति में टी परीक्षा की संवेदनशीलता भी अन्य दो की अपेक्षा कम होती है। अत: टी परीक्षा की संवेदनशीलता बढ़ाने का एक उपाय यह भी है कि उस आकल्प का चयन किया जाये जिसमें टी परीक्षा की संवेदनशीलता सबसे अधिक होती है। परन्तु सदैव ऐसा संभव नहीं होता। अत: प्रत्येक के गुण दोषों एवं उसकी प्रयुक्तता को ध्यान में रखना भी आवश्यक होता है तो भी यदि अनुसंधान की परिस्थिति में संभव हो तो उसी आकल्प का चयन करना चाहिये जो टी परीक्षा की सबसे अधिक संवेदनशील को धारण करता है।

एक पुच्छीय एवं दि पुच्छीय परीक्षण

यहाँ केवल यह बताना है कि एक छोरीय परीक्षा की स्थिति में तालिका का टी मान कैसे देखते है। एक पुच्छीय अथवा एक छोरीय अथवा सदिश परीक्षा के लिये तालिका मे .05 स्तर पर .10 स्तम्भ पर .02 स्तम्भ में टी का मान देखा जाता है। यदि द्वि छोरीय परीक्षा के आधार पर कोई प्राप्त टी मान किसी सार्थकता स्तर पर सार्थक नहीं आता है। तो एक छोरीय परीक्षा का प्रयोग करने पर वह अथवा द्वि पुच्छ का प्रयोग किया जायेगा, अनुसंधान की सामग्री एकत्र करने से पूर्व नियोजन स्तर पर ही लिया जाना चाहिये।

एफ परीक्षण (F-test)

चरिता विश्लेषण सांख्यिकी की एक महत्वपूर्ण प्रविधि है। इसका विकास आर.ए. फिशर ने (1923) में किया था इसलिए इसको ''एफ परीक्षण'' (F-test) भी कहते हैं। यह प्रविधि टी परीक्षण (t-test)

पर सुधार के रूप में विकसित की गई। दो समूहों की तुलना के लिये उनके मध्यमानों के अन्तर की सार्थकता टी परीक्षण से कर सकते हैं परन्तु दो दो मध्यमानों के युगल (pairs) में सार्थकता की जांच की जा सकती है इस प्रकार कई टी परीक्षण प्रयुक्त करने होंगे। चरिता विश्लेषण से एक साथ अनेक समूहों के मध्य अन्तर की सार्थकता की जांच की ली जाती है। यह प्रविधि मितव्ययी तथा अधिक शुद्ध मानी जाती है। इस प्रविधि की की समझने से पूर्व 'चरिता' का अर्थ एवं विशेषताओं की जानकारी आवश्यक है।

चरिता का अर्थ (Meaning of Variance)

चरिता विचलन का एक महत्वपूर्ण माप है इसका प्रयोग मापन तथा शोध कार्यों में सबसे अधिक किया जाता है। यह प्रामाणिक विचलन का वर्ग होता है। दूसरे शब्दो में प्रामाणिक विचलन माप चरिता माप का वर्गमूल होता है। सूत्र के रूप में व्याख्या इस प्रकार है -

चरिता (Variance) = [प्रामाणिक विचलन = (S.D.)]2 = $\frac{\sum (X-M)^2}{N}$

जबकि,

प्रामाणिक विचलन $S.D. = \frac{\sqrt{\sum (X-M)^2}}{N} = \sqrt{\text{pfjrk(Variance)}}$

चरिता प्रत्येक प्रदत्त और मध्यमान के विचलन को वर्ग करके योग कर लेते हैं और इस योग में समूह की आवृत्तियों से भाग करके प्राप्त होती है। इस प्रकार चरिता औसत वर्गान्तर होती है।

The variance is the avergre of sum of square of deviations from the mean.

चरिता और प्रामाणिक विचलन में अन्तर यह है कि प्रामाणिक विचलन एक दिशायुक्त रेखा पर लम्बाई व चौड़ाई है जबकि चरिता वर्ग होने के कारण क्षेत्रफल हें जिसमें दिशा या धन/ऋण का कोई प्रश्न नही उठता है। सामान्य वक्र (N.P.C.) की 'क' अक्ष पर धन/ऋण में प्रा. वि. में अंकित किये जाते हैं परन्तु उसके क्षेत्रफल में धन/ऋण नहीं होता है।

इस अन्तर से स्पष्ट होता है कि चरिता एक राशि है जिसमें अन्य राशियों को जोडा या घटाया जा सकता है। चरिता की विशेषता को इसकी धनात्मकता कहा जाता है। यदि समूहों का प्रा.वि. ज्ञात है तो सम्मिलित समूह की चरिता सरलता से निकाल सकते हैं।

	समूह (1)		समूह (2)		समूह (1+2)
प्रा.वि.	7	+	9	=	?
चरता	49	+	81	=	130

प्रामाणिक विचलन का योग नहीं कर सकते हैं जबकि चरिता में योग किया जाता है यदि पूर्ण समूह की चरिता 106 हे और उसमें एक समूह की चरिता 25 है तब समूह की चरिता (106-25) = 25 है तब दूसरे समूह की चरिता (106-25) = 81 होगी।

चरिता की विशेषतायें (Characteristics of Variance)

प्रामाणिक विचलन तथा चरिता दोनों समूह के विचलन मान है परन्तु दोनों के गुणो में अन्तर है जैसा उपरोक्त उदाहरण से विदित होता है कि चरिता का गुण धनात्मकता/ऋणात्मकता है। इसी प्रकार यदि किसी समूह के प्रदत्तों में से किसी संख्या को जोडा जाये या घटाया जाये तो चरिता नहीं बदलती है। इस गुण को उदाहरण से स्पष्ट किया गया है।

समूह	10,	12,	14,	16,	18	मध्यमान = 14
विचलन	(10-14),		(12-14),		(14-14),	(10-14), 18-14)
	-4,		-2,	-0,	+2,	+4, d
(विचलन)^2	6,	4,	0,	4,	16,	d^2

चरिता $= \frac{40}{5} = 8 = \frac{(\sum X - M)^2}{N} = \frac{\sum d^2}{N}$ चरिता = 8

यदि इस समूह के प्रत्येक प्राप्तांक में से 10 घटा देने पर

समूह के प्राप्तांक	0	2	4	6	8	मध्यमान 14
d^2	-4	-2	0	+2	+4	
(विचलन)^2	16	+4	+0	+4	+16	$\sum d^2 = 40$

चरिता $\frac{40}{5} = 8 = \frac{\sum (X - M)^2}{N} = \frac{\sum d^2}{N}$ = चरिता = 8

चरिता पर कोई प्रभाव नहीं होता है किसी एक संख्या को प्रत्येक प्राप्तांक से जोड़ने पर भी चरिता पर भी चरिता नहीं बदलती है।

दो या दो से अधिक समूहों की तुलना में उनके मध्य अन्दर की सार्थकता की जांच करती है जबकि टी परीक्षण मे दो समूहों के मध्यके अन्तर की सार्थकता की परख करती है। उनके अन्दर के अन्तर की सार्थकता का परीक्षण नहीं करती है। यहाँ उदाहरण से इस गुण को स्पष्ट किया है -

समूह (अ)	10	12	14	16	18	मध्यमान 14
समूह (ब)	14	14	14	14	14	मध्यमान 14

इन दोनों समूहों के मध्य अन्तर नहीं है क्योंकि दोनों का मध्यमान 14 है परन्तु उनमें अन्तर दिखाई देता है। समूह अ की चरिता 8 और समूह ब की चरिता शून्य है। उनके अन्दर चरिता में अन्तर है जबकि उनके मध्य कोई अन्तर नहीं है।

सारांश में चरिता की प्रमुख विशेषताएं अधोलिखित है -

1 चरिता का मान धनात्मक अथवा ऋणात्मक होता है।

2 चरिता के मान पर किसी स्थिर संख्या के जोड़ने या घटाने का प्रभाव नहीं होता है।

3 चरिता समूहों के मध्य तथा अन्दर के अन्तर को प्रकट करती है।

4 चरिता वर्ग होने से क्षेत्रफल के समान है जबकि प्रमाणिक विचलन दिशायुक्त लम्बाई /चौड़ाई के समान है।

1.6.1.3 चरिता विश्लेषण

चरिता विश्लेषण को एक परीक्षण कहते हैं यह प्रविधि आर.ए. फिशन ने विकसित की थी इसीलिए एफ परीक्षण नाम दिया गया ह। एफ वितरण को प्रदर्शित कता है। जैसे टी वितरण तथ कार्यों की उपयोगिता की दृष्टि से अधिक महत्वपूर्ण तथा शक्तिशाली प्रविधि है। यह प्रविधि एफ वितरण योग कर लेते हैं पर आधारित है। एफ वितरण एक प्रतिनिधित्व न्यादर्श का होता है, जिसमें टेढापन धनात्मक होता है। परन्तु न्यादर्श का आकार बढ़ने से वितरण सामान्य हो जाता है।

क्रान्तिक अनुपात

क्रान्तिक अनुपात परीक्षण का उपयोग तब किया जाता है जब दो बड़े समूहों के अध्यमानों के बीच की सार्थकता की जांच करनी होती है। इनकी जांच का आधार क्रान्तिक अनुपात का मान होता है जिसकी गणना संबंधितसमूहों के मानक विचलनों अथवा मानक त्रुटियों के आधार पर की जाती है।

इस परीक्षण के अन्तर्गत दोनों मध्यमानों के अन्तर को दोनों समूहों की अन्तर की मानक त्रुटि (Standard Error or Difference or Secord) से विभाजीत करने पर जो मान प्राप्त होता है वह क्रान्तिक अनुपात कहलाता है।

जिस प्रकार से अपने प्रतिदर्श के प्रति 1.96 का मान महत्वपूर्ण होता है ठीक इसी प्रकार दो मध्यमानों के अन्तर की सार्थकता की जांच में क्रान्तिक अनुपात का मान होता है दूसरे शब्दों में जब क्रान्तिक अनुपात का मान 1.96 Sem हो जाता है तब यह मान निरर्थक न रहकर क्रान्तिक कहलाता है क्योंकि अब दोनों प्रतिदर्शों के मध्यमानों का अन्तर एक ऐसी स्थिति में पहुंच जाता है जबकि ऐसे अन्तर को संयोगजन्य (Due to chance) या फिर प्रतिदर्श की त्रुटियों के कारण उत्पन्न हुआ नहीं कहा जा सकता है।

यहाँ पर अन्तर की मानक त्रुटि (Set) की गणना का आधार दोनों प्रतिदर्शों के मध्यमानों के मानक त्रुटियों के मान होते हैं।

क्रान्तिक अनुपात (Critical Ratio) का सूत्र

$$= \frac{M_1 - M_2}{SEd}$$

जहां $SE_d = \sqrt{SE^2{}_{M_1} + SE^2{}_{M_2}}$

$$SE_{M_1} = \frac{S.D._1}{\sqrt{N_1}} \quad SE_{M_2} = \frac{S.D._2}{\sqrt{N_2}}$$

1.6.2 अप्राचल सांख्यिकी (Non-parametric statistics)

जहां प्राचल सांख्यिकी की आधारभूत मान्यताओं का पालन नहीं हो पाता वहां ऐसी स्थिति में अप्राचल सांख्यिकीय विधियों का अनुप्रयोग किया जाता है इस प्रकार की सांख्यिकी में किसी प्रकार की मान्यताओं का प्रतिबंध दृढ़ नहीं होता है अत: इसे वितरण मुक्त सांख्यिकी भी कहा जाता है अप्राचलय सांख्यिकी में निम्नलिखित परीक्षणों का प्रयोग किया जाता है।

1 मध्यांक
2 चिन्ह परीक्षण
3 चिन्ह क्रम परीक्षण
4 काई-वर्ग परीक्षण
5 स्पीयर मैन का सहसंबंध

1.6.2.1अप्रचलीय परीक्षाओं की शर्त

अप्रचालीय परीक्षायें मापांको के वितरण के संबंधमें सम वितरण जैसी किसी अभिधारणा का बंधन नहीं लगाती। अत: इस दृष्टिकोण से उन्हें वितरणमुक्त परीक्षायें कहा जाता है। इसी प्रकार मापांको की अखण्डता एवं उनके सम अन्तराली होने की शर्त भी ये नहीं लगाती। इन परीक्षाओं का प्रयोग बहुत छोटे न्यादशों की स्थिति में भी किया जा सकता है। अत: इन्हें लघु न्यादर्शी परीक्षायें भी कहा जाता है। बहुत छोटे न्यादर्श की स्थिति में प्राचलीय परीक्षाओं का प्रयोग नहीं किया जा सकता है

अप्राचालीय परीक्षाओं का प्रयोग निम्नलिखित परिस्थितियों में किया जाता है –

1.जब शोध सामग्री अर्थात श्रेणियों जैसे I, II, III अथवा अनुस्थिति (Ranks)के रूप हों।

2. जब मापांको का वितरण अत्यन्त विषयम (skewed) हो अथवा वितरण कैसा होगा इसका अनुमान लगा सकतना संभवन हो।

3. जब न्यादर्श का परिमाण बहुत छोटा हो।

4. जब शोध सामग्री, अखण्ड मापांको मेंन होकर केवल प्रवृत्तियों के रूप में उपलब्ध हों।

उपरोक्त वर्णन से स्पष्ट है कि सांख्यिकीय परीक्षा का चयन करते समय उपरोक्त बहुत सी बातों को ध्यान में रखना पड़ता है। विशेष रूप से -

1 परीक्षा की शक्ति

2 परीक्षा की आधारभूत अभिधारणायें।

3 उपलब्ध मापांको का स्वरूप आदि।

आसानी कुछ अध्यायों में महत्वपूर्ण प्राचलीय परीक्षाओं का वर्णन किया गया है। उनका प्रयोग कहां तथा कैसे किया जाता है, इसका विस्तार से वर्णन किया गया है।

1.6.2.2 प्राचलीय परीक्षाओं के लाभ

इन परीक्षाओं के निम्नलिखित लाभ है -

1 बहुत छोटे न्यादर्श (N = 6) की स्थिति मे केवल इन्हीं परीक्षाओं का प्रयोग किया जा सकता है।
2 इनका प्रयोग वहां भी किया जा सकता है जहां न्यादर्शों को भिन्न भिन्न जनसृष्टियों में से छांटा गया हो।
3 समग्र जनसृष्टि में चरों के वितरण के रूप में कैसा ही क्यों न हो, परन्तु ये परीक्षायें उपलब्ध परिणाम की संभावना का सही सही कथन करने की सामथ्र्य रखती है।
4 जब शोध सामग्री श्रेणियों तथा अनुस्थितियों के रूप में उपलब्ध हों तो केवल इन्हीं परीक्षाओं का प्रयोग करना संभव होता है।

1.6.2.3 अप्राचलीय परीक्षाओं के दोष

इन परीक्षाओं की कुछ सीमाएं भी हैं जिनका उल्लेख नीचे किया गया है -

1 प्राचलीय परीक्षा की किसी एक स्थिति में निश्चित आकार वाले न्यादर्श पर जितनी परीक्षा शक्ति उपलब्ध होती है उतनी ही परीक्षा शक्ति प्राप्त करने के लिए अप्राचलीय परीक्षाओं की स्थिति में न्यादर्श के आकार को बहुत अधिक बडा करना होगा। दूसरे शब्दों में इन परीक्षाओं की शक्ति कम होती है।
2 इन परीक्षाओं में कोई भी परीक्षा ऐसी नहीं है जिसमें चरों के अन्त:क्रिया प्रभावों का अध्ययन किया जा सके।

इन कठिनाइयों के होते हुए भी अप्राचालीय परीक्षाओं का बहुत महत्व है, क्योकि अनुसंधान की परिस्थितियां प्राय: ही ऐसी होती है कि उनमें प्राचलीय शर्तें पूरी नहीं होती तथा उनके विकल्प ढूंढने होते हैं।

कुछ विशिष्ट एवं अधिक प्रयुक्त अप्राचलीय परीक्षाओं का वर्णन इस अध्याय में किया गया है।

अप्राचल सांख्यिकी के उपरोक्त परीक्षण संख्या 1 से 4 की विस्तार से व्याख्या एवं संख्यात्मक प्रश्नों का उल्लेख इकाई 9 एवं 10 में किया गया है तथा परीक्ष्ण 4 का विस्तार से वर्णन एवं गणनात्मक प्रश्नों का उल्लेख इकाई 7 में किया गया है।

वर्णात्मक सांख्यिकी का अर्थ

वह सांख्यिकी जिसमें किसी समूह , वर्ग, प्रतिदर्श अथवा जनसंख्या की विशेषताओं का वर्णन किया जाता है विवरणात्मक या वर्णात्मक सांख्यिकी कहलाती है |

किसी समूह अथवा वर्ग का अन्कात्मक वर्णन करने हेतु प्राप्त आँकड़ों को व्यक्तिगत रूप से सारणीबद्ध किया जाता है | यह देखा जाता है , प्राप्त आंकडें किसके इर्दगिर्द विचरण कर रहे है कौनसा ज्यादा प्रचलित स्वरुप दिखा रहा है , किसका फैलाव मध्यांक से कम है या ज्यादाहै समूह की की मध्य स्थिति क्या है , यदि इस आँकड़ों का आलेखीय चित्रण किया जाए तो यह किस प्रकार समूह की स्थिति को दर्शाते है क्या इनके मध्य कोई तुलना की जा सकती है , इस प्रकार हम कह सकते हैं कि विवरणात्मक सांख्यिकी की मुख्य रूप से तीन प्रमुख वर्गों में चर्चा की जा सकती है |

1. केन्द्रीय प्रवृति के माप (Measures of Central Tendency)
2. विचलनो के माप (Measures of deviation)
3. आँकड़ों का आलेखीय निरूपण (Graphical Representation of Data)

1.6.3 अनुमानात्मक सांख्यिकी का अर्थ

1. अनुमानात्मक सांख्यिकी को निष्कर्षात्मक सांख्यिकी के नाम से भी जाना जाता है। किसी भी शोधकर्ता के लिए अपने अनुसंधान के अंतर्गत सम्पूर्ण समष्टि का अध्ययन करना संभव नहीं है। उसे अपने उद्देश्यों के अनुरूप जनसंख्या में से ऐसे तत्वों का चयन करना होता है जो उस समष्टि की विशेषताओं को रखता है इस आधार पर वह समष्टि की विशेषताओं का अनुमान लगाता है।
2. सांख्यिकी की जिस भाषा में प्रतिदर्श से प्राप्त परिणामों के आधार पर समष्टि की संमत विशेषताओं का अनुमान लगाया जाता है। उसे निष्कर्षात्मक /अनुमानात्मक सांख्यिकी कहते हैं।

1.7 मनोवैज्ञानिक मापन : अर्थ

मानव के व्यवहार का वैज्ञानिक अध्ययन मनोविज्ञान के अंतर्गत आता है | मानव के व्यवहार का अध्ययन करने हेतु अनेक प्रणालियाँ विकसित हुई है इस हेतु अनेक मानकीकृत एवं अमानकीकृत उपकरणों से प्राप्त परिणामों के आधार पर आँकड़ों के रूप में परिवर्तित किया जाता है अर्थात व्यवहार के इस स्वरुप को मापन योग्य कहा जा सकता है |

शिक्षा में मनोविज्ञान के आविर्भाव से एवं प्रगति के साथ साथ मापन का प्रयोग भी बढ़ता जा रहा है |

ई. बी. वैश्ले के अनुसार "मापन मूल्यांकन का वह भाग है जो प्रतिशत, मात्रा, अंकों मध्यमान तथा मध्यांक द्वारा व्यक्त किया जाता है|"

स्टीवेंसन के अनुसार – मापन किन्ही निश्चित स्वीकृत नियमों के अनुसार वस्तुओं को अंक प्रदान करने की प्रक्रिया है |

निष्कर्षत: यह कहा जा सकता है कि मनोवैज्ञानिक मापन में किसी गुण विशेष को अंक प्रदान कर उसकी मात्रा का वर्णन किया जाता है |

1.7.1 मनोवैज्ञानिक मापन का प्रारम्भ (The Beginning of Psychological Measurement)

1850 तक मनोविज्ञान प्राय: दर्शनशास्त्र का ही अंग बना हुआ था | ऐसे समस्त पाठ्यक्रम, जिनके अंतर्गत मानवीय व्यवहार का अध्ययन किया जाता था, दर्शनशास्त्र का ही अंग होते थे | इस समय तक मनोविज्ञान मुख्यत: चिन्तन प्रधान अप्रयोगात्मक तथा मन और आत्मा की समस्या में उलझा हुआ विषय था | मनोविज्ञान के पूर्णरूपेण अप्रयोगात्मक होने के कारण, इस विचार की, प्रतिक्रिया काल की गति, विस्मृति की मात्रा, तथा बुद्धि का स्तर आदि को मात्रात्मक (Quantitative) रूप से मापा जा सकता है, अधिकांश लोगों द्वारा कटु आलोचना होती थी | प्राय: इस विचार को इतना अमहत्वपूर्ण समझा जाता था कि इसे आलोचना के उपयुक्त भी स्वीकार नहीं किया जाता था और

इसी कारण पूर्ण रूप से उपेक्षित कर दिया जाता था | मनोवैज्ञानिक मापन कि दृष्टि से इस काल में भौतिकशास्त्रियों तथा नीतिशास्त्रीयों द्वारा संवेदात्मक विभेदीकरण तथा साधारण प्रतिक्रिया की गति को नापने से सम्बंधित कुछ बिसरे हुए प्रयोग थे |

1900 तक मनोविज्ञान ने भौतिक एवं जैविक विज्ञान के प्रभाव को अनुभव करना प्रारम्भ कर दिया था, तथा स्वयं को एक विज्ञान बनाने की चेष्टा कर रहा था | यह दर्शनशास्त्र से आपने सम्बन्धों को विच्छेद कर रहा था तथा जीवविज्ञानों से नवीन सम्बंध स्थापित करने की चेष्टा कर रहा था | अब मनोविज्ञान ने प्रयोगात्मक विधि को अपना लिया था तथा उसमे मापन की चेतना जागृत हो गई थी | प्रयोग का आधारभूत अस्त्र मापन है और मनोविज्ञान सभी दिशाओं में अपनी मापन विधियों का विकास कर रहा था | 1900 में आज तक का लेखा-जोखा, मानवीय व्यवहार के हर पहलू के मापन के लिए मापन विधियों के विकास एवं समायोजन का लेखा-जोखा है | मनोविज्ञान के मापन आन्दोलन और उसका विस्तार मुख्यत: तीन धाराओं से मिलकर हुआ |

ये तीन धाराएँ थी –

1. उन्नीसवीं शताब्दी में जर्मनी में विकसित होने वाला दैहिक प्रयोगात्मक मनोविज्ञान,
2. डार्विन का जीवविज्ञान,
3. असमायोजित तथा विसामान्य व्यक्तियों के उपचार के लिए किए जाने वाला प्रयास , जिसका प्रारम्भ फ्रांस में हुआ |

1. प्रयोगात्मक मनोविज्ञान का प्रारम्भ (The Beginning of Experimental Psychology)

जैविक विज्ञानों (Biological Science) में अठारहवीं शताब्दी में ही वैज्ञानिक विधियों और रुचियों के प्रभाव ने अपना प्रभुत्व जमा लिया था | उन्नीसवीं शताब्दी के प्रारम्भ में दैहिक विज्ञान के क्षेत्र में प्रयोगात्मक प्रयोगशालाओं में सक्रिय रूप से अनुसंधान कार्य होने लगा था | जर्मन एवं यूरोप के अन्य देशों में दैहिकशास्त्री संवेदनाओं के कार्य में, विशेष रूप से दृष्टि, श्रवण आदि में रूचि ले रहे थे | दैहिक विज्ञान प्रतिक्रिया काल की गति के मापन में भी रुचि ले रहा था |

1879 में वुंट (Wundt) द्वारा लिपजिग (Leipizig) में प्रथम मनोवैज्ञानिक प्रयोगशाला की स्थापना की गई | प्रारंभिक प्रयोगात्मक मनोवैज्ञानिकों की रूचि मुख्य रूप से उन्ही प्रत्ययों में रही जिनमे कि दैहिकशास्त्री रूचि ले रहे थे | परन्तु उनकी रूचि क्रमशः उनकी रूचि मनोवैज्ञानिक विषयों कि ओर उन्मुख होने लगी, जैसे प्रत्यक्षीकरण के विस्तार (Perceptual span), एकाएक किसी व्यक्ति द्वारा किसी सामग्री को धारण करने की क्षमता आदि के मापन में, तथा सीखने की गति और जटिल मानसिक क्रियाओं का ज्ञान प्राप्त करने में |

इनमें एक मुख्य क्षेत्र, जिसका सम्बंध मनोवैज्ञानिक एवं शैक्षिक मापन से था, मनोभौतिकी थी | प्रयोगात्मक मनोवैज्ञानिक मुख्य रूप से मानसिक और भौतिक प्रत्ययों के संबंधों को ज्ञात करने में रूचि ले रहे थे | इनके अध्ययन के लिए जिन प्रयोगात्मक विधियों का विकास किया गया, वह मनोवैज्ञानिक मापन सम्बंधित अनेक समस्याओं को हल करने में सहायक सिद्ध हुई | इन प्रयोगात्मक

विधियों, सांख्यिकीय विधियों तथा अभिकल्पों में से अनेक सामान्य मनोवैज्ञानिक एवं शैक्षिक मापन के लिए उपयोगी सिद्ध हुई |

2. डार्विन का जीवविज्ञान और वैयक्तिक भिन्नताएँ (Darwinian Biology and Individual Differences):

दूसरी धारा, जिसने मनोवैज्ञानिक मापन को योगदान दिया, वह डार्विन जीवविज्ञान है | 1859 में डार्विन (Darwin) की पुस्तक 'Origin of Species' का प्रकाशन हुआ | इस पुस्तक में डार्विन ने मुख्य रूप से जीवों में पाई जाने वाली भिन्नता का उल्लेख किया था, वैयक्तिक भिन्नता के नाम पे जाना जाता है | डार्विन के कार्य इंग्लैंड में मानवीय, कार्य-कलापों पर सर फ्रांसिस गाल्टन द्वारा अध्ययन कर विकसित किया गया | एक ओर जहाँ जर्मन मनोवैज्ञानिक तथ्यों के सामान्यीकरण पर कार्य कर रहे थे वहाँ गाल्टन की मुख्य रूचि वैयक्तिक भिन्नताओं में थी | डार्विन के जन्मजात विशेषताओं के अध्ययन से प्रभावित होकर गाल्टन ने भौतिक और मनोवैज्ञानिक विशेषताओं से सम्बंधित प्रदत्तों का संकलन किया | इन वैयक्तिक भिन्नताओं के अध्ययन के लिए उत्तम सांख्यिकीय विधितों की आवश्यकता थी | अत: ब्रिटिश समूह ने कार्ल पियर्सन ने नेतृत्व में वैज्ञानिक भिन्नताओं सम्बंधी प्रदत्तों के विवरण और विश्लेषण के लिए उपयुक्त विधियों का विकास किया |

इस प्रकार ब्रिटिश समूह के मनोवैज्ञानिक मापन के क्षेत्र में दो मुख्य योगदान दिए है : प्रथम, वैयक्तिक भिन्नताओं के अध्ययन के रूप में द्वितीय, इन अध्ययनों को करने के लिए सांख्यिकीय विधियों के रूप में |

3. उपचारात्मक अध्ययन (Clinical Studies) :

इसी काल में एक तीसरी शाखा शक्तिशाली होती जा रही थी | इन धारा का सम्बंध उन व्यक्तियों से था जो सफलतापूर्वक सामान्य कार्यों को नही कर सकते थे | जड़ बुद्धि लोगों , असमायोजित तथा विक्षिप्त लोगों के प्रति मानवीय दृष्टिकोण ने उनकी अवस्था सुधारने के लिए अध्ययन प्रारम्भ किए | यह उपचारात्मक विचारधारा फ्रांस में सबसे अधिक शक्तिशाली थी , और यही से इसने मापन को योगदान दिया | विचलित लोगों के बारे में जानने के लिए ये आवश्यक था कि उनके विचलन कि मात्रा का ज्ञान प्राप्त किया जा सके | इसी सन्दर्भ में, उन स्कूली छात्रों के लिए जो उस वातावरण में ठीक से समायोजित नहीं हो पा रहे थे तथा ठीक से अध्ययन नहीं कर पा रहे थे, बिने (Binet)और उनके साथियों ने बौद्धिक कार्यों को मापने की चेष्टा की जो कि बाद में बुद्धि मापन के रूप में सामने आया |

संयुक्त राज्य अमेरिका में विभिन्न विचारधाराओं का मिलाप (Synthesis of Different Streams in U.S.A.)

बीसवीं शताब्दी के प्रारम्भ में इन सभी प्रभावों की विचारधारा को संयुक्त राज्य अमेरिका में अनुभव किया जाने लगा | जेम्स मैककिन कैटल (James Mckeen Cattell) जो कि वुंट (Wundt) के साथ जर्मन के कार्य करके आये थे तथा जिन्होंने वहाँमात्रात्मक तथा प्रयोगात्मक मनोविज्ञान में अच्छा ज्ञान प्राप्त किया था, ने गाल्टन के अध्ययनों का भी अध्ययन किया और वैयक्तिक भिन्नताओं तथा सांख्यिकीय विधियों में अधिक रूचि लेने लगे | जब 1888 में वे अमेरिका वापस आये तो आपने वैयक्तिक भिन्नताओं के सम्बंध में अनुसंधान कार्य प्रारम्भ किया |

ई.एल.थार्नडाइक (E.L. Thorndike), जो कि कैटल का शिष्य था, मानक शैक्षिक परिक्षण के सन्दर्भ में एक शक्तिशाली व्यक्ति था, उसके अपने कार्य ने तथा उसके विद्यार्थियों के बड़े समूह ने शीघ्र ही शिक्षा में वस्तुगत मापन (Objective Measurement)को चर्चा का विषय बना दिया |

बिने (Binet) के कार्य को भी इस देश में शीघ्रता से अपना लिया गया | उनके परीक्षण का अनुवाद किया गया तथा अनेक रूपों में प्रस्तुत किया गया | इनमें से सबसे महत्वपूर्ण 1916 में लेविस टर्मन (Lewis Terman)द्वारा प्रस्तुत स्टेनफोर्ड बिने (Stanford Binet) परीक्षण है | परीक्षण आन्दोलन कदाचित अमेरिकन जनता को सबसे अधिक पसंद आया, और उन लोगों ने उसे इतने उत्साह से स्वीकार किया जिसकी तुलना किसी और स्थान से नहीं की जा सकती |

बीसवीं शताब्दी में मापन (Measurement in the Twentieth Century)

जहाँ तक मनोवैज्ञानिक और शैक्षिक मापन में इतिहास का प्रश्न है, उन्नीसवीं शताब्दी के प्रथम 60 वर्षों को चार बराबर भागों में विभाजित किया जा सकता है :

i. 1900 से 1915 तक,
ii. 1915 से 1930 तक,
iii. 1930 से 1945 तक, तथा
iv. 1945 से 1960 तक

1900 – 1915 : यह काल मापन के क्षेत्र में प्रेरक का काल कहा जा सकता है | यह काल खोज और विधियों के प्रारंभिक विकास का काल है | इसी काल में बिने (Binet) बुद्धि मापनी का निर्माण और उसका अमेरिकन परिवर्तन हुआ | विभिन्न विषयों में मानक उपलब्धि परीक्षणों का उदय भी इसी समय हुआ ; उदाहरणार्थ, स्टोन के अंकगणित परीक्षण, बमिंघम का अक्षर-विन्यास परीक्षण, तथा ट्रेब्युज का भाषा परीक्षण आदि | इसी काल में थार्नडाइक (Thorndike) ने अपनी प्रथम हस्तलेखन मापनी का निर्माण किया | ओटिस आदि लोगों ने इसी काल में समूह बुद्धि परीक्षणों का कार्य प्रारम्भ किया है |

1915 – 1930 : अगले पन्द्रह वर्ष अर्थात 1915 – 1930 तक का काल परीक्षण के क्षेत्र में 'वरदान' का समय कहा जा सकता है | प्रेरको ने मार्गदर्शन कर दिया था और उनके अनुयायियों ने इस काल में परीक्षणों की भरमार कर दी | पाठशाला के समस्त क्षेत्रों के लिए मानक परीक्षणों का विकास हुआ | इस काल में 'Achievement Batteries'का उदय हुआ | प्रथम विश्वयुद्ध के आर्मी-एल्फा (Army-Alpha)परीक्षण से प्रारम्भ होकर , अनेक सामूहिक बुद्धि परीक्षणों का निर्माण इसी काल में हुआ | युद्ध काल के परिणाम से निर्मित , वुडवर्थ (Wood-worth)की व्यक्तिगत प्रदत्त सारणी से प्रारम्भ होकर, अनेक व्यक्तिगत परीक्षणों एवं सूचियों एवं प्रपत्रों का विकास इसी काल में हुआ |

1930 - 1945 : परीक्षणों का तीव्र गति से , जो विकास 1915 – 1930 में हुआ, उसी को इस काल में और अधिक बढ़ाया गया | इसी काल में परीक्षको की उत्सुकता न केवल निरिक्षण निर्माण तक ही सीमित रही वरन उ के प्रयोग पर भी बल दिया गया |

बुद्धि परीक्षणों और उपलब्धि परीक्षणों का बिना सोचे समझे विस्तृत रूप से इस काल में प्रयोग किया गया | व्यक्तियों के साथ बार बार होने वाले अन्याय तथा त्रुटिपूर्ण निर्णयों के क्षेत्र में परीक्षणों के

परिणामों को बिना किसी हिचक तथा आलोचना के स्वीकार किया जाता था | वस्तुगत मापन के प्रति अत्यधिक उत्साह होने के कारण, इस काल में बहुत से परीक्षण निर्माता अपने परीक्षणों को आलोचनात्मक दृष्टि से नही देखते थे तथा अपने परिणामों की उपयुक्त व्याख्या भी नही करते थे | इस प्रकार अतार्किक उपयोगकर्ताओं द्वारा इस काल में मापने के नाम पर बहुत अधिक पाप किए गए |

इसका परिणाम यह हुआ कि पुनः वस्तुगत परीक्षणों और उनके उपयोगों की आलोचना लोगों में सुनाई पड़ने लगी | पर्यावरण और वंशानुक्रम का वाद-विवाद इस काल में बहुत अधिक तीखा बन गया | परीक्षणों से प्राप्त प्रदत्तों (Data)के आधार पर कक्षाओं में समूहबद्ध करके भी विधि की कड़ी आलोचना की गई | नियंत्रित उद्देश्य और सीमित क्षेत्र की दृष्टि से कुछ विशेष परीक्षणों की तीव्र आलोचना की गई | मनोवैज्ञानिक विशेषताओं के लिए अंकों का प्रयोग एवं मात्रात्मक विधियों की भी जी भर कर आलोचना की गई | इन कटु आलोचको का परीक्षण सम्प्रदाय पर स्वस्थ प्रभाव पड़ा | जब लोग अपने परीक्षणों को तार्किक रूप से तौलकर तथा समस्या को विस्तृत रूप देकर इस क्षेत्र में कार्य करने लगे | इसी समय व्यक्तित्व को मापने की प्रक्षेपण विधियाँ सामने आई |

1945-1960: इस काल की विशेषता, परीक्षण बेट्रिज तथा परीक्षण कार्यक्रमों का बहुतायत से प्रयोग किया गया है | द्वितीय विश्व युद्ध में सफलता प्राप्त करने के कारण, इस काल में विशेष योग्यता परीक्षणों तथा अभिवृत्ति परीक्षणों का काफी निर्माण हुआ | इस काल में इनके अतिरिक्त भी अनेक परीक्षणों का मानकीकरण हुआ | यह काल परीक्षणों के प्रशासन और प्रयोग की दृष्टि से परीक्षण के इतिहास में दूसरा स्वर्ण काल था | इसी काल में मरे के व्यक्तित्व-सिद्धांत के आधार पर एडवर्ड्स ने सबसे पहले व्यक्तित्व सूची का निर्माण हुआ | स्टेनफोर्ड-बिने परीक्षण का अंतिम संशोधन भी इसी काल में हुआ |

1961-1975: इस काल में भी परीक्षणों का निर्माण सतत बना रहा | इस अवधि में नई-नई समस्याओं को लेकर तथा आधुनिक तकनीकीय विकास की दृष्टि में रखकर इस क्षेत्र में कार्य किया गया | इनमें से कुछ का उल्लेख यहाँ करना अप्रासंगिक नहीं होगा | व्यक्तित्व के सामूहिक चलचित्र परीक्षणों का विकास और चलन मुख्यतः इसी काल में प्रारम्भ हुआ | इसके अतिरिक्त यार्न का डेस्कटिरिटी परीक्षण, शेटर का बहुआयामी क्षमता परीक्षण, आर्यर द्वारा निष्पादन की बिंदु मापनी , सिहारा का रंग-गंधता परीक्षण, गोल्डस्टीनका अमूर्त चिन्तन का परीक्षण , वेश्लर की बुद्धि प्राथमिक मापनी, स्मृति मापनी, वेण्डर का गेस्टाल्ट टेस्ट, कैटिल की शिशु बुद्धि मापनी, संस्कृति मापनी I (4 से 8 वर्ष तक के बालकों के लिए) तथा II (8 से 15 वर्ष तक के लोगों के लिए) और इसी मापनी का III प्रारूप 15 वर्ष से अधिक आयु के लोगों के लिए तथाM.A.T., ASQ; NSQ; SPQ; एवं Contact Personality प्रश्नावली आदि इसी काल में विकसित किए गए |

1975 में बिने, शीसोर एवं बेसमैन ने D.A.T. के V तथा W एवं S तथा T का संशोधित रूप प्रदान किया | इसी वर्ष कार्लसन, मेडन तथा गार्डनर ने Adult Basic Learning Examination तथा टामस हेगन ने Survey of School Aptitude की रचना की |

1976 – 1989: इसी काल के प्रारम्भ में लेडील ब्राउन ने 'क्राईटेरियन टेस्ट ऑफ बेसिक स्किल्स' तथा मेक्गुटरवन ने 'अर्ली स्कूल इन्वेंटरी' का विकास किया | 1978 Adaptive Behavior Inventory (ABI), Stanford Diagnostic Reading Test (SDRT) System of Multi

cultured Pluralistic Assessment (SOMPA), तथा Personal Profile Inventory (PPI) का विकास हुआ |

1979 में मुख्यत: जेस्टक तथा जेस्टक के Wide Range Interest Opinion Test (WRIOT), एवं Meaning and Measures of Mental Test (MMMT) बार्लो, फार, होगन तथा प्रीसकोट के Metropolitan Achievement Test (MAT) ; Gallaspy and Shahett के Diagnostic Analysis of Reading Difficulty आदि परीक्षणों का प्रकाशन हुआ |

1980 मे 1 से 12 वर्ष तक के बालकों के लिए Teaching the Skills of Composition तथा The Skills of Composition की रचना लिण्डहिम तथा लेरीरी रूगलेस द्वारा की गई | 1981 मे गोर्डन ने Gorden Occupational Check Test का संशोधन 8 से 12 वर्ष तक के बालकों के लिए किया गया | 1982 में Otis and Lenon ने ओटिस लेनन स्कूल एबिलिटी टेस्ट (OLSAT) की रचना की | 1983 Stanford Early School Achievement Test का प्रकाशन हुआ |

मनोभौतिकी परम्परा (The Psychophysical Tradition)

मनोभौतिकी की आधारशीला गाल्टन महोदय द्वारा मनोवैज्ञानिक परीक्षण के प्रकट होने से काफी पहले से ही रखी जा चुकी थी | संवेदनात्मक अनुभवों में भिन्नताओं का ज्ञान शताब्दियों से सामान्य ज्ञान बना हुआ था संवेदना की निम्न सीमा (Lower Threshold) का प्रत्यय [(Harbart) (1776-1841)] ने फेकनर (Fechner) के मनोभौतिकी विज्ञान के उद्घोष के , बहुत पहले ही दे दिया था | वेबर [(Weber) (1795-1878)] ने भी फेकनर से पूर्व ही 'Just Noticeable Differences' (JND) का प्रत्यय और अपने नियम , JND**उत्तेजना के अनुपात में होता है**, दे दिया था |

फेकनर ने , वेबर के नियम में ही अपने विख्यात मनोभौतिकी-सम्बंधों का आधार पाया था | उनके अनुसार , "The strength of the sensory process is proportional to the logarithm of the stimulus." इस प्रकार लोगरथिरिमिक नियम के मस्तिष्क में आने पर फेकनर से वस्तुत: महत्वपूर्ण अनुसंधान कार्य प्रारम्भ किया | आपने मनोभौतिकी को इस प्रकार परिभाषित किया "यह वह सही विज्ञान है जो कि शरीर और मस्तिष्क की निर्भरता के कार्यकारी सम्बन्धों को वर्णन करता है|" यह प्रत्यय इतना विस्तृत था की इनमें ना केवल संवेदनात्मक गहनता का मापन सम्मिलित किया जा सकता है वरन प्रत्यक्षीकरण , भावना, क्रिया और अवधान का मात्रात्मक मापन भी सम्भव है | वस्तुत: इनमें किसी भी प्रत्यय सम्मिलित किया जा सकता है, जिसे उत्तेजना में सह-सम्बंधित किया जा सके | फेकनर ने अपने को मुख्य रूप से संवेदना के अध्ययन तक ही सीमित रखा था हालांकि उसने सौंदर्य और प्रत्यक्षीकरण के क्षेत्र में भी काम किया |

मनोभौतिकी के इस "सही" विज्ञान के मापने के लिए फेकने को प्रचलित विधियों का प्रयोग करना पड़ा या नवीन विधियों की खोज करनी पड़ी | फेकनर के मुख्य आलोचको में डेलबोफ (Delboeuf), वुंट (Wundt) और जी.ई. मुलर (G. E. Muller) आदि थे जन्होने स्वंय भी सिद्धांत और विधियों के रूप में काफी योगदान दिया है | मनोभौतिकी के क्षेत्र में नवीनतम योगदान अरबन (Urban), कूलर (Cullar), और थर्सटन (Thurston) आदि का है | थर्सटन (Thurston) के तुलनात्मक निर्णय के नियम (Law of Comparative Judgement) ने मनोभौतिकी के क्षेत्र को काफी विस्तृत किया तथा उसकी समस्याओं को समझने में काफी सहायता प्रदान की |

परिणात्मक एवं गुणात्मक मापन

मनोविज्ञान एवं शिक्षा में भी मापन का अत्यंत महत्त्व है |इनका सम्बंध भौतिक मापन से न होकर मानसिक मापन से है | यह एक अत्यंत कठिन तथा जटिल कार्य है , क्योकिं मनोविज्ञान मापन में 'व्यवहार का मापन' सन्निहित है | व्यवहार परिस्थिति एवं उद्दीपक के साथ बदलता रहता है , प्राय: उन्ही परिस्थितियों और उद्दीपको के होते हुए भी कालान्तर के कारण व्यवहार में परिवर्तन आ जाता है | अत: मानसिक मापन कभी निश्चित नहीं हो सकता | ज्ञानोपार्जन, बुद्धि, व्यक्तित्व – ये सभी तथ्य जिनका मनोविज्ञान में मापन होता है, जटिल है | यही कारण है की इस शताब्दी के प्रारम्भ तक इन क्षेत्रों में मापन-विज्ञान अधिक विकसित नहीं था | भौतिक एवं मनोविज्ञान मापन के मुख्य अंतर यह है कि भौतिक मापन मुख्यत: 'परिमाणात्मक' (Quantitative) होता है, जबकि मनोविज्ञान मापन मुख्यत: 'गुणात्मक' (Qualitative) | परिमाणात्मक से अर्थ है – 'ऐसी कोई वस्तु जिसकी भौतिक जगत में सत्ता हो, जिसमें आकार, विषय-वस्तु , परिणाम आदि गुण हो , जिसे देखा जा सके और जिसकी उपस्थिति या अनुपस्थिति को अनुभूत किया जा सके |' इन अर्थों में भौतिक मापन परिमाणात्मक हुआ ; जैसे- दूरी, लम्बाई, क्षेत्रफल, भार, आयतन आदि का मापन | इन मापनो के लिए कुछ इकाईयों की आवश्यकता पड़ती है ; जैसे 12 इंच =1 फुट या 3 फुट=1 गज | परिमाणात्मक मापन में निम्न गुण हैं –

1) इन सभी इकाईयों का सम्बंध एक शून्य बिंदु से होता है | इकाई अर्थ होता है – शून्य बिंदु से ऊपर एक निश्चित मूल्य | छ: फीट का अर्थ है '0' से ऊपर छ: फीट |
2) परिमाणात्मक मापन में किसी यंत्र पर समान इकाईयाँ समान परिमाण की होती है ; जैसे – एक फुट के सभी इंच बराबर दूरी के होते हैं , एक मील में सभी गज समान दूरी के होते हैं, आदि |
3) परिमाणात्मक मापन अपने आप में सम्पूर्ण होता है | हम चाहें तो किसी कपड़े के टुकड़े की सारी लम्बाई ला मापन कर सकते हैं | इसी प्रकार हम किसी कमरे में सम्पूर्ण आयतन या किसी दुकान में बोरियों में भरी सम्पूर्ण चीनी की मात्रा का मापन कर सकते हैं |
4) किसी वस्तु का मापन स्थिर या निरपेक्ष रहता है ; जैसे मांसपेशियों के सिकुड़ने की गति | इन सभी विशेषताओं से ज्ञात होता है कि परिमाणात्मक भौतिक मापन वस्तुनिष्ठ होता है | यह आत्मनिष्ठ मूल्यांकन से प्रभावित नहीं होता |

परिमाणात्मक मापन के विपरीत , मनोवैज्ञानिक गुणात्मक मापन आत्मनिष्ठ (Subjective) एवं अनिश्चित होता है , जैसे – किसी अध्यापक के कार्य का निर्णय | किसी खिलौने के गुण के सम्बंध में निर्णय करते समय हमें किसी 'प्रतिमान' (Standard) को आधार बनाना पड़ता है और उस प्रतिमान की तुलना में खिलौने को निर्नित्क्रना पड़ता है | इस प्रकार के प्रतिमान कि सत्ता मूल्यांकन करने वाले के मन में ही रहती है | आवश्यक नहीं है कि यह प्रतिमान उचित ही हो | इसी प्रकार अध्यापक की विशेषता का मापन या निर्णय करते समय प्रधानाध्यापक या पर्यवेक्षक उसका सारा कार्य नहीं देखता , पर केवल उसका एक 'न्यादर्श' (Sample) ले लेता है | वह उसके बारे में इस प्रकार से निर्णय ले सकता है – श्रेष्ठ , मध्यम, या निम्न – यह कैसे जाना जा सकता है ? इसी प्रकार एक अध्यापक किसी छात्र द्वारा लिखे 'अंग्रेजी कम्पोजीशन' या मूल्यांकन उसकी भाषा, व्याकरण, विषय-वस्तु के आधार पर कर सकता है और तदनुसार उसे अंक दे सकता है | पर विद्यार्थी से किस प्रकार की भाषा, विषय-

वस्तु की आशा रखनी चाहिये – इसका कोई निश्चित आदर्श नही है | यह तो केवल अध्यापक के मन में स्थित प्रतिमान पर निर्भर है |इस प्रकार के गुणात्मक मापन की निम्न विशेषताएँ है :

1) इसमें कोई शून्य बिंदु नहीं होता | यदि किसी बुद्धि परीक्षण में किसी बालक की बुद्धि-लब्धि 'शून्य' आ भी जाए तो इसका मतलब यह कदापि नहीं है कि उस बालक में बुद्धि-लब्धि शून्य है | इसी प्रकार इकाइयों का सम्बंध निरपेक्ष (Absolute) न होकर सापेक्ष (Relative) है | यदि एक बालक की बुद्धि-लब्धि 120 है और दूसरे की 60, तो इसका यह अर्थ नहीं है की पहले में दूसरे से दुगनी बुद्धि है |

2) मानसिक या गुणात्मक मापन की इकाइयाँ आपस में समान नही है 13 और $13_{1/2}$ मानसिक आयु वाले बालकों की मानसिक आयु का अंतर उतना ही नहीं है , जितना 6 और $6_{1/2}$ वर्ष की आयु वाले बालकों का | यद्यपि निरपेक्ष अंतर $1/2$ वर्ष का है , पर वास्तव में 6 तथा $6_{1/2}$ में 13 तथा $13_{1/2}$ की अपेक्षा अधिक अंतर है |

3) भौतिक मापन जैसे 80 पोंड या 15 इंचनिश्चित परिमाण की ओर संकेत करते हैं | पर मनोवैज्ञानिक मापन ऐसा नहीं है | यदि एक परीक्षार्थी गणित के प्रश्नों में 10 में से 8 ठीक करे तथा लेखन में 200 शब्दों में 50 भूल करे तो हम यह नहीं कह सकते कि वह गणित में होशियार है और लेखन में कमजोर | हमें यह देखना पड़ेगा कि गणित के प्रश्न कठिन थे या सरल ; या इसी प्रकार लेखन में बोले गए शब्द कैसे थे | इसके अतिरिक्त अन्य विद्यार्थियों ने कितने प्रश्न हल किए और कितनी भूलें की | अत: गुणात्मक मापन का तुलनात्मक महत्त्व है |

4) गुणात्मक मापन में तुलना का आधार प्राय: 'मानक' (Norms) होते हैं जो सामान्य वितरण में औसत 'निष्पादन' (Performance) के आधार पर बनाये जाते हैं |

ऊपर के विवेचन के आधार पर परिमाणात्मक तथा गुणात्मक मापन में निम्न अंतर है :

परिमाणात्मक मापन	**गुणात्मक मापन**
1. शून्य बिंदु	1. कोई भी शून्य बिंदु नही है , वरन् एक प्रतिमान या मानक |
2. निश्चित तथा निरपेक्ष मूल्य की इकाइयाँ |	2. अनिश्चित तथा केवल सापेक्ष मूल्य की इकाइयाँ
3. वस्तु की सम्पूर्ण मात्रा या परिमाण का माप सम्भव |	3. वस्तु के किसी आंशिक गुण का ही मापन सम्भव |
4. वस्तुनिष्ठ |	4. प्राय: आत्मनिष्ठ, यद्यपि वस्तुनिष्ठ बनाने के ओर वैज्ञानिको के प्रयास |

1.8 मनोवैज्ञानिक मापन में सांख्यिकी की सार्थकता (Importance and Significance of Statistics in Psychological Measurement)

मनोविज्ञान का मूल आधार ही सांख्यिकी है | सांख्यिकी द्वारा ही किसी भी क्षेत्र विशेष के प्रदत्त-आँकड़ों का अध्ययन करके एवं भूतकालीन तथ्यों का वर्तमान तथ्यों से तुलनात्मक अध्ययन करके भविष्य में होने वाले परिवर्तनों का पूर्वानुमान लगाया जा सकता है | शिक्षाविद यदि बालक एवं मानव के व्यवहार के अध्ययन में अपनी रूचि बनाये रखना चाहते है तो उन्हें सांख्यिकी विधियों (Statistical Method) का ज्ञान होना अति आवश्यक है |

i. मनोवैज्ञानिक परीक्षणों (Psychological Test) का प्रयोग करके एवं इनका विश्लेक्षण करने के लिए सांख्यिकी का उपयोग करके शिक्षार्थियों से सम्बंधित अनेक बातों का पता लगाया जा सकता है | किन शिक्षार्थियों में पिछड़ापन (Backwardness) क्यों पाया जाता है ? शिक्षार्थियोंमें अनुशासनहीनता किन कारणों से होती है ? इत्यादि | इन कारणों का सही समय पर पता लगाने से इनका निवारण उचित तरीके से किया जा सकता है | कक्षा का विभाजन शिक्षार्थियों की प्रतिभानुसार भी किया जा सकता है | शिक्षार्थियों में उत्पन्न निराशा को सही एवं उचित दिशा में मोड़ा जा सकता है |

ii. सांख्यिकी निष्कर्ष निकालने में सहायक होती है | इसके द्वारा निष्कर्षों की वैधता (Validity) , विश्वसनीयता (Reliability), प्रमापिकरण (Standardization), एवं सरलता (Simplicity) का निर्धारण निश्चित नियमों के आधार पर होता है | सांख्यिकी द्वारा परिणामों को सार्थक (Meaningful) एवं सरल रूप (Convenient Form) में प्रस्तुत (Present) करने में सहायता मिलती है | आँकड़ों का समूह अपने-आप में निरर्थक एवं उलझाने वाला होता है | इन आँकड़ों से अर्थ प्राप्त करने के लिए इन्हें सांख्यिकीय विधियों द्वारा व्यवस्थित किया जाता है | सांख्यिकी द्वारा तथ्यों का एक सीमा तक सामान्यीकरण किया जा सकता है |

iii. सांख्यिकी अनुसंधानकर्ताओं के चिन्तन एवं विधियों को सही एवं स्पष्ट रखने में सहायक होती है | एकत्रीकरण (Collection) एवं निर्वचन (Interpretation) के समय जो अशुद्धियाँ आँकड़ों में आ गई हो तो उन्हें विश्लेक्षण (Analysis) करके शुद्ध किया जा सकता है | सांख्यिकी द्वारा तथ्यों का विश्लेक्षण करने के साथ साथ ही उन तथ्यों का विभेदकारी मान (Discriminating Value) और सरलता एवं कठिनाई मान (Facility and Difficulty Value) निकालने में सहायता मिलती है |

iv. सांख्यिकी से हमें पूर्वानुमान (Forecasting) लगाने में सहायता मिलती है | पूर्वानुमान कई घटकों (Factors) पर आधारित होता है | यदि इन घटकों पर ठीक प्रकार से ध्यान दिया जाए तो पूर्वानुमान में त्रुटि स्वीकार्य है | सांख्यिकी ये बताने में सक्षम है कि एक तथ्य या अवस्था किन्ही दिए गए घटकों के कारण कितना घट अथवा बढ़ सकता है (चूंकि यह तथ्य संख्यात्मक ही होगा) | सांख्यिकी द्वारा यह भी बताया जा सकता है

कि एक पूर्वानुमान या पूर्वकथन पर कितना विश्वास करना उचित हो सकता है | सांख्यिकी के अंतर्गत पूर्वानुमान करने के लिए विभिन्न विधियों का वर्णन किया गया है

v. सांख्यिकी द्वारा एकत्रित तथ्यों का तुलनात्मक अध्ययन (Comparative Study) करने में सहायता मिलती है | तथ्यों की तुलना का कार्य कुछ निश्चित उद्देश्यों से किया जाता है | सांख्यिकी के अंतर्गत विभिन्न प्रकार के औसत, दर तथा गुण को को ज्ञात किया जाता है इस प्रकार प्राप्त परिणामों से दो या दो से अधिक तथ्यों की तुलना की जाती है |

vi. सांख्यिकी द्वारा दो या दो से अधिक तथ्यों में सम्बंध स्थापित किया जा सकता है | इससे ये ज्ञात किया जा सकता है कि उन तथ्यों में कोई परस्पर कोई सम्बंध है अथवा नहीं , यदि सम्बंध है तो धनात्मक है अथवा ऋणात्मक | यह कार्य सहसम्बंध का गुणांक (Coefficient of Correlation) निकालकर किया जा सकता है | तथ्यों का इस प्रकार अध्ययन करने से बहुत सी महत्वपूर्ण बातों का पता लगाया जा सकता है | उदाहरण के लिए, यदि किसी वस्तु कि मांग (Demand) एवं पूर्ती (Supply) में सम्बंध स्थापित किया जाए तो अनेक महत्वपूर्ण परिणाम ज्ञात किये जा सकते हैं | सांख्यिकी द्वारा अनेक विषयों में सहसम्बंध स्थापित किया जाता है तथा यह ज्ञात किया जाता है कि इन विषयों में परस्पर कितनी समानताएँ एवं असमानताएँ | उदाहरणत: सांख्यिकी एवं गणित, सांख्यिकी एवं अर्थशास्त्र , सांख्यिकी एवं अन्य सामाजिक विज्ञान, सांख्यिकी एवं भौतिक विज्ञान आदि में सम्बंध स्थापित किया जा सकता है |

1.9 सारांश

इस अध्याय के अध्ययन से आपको पता चला होगा कि सांख्यिकी गणना का विज्ञान है | यह एक विज्ञान भी है और कला भी है | इसका विभिन्न विषयों जैसे- अर्थशास्त्र,व्यावसायिक प्रबंध, वाणिज्य, उद्योग इत्यादि में उपयोग किया जाता है | प्रक्रिया और कार्य के आधार पर सांख्यिकी को दो-दो भागों में बाँटा जाता है | प्राचल सांख्यिकी की यह मान्यता है कि जिस समूह का अध्ययन किया जा रहा है उसकी कुछ निश्चित विशेषताएँ होती है | टी- परीक्षण, एफ – परीक्षण, क्रांतिक परीक्षण इसी श्रेणी में आते हैं | जब सांख्यिकी में किसी प्रकार की मान्यताओं का प्रतिबंध नहीं होता है तो इसे वितरण मुक्त सांख्यिकी कहते हैं | इसके अंतर्गत चिन्ह परीक्षण, काई वर्ग परीक्षण , स्पियरमैन का सहसम्बन्ध इत्यादि आते हैं |मनोवैज्ञानिक मापन परिमाणात्मक एवं गुणात्मक दोनों प्रकार का होता है इसलिए इसमें सांख्यिकी की सार्थकता सिद्ध होती है |

1.10 शब्दावली

1. **विस्तार (Range) :** किसी भी श्रृंखला के उच्चतम एवं निम्नतम अंकों के मध्य की दूरी को विस्तार कहते हैं |
2. **माध्य विचलन (Mean Deviation) :** श्रृंखला में मदों की माध्य से दूरी के औसत धनात्मक मान को माध्य विचलन कहते हैं |

$$\text{MD} = \frac{\Sigma|X-M|}{N}$$

3. **मानक विचलन (Standard Deviation) :** श्रृंखला में मदों की माध्य से दूरी के वर्गों के औसत का वर्गमूल मानक विचलन कहलाता है |

$$\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma\,(X-M)^2}{n}}$$

1.11 स्वमूल्यांकन हेतु प्रश्न

अति लघुतरात्मक प्रश्न

1) सांख्यिकी का अर्थ है ?
2) सांख्यिकी की बाउले द्वारा दी गई परिभाषा बताइए |
3) चरिता विश्लेषण किसे कहते है ?

लघुतरात्मक प्रश्न

1) सांख्यिकी की विशेषताओं का उल्लेख कीजिये |
2) सांख्यिकी के उपयोग बताइए |
3) सांख्यिकी की क्या परिसीमाएं है ?
4) सांख्यिकी के क्या कार्य हैं ?
5) क्रांतिक अनुपात का सूत्र लिखिए |

निबंधात्मक प्रश्न:-

1) सांख्यिकी का अन्य विषयों के साथ संबंधों का वर्णन कीजिए |
2) सांख्यिकी के विभिन्न प्रकारों का वर्णन कीजिये |

1.12 सन्दर्भ ग्रन्थ सूची

- अस्थाना, विपिन श्रीवास्तव, विजया तथा अस्थाना, निधि (2009), शैक्षिक अनुसंधान एवं सांख्यिकी, अग्रवाल पब्लिकेशन्स, आगरा- 2
- सिंह लाल, प्रसाद द्वारिका भार्गव महेश (2000) सांख्यिकी के मूल आधार , एच.पी. भार्गव बुक हाउस, आगरा
- गैरेट हेनरी ई (1989) शिक्षा एवं मनोविज्ञान में सांख्यिकी कल्याणी पब्लिशर्स लुधियाना (पंजाब)

इकाई-2

आवृत्ति वितरण एवं आंकड़ों का ग्राफीय निरूपण
Frequency Distribution and Graphical Represertation of Data

इकाई की रूपरेखा

2.1 प्रस्तावना
2.2 आवृत्ति वितरण
  2.2.1 वर्गान्तर निर्धारण
  2.2.2 वर्गान्तर बनाने की विधियाँ
  2.2.3 संचयी आवृत्ति
2.3 द्विचरीय आवृत्ति वितरण
2.4 समूहकृत आंकड़ों का ग्राफीय निरूपण
  2.4.1 दण्ड आलेख
  2.4.2 आयत चित्र
  2.4.3 बारम्बारता बहुभुज
  2.4.4 तोरण
2.5 सारांश
2.6 शब्दावली
2.7 स्वमूल्यांकन प्रश्न
2.8 संदर्भ ग्रंथ सूची

2.1 प्रस्तावना

तथ्यों का वर्गीकरण एंव सारणीय कर देने से बिखरे हुये सकंलित समंको के ढेर को संक्षिप्त ,व्यवस्थित एंप क्रमबद्व रूप मिल जाता है। परन्तु व्यवाहारिक जीवन में ऐसा देखा जाता है। कि ठीक प्रकार से वर्गीकरण एवं सारणीयन करने पर भी जब बहुत से अंक एक साथ दिये जाये तो समय भी नष्ठ होता है। और उन्हें समझनें में भी असुविधा होती हैं। अंकों का यह विस्तृत रूप आंखों एंव मस्तिष्क दोनो को चक्कर में डाल देता है। प्रो0 बाउले ने लिखा है कि जैसे- जैसे संख्याओं की सूची की लंबाई बढती जाती है, वैसे- वैसे वह काम ग्राहय होती जाती है।

एक विशेष बात यह है कि जनसाधारण के लिये संमक ,नीरस जटिल तथा अरूचिकर होते हैं। इसलिए संख्या की और ना ता वह ध्यान देता है और ना ही उनमें उसकी कोई दिलचस्पी होती है। अत: संकलित समंकों का और भी प्रभावशाली रूप इनका चित्रों के द्वारा प्रदर्शन करना है। और फिर चित्र. स्वत: ही आकर्षण होते हैं और उन्हें देखकर वह प्रभावित हुये बिना नहीं रह सकता है। इस प्रकार चित्रों के द्वारा समंकों का तुलनात्मक महत्व जितना स्पष्ट रूप से प्रकट होता है। उतना किसी और साधन से सम्भव नहीं हो पाता है।

यह आवश्यक है कि सांख्यिकीय तथ्यों को दृष्टिकोण विधियाँ द्वारा इस प्रकार प्रदर्शित करना चाहिए कि मस्तिष्क पर अनावश्यक भार भी ना पडें और एक ही नजर में वस्तु स्थिति स्पष्ट हो जाये। सांख्यिकी में समंकों को प्रदर्शित करने के लिए ग्राफिक्स निरूपण किया जाता हैं।

प्राप्त समूहकृत एंव असमूहकृत आंकडों का आवृत्ति वितरण ,वर्गअन्तराल आंकडों का निरूपण का अध्ययन करेगें।

2.2. आवृत्ति वितरण

संख्यिकी में प्राय: विशाल सांख्यिकीय सामग्री से काम पडता रहता है। परन्तु प्रारम्भ में यह सामग्री बिखरी हुई अव्यवस्थित तथा अलग अलग मापों के रूप में होती है। उदाहरणार्थ नीचे दी गयी सांख्यिकिय सामग्री में 35 छात्रों को विज्ञान में प्राप्त प्राप्तांक है।

47,20,20,14,35,32,38,36,30,40,40,45,45,5,10,8,19,32,4,24,26,28,26,20,29,24,34,32,36,37,35,44,48,28,22,24.

विभिन्न प्रयोगों से प्राप्त इस प्रकार की सामग्री अवर्गित सामग्री कहलाती है, और जब इस सामग्री को वर्गों में वितरित कर दिया जाता है तो वह सामग्री वर्गित सामग्री कहलाती है।

उपर्युक्त उदाहरण में प्राप्तांकों को आरोही या बढते हुये क्रम में अथवा अवरोही क्रम में घटते हुये क्रम में लिखा जा सकता है।

समंकों का यही आरोही या अवरोही क्रम अनुविन्यास कहलाता है। अगर हम इन प्राप्ताकों को आरोही क्रम में व्यवस्थित करें तो निम्नलिखित प्रकार से व्यवस्थित होती है।

4,5,,8,10,14,19,20,20,22,24,24,24,26,26,28,28,29,30,32,32,32,34,35,35,36,37,38,40,40,44,45,47,48.

अब हम इस सामग्री को क्रमानुसार विभिन्न आकार के वर्गों में वितरित कर सकते हैं। परन्तु समंकों को वर्ग में वितरित करने के लिये अनुविन्यास की आवश्यकता नहीं होती है। एक -एक समक को लेकर तत्सम्बन्धी पद के सामने लगाये जाते हैं।

समंकों को आवृत्ति वितरण में बदलने के लिये निम्नलिखित प्रक्रिया अपनायी जानी चाहिए।

(1) जिन वर्गों में समंकों को वर्गीकृत करना है, पहले उनको लिख लेना चाहिए
(2) समंकों का प्रथम पद चिहित करिए और जिस वर्ग में रखना है उस वर्ग के सम्मुख एक तिरछी रेखा खीचिये। सभी पदों के लिए ऐसा करना है। किसी वर्ग के सम्मुख चार Tallies लगाने के बाद पॉचवी से उन्हें करना है।
(3) फिर इन Tallies को गिनकर आवृत्ति वाले कॉलम में लिखना है।
(4) इससे बिना किसी अशुद्धि के सरलतापूर्वक आवृत्ति प्राप्त होती है।
(5) यहाँ ध्यान देने योग्य बात यह है कि यदि किसी वर्ग की आवृत्ति शून्य हो तो उसे छोडना नहीं है बल्कि उस वर्ग के सम्मुख शून्य लिख देना चाहिए।

1- एक इकाई के अन्तर से किया गया आवृत्ति विवरण (Frequency Distribution made in the intervals of One Unit)

प्राप्तांक	अनुमिलन	आवृत्ति वितरण
		1
4	I	1
5	I	1
5	I	1
10	I	1
14	III	3
19	I	1
20	III	3
22	II	2
24	I	2
26	III	1

28 29 30 32 34 35 36 37 38 40 44 45 47 48	I II II I I II I I I I I I I I I I I I I	1 3 1 2 2 1 1 2 1 1 1 1

उपरोक्त तालिका में जो अंक किसी भी छात्र ने नहीं प्राप्त किये हैं उन्हे नहीं दिखाया गया है। जैसे- 1,2,3,6,7,11,12 आदि। यदि उन्हें भी दिखाया जाता तो उनकी आवृत्ति शून्य होती है। तालिका में सभी पदमानों को दिखाया जाना चाहिए। जिन दपमानों की आवृत्ति कुछ ना कुछ उनके सम्मुख शून्य लिखना चाहिए।

2.2.1 वर्गान्तर निर्धारण

जिन वर्ग आवृत्तियों को निश्चित इकाइयों के अन्तर पर वितरित किया जाता है, तथा वर्ग आवृत्तियों का यह क्रमबद्व विन्यास आवृत्ति वितरण (Frequency Distribution) कहलाता है।

उदाहरण 3. Following data of hours worked by 50 workers for s period of a month in a certain factory, classify in equal class intervals, using struge's rule n=1+3.322 log N, where n is the numbers of classes, N, in the total numbers of observation.

110	165	113	42	149	178	133	69	30	106
161	195	121	62	187	156	151	94	148	184
155	141	143	156	197	109	103	150	167	88
164	150	144	124	40	128	64	72	164	122
114	149	94	146	203	176	79	87	116	148

Solution.

वर्गान्तरों (Class intervals)

n=1+3.222 log N

=1+ 3.222 log 50

=1+3.322× 1.699 (log 50=1.699)

=1+5.644=6.644 or 7 approximately

वर्गान्तरों की संख्या 114 (No. of C.I.)

$$\text{वर्गान्तरों} = \frac{\text{Max Value} - \text{Min, Value}}{\text{Size of interval}}$$

$$= \frac{203-30}{25}$$

$$= \frac{173}{25} = 7 \text{ approximately (लगभग 07)}$$

उपर्युक्त समंकों का 7 वर्गान्तरों में 25 का वर्ग विस्तार लेते हुये निम्नलिखित प्रकार से वर्गीकरण होगा। प्रथम वर्ग का न्यूनतम मूल्य 30 से आरम्भ होगा।

Class Intervals(Hours)	Tally Marks	Frequency (No. of Workers)
30-55	III	3
55-80	~~IIII~~	4
80-105	~~IIII~~ I	6
105-130	~~IIII~~ ~~IIII~~	10
130-155	~~IIII~~ ~~IIII~~ I	11
155-180	~~IIII~~ ~~IIII~~ I	11
180-205	~~IIII~~	5
	TOTAL	50

वर्ग सीमाएं

उदाहरण उदाहरण में दिये गये वर्गों मे से प्रत्येक वर्ग दो संख्याओं के बीच सीमित है। यही संख्याऐं वर्ग सीमाऐं कहलाती है। इन दोनो संख्याओं में से छोटी संख्या निम्न सीमा और बडी संख्या, उच्च सीमा है। उदाहरण- 25-30 वर्ग में 25 निम्न सीमा और 30 उपरी सीमा है। निम्न सीमा को और उच्च सीमा को संकेताक्षर द्वारा व्यक्त करते हैं।

वर्गान्तर (Class Intervals Or C.I.) – दो वर्ग सीमाओं से बना हुआ वर्ग वर्गान्तर कहलाता है। 0-5, 5-10, 10-15, 15-20, आदि वर्गान्तर है और इस प्रकार का परिणामत्मक वर्गीक्रण, वर्गान्तर द्वारा वर्गीकरण (Classification by Class Intervals) कहलाता है। वर्गान्तरों की संख्या का अनुमान निम्नलिखित सूत्र से किया जा सकता है।

(L_2) (L_1)

$$\text{No. of C.I.} = \frac{\text{Max. Value-Min. Value}}{\text{Size of Intervals}}$$

वर्ग विस्तार (Managing of Size of Intervals)- किसी वर्ग की उच्च सीमा (Upper Limit) तथा निम्न सीमा (Lower Limit) के अन्तर को वर्ग- विस्तार कहते हैं।

40-50 वर्ग में वर्ग विस्तार 10 है। इसे **I** से प्रदर्शित करते हैं। **I** का नाम निम्नलिखित सूत्र से ज्ञात किया जा सकता है।

I i= Max. Value- Min. Value

मध्यमान या मध्य बिन्दु

(Mid value of Mid Point)

मध्यमान निम्न और उच्च सीमाओं को ठीक मध्य- बिन्दु के मान को कहते हैं। इसकी सरल एवं स्पष्ट विधि है कि वर्ग के दोनों वास्तविक सीमाओं को जोडकर दो से विभाजित (भाग) कर दिया जाता है। अर्थात निम्नलिखित सूत्र की सहायता से मध्यमान ज्ञात किया जाता है।

मध्यमान या **I M.V** $= \frac{L_1 + L_2}{2}$

L_1= Lower Limit of the Class
L_2= Upper Limit of the Class

उदाहरण 04.

(a)		(b)		(c)	
Class	**M.V.**	Class	M.V.	Class	M.V.
5-10	**7.5**	0-9.99	5	0-9	4.5
10-15	**12.5**	10-19.99	15	10-19	14.5
15-20	**17.5**	20-29.99	25	20-29	24.5
20-25	**22.5**	30-39.99	35	30-39	34. 5

Note-- पंक्ति (b) में मध्यमान निकालने के लिये 9,99, 19,99 को 10,20, ...मान लेंगे।

मध्यमान निकालने की दूसरी विधि यह है कि जिस वर्ग का मध्यमान निकालना है, उसकी निचली सीमा को द्वितीय वर्ग की निचली सीमा में से घटाकर दस से विभाजित करें। और इस प्राप्त संख्या को उस वर्ग की निचली सीमा में जोड दें।

उदाहरण 05.

Class (Rs.)	**M.V.**	**M.V.**
0-10	5	0+ 10 =5
10-20	15	2
20-30	25	……..
30-40	35	…….....
40-50	45	……..
		…….

उपरोक्त दोनों ही रीतियों में मध्यमान निकालने के लिये प्रयुक्त की जाती है। किन्तु दूसरी विधि से समावेशी वर्गान्तर माला (Class ;Class intervals by the inclusive method)में मध्यमान निकालने के लिये पहले उसे अपवर्जी विधि से व्यवस्थित करना चाहिए।

खुले सिरे वाली सारणी

कभी कभी वर्ग सीमाऐंअनिश्चित रहती है,आवृत्ति मालाओं के पहले अन्तिम या दोनो ही सिरे को इस प्रकार व्यक्त करते हैं कि प्रथम और अन्तिम वर्ग सीमाओं को निर्धारित करना कठिन हाता है।

उदाहरण 6.

Below-10	**Below-10**
10-20	10-30
20-30	30-60
30-40	60 and above
40 and above	

ऐसी मालाओं को खुले सिरों की मालाऐं कहते हैं। इन मालाओं के प्रारम्भिक और अन्तिम वर्गान्तरोंका मध्यमान निकालने के लिये प्राय: निकट वाले वर्गों के विस्तार को ही इनका वर्ग विस्तार मान लेते हैं। किन्तु उदाहरण (6) में ऐसा करना उचित नहीं। यहाँ पर प्रारम्भिक और अन्तिम वर्गान्तरों को 0-10 तथा 60-100 मानकर मध्यमान निकालना उचित होगा। अत: खुले सिरों को ऐसी संख्याऐं मानकर बन्द कर दिया जा सकता है, जो वर्गान्तर के फैलाव के अनुरूप हो।

वर्गीकरण में ऐसे वर्गों का प्रयोग ठीक नहीं माना जा सकता है क्योकिं इससे अनिश्चितता तथा संशय की स्थिति उत्पन्न होती है।

असमान वर्गान्तर

वर्गान्तरों का विस्तार समान होना आवश्यक है, जबकि किन्हीं विशेष परिस्थितियों में असमान विस्तार का प्रयोग भी हो सकता है। उदाहरणार्थ यदि अध्यापन तथा अनुभव होने पर भिन्न भिन्न प्रकार की सुविधाऐं दी जाती है तो असमान वर्गान्तर वाली सारणी तैयार करनी होती है जैसे-

Teaching Experience	**Frequency**
(in years)	25
0-2	32
2-5	28
10-20	18
20-40	10
40 and above	4

यहाँ वर्गान्तर असमान है, जिससे तुलनात्मक अध्ययन असम्भव सा हो जाता है। और गणनाओं में लघु रीतियों या Short terms methods का प्रयोग सम्भव नहीं हो पाता है।

वर्ग विस्तारों को नियमित करना

To Regularize the Class intervals

कभी -कभी वर्ग विस्तार बडे अनियमित होते हैं। कोई वर्ग विस्तार बडा होता तो कोई छोटा जैसे-

उदाहरण 7-

Size	Frequency
0-2	**2**
2-5	3
5-9	1
9-10	5
10-13	4
13-15	4
15-16	6
16- 19	2
19-20	3
	30

इन विस्तारों को नियमित कर लेना अति आवश्यक है अन्यथा इन परिस्थितियो में सांख्यीकिय विधियाँ का प्रयोग कठिन हो जायेगा।और परिणाम भ्रामक होंगे।

यहाँ वर्गान्तरों में अधिकतम वर्ग विस्तार 4 है, परन्तु यदि वर्ग के वर्ग विस्तार से बनाये तो वह असम्भव है क्योकि यहाँ उच्च सीमाऐं 4 से विभक्त नहीं होगी। इसलिए 4 से अधिक 5 का वर्ग विस्तार हो सकता है। और फिर 5 से उच्च सीमाऐं पूरी पूरी विभाजित हो जाती है। वर्गान्तर ऐसे बनाये जायेगे जिनका वर्ग विस्तार 5 हो। इस प्रकार आवृत्ति वितरण निम्नलिखित तरीके से होगा-

Solutions.

Size	Frequency
0-5	5 (पहले तथा दूसरे वर्ग की आवृत्तियों का योग)
5-10	6 (तीसरे तथा चौथे वर्ग की आवृत्तियों का योग)
10-15	8 (पॉचवे तथा छठे वर्ग की आवृत्तियों का योग)
15-20	11(सातवे आठवे तथा नवें वर्ग की आवृत्तियों का योग)
	30

असमान वर्गान्तर निम्नलिखित प्रकार के भी हो सकते हैं-

I		II		III	
C.I.	Freq.	**C.I.**	**Freq.**	**C.I.**	**Freq.**
0-5	A	**0-1**	**J**	0-6	A
5-10	B	**1-3**	**K**	6-8	A+B
10-20	C	**3-5**	**L**	8-12	A+B+C
20-40	D	**5-10**	**M**	12-14	D
40-70	E	**10-20**	**N**	14-16	E
70-100	F	**20-40**	**O**	16-18	F
100-140	G	**40-70**	**P**	18-20	G

वर्गान्तर बनाने की विधियाँ

वर्गान्तर बनाने की निम्नलिखित दो विधियाँ है।

(1) अपवर्जी विधि (Exclusive Method)

(2) समावेशी विधि (Inclusive Methods)

(1) अपवर्जी विधि (Exclusive Method) - इस प्रकार के वर्गीकरण में एक वर्ग की उच्च सीमा अगले वर्ग की निम्न सीमा होती है। अपवर्जी रीति के अन्तर्गत भी दो प्रणालियाँ आती है।

प्रथम प्रणाली - इस विधि में किसी वर्ग की उच्च सीमा की उस वर्ग में सम्मिलित ना करके बल्कि उससे अगले वाले वर्ग में सम्मिलित किया जाता है। इस नियम के अनुसार 0-10 वर्ग का 10 दूसरे वर्ग (10-20) में सम्मिलित किया जायेगा। प्राय: सर्वाधिक प्रयोग इसी विधि का किया जाता है।

उदाहरण- इससे उपरी सीमा अपवर्जित है।

10-20
20-30
30-40
40-50
50-60

ठसमें 20 जो पहले वर्ग की उच्च सीमा है, दूसरे वर्ग(20-30) की निम्न सीमा बन गयी और इसमें 10 से लेकर 19.99 के सभी मान प्रथम वर्ग (10-30) के अन्तर्गत आयेंगे। किन्तु पूर्ण 20 होने पर ही दुसरे वर्ग (20-30) में चले जायेगें। इसी प्रकार 20 से लेकर 29.99 तक के सभी मान द्वितीय वर्ग 20-30 के अन्तर्गत आयेंगे। इत्यादि।

अधिक स्पष्ट भाषा में हम निम्नलिखित रूप से प्रदर्शित कर सकते हैं-

10 and under 20		**10-19.99**
20 and under 30		**20-29.99**
30 and under 40	**or**	**30-39.99**
40 and under 50		**40-49.99**
50 and under 60		**50-59.99**

(2) समावेशी विधि (Inclusive Methods)- इस विधि में पहली विधि की भांति एक वर्ग की उच्च सीमा तथा दूसरे वर्ग की निम्न सीमा समान होती है। इस प्रकार के वर्गीकरण में निम्न सीमा तथा उच्च सीमा दोनों को उसी वर्ग में सम्मिलित कर लिया जाता है। इस विधि का उपयोग ऐसी वस्तुओं में उपयुक्त रहता है। जिनकी खडिण्त करने की कल्पना नहीं की जा सकती है। जैसे-मनुष्य, कुर्सी, इत्यादि। इस विधि में सन्देह को दूर रखने के लिये पहले वर्ग की उच्च सीमा से दूसरे वर्ग को निम्न सीमा से 01 या कोई अन्य संख्या से कम कर दी जाती है। जैसे-

Wages (in Rupees)
0-9
10-19
20-29
30-39
40-49

इस उदाहरण में प्रथम वर्ग में 10 से लेकर 19 तक सभी मान सम्मिलित है, इसी तरह से दूसरे वर्ग में 20 से लेकर 29 तक इत्यादि। इसके अतिरिक्त यहाँ वर्ग विस्तार माना जायेगा। इस विधि का प्रयोग खण्डित माला में सरलतापूर्वक होता है। सामान्यतया इस विधि में वर्गों की आवृत्ति पर कोई प्रभाव नहीं पडता है। लेकिन यदि मूल्य वर्गों के मध्य में पडे तो कहाँ शामिल किया जाये। ऐसी विषम परिस्थितियों में वर्गीकरण को अपवर्जी के आधार पर बदल दिया जाता है। उदाहरण के लिये मान लीजिए उपरोक्त में कोई ऐसा श्रमिक है, जिसकी मासिक मजदूरी 9 रूपये से अधिक और 10 रूपयें से कम है। इसे पहले वर्ग मे से या दूसरें में यह समस्या उत्पन्न होती है। समावेशी वर्गान्तरों को अपवर्जी में बदलने के लिये एक वर्ग की उच्च सीमा तथा अगले वर्ग में निम्न सीमा का अन्तर का आधा निकाल कर उसे निचली सीमा में से घटा दिया जाता है। और उपरी सीमा में जोड दिया जाता है उपरोक्त समावेशी वर्गान्तरों को निम्नलिखित तरीके से अपवर्जी बनाया जाता है।

समावेशी वर्गान्तरों का अपवर्जी वर्गान्तरों में परिवर्तन

(Inclusive Methods)		(Exclusive Methods)	
InclusiveClass	**M.V.**	**Class**	**M.V.**
10-19	14.5	9.5 -19.5	14.5
20-29	**24.5**	**19.5 -29.5**	24.5
30-39	**35.5**	**29.5- 39.5**	34.5
40-49	**44.5**	**39.5- 49.5**	44.5

यहाँ पर वर्ग विस्तार को प्रत्येक दशा में समान ही रहता है। अपवर्जी प्रणाली में हो या समावेशी प्रणाली में मध्यमान भी वही रहता है।

अपवर्जी विधि एंव समावेशी विधियों में अन्तर

अपवर्जी विधि	**समावेशी विधि**
(1) वर्ग की उच्च सीमा उस वर्ग में सम्मिलित ना होकर अगले वर्ग में ली जाती है।	(1) वर्ग की दोनो सीमाऐं इसी वर्ग में शामिल की जायेगी।
(2) वर्ग की उच्च सीमा एंव अगले वर्ग की निम्न एक होती है।	(2) वर्ग की उच्च सीमा एंव अगले वर्ग की निम्न सीमा में भिन्नता होती है।
(3) गणनाओं में अपवर्जी को समावेशी में नहीं बदला जाता है।	(3) गण्नाओं में सरलता लाने के लिये पहले इन्हें अपवर्जी में अदला जाता है।
(4) सांख्यिकीय दृष्टि से इस विधि का प्रयोग उतम माना जाता है।	(4) यह विधि वही है जो कि उपयुक्त होती है, जहाँ पद मूल्य एक पूर्णाक संख्या में होती है।

मान लो किसी कक्षा में 25 विद्यार्थियों ने परीक्षा दी और अधिकतम 50 अंकों में से प्राप्तांक निम्नलिखित प्रकार से है-

उदाहरण 8-

44.5 5,13,17,19,20,21,22,24,25,26,27,28,30,30, 31,32,34,36,40,40,42,42,44,46.

अपवर्जी विधि (Exclusive Methods)तथा समावेशी विधि (Inclusive Methods) से इनका वर्गीकरण दस के वर्ग विस्तार के अनुसार बनाइऐं।

Solution 10-10 के वर्गान्तरों में वर्गीकरण निम्नलिखित इस प्रकार से किया जायेगा।

अपवर्जी Exclusive)			**समावेशी (Inclusive)**		
Marks C.I.	Tally Marks	No. of Students (Frequency)	Marks(C.I.)	Tally Marks	No. of Students (Frequency)
0-10	**I**	1	**0-10**	**I**	1
10-20	**IIII**	4	11-20	**III**	4
20-30	**~~IIII~~ ~~IIII~~**	10	21-30	**~~IIII~~ ~~IIII~~**	10
30-40	**~~IIII~~**	6	31-40	**~~III~~ I**	6
40-50	**III I**	6	41-50	**III**	4
		25		**Total**	25

मध्य -मूल्यों से वर्ग बनाना

मध्य मूल्यों से वर्ग बनाने के लिये पहले उनमें पारस्परिक अन्तर को ज्ञात किया जाता है फिर इस अन्तर के (वर्ग-विस्तार) आधे को प्रत्येक मध्य-मूल्य में घटाकर निम्न सीमा ज्ञात कर लेते हैं और इसी तरह जोडकर उच्च सीमा ज्ञात कर ली जाती है।

अगर सूत्र रूप में प्रदर्शित करें तो यह निम्नलिखित प्रकार से होगी-

III Lower Lmit-- L_1**= M.V. –i/2**

जबकि **M.V. = Mid Values**

i = Magnitude

III Upper Limit— L_2**= M.V. +i/2**

= Mid Values= 5,15,25,…….....

यहाँ पर दो मध्य मूल्यों का अन्तर (5-15) एवं (25-15) हुआ और इसका आधा {10/2}=5 हुआ।

पहले मध्य मूल्य का वर्ग **I = (5-5)= and (5+5)=10 =(0-10) और दुसरा वर्ग हुआ,(15-5)=1- (15+5)=20अर्थात (10-20)**

इसी तरह तीसरा वर्ग हुआ I ={(25-5)=20 and (25+5)=30 (20-30)}

2.2.3 संचयी आवृत्ति (Cumulative Frequency)

कभी- कभी साधारण आवृत्तियों को कुछ उददेश्यों की पूर्ति के लिए वर्गानुसार अलग अलग ना लिखकर संचयी रूप में लिखा जा सकता है। इनमें वर्ग की केवल एक सीमा ही लिखी जाती है। इनकी दो विधियाँ है। इनका वर्णन निम्नलिखित है।

(1) जब संचयी आवृत्ति उपरी सीमा के आधार पर लिखी जाती है तो अवस्था में से कम (below under less then) शब्दका प्रयोग होता है। ऐसी आवृत्तियों को less then frequency भी कहते हैं।

(2) जब संचयी आवृत्ति निचली सीमा के आधार पर लिखी जाती है से अधिक more than above under शब्द लिखा जाता है। इस प्रकार की आवृत्तियों को **more than frequencies** भी कहते हैं।

इस प्रकार संचयी आवृत्ति से बनी सारणी आवृत्ति सारणी कहलाती है।

उदाहरण 09.

(अ) से कम संचयी आवृत्ति (**less then Comulative Frequency)**

वर्ग (Class)	**अंक** (Marks)	Frequency	Comulative (C.G.I.)	Frequency
0-10	10 से कम	4	1	1
10-20	20 से कम	3	1+3	4
20-30	30 से कम	9	4+9	13
30-40	40 से कम	5	13+5	18
40-50	50 से कम	2	18+2	20

(ब) से अधिक संचयी आवृत्ति (**more then Comulative Frequency)**

वर्ग (Class)	**अंक** (Marks)	Frequency	Comulative (C.G.I.)		Frequency
0-10	10 से अधिक	1	_	20	(1+19)
10-20	20 से अधिक	3	20-1	19	(3+16)
20-30	30 से अधिक	9	19-3	16	(9+7)
30-40	40 से अधिक	5	16-9	7	(5+2)
40-50	50 से अधिक	2	7-5	2	(2+0)

वर्ग आवृत्ति के लिऐ संचयी आवृत्ति में से परिस्थिति के अनुसार आगे या पीछे वाली संचयी आवृत्ति को घटाते हैं।

संचयी आवृत्ति से साधारण आवृत्ति ज्ञात करने का नियम

Law of Finding General Frequency from Cumulative frequency

उस वर्ग की संचयी आवृत्ति में से पिछले वर्ग की संचयी आवृत्ति घटाते हैं। निम्नलिखित को साधारण आवृत्ति श्रेणी में परिवर्तन किजिये।

5 विद्यार्थी पाते है 03 से कम अंक

12 विद्यार्थी पाते है 06 से कम अंक

25 विद्यार्थी पाते है 09 से कम अंक

30 विद्यार्थी पाते है 12 से कम अंक

35 विद्यार्थी पाते है 15 से कम अंक

Marks Uppers Limit	No. of Students Cumulative Frequency	Class intervals	No. of Students Frequency
3 से कम	5	0-3	5
6 से कम	12	3-6	7 (12-5)
9 से कम	25	6-9	13 (25-12)
12 से कम	30	9-12	5 (30-25)
15 से कम	35	12-15	5 (35-30)

उदाहरण 11. निम्नलिखित प्रांप्तांकों को आवृत्ति वितरण के रूप में प्रस्तुत कीजिए।

उदाहरण 09. Present the following scores in the form of frequency distribution—

3,5,3,1,7,0,2,2,4,6,5,4,3,5,0,5,1,4,1,5,7,2,3,5,4,6,2,4,4,0,1,3,6,1,2,6,6,4,2,2,2,4,3,4,4,1,2,.

Solution. प्राप्तांकों का विस्तार 0 से 7 तक है। अत: इनको एक एक के अन्तर पर खण्डित रूप में व्यवस्थित किया जाना उचित है।

S.No. of Letters	Tallies	Frequencies
0	III	3
1	~~IIII~~ I	6
2	~~IIII~~ ~~IIII~~	10
3	~~IIII~~ I	6
4	~~IIII~~ ,~~IIII~~, I	11
5	~~IIII~~ ,II	7
6	~~IIII~~	5
7	II	2
		50

उदाहरण 12. निम्नलिखित ऑकडें श्रमिको के एक समूह की दैनिक आय से सम्बधित है। उचित वर्गान्तर का चयन करते हुये एक आवृत्ति तालिका में प्रविष्ट कीजिये-

The following data relates to the daily earning of a group of wage earners, selecting a suitable class intervals enter then in a frequency table.

Data Earning in Rs.

6	10	8.50	8	5	7.25	8	5	3.75	5
4.75	7.50	8	9	8.50	6	7	9.25	8	6
10	6	9.50	14	9	12	9	8.75	5	10
15	7	7	6.50	13	7	7.50	6	3	3

Solution . उपरोक्त समंकों में न्यूनतम और अधिकतम आय के ऑकडें क्रमश: 3 और 15 है। अत: वर्गान्तर **(Class Intervals)** 2 रखना उचित रहेगा। निम्नतम वर्ग (2-4) होगा।

S.No. of Letters	Tallies	Frequencies
2-4	III	3
4-6	~~IIII~~	5
6-8	~~IIII~~ ~~IIII~~ III	13
8-10	~~IIII~~ ~~IIII~~ II	12
10-12	III	3
12-14	II	2
14-16	II	2
		50

उदाहरण 12. निम्नलिखित पंक्तियों से एक आवृत्ति की रचना कीजिये जिसमें अक्षरों की विभिन्न संख्याओं से बनने वाले शब्दों की संख्या बतायी जा सके।

उदाहरण 13. From the lines given below prepare a frequency table showing the number of our words with different letters—

An, fill the Cup—What boots it to the repeat how time is sliping underneath our feet, unbourn TOMMORROW and deade YESTERDAY why fret about them if TODAY be SWEET."

Solution. सर्वप्रथम उपरोक्त पंक्तियों शब्दों में प्रयुक्त अक्षरों की संख्या लिख लेते हैं।

2,	4,	3,	3,	4,	5,	2,	2,	6
3,	4,	2,	8,	10,	3,	4		
6,	8,	3,	4,	9				
3	4	5	4	2	5	2	5	

इन संख्याओं को हम खण्डित रूप में प्रस्तुत निम्नलिखित तालिका की सहायता से करेंगे।

S.No. of Letters	Tallies	Frequencies
1	---	0
2	~~IIII~~ I	6
3	~~IIII~~ I	6
4	~~IIII~~ II	7
5	~~IIII~~	4
6	II	2
7	--	--
8	II	2
9	I	1
10	I	1
	Total	29

उदाहरण 14 निम्नलिखित संमक कर्मचारीयों के एक वर्ग की दैनिक अतिरिक्त आय को व्यक्त करते हैं। एक उपयुक्त आवृत्ति वितरण द्वारा इन्हें प्रस्तुत कीजिये।

The following figures relate to the average daily extra income of a group of employees Represent them by a suitable frequency distribution.

4,2,5,3,0,9,7,12,11,8,10,25,1,13,7,3,24,4,6,28,36,4,7,0,8,31,94,27,10,12,94,15,12,27,6,18,15,17,10,27,6,2,0,34,17,5,19,10,13,13,145,25,2,13,11,19,8,2,10.

उपरोक्त समंकों में विस्तार 0 से 94 तक है। 15 अथवा 20 के अन्तर पर वर्गान्तर लेने से आवृत्तियों का एक का एक बहुत बडा भाग प्रथम दो वर्गों में ही केन्द्रित होगा। अत: उपयुक्त वर्गीकरण के लिये यहाँ असमान वर्गों को ही चुनना होगा।

Daily Extra Income (In Rs.)	Tallies	No. of Persons (Frequency)
0-2	IIII	4
2-5	~~IIII~~ IIII	9
5-10	~~IIII~~ ~~IIII~~ III	13
10-20	~~IIII~~ ~~IIII~~ ~~IIII~~ ~~IIII~~	20
20-50	~~IIII~~ ~~IIII~~ II	12
50 & Over	II	2
	Total	**60**

उदाहरण 15. एक कक्षा के दो विषयों में प्राप्तांक दिए है । तुलानात्मक अध्ययन के लिये उचित रूप में वर्गीकृत कीजिये।

The marks obtained in two subject by a class given below For a comparative study group them in suitable manners.

Marks Statistics.

65,	45,	32,	78,	76,	48,	55,	88,	77,	66,
56,	64,	22,	75,	70,	59,	49,	65,	47,	38
41,	54,	60,	68,	73,	28,	35,	42,	63,	56,
50,	42,	66,	35,	71,	63,	74,	58,	60,	55,
57,	21,	62,	73,	26,					

Economics Theory

48,	36,	69,	65,	53,	33,	82,	63,	,27,	60,
44,	45,	39,	38,	49,	56,	62,	40,	36,	33
50,	57,	40,	48,	39,	38,	53,	82,	63,	42,
60,	42,	40,	57,	50,	44,	65,	32,	27,	21,

Solution

Marks	**Tallies (Statictics)**	Tallies(Eco. Theory)	**Fref.(F) (Statt.)**	**Freq.(Econo. Theory)**
20-30	IIII	III	4	3
30-40	IIII	~~IIII~~ ~~IIII~~	4	10
40-50	~~IIII~~ II	~~IIII~~ ~~IIII~~ III	7	13
50-60	~~IIII~~ IIII	~~IIII~~ III	9	8
60-70	~~IIII~~ ~~IIII~~ I	~~IIII~~ IIII	11	9
70-80	~~IIII~~ IIII	....	9	--
80-90	I	II	1	2
		Total	**45**	**45**

2.3 द्विचर आवृत्ति बंटन (Bivariate Frequency Distribution)

जब दो आवृत्ति बंटनोंको , जिसमें परस्पर सम्बन्ध हो, एक साथ दिखाते हैं तब इसे द्विचर आवृत्ति बंटन कहते हैं । द्विचर आवृत्ति बंटन के उदाहरण पति - पत्नि की आय, छात्रों के दो विषयों में प्राप्तांक, किसी वस्तु की मांग तथा मूल्य परिवार की आय व्यय आदि हो सकते हैं । इसके लिये द्विचर

आवृत्ति सारणी की रचना करनी पडती है। द्विचर आवृत्ति सारणी बनाते समय दोनों आवृत्ति बंटनों का ध्यान रखना पडता है। ये आवृत्ति बंटन खण्डित श्रेणियों अथवा सतत श्रेणियों में हो सकते हैं।

The following data represent the marks in the Accountanacy () and Statictis (Y) of 25 students construct a bivariate table on the basic of class intervals.

X	Y	X	Y	X	Y
35	56	52	74	42	58
28	42	38	60	46	65
30	40	40	60	35	48
18	30	38	56	35	50
40	60	35	52	27	38
45	62	35	48	32	46
27	18	70	80	41	68
36	52	17	18	41	68
				46	74
				58	88

द्विचर आवृत्ति सारणी की रचना करने के लिये दोनों आवृत्ति बंटनों के वर्गान्तरों का निर्धारण करना होगा। लेखांकन में न्यूनतम अक 17 है। तथा अधिकतम अंक 70 है। सांख्यिकी में न्यूनतम अंक 18 तथा अधिकतम अंक 88 है। लेखाकन के वर्ग को 15 से आरम्भ कर सकते हैं। क्योंकि यह 05 का गुणांक है। तथा 70 भी किसी वर्ग में शामिल हो सके 10 का वर्ष विस्तार लेकर समूह इस प्रकार हो सकते हैं कि 15-25, 25-35, 35-45, 45-55, 55-65, 65-75 इसी तरह सांख्यिकी के वर्गों को बनाया जा सकता है। लेकिन सांख्यकी के वर्ग दो अधिक बनेंगे। इनमें 88 तक की संख्याऐं है। अत: सांख्यकी का प्रथम वर्ग 15-25 तथा अन्तिम वर्ग 85-95 होगा।

Marks in Accountancy (X) Marks in Stattics(Y)	15-25	III 25-35	35-45	45-55	55-65	65-75	Total Frequency of Y
15-25	1=1	1=1					2
25-35	1=1						1
35-45		111=3					3
45-55		1=1	~~IIII~~=5				6
55-65			~~IIII~~ 1=6	1=1			7
65-75			1=1	111=3			4
75-85						1=1	1

85-95					1=1		1
Total Frequency of X	2	5	12	4	1	1	25

टिप्पणी -द्विचर आवृत्ति बंटन बनाने के लिये भी मिलान चिन्हों का प्रयोग किया जाना चाहिए। आवृत्ति का निर्धारण करने के लिये मिलान चिन्ह लगाते समय (X तथा Y के सबधित मूल्यों को एक साथ लिखते हैं। जैसे पहला मूल्य

X	35
Y	56

एक साथ लेंगे। सर्वप्रथम X में वह वर्ग देखेंगें जिसमें 35 मूल्य आ सकता हो सह वर्ग है। 35-45 अब 56 मूल्य का वर्ग देखेगे। यह 55-65 में है। दोनों ओर से चलेंगे तथा उभनिष्ट चौखाने में एक मिलान चिन्ह लगा दिया जायेगा। यह सावधानी आवश्यक रखनी होगी कि दोनों मूल्यों के केवल एक ही मिलान चिन्ह लगाया जायेगा। क्योंकि द्विचर आवृत्ति बंटन में जोडा है। कालमों का योग चर है। वर्गान्तरों की आवृत्तियों बताता है तथा पक्तियों के योग कर लिये जाते हैं , वर्गान्तरों की आवृत्ति बताता है।

2.4 समूहकृत आंकडो का ग्राफीय निरूपण

प्राय: यह देखा गया है कि आंकड़ों का आलेखीय निरूपण सारणीयन निरूपण की तुलना में अधिक ध्यान आकर्षित करता है। साथ ही आलेखन निरूपण को अहुत ही आसानी से समझा जा सकता है। तुलनाओं में निरूपण को बहुत ही आसानी से समझा जा सकता है। अलग अलग मदों की तुलनाओं में को आलेखों की सहायता से अच्छी तरह से समझाया जाता है। आंकड़ों के आलेखीय निरूपण से आंकड़ों से विभिन्न निष्कर्ष निकालना इस खण्ड में निम्नलिखित आलेखीय निरूपणों का अध्ययन करेंगे।

1- दंड आलेख
2- आयत चित्र
3- बारम्बारता बहुभुज
4- तोरण

2.4.1 दंड आलेख

दंड आलेख आंकडों का एक चित्रीय निरूपण होता है। जिसमें प्राय: एक अक्ष मान लीजिए अक्ष पर एक चर को प्रकट करने वाले समान चौडाई के उर्ध्वाधर दंड खींचे जाते हैं। जिसमें बीच में बराबर दूरियाँ छोडी जाती है। चर के मान दूसरे अक्ष मान लीजिए Y अक्ष है। दंडो की ऊंचाई चर के मानों पर निर्भर करती है। कई बार तो दंडो के आधार अक्ष पर तथा लम्बाई एवं ऊंचाई के अक्ष में समान्तर होती है।

1- दंड आलेखों की ऊंचाई सभी जगह समान होनी चाहिए।
2- एक दंड आलेख और दूसरे दण्ड आलेख के बीच सभी जगह दूरी होनी चाहिए।
3- दण्ड आलेख क्षैतीज अथवा उर्ध्वाधर हो सकते हैं।

दण्ड आलेखों का निर्माण निम्न उदाहरणों द्वारा समझाया जा सकता है।

उदाहरण- विभिन्न शैक्षणिक सत्रों में से किसी स्कूल की नवीं कक्षा में छात्रों की संख्या निम्न सारणी में दी गई है।

शैक्षणिक सत्रों	1996-97	1997-98	1998-99	1999-2000	2000-2001
छात्रों की संख्या	50	75	125	150	200

उपरोक्त आंकड़ों का एक दंड आलेख बनाइए।

हल-हम दिये गये आंकड़ों का दंड आलेख निम्नलिखित चरणों में बनाते है।

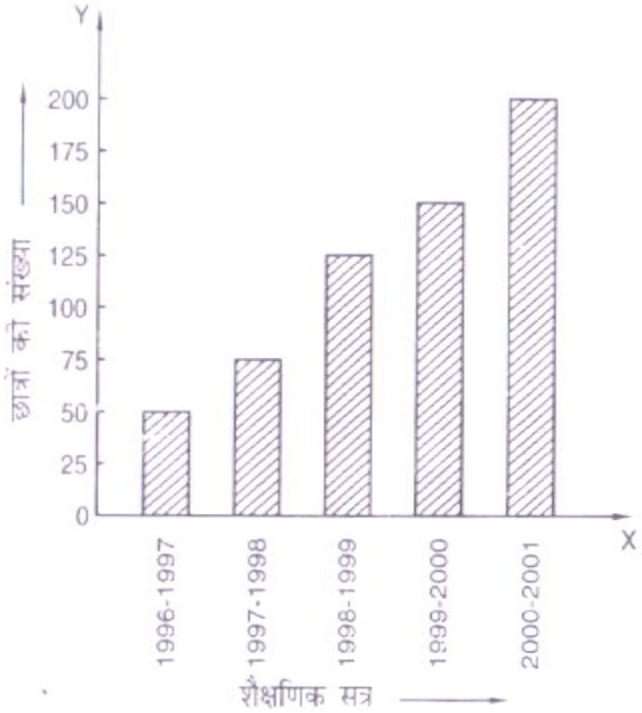
चरण 1 : ग्राफ पेपर पर एक क्षैतिज और एक उर्ध्वाधर रेखा खीचते हैं जो एक दूसरे को बिन्दु 0 पर काटती है। क्षैतिज रेखा को क्षैतिज अक्ष तथा उध्वार्धर अक्ष कहते हैं।

चरण 2 : कोई भी पैमाना लेकर हम क्षैतिज अक्ष पर शैक्षणिक सत्र तथा उर्ध्वाधरर अक्ष पर छात्रों की संख्या निरूपित करते हैं। मान लीजिए प्रत्येक उर्ध्वाधरर दण्ड की चौडाई सेमी. है तथा क्रमागत दण्डों के बीच की दूरी भी 1 सेमी. है। चूँकि विभिन्न सत्रों में छात्रों की संख्या 25 गुणाक है। अत: हम मान लेते हैं कि उर्ध्वाधर अक्ष पर 1 सेमी. 25 छात्रों को निरूपित करता है।

चरण 3 : शैक्षिणक सत्र 1996 1997 को निरूपित करने के लिये हम 1 सेमी. चौडाई और 02 सेमी. ऊंचाई वाला एक आयताकार दंड बनाते है। इसी प्रकार दो क्रमागत दंडों के बीच

01 सेमी. का खाली स्थान छोड की अन्य शैक्षणिक सत्रों में छात्रों की संख्या को निरूपित करते हैं।

उपरोक्त चरणों से प्राप्त दंड को आलेख चित्र 23.1 में दर्शाया गया है।



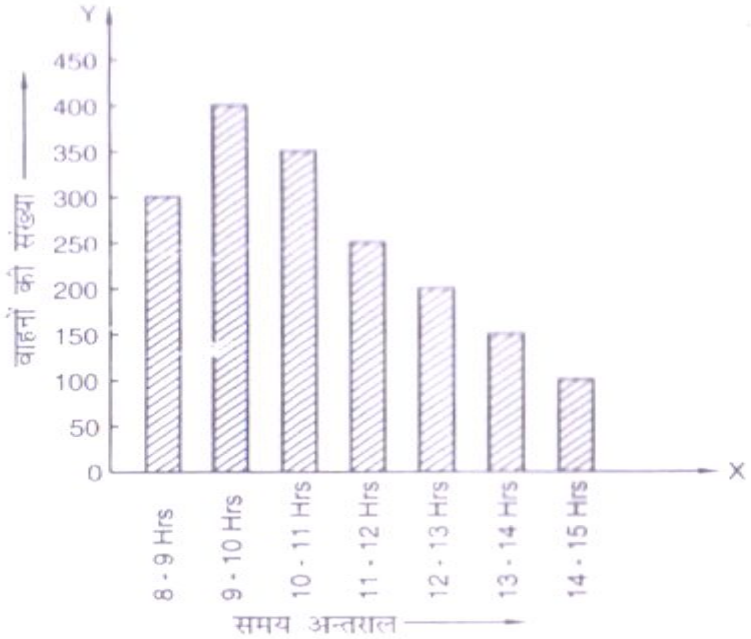
उदाहरण- 2 निम्नलिखित सारणी में किसी एक दिन में दिल्ली के किसी व्यस्त चौराहे पर गुजरने वाले वाहनो की संख्या भिन्न भिन्न समय अन्तरालों पर दर्शाती है।

समय अन्तराल घंटों में	8-9 पूर्वान्ह	9-10 पूर्वान्ह	10-11 पूर्वान्ह	11-12 पूर्वान्ह	12-13 दोपहर	13-14 अपरान्ह	14-15अपरान्ह
वाहनों की संख्या	300	400	350	250	200	150	100

उपरोक्त आंकडों को एक दंड आलेख द्वारा निरूपित करेंगे।

हल-यहाँ सात समय अन्तराल दिये गये अत: हम क्षैतिज अक्ष पर समान दूरी 7 समान चौडाई के दण्ड बनाते है। जिनकी ऊंचाई आंकडों के मान के समानुपाती है।

इस प्रकार प्राप्त दण्ड आलेख चित्र 23.2 में दर्शाया गया है।



2.4.2 आयत चित्र

किसी बारम्बारता बंटन में वर्ग अन्तराल और उसकी संगत बारम्बारता को किसी आयत की संलग्न भुजायें मानकर जो आयत बनाते हैं , उन्हें आयत चित्र कहते हैं। आयत में चित्र में किन्ही दो कमागत आयतों के मध्य कोई रिक्त स्थान नहीं होता है।

1- समान वर्ग अन्तराल वाला सतत वर्गीकृत बारम्बारता बंटन
2- असमान वर्ग अन्तराल वाला सतत वर्गीकृत बारम्बारता बंटन।
3- एक ऐसा बारम्बारता बंटन जिसमें वर्ग अन्तरालों के मध्य बिन्दु दिये गये हैं।
4- एक ऐसा वर्गीकृत बारम्बारता बंटन जिसमें वर्ग अन्तराल समावेशी विधि में दिये हो।

सतत वर्गीकृत बारम्बारता
(Construction histogram of a continuous grouped frequency distribution)

सतत वर्गीकृत बारम्बारता बंटन का आयत चित्र बनान के लिये हम निम्नलिखित पदों का प्रयोग करेंगे।

चरण 1. सर्वप्रथम वर्गीकृत कागज पर दो परस्पर लम्बवत रेखाये OX तथा OY खींचिए जिनमें OX क्षैतिज तथा OY उध्वार्धर हो। मान लीजिए इनका प्रतिच्छेद बिन्दु O है।

चरण 2. क्षैतिज रेखा OX को X तथा उध्वार्धर रेखा OYको अक्ष के रूप में लीजिए।

चरण 3. एक उपयुक्त पैमाना लेकर X अक्ष के अनुदिश वर्ग अन्तरालों को निरूपित किजिए।

चरण 4. एक उपयुक्त पेमाना लेकर अक्ष तक के अनुदिश बारम्बारताओं को निरूपित किजिए।

चरण 5. वर्ग अन्तरालों को आधार तथा संगत बारम्बारताओं को ऊंचाई मानकर आयत बनाइऐ।

नोट- यहाँ पर यह ध्यान न देना चाहिए कि X अक्ष का पैमाना अक्ष के पैमाने के समान होना आवश्यक नहीं है। पैमाने का चयन हमारी सुविधा तथा आंकडों के प्रकार पर निर्भर करता है।

निम्नलिखित उदाहरण उपरोक्त प्रक्रिया को स्पष्ट किजिए।

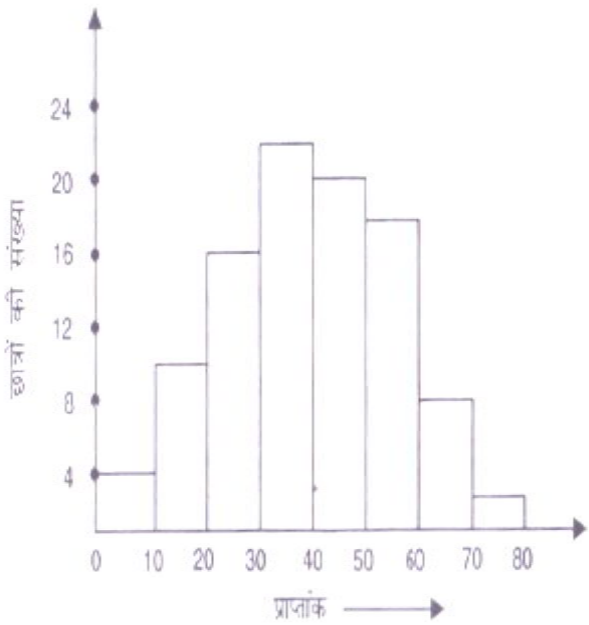
व्याख्यात्मक उदाहरण

उदाहरण 1. निम्नलिखित सारणी 100 छात्रों के द्वारा प्रवेश परीक्षा में प्राप्त अंकों को प्रदर्शित करती है।

प्राप्तांक	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70	70-80
छात्रों की संख्या	4	10	16	22	20	18	8	2

इन आंकडों को एक आयत चित्र में प्रस्तुत किजिए।

हल- हम एक उचित पैमाना लेकर अन्तराल को अक्ष के अनुदिश तथा बारम्बारताओं को अक्ष के अनुदिश निरूपित करते हैं।



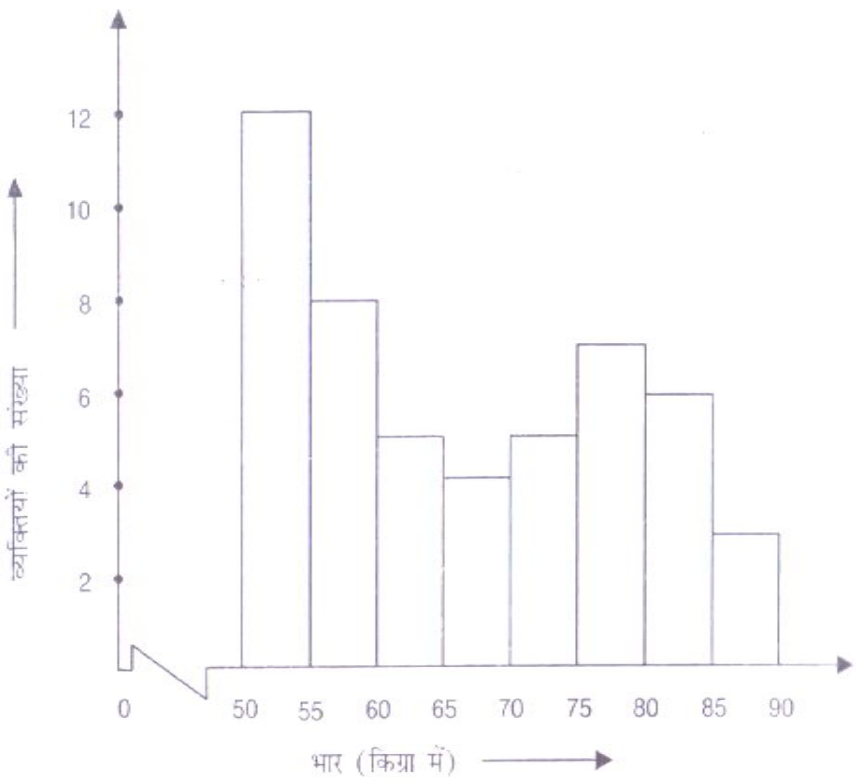
वर्ग अन्तरालों को आधार तथा उनकी संगत बारम्बारताओं को ऊंचाई से लेकर हम दिये गये बारम्बारता बंटन का आयत चित्र प्राप्त करने के लिये आयत बनाते है। जैसा कि चित्र 23.8 में प्रदर्शित किया गया है।

उदाहरण 2. 50 व्यक्तियों के भारों (किग्रा) का बारम्बारता बंटन निम्नवत है।

भार क्रि.ग्रा.	50-55	55-60	60-65	65-70	70-75	75-80	80-85	85-90
व्यक्तियों की संख्या	12	8	5	4	5	7	6	3

उपरोक्त आंकडों को एक आयत चित्र में निरूपित कीजिए।

हल- हम एक पैमाना 50 से प्रारम्भ होता है। अत: मूल बिन्दु के निकट रिक्त स्थान इस बात को स्पष्ट करता है कि खींचा गया आलेख 50 से प्रारम्भ होता है। मूल बिन्दु पर नहीं।



असमान वर्ग अन्तराल वाले सतत वर्गीकृत आरम्बारता बंटन के लिये आयत चित्र का निर्माण (Construction of a histogram of a continuous grouped frequency distribution with the unequal class intervals)

चरण 1. सर्वप्रथम वर्गीकृत कागज पर दो परस्पर लम्बवत रेखायें OX तथा OY खीचीयें जिनमें क्षैतिज तथा उर्ध्वाधर हो मान लीजिए इनका प्रतिचेछद बिन्दुO है।

चरण 2. क्षैतिज रेखा को अक्ष तथा उर्ध्वाधरर रेखा OX को Yअक्ष के रूप में लीजिए।

चरण 3. एक उपयुक्त पैमाना लेकर अक्ष के अनुदिश वर्ग माप न्यूनतम हो मान लीजिए कि न्यूमनतम वर्ग मान लो।

चरण 4. एक वर्ग अन्तराल ज्ञात कीजिये जिसका कि वर्ग मान न्यूनतम हो मान लीजिय। वर्ग माप है।

चरण 5. निम्नलिखित सूत्र के प्रयोग द्वारा प्रत्येक वर्ग की समायोजित बारम्बारता की गणना किजिये।

$$\text{किसी वर्ग की समायोजित बारम्बारता} = \frac{\text{न्यूनतम वर्ग की माप} \times \text{वर्ग की बारम्बारता}}{\text{वर्ग की माप}}$$

ये समायोजित बारम्बारता आयत चित्र के प्रत्येक आयत की ऊंचाई है लेकिन आयत की चौडाई वर्ग सीमा के अनुसार होगी।

चरण 6. एक उपयुक्त पैमाना लेकर अक्ष के अनुदिश समायोजित बारम्बारताओं को निरूपित कीजिये।

चरण 7. वर्ग अन्तरालों को आधार तथा संगत समायोजित बारम्बारताओं को ऊंचाई आयत चित्र है।

इस प्रकार प्राप्त आयत चित्र ही दिये गये बारम्बारता बंटन का अभीष्ट आयत चित्र है।

उपरोक्त प्रक्रिया निम्नलिखित उदाहरण द्वारा स्पष्ट हो जायेगी।

व्याख्यात्मक उदाहरण

उदाहरण- 1. निम्नलिखित आंकड़ों को आयत के चित्र द्वारा प्रदर्शित कीजिये।

साप्ताहिक मजदूरी (रू. में)	10-15	15-20	20-25	25-30	30-40	40-60	60-80
श्रमिको की संख्या (बारम्बारता)	7	9	8	5	12	12	8

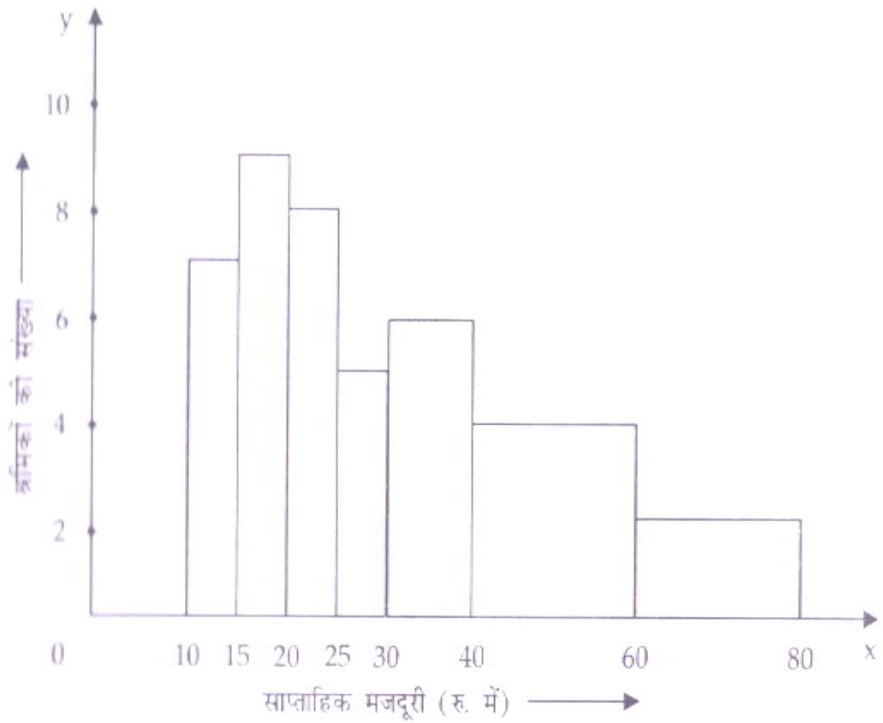
हल- यहाँ वर्ग अन्तराल असमान चौडाई के है। अत: हम सर्वप्रथम प्रत्येक वर्ग की समायोजित बारम्बारता का परिकलन करेंगे। न्यूनतम वर्ग माप 15-10 = 5 है। अत: समायाजित बारम्बारताओं की गणना निम्नलिखित सूत्र द्वारा की जायेगी।

$$\text{किसी वर्ग की समायोजित बारम्बारता} = \frac{\text{न्यूनतम वर्ग की माप} \times \text{वर्ग की बारम्बारता}}{\text{वर्ग की माप}}$$

समायोजित बारम्बारतायें निम्नलिखित सारणी में परिकलित की गयी है।

मजदूरी साप्ताहिक रू. में	बारम्बारता	समायोजित बारम्बारता
10-15	7	$\frac{5}{5} \times 7 = 7$
15-20	9	$\frac{5}{5} \times 9 = 9$
20-25	8	$\frac{5}{5} \times 8 = 8$
25-30	5	$\frac{5}{5} \times 5 = 5$
30-40	12	$\frac{5}{5} \times 12 = 6$
40-60	12	$\frac{5}{5} \times 12 = 3$
60-80	8	$\frac{5}{5} \times 8 = 2$

अब हम वर्ग सीमाओं को आधार तथा संगत समायोजित बारम्बारताओं को ऊंचाई लेकर आयत बनाते है।



आयत चित्र का निर्माण जबकि वर्ग अन्तरालों के मध्य बिन्दु दिये हो

जब वर्ग अन्तरालों के मध्य बिन्दु दिये हो तब आयत चित्र बनाने के लिये हम यह मान लेते हैं कि विचर a की संगत बारम्बारता अन्तराल $a-\frac{h}{2}$ से $a+\frac{h}{2}$ के मध्य वितरित रहती है, जबकि h एक मान से दूसरे मान के बीच का अन्तर है। इसका प्रयोग कर हम दिये गये मध्य बिन्दुओं की सहायता से विभिन्न वर्गों की उच्च सीमा तथा निम्न सीमा प्राप्त कर सकते हैं।

निम्न तथा उच्च वर्ग सीमायें ज्ञात करने की क्रियाविधि

चरण 1 – द्वितीय तथा प्रथम मध्य बिन्दु के बीच का अन्तर ज्ञात कीजिये। मान लीजिए यह h है।

चरण 2 – अन्तर h को 2 से विभाजित कीजिये।

चरण 3 – पहले वर्ग की निम्न सीमा प्राप्त करने के लिये प्रथम बिन्दु से $\frac{h}{2}$ घटाइये तथा प्रथम वर्ग की उच्च सीमा प्राप्त करने के जिये प्रथम मध्य बिन्दु में $\frac{h}{2}$ जोडिये।

चरण 4 – पहले तीन चरणों को अन्य सभी मध्य बिन्दुओं के लिये दोहराइये।

दिये गये मध्य बिन्दुओं द्वारा सभी वर्गों की निम्न तथा उच्च सीमायें सुनिश्चित करने के पश्चात हम पूर्व में दी गयी विधि द्वारा आयत चित्र का निर्माण करेंगे।

व्याख्यात्मक उदाहरण

उदाहरण 1

कक्षा नौ के 65 छात्रों द्वारा वार्षिक परीक्षा में प्राप्त अंकों के निम्नलिखित बंटन से आयत चित्र बनाइये।

प्राप्तांक मध्य बिन्दु	150	160	170	180	190	200
छात्रों की संख्या	8	10	25	12	7	3

हल – निम्न तथा उच्च वर्ग सीमायें सुनिश्चित करना

चूकि द्वितीय तथा प्रथम मध्य बिन्दु के बीच का अन्तर 160 – 150 = 10 है।

$\therefore h = 10 \Rightarrow \frac{h}{2} = 5$

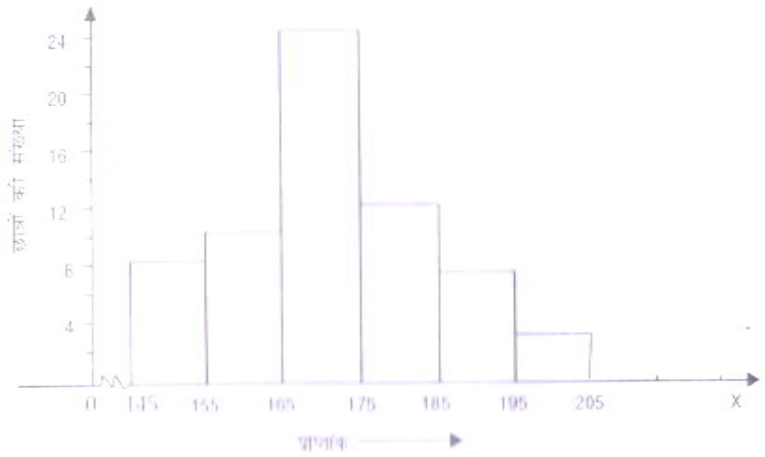
इसलिये, प्रथम वर्ग की निम्न तथा उच्च सीमायें क्रमश: 150 – 5 तथा 150 + 5 अर्थात 145 और 155 है।

प्रथम वर्ग अन्तराल 145 – 155 है।

इसी प्रकार प्रक्रिया द्वारा हम अन्य वर्गों को निम्नवत प्राप्त करते हैं।

प्राप्तांक	145-155	155-165	165-175	175-185	185-195	195-205
छात्रों की संख्या	8	10	25	12	7	3

उपरोक्त बारम्बारता बंटन का आयत चित्र, चित्र में दिया गया है।



आयत चित्र का निर्माण जबकि वर्ग अपवर्जी द्वारा दिये गये हो अर्थात वर्ग अन्तराल सतत न हो

यदि दिया गया वर्गीकृत बारम्बारता बंटन सतत नहीं है, तो हम सर्वप्रथम निम्नलिखित प्रक्रिया द्वारा इसे सतत बारम्बारता बंटन में परिवर्तित करते हैं।

सतत बारम्बारता बंटन में परिवर्तन –

एक दिये गये बारम्बारता बंटन को सतत बारम्बारता बंटन में परिवर्तित करने के लिये हम निम्नलिखित चरणों का पालन करते हैं -

चरण 1 – दूसरे वर्ग अन्तराल की निम्न सीमा तथा प्रथम वर्ग अन्तराल की उच्च सीमा का अन्तर परिकलित कीजिये। मान लीजिये कि यह अन्तर h है।

चरण 2 – प्रत्येक वर्ग की निम्न सीमा में से $\frac{h}{2}$ घटाइये तथा प्रत्येक वर्ग को उच्च सीमा में $\frac{h}{2}$ जोडिये। दिये गये अन्तरालों को सतत वर्ग अन्तरालों में परिवर्तित करने के पश्चात हम सतत वर्ग अन्तरालों के अनुसार आयत चित्र बनाते हैं।

निम्नलिखित उदाहरण उपरोक्त प्रक्रिया को स्पष्ट करते हैं।

व्याख्यात्मक उदाहरण

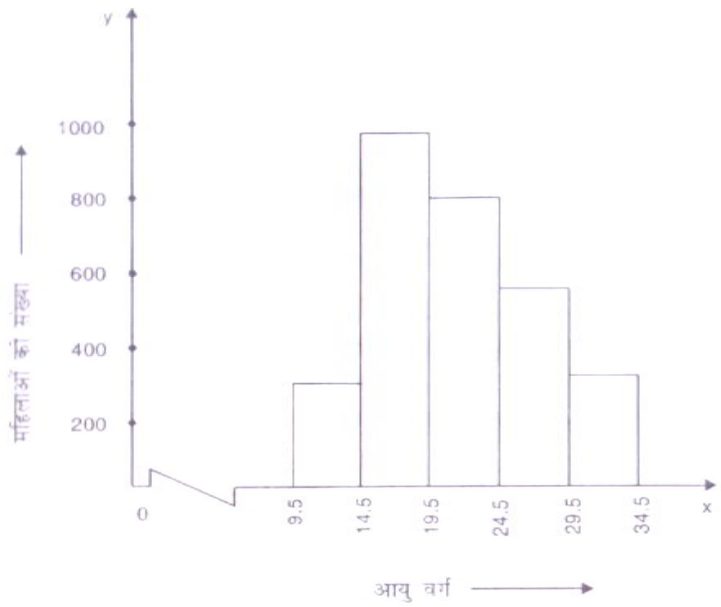
उदाहरण 1 निम्नलिखित सारणी किसी शहर की आयु (10-34) को अशिक्षित महिलाओं की संख्या को प्रदर्शित करती है।

आयु वर्ग	10-14	15-19	20-24	25-29	30-34
महिलाओं की संख्या	300	980	800	580	290

हल- दिया गया बारम्बारता बंटन सतत नहीं है। अत: हम सर्वप्रथम इसे सतत बारम्बारता बंटन में परिवर्तित करेंगे।

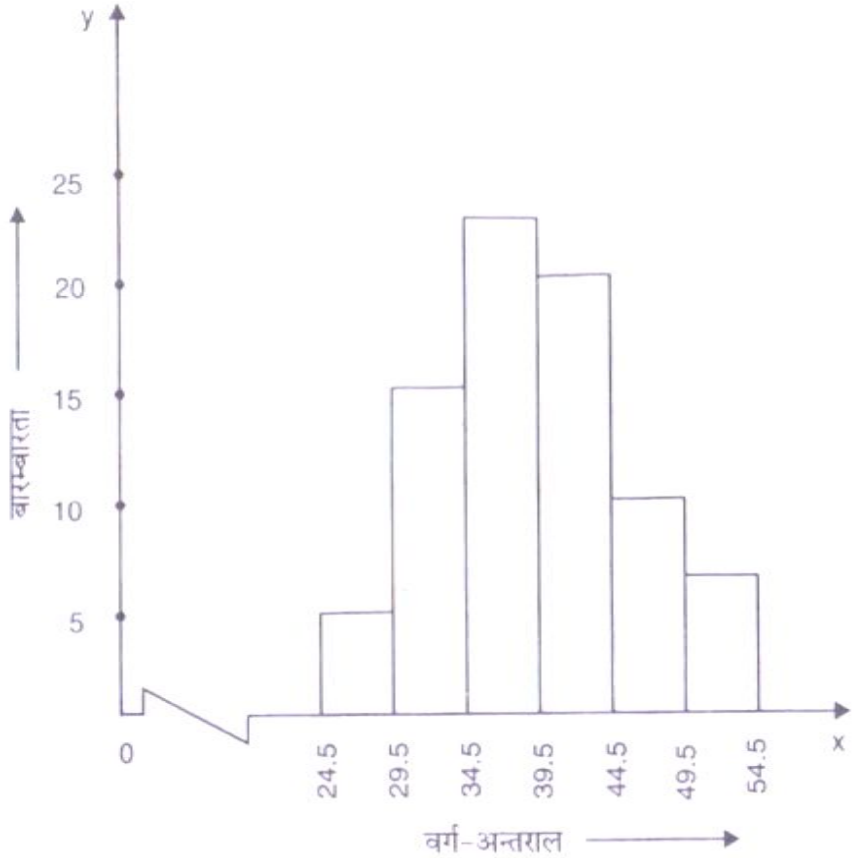
किसी वर्ग की निम्न तथा उससे पहले वर्ग की उच्च सीमा का अन्तर h है। अथात दिये गये बारम्बारता बंटन को सतत बारम्बारता बंटन में परिवर्तित करने के लिये हम प्रत्येक वर्ग की निम्न सीमा में से h/2=1/2=0.5 घटाते है तथा उच्च सीमा h/2=0.5 जोडते है। इस प्रकार बंटन के नीचे दिया गया है।

आयु वर्ग	9.15-14.5	14.5-19.5	19.5-24.5	24.5-29.5	29.5-34.5
बारम्बारता	300	980	800	580	290



उपरोक्त बारम्बारता बंटन का आयत चित्र, चित्र 23.13 में दिया गया है।

वर्ग अन्तराल	25-29	30-34	35-39	40-44	45-49	50-54
बारम्बारता	5	15	23	20	10	7



2.4.3. बारम्बारता बहुभुज

पूर्व में अनुच्छेद में हमने किसी बारम्बारता बंटन में का आयत चित्र के रूप में आलेखीय निरूपण के विशय में पढा है। बारम्बारता बहुभुज बारम्बारता बंटन के आलेखीय निरूपण की एक विधि है। दिये बारम्बारता बंटन का का बारम्बारता बहुभुज दो प्रकार से खींचा जा सकता है।

1- आयत चित्र द्वारा।
2- बिना आयत के चित्र द्वारा।

हम दोनों ही विधियो के द्वारा बहुभुज बनाने की प्रक्रिया की विवेचना करेंगे।

आयत के चित्र के प्रयोग द्वारा बहुभुज बनाने की क्रियाविधि

(Algorithim to draw frequency polygon using histogram)

चरण 01. बारम्बारता बंटन प्राप्त कीजिये तथा इसे प्रदर्शित करने वाला आयत चित्र बनाइये।

चरण 02. प्रत्येक आयत की उपरी क्षैतिज भुजा के मध्य बिन्दे को अंकित कीजिये।

च्रण 03. आयत के चित्र के संलग्न आयतों के इन बिन्दुओं को बिन्दुवार रेखाखण्ड को बिन्दुवार द्वारा मिलाइये।

चरण 04. प्रथम आयत ऊपरी भुजा मध्य बिन्दु को प्रथम वर्ग को पहले के शून्य बारम्बारता वाले काल्पनिक वर्ग के मध्य बिन्दु को मिलाइये। इसी प्रकार अन्तिम आयत की उपरी भुजा के मध्य बिन्दु को अन्तिम वर्ग के बाद में के शून्य बारम्बारता वाले काल्पनिक वर्ग के मध्य बिन्दु से मिलाइये।

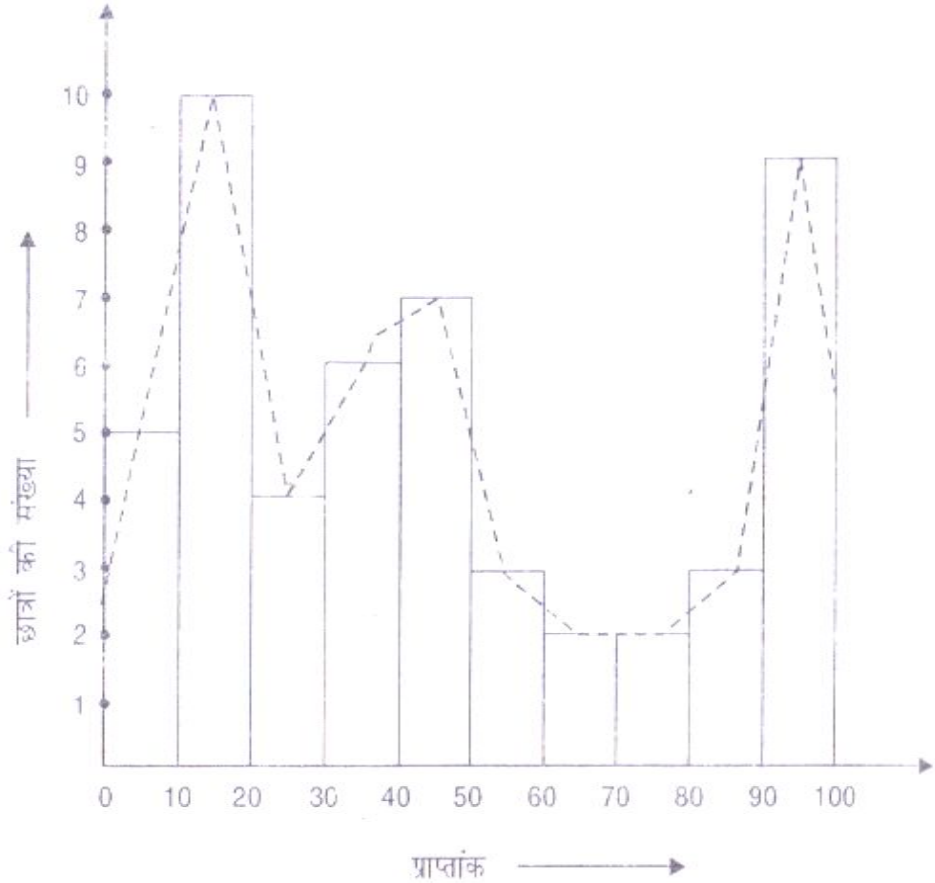
टिप्पणी - कभी कभी काल्पनिक वर्ग के अन्तराल उपलब्ध नहीं होते हैं। उदाहरणार्थ किसी परीक्षा में छात्रों द्वारा प्राप्त अंको के सन्दर्भ में, हम शून्य से कम तथा महतम अंकों से अधिक प्राप्त नहीं कर सकते हैं। ऐसी स्थिति में अन्तिम रेखाखण्डों को अधिक रूप में खींचा जाता है। तथा इन्हें उर्ध्वाधरर नीचे की ओर से प्रकार लाया जाता है। ये प्रथम तथा अन्तिम आयत की उध्वार्धर आयत की भुजाओं से मिले।

व्याख्यात्मक उदाहरण

उदाहरण 10. निम्नलिखित आंकड़ों से उक आयत चित्र के बारम्बारता बहुभुज बना ाइये।

प्राप्ताक 0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70	70-80	80-90	90-100
छात्रों की संख्या 5	10	4	6	7	3	2	2	3	9

हल- चित्र 23.15 में एक आयत चित्र तथा एक बारम्बारता बहुभुज एक ही पैमाने पर बनाये गये हैं।

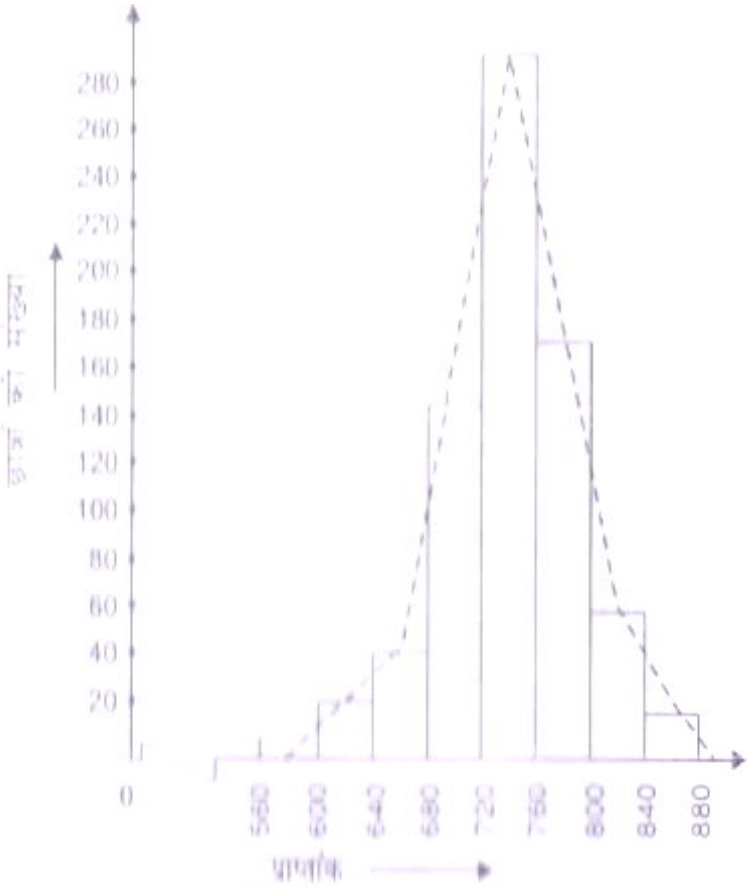


उदाहरण- एक परीक्षा में 750 छात्रों द्वारा प्राप्त अंक एक बारम्बारात बंटन सारणी में के रूप में दिये है ।

प्राप्ताक	600-640	640-680	680-720	720-760	760-800	800-840	840-880
छात्रों की संख्या	16	45	156	284	172	59	18

इन आंकडों को एक आयत चित्र के रूप में प्रस्तुत कीजिये तथा एक बारम्बारता बहुभुज बनाइयें

हल- चित्र 23.16 में उपरोक्त बारम्बारता बंटन का आयत का चित्र तथा बारम्बारता बहुभुज एक ही पैमाने पर बनाये गये हैं।



आयत चित्र का प्रयोग किये बिना बारम्बारता बहुभुज बनाना

आयत चित्र का प्रयोग किसी दिये गये बारम्बारता बंटन का बारम्बारता बहुभुज बनाने के लिये हम लिम्नलिखित चरणोंका प्रयोग करेंगे।

चरण 01. बारम्बारता बंटन प्राप्त करेंगे।

चरण 02. वर्ग अन्तरालों के मध्य बिन्दुओं अर्थात चिन्हो की गणना किजिए।

चरण 03. एक उचित पैमाना लेकर अक्ष पर वर्ग चिन्हों को निरूपित किजिए।

चरण 04. एक उचित पैमाना लेकर अक्ष पर बारम्बारताओं को निरूपित किजिए।

चरण 05. बिन्दु को अकिंत किजिये जहां पर वर्ग चिन्हो को तथा संगत बारम्बारताओं को बिन्दु प्रदर्शित करता है।

चरण 06. चरण 05 में अकिंत बिन्दुओं को रेखाखण्डों द्वारा जोड़िए।

चरण 07. एक प्रारम्भ में तथा एक अंत में शून्य बारम्बारताओं वाले दो वर्ग अन्तराल लीजिये। इनके मध्य बिन्दु तथा अन्तिम वर्ग अन्तराल के बध्य बिन्दुओं काल्पनिक वर्ग कहलाते हैं।

चरण 08. पहले तथा अन्तिम वर्ग अन्तराल के मध्य बिन्दुओं को संलग्न काल्पनिक वर्ग अन्तरालों के मध्य बिन्दुओं से मिलाकर बारम्बारता बहुभुज को पूर्ण कीजिये।

निम्नलिखित उदाहरण प्रक्रिया को स्पष्ट करते हैं।

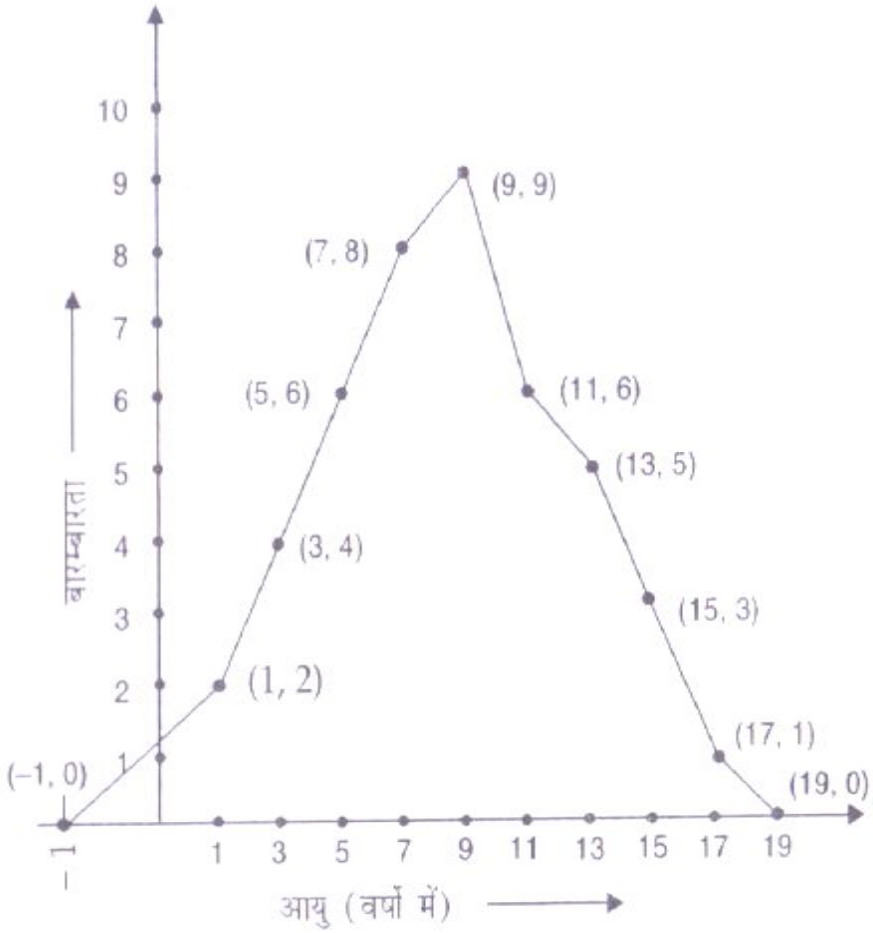
व्याख्यात्मक उदाहरण

उदाहरण 01. निम्नलिखित आंकड़ों से एक बुहभुज बनाइए।

आयु वर्षो में	0-2	2-4	4-6	6-8	8-10	10-12	12-14	14-16	16-18
बारम्बारता:	2	4	6	8	9	6	5	3	1

हल - सर्वप्रथम हम निम्नलिखित सारणी के आधार वर्ग को चिन्ह प्रदान करते हैं।

आयु वर्षो में	वर्ग चिन्ह (मध्य बिंदु)	बारम्बारता
0-2	1	2
2-4	3	4
4-6	5	6
6-8	7	8
8-10	9	9
10-12	11	6
12-14	13	5
14-16	15	3
16-18	17	1



अब हम बिन्दुओं (1,2),(3,4)(5,6)(7,8)(9,9,)(11,6)(13,5)(15,3) and (17,1) को अकिंत करते हैं।

अब हम अकिंत बिन्दुओं को रेखाखण्डों द्वारा जोडते है। अत्यन्त बिंदुओं (1,2),(तथा (17,1) को काल्पनिक वर्ग अन्तरालों क्रमश (-1,0) (19,0) मध्य बिंदुओं से जोडकर बारम्बारता बहुभुज प्राप्त करते हैं।

सांख्यिकीय आंकड़ों के लेखाचित्र के रूप में निरूपण की निम्न विधियाँ है।

- दण्ड लेखा चित्र
- आयत चित्र
- बारम्बारता बुहभुज

2. दण्ड लेखाचित्र सांख्यिकीय आंकड़ों का दण्डों या आयतो के रूप में सचित्र निरूपण होता है, इन आयतो की चौडाई एक समान होती है। तथा एक दूसरे से एक समान दूरी पर क्षतिज या उर्ध्वाधरर रूप से सीधे निरूपित रहते है। प्रत्येक आयत केवल एक आंकडे निरूपित

करता है, अत: इस लेखा चित्र में उतने ही आयत होंगे। आयत होंगे दण्ड आयत की ऊंचाई या लम्बाई उचित पैमाना पर उस आकडे की बारम्बारता को दर्शाती है।

3- बारम्बारता आयत चित्र में किसी बारम्बारता बंटन के वर्ग अन्तराल व बारम्बारताओं को आयतों के रूप में लेखाचित्र पर दर्शाया गया है। इस लेखा चित्र में आयत का आधार वर्ग अन्तराल नहीं होगा।
4- किसी बारम्बारता बंटन को लेखा चित्र पर बारम्बारता बहुभुज के रूप में भी सरलता से निरूपित किया जा सकता है। इस निरूपण में आयतों के मध्य बिंदुओं को क्रमागत मिलाने पर एक बहुभुज बनाता है।

2.4.4 संचयी बारम्बारता बहुभुज वक्र अथवा तोरण

हमने आयत चित्रों बारम्बारता और आयत चित्रों के द्वारा बारम्बारता बंटन के आलेखीय निरूपण के बारे में पढा है। इस अनुच्छेद में संचयी बारम्बारता बहुभुज और संचयी बारम्बारता के वक्र अथवा तोरण के बनाने के बारे में जानेंगे। बारम्बारता बहुभुज तोरण बनाने की निम्न दो विधियाँ है।

- से कम विधि

से कम विधि

से कम विधि द्वारा किसी बारम्बारता तथा तोरण बनाने के लिये हम निम्नलिखित क्रियाविधि का प्रयोग करेंगे।

क्रियाविधि

चरण 01. वर्ग अन्तरालों की उच्च सीमा से प्रारंभ कीजिये तथा वर्ग बारम्बारताओं का जोडकर संचयी बारम्बारता बंटन प्राप्त कीजिये।

चरण 02. एक उचित पैमाना वर्गों की उच्च सीमा को अक्ष के अनुदिश निरूपित किजिये।

चरण 03. एक उचित पैमाना लेकर संचयी बारम्बारता को अक्ष के अनुदिष निरूपित कीजिये।

चरण 04. बिंदुओं को अकिंत कीजिये जहाँ उच्च सीमा तथा संचयी बारम्बारता है।

चरण 05. चरण में प्राप्त बिन्दुओं को हाथ से वक्र के रूप में जोडकर संचयी बारम्बारता वक्र अथवा तोरण प्राप्त कीजिये।

2.5 सारांश

प्राय: जनसाधारण के लिए समंक नीरस, जटिल तथा अरुचिकर होते हैं | परन्तु समंकों का प्रभावशाली रूप इनका चित्रों द्वारा प्रदर्शन करना है | सांखिकीय तथ्यों को इस प्रकार प्रदर्शित किया

जाना चाहिए कि एक ही नज़र में स्थिति स्पष्ट हो जाये | सांख्यिकीय में समंकों को प्रदर्शित करने हेतु ग्रफिक्स का प्रयोग किया जाता है, जिनमे दंड आलेख, आयत चित्र बारम्बारता बहुभुज, तोरण आदि प्रमुख हैं |

सांख्यिकीय आंकड़ों के लेखाचित्र के रूप में निरूपण की निम्न विधियाँ है।

- दण्ड लेखा चित्र
- आयत चित्र
- बारम्बारता बुहभुज

2. दण्ड लेखाचित्र सांख्यिकीय आंकड़ों का दण्डों या आयतो के रूप में सचित्र निरूपण होता है, इन आयतो की चौडाई एक समान होती है। तथा एक दूसरे से एक समान दूरी पर क्षतिज या उर्ध्वाधरर रूप से सीधे निरूपित रहते है। प्रत्येक आयत केवल एक आंकडे निरूपित करता है, अत: इस लेखा चित्र में उतने ही आयत होंगे। आयत होंगे दण्ड आयत की ऊंचाई या लम्बाई उचित पैमाना पर उस आकडे की बारम्बारता को दर्शाती है।

3. बारम्बारता आयत चित्र में किसी बारम्बारता बंटन के वर्ग अन्तराल व बारम्बारताओं को आयतों के रूप में लेखाचित्र पर दर्शाया गया है। इस लेखा चित्र में आयत का आधार वर्ग अन्तराल नहीं होगा।

4. किसी बारम्बारता बंटन को लेखा चित्र पर बारम्बारता बहुभुज के रूप में भी सरलता से निरूपित किया जा सकता है। इस निरूपण में आयतों के मध्य बिंदुओं को क्रमागत मिलाने पर एक बहुभुज बनाता है।

2.6 शब्दावली

- समंक - आंकड़े
- तोरण - संचयी बारम्बारता बहुभुज वक्र को ही तोरण कहा जाता है |

2.7 स्वमूल्यांकन प्रश्न

1. आवृत्ति वितरण को स्पष्ट कीजिये |
2. समूहकृत आंकड़ों का ग्राफ निरूपण समझाइए |
3. दण्ड आलेखों का वर्गीकरण कर चित्र प्रदर्शन कीजिये |

2.8 संदर्भ ग्रन्थ सूची

- अस्थाना, विपिन श्रीवास्तव, विजया तथा अस्थाना, निधि (2009), शैक्षिक अनुसंधान एवं सांख्यिकी, अग्रवाल पब्लिकेशन्स, आगरा- 2
- सिंह लाल, प्रसाद द्वारिका भार्गव महेश (2000) सांख्यिकी के मूल आधार , एच.पी. भार्गव बुक हाउस, आगरा
- गैरेट हेनरी ई (1989) शिक्षा एवं मनोविज्ञान में सांख्यिकी कल्याणी पब्लिशर्स लुधियाना (पंजाब)

इकाई 3

केन्द्रीय प्रवृत्ति के माप

Measures of Central tendency

इकाई की रूपरेखा

3.1 प्रस्तावना

3.2 उद्देश्य

3.3 केन्द्रीय प्रवृति का अर्थ

3.4 माध्य

3.4.1 माध्य के गुण

3.4.2 माध्य के दोष

3.4.3 माध्य की गणना की विधियाँ

3.5 माध्यिका

3.5.1 माध्यिका के गुण

3.5.2 माध्यिका के दोष

3.5.3 माध्यिका की गणना विधियाँ

3.6 बहुलक

3.6.1 बहुलक के गुण

3.6.2 बहुलक की गणना विधियाँ

3.7 सारांश

3.8 शब्दावली

3.9 स्वमूल्यांकन प्रश्न

3.10 संदर्भ ग्रंथ सूची

3.1 प्रस्तावना

इस इकाई के अध्ययन से पूर्व आपने समझ लिया होगा कि सांख्यिकी क्या है ? , मनोविज्ञान में सांख्यिकी का क्या उपयोग है और मानव व्यवहार से प्राप्त अवलोकनों को किस प्रकार मात्रात्मक

रूप में बदला जाता है इसी दौरान हमें प्राप्त आँकड़ों की प्रकृति के बारे में पता चलता है , उनकी विशेषताओं के बारे में पता चलता है जिससे हम यह तय करते हैं कि इन आँकड़ों को लेकर कैसे कार्य किया जा सकता है अत: प्रस्तुत अध्याय कार्य के आधार पर सांख्यिकी के एक प्रमुख प्रकार पर प्रकाश डालता है |

3.2 उद्देश्य

1. केन्द्रीय प्रवृति के माप का अर्थ समझ सकेंगे |
2. केन्द्रीय प्रवृति के विभिन्न मापों की विशेषताओं को समझ सकेंगे |
3. केन्द्रीय प्रवृति के विभिन्न मापों के संख्यात्मक प्रश्नों की समझ विकसित हो सकेगी |
4. माध्य, माध्यिका, बहुलक गुणों एवं दोषों को जान पायेंगे ।
5. विभिन्न तरीको से माध्य, माध्यिका, बहुलक की गणना कर सकेंगे।

3.3 केन्द्रीय प्रवृति का अर्थ

केन्द्रीय प्रवृति का उपयोग समंको का विश्लेक्षण करने के लिए दिया जाता है | केन्द्रीय प्रवृति को माध्य या औसत भी कहा जाता है | केन्द्रीय प्रवृति के माप से अभिप्राय उस इकाई या संख्या की जानकारी लेना है जिसके चारों ओर तथ्य-समूह के अंक परिचलन करते हैं |

सिम्पसन एवं काफकाके अनुसार:- "केन्द्रीय प्रवृति का माप वह आंकिक मूल्य है जिसके चारों ओर समूह के अंक परिचलन करते हैं अथवा जो उनकी संख्या को आधा करता है |"

रोस के अनुसार :- "केन्द्रीय प्रवृति का मान वह मान है जो सारे वितरण का श्रेष्ठतम प्रतिनिधित्व करता है |"

केन्द्रीय प्रवृतियाँ साधारणत: तीन प्रकार की होती है :

i. मध्यक का मध्यमान या औसतांक (Mean or Arithmetic Mean)

ii. मध्यांक या माध्यिका (Median)

iii. बहुलांक या भूयिस्ठक (Mode)

3.4 माध्य (Mean)

केन्द्रीय प्रवृति के मापों में सर्वाधिक लोकप्रिय, विश्वसनीय एवं स्थिर माप मध्यक है | सामान्यतया माध्य शब्द का अर्थ मध्यक ही समझा जाता है | सिम्पसन एवं काफका के विचारानुसार "जब मदों के योग को मदों की संख्या से भाग दे दिया जाता है तो जो भाग फल प्राप्त होता है उसे मध्यक कहते हैं|"

उदाहरणार्थ, किसी परीक्षा में यदि तीन शिक्षार्थी है क्रमशः 50, 60 एवं 70 अंक प्राप्त किये है तो इनका मध्यक

अर्थात , मध्यक $= \frac{50+60+70}{3} = \frac{180}{3} = 60$

अर्थात, तीनों शिक्षार्थियों ने औसतन 60 अंक प्राप्त किए है |

3.4.1 माध्य के गुण (Merits of Mean)–मध्यक में निम्नलिखित गुण होते हैं:

1. यह निश्चित एवं स्थिर होता है |
2. यह समझने एवं गणना (Calculate) करने में आसान होता है |
3. सभी मध्यों (Central Tendency) में से मध्यक ही न्यादर्श (Sampling) के बदलाव (Fluctuation) से कम से कम प्रभावित होता है | इसीलिए कहा जाता है कि मध्यक अटल (Stable) होता है |
4. मध्यक सभी इकाइयों पर आधारित होता है अर्थात मध्यक निकालते समय किसी भी मद को छोड़ा नहीं जाता है |
5. मध्यक द्वारा बीजगणितीय क्रियाओं को नियंत्रित किया जाता है | इसके आधार पर मदों कि संख्या या मान को भी ज्ञात किया जा सकता है |

3.4.2 माध्य के दोष (Demerits of Mean)- मध्यक में निम्नलिखित दोष होते हैं:

1. मध्यक का चरम मूल्यों (Extreme Values) का सर्वाधिक प्रभाव पड़ता है यदि मूल्यों में बहुत अधिक असमानता होती है तो मध्यक वितरण () का अशुद्ध रूप प्रस्तुत करता है ओर किसी भी प्रकार से वितरण का प्रतिनिधि मूल्य नहीं रहता है |
2. यदि वितरण की केवल एक ही इकाई का मूल्य ज्ञात न होतो तब भी मध्यक की गणना नहीं की जा सकती है |
3. प्राय: केन्द्रीय प्रवृति के अंतर्गत वितरण का एक ऐसा मध्यक मूल्य (अर्थात प्रतिनिधि मूल्य) निकलता है जो उस वितरण में उपस्थित नहीं होता है |
4. यदि वितरण का कोई भी चरम वर्ग (Extreme Class) खुला हो, जैसे 5 से कम एवं 95 से अधिक, तो मध्यक की गणना नही की जा सकती है |

3.4.3 माध्य की गणना की विधियाँ (Method of Computing Mean)

मध्यक निकालने की निम्नलिखित विधियाँ है :

(अ)अव्यवस्थित प्रदत्तों से मध्यक की गणना (Computation of Mean from Ungrouped Data)

i. प्रत्यक्ष विधि (Direct Method)

ii. लघु रीती (Short-cut Method)

(ब) व्यवस्थित प्रदत्तों से मध्यक की गणना (Computation of Mean from Grouped Data)

i. प्रत्यक्ष विधि (Direct Method)

ii. लघु रीती (Short-cut Method)

iii. पद-विचलन विधि (Step Deviation Method)

(अ) अव्यवस्थित प्रदत्तों से मध्यक की गणना (Computation of Mean from Ungrouped Data)

जब प्रदत्त अव्यवस्थित हो तो मध्यक की गणना दो विधियों से की जा सकती है | इन विधियों का उदाहरण सहित वर्णन किया जा रहा है |

i. प्रत्यक्ष विधि (Direct Method)–इस विधि के अंतर्गत सबसे पहले सभी अंकों का योग किया जाता है | तत्पश्चात इस योग को इकाइयों की संख्या से भाग किया जाता है | इस प्रकार जो मान प्राप्त होता है उसे मध्यक कहते हैं | इस विधि द्वारा गणना करने के लिए निम्नलिखित सूत्र का प्रयोग किया जाता है :

$$\frac{X1 + X2 + X3 \ldots \ldots \ldots . + Xn}{N}$$

अथवा $\bar{X} = \frac{\Sigma x}{N}$

जबकि , X = मध्यक (Arithmetic Mean)

X या X_1 = चर (Variables)

Σ = योग (Summation of)

N = मदों कि संख्या (Number of Items)

उदाहरण 1 : पाँच शिक्षार्थियों ने क्रमशः53, 48, 60, 72, 67 अंक प्राप्त किए | मध्यक ज्ञात कीजिए |

हल : शिक्षार्थियों की संख्या (N) = 5

शिक्षार्थियों के अंकों का योग (ΣX) = 53+48+60+72+67

= 300

मध्यक $\bar{X} = \frac{\Sigma X}{N} = \frac{300}{50} = 60$ अंक

ii. प्रत्यक्ष विधि (Direct Method)– इस विधि के अंतर्गत सबसे पहले प्रदत्त के मूल्य को उसकी आवृत्ति से गुणा किया जाता है | तत्पश्चात इन सभी गुणन फलों का योग करके जो मान प्राप्त होता है उसे आवृत्ति के कुल योग से भाग कर देते है | इस प्रकार जो भागफल प्राप्त होता है वही मध्यक है | इस विधि द्वारा गणना के लिए निम्नलिखित सूत्र का प्रयोग किया जाता है :

$$\bar{X} = \frac{\Sigma fX}{N}$$

जबकि ,f = आवृत्ति(Frequency)

X= चर (Variables)

Σ = योग (Summation of)

N = मदों कि संख्या (अर्थात आवृत्ति का योग)

उदाहरण 2 : गणित की परीक्षा में शिक्षार्थियों द्वारा प्राप्त अंकों का लेखा-जोखा निम्नलिखित सारणी में दिया गया है | मध्यक ज्ञात कीजिए |

X प्राप्तांक	f आवृत्ति	f X
1	5	5
2	9	18
3	12	36
4	17	68
5	14	70
6	10	60
7	6	42
	N = 73	ΣX = 299

आवृत्ति की संख्या (N) = 73

$$\bar{X} = \frac{\Sigma fX}{N}$$

$$= \frac{299}{73} = 4.09$$

iii. लघु रीती (Short-cut Method) –जब प्रदत्तों का मान अधिक होता है तो उनका योग करना कठिन हो जाता है, इस प्रक्रिया में समय भी अधिक लगता है और त्रुटियों की सम्भावना भी अधिक होती है | ऐसी परिस्थिति में में लघुरीती का उपयोग सबसे अधिक उपयुक्त है | इस विधि द्वारा गणना करते समय किसी मूल्य को कल्पित मध्यक (Assumed Mean) मान लेते हैं | तत्पश्चात इस मूल्य से सभी मदों अंतर निकाला जाता है | फिर इस अंतर का योग कर के उस योग को मदों की संख्या से भाग किया जाता है | इस प्रकार जो भाग फल प्राप्त होता है उसे कल्पित मध्यक में समायोजित करने के पश्चात जो

मूल्य आता है उसे मध्यक कहते हैं | इस विधि द्वारा गणना करने के लिए निम्नलिखित सूत्र का प्रयोग किया जाता है

$$\bar{X} = a + \frac{\Sigma d}{N}$$

जबकि, $\bar{X}$ = मध्यक (Arithmetic Mean)

a = कल्पित मध्यक (Assumed Mean)

d = कल्पित मध्यकसे दूरी (Deviation from Assumed Mean)

उदाहरण 3 : वार्षिक परीक्षा में छ: शिक्षार्थियों ने क्रमश: अंक प्राप्त किए मध्यक की गणना कीजिए|

हल : माना कल्पित मध्यक (a) = 310

d = x-a

अर्थात d = x-310

कुल अंक X	d = x-310
292	-18
320	+10
312	+2
295	-15
310	0
325	+15
	Σ d = - 6

मदों की संख्या (N) = 6

$$\bar{X} = a + \frac{\Sigma d}{N}$$

$$= 310 + \frac{(-6)}{6}$$

$$= 310-1$$

$$= 309$$

(ब) व्यवस्थित (या वर्गित) प्रदत्तों से मध्यक की गणना (Computation of Mean from Grouped Data)

जब प्रदत्त वर्गित हो , तब मध्यक की गणना निम्नलिखित विधियों से की जा सकती है | इन विधियों के उदाहरण संलग्न है |

(i) प्रत्यक्ष विधि (Direct Method) –इस विधि के अंतर्गत सर्वप्रथम वर्गान्तारों (Class Interval) का मध्य बिंदु (Mid-point) ज्ञात किया जाता है तत्पश्चात इस मध्य बिंदु को उसी वर्गांतर की आवृत्ति (Frequency) से गुणा किया जाता है | सभी इकाईयों के लिए इस प्रक्रिया को दोहराया जाता है , फिर इन गुणनफलों का योग करके उस योग को इकाइयों की संख्या से भाग किया जाता है | इस प्रकार भागफल प्राप्त होता है वही मध्यक कहलाता है | इस विधि द्वारा गणना करने के लिए निम्नलिखित सूत्र का प्रयोग करते हैं :

$$\bar{X} = \frac{\Sigma f x_1}{N}$$

जबकि, $\bar{X}$ = मध्यक(Arithmetic Mean)

Σ = योग (Summation of)

f = आवृत्ति (Frequency)

X_1=वर्गांतरका मध्य बिंदु (Mid-point of Class Interval)

N = कुल आवृत्ति (Total Frequency)

उदाहरण 4 : वार्षिक परीक्षा में कुछ परीक्षार्थीयों द्वारा प्राप्त किए गए अंकों का ब्यौरा निम्नलिखित सारणी में दिया गया है | मध्यक की गणना कीजिए |

X वर्गांतर या प्राप्तांक	f आवृत्ति	X_1 मध्य बिंदु	$f X_1$
0 – 10	12	5	60
10 – 20	18	15	270
20 – 30	27	25	675
30 – 40	20	35	700
40 – 50	17	45	765
50 - 60	6	55	330
	N = 100		$f X_1 = 2800$

$$\bar{X} = \frac{f X1}{N}$$

$$= \frac{2800}{100}$$

= 28 अंक

(ii) **लघुरीति(Short-cut Method)** –इस विधि द्वारा गणना करते समय प्रदत्त में से ही किसी दी गई इकाई को कल्पित मध्यक (Assumed Mean) मान लेते हैं | तत्पश्चात इस इकाई अर्थात कल्पित मध्यक से सभी इकाइयों का अंतर निकाला जाता है | इन अंतरों को क्रमशः उनकी आवृत्तियों से गुणा कर दिया जाता है फिर इन अंतरों का योग करके उस योग को इकाइयों की संख्या से भाग किया जाता है | इस प्रकार जो भागफल प्राप्त होता है उसे कल्पित मध्यक में समायोजित करने के पश्चात जो मूल्य आता है उसे मध्यक कहते हैं | इस विधि द्वारा गणना करने के लिए निम्नलिखित सूत्र का प्रयोग किया जाता है :

$$\bar{X} = a + \frac{\Sigma fd}{N}$$

जबकि , a = कल्पित मध्यक (Assumed Mean)

Σ = योग (Summation of)

f = आवृत्ति (Frequency)

d = कल्पितमध्यकसे विचलन (Deviation from Assumed Mean)

N = कुल आवृत्ति (Total Frequency)

उदाहरण 5 : कुछ व्यक्तियों की आयु सम्बंधी सारणी दी गई है | मध्यक ज्ञात कीजिए |

X **आयु (वर्ष में)**	**f** **व्यक्तियों की संख्या**	**d= X-a** **या d=X-25**	**fd**
5	15	-20	-300
10	12	-15	-180
15	8	-10	-80
20	16	-5	-80
25	20	0	0
30	23	5	115
35	21	10	210
40	18	15	270
45	12	20	240
50	5	25	125
	N = 150		Σfd = 320

उपर्युक्त सारणी में,

माना कल्पित मध्यक (a) = 25

$$d = \mathbf{X-a}$$

अर्थात d = X- 25

अब, $\bar{X} = a + \frac{\Sigma fd}{N}$

$$= 25 + \frac{320}{150}$$

$$= 25 + 2.13$$

$$= 27.13 \text{ वर्ष}$$

(iii) पद-विचलन विधि (Step-Deviation Method) –इस विधि के अंतर्गत सबसे पहले किसी भी इकाई अथवा संख्या को कल्पित मध्यक (Assumed Mean) मान लेते हैं | यदि कल्पित मध्यक आवृत्ति वितरण (Frequency Distribution) के किसी वर्गांतर (Class-interval) में ही माना जाए तो अधिक उपयुक्त होता है | वैसे कल्पित मध्यक किसी भी वर्गांतर में माना जा सकता है | माने गए वर्गांतर का मध्य-बिंदु (Mid-point) ही कल्पित मध्यक होता है | कल्पित मध्यक यदि मध्यवर्त्ती वर्गांतर में ही लिया जाए तो अधिक सुविधा रहती है |

कल्पित मध्यकके पश्चात विचलन (Deviation) लिया जाता है | किसी भी इकाई से मध्यक की दूरी को विचलन कहते हैं | क्योंकि इस विधि में कल्पित मध्यक किसी वर्गांतर का मध्य बिंदु होता है , अत: इस वर्गांतर से हम जितना दूर हटते जाते हैं , विचलन बढ़ता जाता है | यदि यह दूरी कल्पित मध्यक वाले वर्गांतर से कम मूल्य वाले वर्गान्तरों की ओर हो, तब विचलनों का मान ऋणात्मक (Negative) होता है | यदि कल्पित मध्यक वाले वर्गांतर से अधिक मूल्य वाले वर्गान्तरों की ओर बढ़ा जाए , तब विचलनों का मान धनात्मक (Positive) होता है |

यदि सभी विचलनों को वर्गांतर (अर्थात सामान्य मूल्य) से भाग कर दिया जाए तो इस प्रक्रिया को और भी सरल बनाया जा सकता है | यही पद-विचलन कहलाता है अर्थात इस प्रक्रिया में विचलन के मान को वर्गांतर की लम्बाई से भाग किया जाता है | तत्पश्चात , इस प्रकार प्राप्त विचलन को आवृत्ति से गुणा कर देते है | फिर इन गुणा को का योग करके उसे कुल आवृत्तियों की संख्या से भाग किया जाता है | इस प्रकार जो भागफल प्राप्त होता है उसे वर्गांतर से गुणा करने पर सुधार मूल्य ज्ञात होता है | यदि यह मूल्य ऋणात्मक होता है , तब इसे कल्पित मध्यक से जोड़ दिया जाता है | इस

प्रकार जो मूल्य आता है उसे मध्यक कहते हैं | इस विधि द्वारा गणना करने के लिए निम्नलिखित सूत्र का प्रयोग किया जाता है :

$$X = a + \frac{\Sigma fd}{N}$$

$$\text{पद-विचलन } (d') = \frac{d}{i}$$

यदि उपर्युक्त सूत्र में पद-विचलन का प्रयोग किया जाए तो सूत्र इस प्रकार बदल जाता है :

$$X = a + \left(\frac{\Sigma fd}{N}\right) x\ i$$

जबकि, a = कल्पित मध्यक (Assumed Mean)

Σ = योग (Summation of)

f = आवृत्ति (Frequency)

d = कल्पितमध्यकसे विचलन (Deviation from Assumed Mean)

d' = (Step-Deviation)

i = (Class-interval)

N = कुल आवृत्ति (Total Frequency)

3.5 मध्यांक (माध्यिका) (Median)

मध्यांक दिए गए प्रदत्त के मध्य-बिंदु (Mid-point) को प्रदर्शित करता है | मध्यांक वह मूल्य है जो प्रदत्त के दिए गए मूल्यों को दो बराबर भागों में विभाजित करता है | मध्यक (Mean) की गणना प्रदत्त के प्रत्येक मूल्य को आधार मान कर की जाती है किन्तु मध्यांक (Median) 'स्थिति के अनुसार' या 'स्थानीय' (Positional) माप है | किसी क्रमबद्ध प्रदत्त में मध्यांक बिंदु के ऊपर तथा नीचे अंकों की संख्या बराबर होती है अर्थात मध्यांक के ऊपर भी 50% अंक होते हैं और मध्यांक से नीचे भी 50% अंक होते हैं | **प्रोफेसर होरेस सीक्रिस्ट** के विचारानुसार मध्यांक की निम्नलिखित परिभाषा है :

"मध्यांक किसी प्रदत्तमाला के उस मद-अनुमानित या वास्तविक- का मूल्य होता है जो कि क्रमबद्ध किए जाने पर , उस वितरण को दो बराबर भागों में विभक्त करता है |"

मध्यांक किसी आरोही (Ascending) तथा अवरोही (Descending) रूप में क्रम-बद्ध प्रदत्तमाला का वह 'स्थानीय' मूल्य होता है जिसके ऊपर तथा नीचे प्रदत्त के आधे-आधे अंक होते हैं |

शिक्षाविद **गैरेट** के मतानुसार , "जब अव्यवस्थिति अंक या अन्य माप आकार अथवा मूल्यों के अनुसार क्रमबद्ध हो तो उसके मध्य का अंक मध्यांक होता है |"

मध्यांक निकालने के लिए सबसे पहले प्रदत्तमाला को क्रमबद्ध कर लिया जाता है और फिर बीच वाले मद का मूल्य ज्ञात किया जाता है , यही मध्यांक होता है|

शिक्षाशास्त्री गिलफर्ड के विचारानुसार, "मध्यांक किसी मापनी पर उस बिंदु के रूप में परिभाषित किया जा सकता है जिसके ऊपर ठीक आधे दृष्टांत और नीचे दूसरे आधे दृष्टांत होते हैं |"

दूसरे शब्दों में , प्रदत्तमाला में मध्यांक से बड़े जितने मद होंगे उतने ही छोटे मद भी होंगे |

3.5.1 मध्यांक के गुण (Merits of Median)- मध्यांक में निम्नलिखित गुण होते हैं :

1. यह निश्चित और स्थिर होता है |
2. यह समझने तथा गणना करने में आसान होता है और कई बार सिर्फ देखने भर से ही पता चल जाता है कि मध्यांक क्या है |
3. मध्यांक की गणना तथा प्रस्तुतीकरण रेखाचित्रों के द्वारा भी किया जा सकता है|
4. प्राय: मध्यांक का मूल्य प्रदत्तों के अंकों में से ही आता है , अत: यह वास्तविक रूप से प्रदत्तों का प्रतिनिधित्व करता है |
5. मध्यांक को 'स्थिति के अनुसार' या 'स्थानीय' माध्य (Positional Average) भी कहते हैं |
6. यह चरम मूल्यों (Extreme Value) द्वारा बिल्कुल भी प्रभावित नहीं होता है |
7. मध्यांक की गणना उन वितरणों (Distributions) के लिए भी की जा सकती है जिनके वर्ग खुले हो (Open-end Classes) |

3.5.2 मध्यांक के दोष (Demerits of Median) - मध्यांक में निम्नलिखित दोष होते हैं :

1. यदि इकाइयों की संख्या (Number of Observations) एक सम संख्या (Even Number) हो तो मध्यांक का मूल्य तथा तथ्य (Exact) नहीं आता है | ऐसे समय बीच के दो मदों का मध्यक (Mean) ही मध्यांक (Median) होता है |
2. मध्यांक सभी इकाइयों पर आधारित नहीं होता है | उदाहरणार्थ 5, 10, 25, 35 और 40 का मध्यांक 25 है | 5 और 10 मूल्य को हम किसी भी उस संख्या में बदल सकते हैं जो 25 से छोटी हो, इसी प्रकार 35 और 40 को हम किसी भी उस संख्या में बदल सकते हैं जो 25 से बड़ी हो , और ऐसा करने पर ही , मध्यांक 25 ही रहेगा | इसीलिए कहा जाता है कि मध्यांक असंवेदनशील (Insensitive) होता है |

3. मध्यक (Mean) की तुलना में मध्यांक (Median) न्यादर्श के बदलाव (Fluctuation of Sampling) से अधिक प्रभावित होता है |
4. बीजगणितीय क्रियाओं द्वारा मध्यांक को नियंत्रित नहीं किया जा सकता है |

3.5.3 मध्यांक की गणना की विधियाँ (Methods of Computing Median)

मध्यांक निकालने की निम्नलिखित विधियाँ है :

(अ) अव्यवस्थित प्रदत्तों से मध्यांक की गणना (Computation of Median from Ungrouped Data) -मध्यांक की गणनाकरने से पहले दिए गए अंकों को आरोही अथवा अवरोही क्रम में व्यवस्थिति किया जाता है तत्पश्चात इकाइयों की संख्या (Number of Observations) में 1 जोड़ कर जो योग प्राप्त होता है उसे 2 से भाग दे देते है | भागफल के रूप में जो संख्या प्राप्त होती है वही मध्यांक का स्थान (Position) होता है | उस स्थान का मूल्य ही मध्यांक होती है | अव्यवस्थित प्रदत्तों को निम्नलिखित दो भागों में विभाजित किया जा सकता है :

(i) व्यक्तिगत प्रदत्त माला (Individual Data-series)–इस प्रकार की प्रदत्तमाला में सबसे पहले प्रदत्तों को आरोही क्रम (Ascending order) में व्यवस्थिति कर लिया जाता है | तत्पश्चात मध्यांक की गणना करने से पहले मध्य मद (Middle Item) का स्थान (Position) ज्ञात कर लेते हैं | इस मध्य मद का मूल्य ही होता है | इस प्रकार की प्रदत्तमाला में गणना करने के लिए निम्नलिखित सूत्र का प्रयोग किया जाता है :

$$\text{Mdn} = \left(\frac{N+1}{2}\right)\text{वे मद का मान}$$

$$\text{अर्थात, Mdn} = \text{Value of } \left(\frac{N+1}{2}\right)^{th} \text{ Item}$$

जबकि, Mdn = मध्यांक (Median)

N = मदों की संख्या (Number of Items)

उदाहरण 1 : कुछ मजदूरों की दैनिक आय निम्नांकित प्रदत्तमाला में दी गई है | मध्यांक की गणना कीजिए |

हल : प्रदत्तों को आरोही क्रम (Ascending order) में व्यवस्थित करने पर

6, 7, 9, 10, 11, 14, 16

मदों की संख्या (Number of Items)= N= 7

$$\text{Mdn} = \left(\frac{N+1}{2}\right)\text{वे मद का मान}$$

$$= \left(\frac{7+1}{2}\right)\text{वे मद का मान}$$

$= (\frac{8}{2})$वे मद का मान

$= 4^{th}$मद का मान

$= 10$

क्रमबद्ध मदों को गिनने पर चौथा स्थान (4th Place) पर 10 है , चाहे गिनने की प्रक्रिया बाएँ हाथ से की जाए अथवा दायें हाथ से की जाए |

उपरोक्त प्रश्न मदों की संख्या N = 8 (सम) होती तो माध्यिका = $\frac{N}{2}$ वे मद का मान + $\frac{N}{2}$ +1 वे मद का मान

(ii) खंडित आवृत्ति वितरण (Discrete Frequency Distribution) – खंडित आवृत्ति वितरण में मध्यांक की गणना करने के लिए सर्वप्रथम मूल्यों को क्रमबद्ध कर लिया जाता है तत्पश्चात मूल्यों की संचयी आवृत्ति (Cumulative Frequency) ज्ञात की जाती है | इस प्रकार के वितरण में मध्यांक निकालने के निम्नलिखित पद (Steps) है:

1. आवृत्ति वितरण को आरोही क्रम (Ascending order) में लिखिये |
2. आवृत्तियाँ (Frequencies) का योग कीजिए और उस भाग को N मानिये |
3. N/2 की गणना कीजिए |
4. N/2 से कुछ ही अधिक (Just Greater) संचयी आवृत्ति देखिये |
5. X का सदृश (Corresponding) मान ही मध्यांक है |

उदाहरण -3 : कुछ शिक्षार्थीयों की ऊँचाई निम्नांकित प्रदत्तों में व्यक्त की गई है | मध्यांक की गणना कीजिए |

ऊँचाई (इंच में) Height (in inches)	शिक्षार्थीयों की संख्या (Number of Students)
57	2
58	3
60	6
61	15
62	10
63	5
64	4
65	4

हल :

x ऊँचाई	f आवृत्ति	c.f. संचयी आवृत्ति
57	2	2
58	3	5
60	6	11
61	15	26
62	10	36
63	5	41
64	4	45
65	4	49
	$N = \sum f = 49$	

$N = 49$

$N/2 = 49/2 = 24.5$

से ठीक अधिक संचयी आवृत्ति 26 है और इस मान के सदृश x का मान 61 है |Mdn = 61

(ब) व्यवस्थित प्रदत्तों से मध्यांक की गणना(Computation of Median from Ungrouped Data)– इस प्रकार के प्रदत्तों से मध्यांक की गणना करने के लिए सर्वप्रथम प्रदत्तमाला को आरोही अथवा अवरोही क्रम में व्यवस्थित कर लिए जाता है | इस प्रकार की प्रदत्तमाला में मध्यांक निकालने के लिए मदों की संख्या में 1 जोड़ने की आवश्यकता नहीं पड़ती |

मध्यांक की गणना करने से पहले मध्यांक वर्ग (Median Class) ज्ञात किया जाता है | इस वर्ग को निकालने के लिए निम्नांकित पदों (Steps) का उपयोग किया जाता है |

i. आवृत्ति वितरण के सभी वर्गों की संचयी आवृत्ति ज्ञात कीजिए |

ii. मध्य-पद निम्नलिखित सूत्र की सहायता से निकाला जाता है :

$$m = (\frac{N}{2})\text{वा मद}$$

अर्थात, $m = (\frac{N}{2})$thItem

जबकि, m = मध्य पद

अखंडित आवृत्ति वितरण में मध्यांक निकालने के लिए, आवृत्तियों के योग (N) को 2 से भाग कर देते है , जबकि अव्यवस्थित प्रदत्तों में मध्यांक निकालने के लिए मदों की संख्या में 1 जोड़ कर जो योग प्राप्त होता है उसे दो भागों में कर दिया जाता है | व्यवस्थित प्रदत्तों में उस बिंदु का पता लगाया जाता है जिसमें एक और आधे तथा दूसरी ओर शेष आधे मद केंद्रित होते हैं अर्थात व्यवस्थित प्रदत्तों में मध्यांक , मध्यक की तरह एक प्रदत्त न होकर , एक बिंदु होता है |

iii. मध्य-पद का पता चलने के बाद उसे संचयी आवृत्तियों में देखा जाता है जो संचयी आवृत्तियां मध्य-मद से कम होती है उन्हें छोड़ देते है तथा इस मध्य-मद के समान संचयी आवृत्ति, या इससे कुछ ही अधिक (अगली बड़ी) संचयी आवृत्ति वालेवर्ग में यह मध्य-मद केंद्रित होता है | यही वर्ग जिसमें मध्य-मद केंद्रित होता है , मध्यांक वर्ग कहलाता है |

मध्य-मद ज्ञात करने के बाद मध्यांक की गणना की जाती है | इसके लिए निम्नलिखित सूत्र का प्रयोग किया जाता है :

$$Mdn = l + \frac{\frac{N}{2} - C}{f} \times i$$

जबकि, Mdn = मध्यांक (Median)

N = आवृत्तियों का योग (Total of Frequencies)

l = उस वर्ग (मध्यांक वर्ग) की निम्न सीमा जिसमें मध्यांक होता है (Lower limit of the Median Class)

f = उस वर्ग (मध्यांक वर्ग) की आवृत्ति जिसमें मध्यांक होता है (Frequency of the Median Class)

C = उस वर्ग (मध्यांक वर्ग) से ठीक पहले वाले वर्गांतर की संचयी आवृत्ति जिसमें मध्यांक होता है (c.f. of the class preceding of median class)

i = वर्गांतर का आकार (Width of class-interval)

मध्यांक की गणना करने के लिए मध्यांक वर्ग की ऊपरी सीमा () का प्रयोग भी किया जा सकता है , इसके लिए निम्नांकित सूत्र का उपयोग किया जाता है :

$$Mdn = U + \frac{F - \frac{N}{2}}{f} \times i$$

जबकि,U = उस वर्ग (मध्यांक वर्ग) की उच्च सीमा आवृत्ति जिसमें मध्यांक होता है (Upper limit of the Median Class)

F = उस वर्ग (मध्यांक वर्ग) की आवृत्ति जिसमें मध्यांक होता है (c.f. of the class median class)

3.6 बहुलक (Mode)

प्रदत्तमाला में सर्वाधिक आवृत्ति वाली संख्या को बहुलक कहते हैं अर्थात सबसे अधिक प्रचलित (Predominant) मूल्य ही बहुलक होता है | बहुलांक द्वारा किसी वितरण में किसी तथ्य, वस्तु या इकाई के प्रचलन का पता चलता है |

ए.एल. बाउले के विचारानुसार, "किसी सांख्यिकीय समूह में वर्गीकृत मात्रा का वह मूल्य (मजदूरी, ऊँचाई या किसी अन्य मापनीय मात्रा का) जहाँ पंजीकृत संख्याएँ सबसे अधिक हो , 'बहुलांक' या 'सर्वाधिक घनत्व का स्थान' या 'सर्वाधिक महत्वपूर्ण मूल्य' कहलाता है |

मध्यांक की तरह बहुलांक भी एक स्थानीय मूल्य (Positional Value) होता है | दूसरे शब्दों में , केन्द्रीय प्रवृत्ति या माध्य, स्थान के आधार पर, दो प्रकार के होते हैं – मध्यांक या बहुलांक | शिक्षाविदों **क्राक्सटन एवं काउडेन** के मतानुसार , "किसी वितरण का बहुलांक वह मूल्य है जिसके चारों ओर सर्वाधिक पद केंद्रित हो | वह मूल्यों की श्रेणी का सबसे अधिक प्रतिरूप माना जा सकता है |"

यदि प्रदत्तों का एक वक्र (Curve) बनाया जाए तो बहुलांक उस वक्र का सबसे ऊपरी बिंदु होता है | शिक्षाशास्त्री **बोडिंगटन** के शब्दों में , बहुलांक महत्वपूर्ण प्रकार, रूप या पद या सबसे अधिक घनत्व की स्थिति के रूप में परिभाषित किया जा सकता है |"

शिक्षाविदों **सिम्पसन एवं काफ्का** के विचारानुसार, "बहुलांक सर्वाधिक उभयनिष्ठ मूल्य, वह मूल्य जो प्रदत्तमाला में कई बार घटित हो, होता है |

वर्गीकृत प्रदत्तों में बहुलांक प्राय: सबसे अधिक आवृत्ति वाले वर्गांतर का मध्य बिंदु होता है | यह अक्सर ही किसी वितरण के केन्द्र में होता है |

3.6.1 बहुलांक के गुण (Merits of Mode) –बहुलांक में निम्नलिखित गुण होते हैं :

1. बहुलांक गणना करने में सरल होता है | मध्यांककी तरह बहुलांक भी कई बार सिर्फ देखने भर से ही ज्ञात किया जा सकता है |
2. बहुलांक पर चरम मूल्यों (Extreme Values) का बिल्कुल भी प्रभाव नहीं पड़ता है |
3. बहुलांक एक स्थिति के अनुसार (Positional) माध्य है |

4. बहुलांक की गणना उन आवृत्ति वितरणों (Frequency Distributions) के लिए भी की जा सकती है जिनमे वर्गान्तारों का आकार असमान (Unequal) होता है ; किन्तु जिस वर्गांतर में बहुलांक होता है वह, उससे पहले वर्गांतर और उससे अगले वर्गांतर का आकार समान होना चाहिये |
5. बहुलांक की गणना उन वितरणों के लिए भी की जा सकती है जिनके वर्ग खुले (Open end Classes) हो |

3.6.2 बहुलांक के दोष (Demerits of Mode) –बहुलांक में निम्नलिखित दोषहोते हैं :

1. बहुलांक सभी इकाईयों (Observations) पर आधारित नहीं होता है |
2. बहुलांक उच्च गणितीय क्रियाओं के लिए सक्षम नहीं होता है |
3. मध्यांक की तुलना में बहुलांक न्यादर्श के बदलाव (Fluctuation and Sampling) से अधिक प्रभावित होता है |
4. बहुलांक अवर्णनीय (Ill-defined) होता है | यह आवश्यक नहीं है की हमेशा ही एक निश्चित बहुलांक प्राप्त हो | किसी-किसी वितरण से दो बहुलांक भी प्राप्त हो सकते हैं | इस प्रकार के वितरणों को द्वि-बहुलान्कीय (Bi-modal) वितरण कहा जाता है | जिस वितरण से दो से अधिक बहुलांक प्राप्त हो उसे बहु-बहुलान्कीय (Multi-modal) वितरण कहते हैं |

3.6.3 बहुलांक की गणना की विधियाँ(Methods of Computing Mode)

बहुलांक निकालने के लिए निम्नलिखित विधियाँ है :

(अ) अव्यवस्थित प्रदत्तों से बहुलांक की गणना

i. व्यक्तिगत प्रदत्त माला द्वारा (By Individual Series)
ii. खंडित आवृत्ति वितरण द्वारा (By Discrete Frequency Distribution)

(ब) व्यवस्थित प्रदत्तों से बहुलांक की गणना

i. अखंडित आवृत्ति वितरण द्वारा (By Continuous Frequency Distribution)
ii. जब वर्गांतर असमान हो (When Class-interval are Unequal)

(स) जब बहुलांक अवर्णनीय हो |इन विधियों का विस्तार से अध्ययन आप स्नातक स्तर पर कर चुके है |

(अ) अव्यवस्थित (अवर्गीत) प्रदत्तों से बहुलांक की गणना (Computation of Mode from Ungrouped Data) – जब प्रदत्त अव्यवस्थितहो तो बहुलांक की गणना निम्नलिखित विधियों से की जा सकती है |

(i) व्यक्तिगत प्रदत्त माला द्वारा (By Individual Series) – इस प्रकार की प्रदत्तमाला में सबसे अधिक बार आने वाला मद ही बहुलांक होता है | इस प्रकार के प्रदत्तो में प्राय: प्रत्येक मद की आवृत्ति एक होती है , इसीलिए व्यक्तिगत प्रदत्तमाला में बहुलांक उपस्थित नहीं होता है | बहुलांक का पता अधिकतर निरिक्षण द्वारा ही लग जाता है |

उदाहरण 1 :निम्नलिखित प्रदत्तमाला में बहुलांक की गणना कीजिए |

x (प्राप्तांक) :	1	2	3	4	5	6
f (आवृत्ति) :	7	12	9	5	16	3

उपर्युक्त प्रदत्तों में सर्वाधिक आवृत्ति (Maximum Frequency) 16 है, और 16 के सदृश (Corresponding) प्राप्तांक 5 है , इसलिए बहुलांक 5 है |

(ii) खंडित आवृत्ति वितरण द्वारा (By Discrete Frequency Distribution) – इस प्रकार की आवृत्ति वितरण में बहुलांक दो विधियों द्वारा ज्ञात किया जा सकता है – यथा **निरिक्षण द्वारा** एवं **समूहीकरण तालिका** (Grouping Table) द्वारा | निरिक्षण द्वारा बहुलांक प्राप्त करने के विधि व्यक्तिगत प्रदत्तमाला की तरह ही है | समूहीकरण तालिका में आवृत्ति के लिए छ: कॉलम बनाये जाते हैं | पहले कॉलम में प्रश्न में दी गई आवृत्तियों को ज्यों का त्यों रख लेते हैं | **दूसरे कॉलम** में पहली आवृत्ति से शुरू करके दो-दो आवृत्तियों के जोड़े बना लेते हैं | **तीसरे कॉलम** में पहली आवृत्ति को छोड़ कर दो-दो आवृत्तियों के जोड़े बना लेते हैं | **चौथे कॉलम** में पहली आवृत्ति से शुरू करके तीन-तीन आवृत्तियों के जोड़े बना लेते हैं | **पाँचवे कॉलम** में पहली आवृत्ति को छोड़कर **छटे** कॉलम में पहली दो आवृत्तियों को छोड़कर तीन-तीन आवृत्तियों के जोड़े बना लेते हैं |

समूहीकरण तालिका बनाने के पश्चात एक **विश्लेषण तालिका** (Analysis Table) बनायी जाती है , जिसमें उन मदों को दर्शाया जाता है जिनकी आवृत्तियाँ समूहीकरण तालिका के विभिन्न कॉलमों में सबसे अधिक होती है |

(ब) व्यवस्थित (वर्गीत) प्रदत्तों से बहुलांक की गणना (Computation of Mode from Grouped Data) –जब प्रदत्त व्यवस्थितहो तो बहुलांक की गणना निम्नलिखित विधियों से की जा सकती है |

(i) अखंडित आवृत्ति वितरण द्वारा (By Continuous Frequency Distribution) - इस प्रकार के आवृत्ति वितरण में बहुलांक की गणना करने से पहले बहुलांक वर्ग (Model Class) ज्ञात किया जाता है | बहुलांक वर्ग वही होता है जिसकी आवृत्ति सर्वाधिक होती है | निरिक्षण द्वारा या समूहीकरण तालिका द्वारा बहुलांक वर्ग ज्ञात किया जाता है समूहीकरण तालिका का वर्णन पहले ही खंडित आवृत्ति वितरण के अंतर्गत किया जा चुका है|

बहुलांक वर्ग ज्ञात करने के बाद बहुलांक की गणना की जाती है | इसके लिए निम्नलिखित सूत्र का प्रयोग किया जाता है :

$$\frac{\Delta 1 + \Delta 2}{\Delta x}$$

या Model $= l_1 \frac{+ f_1 - f_0}{(f_1 - f_0) + (f_1 - f_2)}$

उदाहरण 2 निम्नलिखित आवृत्ति वितरण का बहुलाक प्राप्त कीजिए -

आकार (x)	1	2	3	4	5	6	7	8	9
आवृत्ति (f)	3	8	15	23	35	40	32	28	20

आकार (Size) (x)	आवृत्तियां (Frequencies)					
	(i)	(ii)	(iii)	(iv)	(v)	(vi)
1	3					
2	8	11		23		
3	15		23			
4	23	38			46	
5	35		58	98		73
6	40	75				
7	32		72		107	
8	28	60		80		
9	20		48			100

हल - सबसे पहले समूहीकरण तालिका बनाते हैं

प्रत्येक कॉलम में दी हुई सर्वाधिक आवृत्ति गहरी काली की गई है । अब विश्लेषण तालिका को निर्माण करेंगे।

कॉलम संख्या Column No.	सर्वाधिक आवृत्ति Max. Frequency	सबंधित Xका मान containing value of x
1	40	6
2	75	5 6
3	72	6 7
4	98	4 5 6
5	107	5 6 7
6	100	6 7 8

उपर्युक्त सारणी का अध्ययन करने पर हम देखते हैं की आकार 6 सबसे अधिक बार अर्थात 6 बार आया है, इसलिए इस आवृत्ति वितरण का बहुलांक 6 है।

ब) व्यवस्थित (वर्गीत) प्रदत्तों से बहुलांक की गणना

जब प्रदत्त व्यवस्थित होते हैं, तब बहुलांककी गणना निम्नलिखित विधियों द्वारा की जा सकती है

1- **अखंडित आवृत्ति वितरण -** इस प्रकार के आवृत्ति वितरण में बहुलांककी गणना करने से पहले बहुलांक वर्ग ज्ञात किया जाता है । बहुलांक वर्ग वही होता है जिसकी आवृत्ति सर्वाधिक होती है । निरीक्षण द्वारा या समूहीकरण तालिका द्वारा बहुलांक वर्ग ज्ञान किया जाता है ।समूहीकरण तालिका का वर्णन पहले ही खंडित आवृत्ति वितरण के अन्तर्गत किया जा चुका है।

बहुलांकवर्ग ज्ञात करने के बाद बहुलांककी गणना की जाती है। इसके लिए निम्नलिखित सूत्र का प्रयोग किया जाता है।

$$\text{Model} = l_1 + \frac{\Delta_1}{\Delta_1 + \Delta_2} \times i$$

या $$\text{Model} = l_1 + \frac{f_1 - f_0}{(f_1 - f_0)+(f_1 - f_2)} \times i$$

जबकि l_1 = बहुलांकीयवर्ग की निम्नसीमा Lower limit of modal class

Δ को डेल्टा पढ़ा जाता है, डेल्टा का अर्थ अन्तर होता है

f_1 =बहुलांकीय वर्ग की आवृत्ति

Frequency of Model Class

f_0 =बहुलांकीय वर्ग से पहले वर्ग की आवृत्ति

Frequency of the class preceding the modal class

f_2 =बहुलांकीय वर्ग से अगले वर्ग की आवृत्ति

Frequency of the class succeeding the modal class

$\Delta_1 = f_1 - f_0$

$\Delta_2 = f_2 - f_1$

i = बहुलांकीयवर्ग का वर्गान्तर

Frequency interval modal class

उपर्युक्त सूत्र को इस प्रकार भी लिखा जा सकता है

$$\text{Model} = l_1 + \frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2} \times i$$

बहुलांक की गणना करने के लिए बहुलांकीयवर्ग की उपरी सीमा का प्रयोग भी किया जा सकता है, इसके लिए निम्नलिखित सूत्र का प्रयोग करते हैं

$$\text{Model} = l_1 + \frac{\Delta}{\Delta_1 + \Delta_2} \times i$$

या $\text{Model} = l_2 + \dfrac{f_1 - f_2}{2f_1 - f_0 - f_2} \times i$

जबकि l_2 बहुलांकीयवर्ग की उच्च सीमा

उदाहरण 3 - निम्नलिखित आवृत्ति वितरण से बहुलांक की गणना कीजिए

वर्गान्तर	आवृत्ति
Class interval	Frequency
0-7	19
7-14	25
14-21	36 f_0
$l_1$21-28 l_2	72 f_1
28-35	51 f_2
35-42	43

42-49 28

हल - उपर्युक्त आवृत्ति वितरण में सबसे अधिक आवृत्ति 72 है, जो वर्गान्तर 21-28 से संबंधितहै।

बहुलांकीयवर्ग (Modal Class) 21-28 है।

$f_1 = 72$

$f_0 = 36$

$f_2 = 51$

$l_1 = 21$

बहुलांक= $l_1 + \frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2} \times i$

$= 21 + \frac{72 - 36}{144 - 36 - 51} \times 7$

$= 21 + \frac{36}{57} \times 7 = 21 + \frac{252}{57}$

$= 21 + 4.4 = 25.4$

इस उदाहरण को हल करने के लिए बहुलांकीयवर्ग की उच्च सीमा का उपयोग भी किया जा सकता है।

$l_2 = 28$

बहुलांक $= l_2 \frac{f_1 - f_2}{2f_1 - f_0 - f_2} \times i$

$= l_2 \frac{f_1 - f_2}{2f_1 - f_0 - f_2} \times i$

$= 28 - \frac{72 - 51}{144 - 36 - 51} \times 7$

$= 28 - \frac{21}{57} \times 7 = 28 - \frac{147}{57}$

$= 28 - 25.4$

अत: बहुलांक की मान दोनों ही क्रियाओं से समान आता है।

2 वैकल्पिक सूत्र - किन्हीं विशेष परिस्थितियों में पिछले सूत्र द्वारा बहुलांक की गणना करना उचित नहीं है, ये परिस्थितियां निम्नांकित है।

1 जब बहुलांकीय वर्ग की आवृत्ति के दुगुने से पिछले व अगले वर्गों की आवृत्तियों का योग अधिक हो।

2 जब बहुलांकीय वर्ग से पिछले वाले वर्ग की आवृत्ति अधिक हो।

उपर्युक्त परिस्थितियों में बहुलांक का मूल्य बहुलांकीय वर्ग की निम्न सीमा से भी कम आयेगा जो गलत है। ऐसी स्थिति में निम्नलिखित सूत्र का प्रयोग करना चाहिए।

$$Mode = l_1 + \frac{f_2}{f_0 + f_2} \times i$$

3 जब आवृत्ति वितरण में असमान वर्गान्तर हो - इस प्रकार के आवृत्ति वितरण में बहुलांक की गणना करने से पहले आवृत्ति वितरण को समान वर्गान्तर में बदल देना चाहिए। इसके पश्चात सामान्य विधि द्वारा बहुलांक की गणना की जा सकती है।

उदाहरण 4 निम्नलिखित आवृत्ति वितरण से बहुलांक की गणना कीजिए

वर्गान्तर (Cass interval)	आवृत्ति (Frequency)	वर्गान्तर (Cass interval)	आवृत्ति (Frequency)
0-5	8	40-44	8
5-10	7	44-46	10
10-20	22	46-50	6
20-30	25	50-60	10
30-34	10	60-55	3
34-37	9	65-70	3
37-40	11		

हल

उपर्युक्त आवृत्ति वितरण में वर्गान्तर समान करने पर

वर्गान्तर	आवृत्ति
0-10	15
10-20	22
20-30	25
30-40	30
40-50	24
50-60	10
60-70	6

इस आवृत्ति वितरण में सबसे अधिक आवृत्ति 30 है, जो वर्गान्तर 30-40 से संबंधितहै।

बहुलांकीयवर्ग 30-40 है।

$$\therefore Mode = l_1 + \frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2} \times i$$

$$= \frac{30 - 25}{60 - 25 - 24} \times 10$$

$$= 30 + \frac{5}{11} \times 10 = 30 + \frac{30}{11}$$

$$= 30 + 4ण5 = 34.5$$

स) जब बहुलांकअवर्णनीय हो।

इस प्रकार से बहुलांक को अपरिशोधित बहुलांक भी कहते हैं। वर्गीत प्रदत्तों में अपरिशोधित बहुलांक सर्वाधिक आवृत्ति वाले वर्गान्तर का मध्य बिन्दु होता है। सममित वितरण में मध्यक, मध्यांक और बहुलांकएक समान होते हैं। असममित वितरण में मध्यक, मध्यांक और बहुलांकके बीच निम्नांकित संबंधहोता है।

बहुलांक= 3 मध्यांक - 2 मध्यक

or Mode = 3 Median – 2 Mean

उदाहरण 5 निम्नांकित आवृत्ति वितरण का बहुलांक ज्ञात कीजिए -

वर्गान्तर (Cass interval)	आवृत्ति (Frequency)	वर्गान्तर (Cass interval)	आवृत्ति (Frequency)
4.9-9.5	1	24.5-29.5	5
9.5-14.5	2	29.5-34.5	4
14.5-19.5	3	34.5-39.5	3
19.5-24.5	5	39.5-44.5	2

हल - उपर्युक्त आवृत्ति वितरण में सर्वाधिक आवृत्ति दो वर्गान्तरों में हैं। ये वर्गान्तर 19.5 - 24.5 और 24.5-29.5 और इनमें सर्वाधिक आवृत्ति 5 है। अत: इस आवृत्ति वितरण में बहुलांक की गणना मध्यक व मध्यांक की सहायता से की जाएगी

मध्यक के लिए - माना कल्पित मध्यक (a) = 22

d = (I -22)

I = 5

$$d = \frac{d}{i} = \frac{Xi22}{5}$$

Class-interval	Xi	f	c.f.	d =Xi-22	d= $\frac{d}{5}$	Fd^1
4.5-9.5	7	1	1	-15	-3	-3
9.5-14.5	12	1	3	-10	-2	-4
19.5-19.5	17	3	6	-5	-1	-3
19.5-24.5	22	5	11	0	0	0
24.5-29.5	27	5	16	5	1	5
29.5-34.5	32	4	20	10	2	8
34.5-39.5	37	3	23	15	3	9
39.5-44.5	42	2	25	20	4	8
		N =25			$\sum fd^1$ =20	

$$\bar{X} = a + \frac{fd}{N} \times i$$

$$= 22 + \frac{20}{25} \times 5 = 22 + \frac{100}{25} = 22 + 4$$

मध्यक = 26

मध्यांक के लिए N =25

$$m = \frac{N}{2} = 12 - 5$$

125 से कुछ ही अधिक संचयी आवृत्ति 16 है जो वर्गान्तर 24.5 - 29.5 से संबंधित है।

मध्यांक वर्ग 24.5 - 29.5है।

$$Mdn = 1 + \frac{N/2}{\text{f}} \times i$$

$$Mdn = 24.5 + \frac{12.5 - 11}{5} \times 5$$

$$= 24.5 + 1.5$$

$$= 26$$

मध्यांक = 26

बहुलांक के लिए बहुलांक= 3मध्यांक – 2 मध्यंक

= (3x26) (2x26)

= 78-52

= 26

मध्यक, मध्यांक और बहुलांक तीनों का ही मूल्य 26 है।

मध्य, मध्यांक एवं बहुलांक के उपयोग

मध्यक के उपयोग - निम्नलिखित परिस्थितियों में मध्यक का प्रयोग करना चाहिए

1. जब प्रदत्तमाला के सभी अंक समान रूप से किसी एक मूल्य के चारों और वितरित हो।
2. जब केन्द्रीय प्रवृत्ति का सबसे अधिक विश्वसनीय माप वांछित हो।
3. जब प्रदत्तों का विचलन ज्ञात करना हो |
4. जब किसी न्यादर्श का आकर्षण बिन्दु ज्ञात करना हो।

5. जब उच्च सांख्यिकीय मापों की गणना करनी हो, जैसे विचारशीलता मानक विचलन सहसंबंध आदि।

मध्यांक के उपयोग - निम्नांकित परिस्थियों में माध्यांक का प्रयोग करना चाहिए।

1- जब प्रदत्तमाला का वास्तविक मध्य बिन्दु ज्ञात करना है अर्थात जब हमें यह पता लगाना हो कि ऊपर के 50 प्रतिशत और नीचे के 50 प्रतिशत में कितनी आवृत्ति है।
2- जब वितरण असामान्य अथवा अपूर्ण हो।
3- जब यह ज्ञात हो कि केन्द्रीय प्रवृत्ति के माप को प्रभावित करने वाले अंक सिरों पर स्थित है।
4- जब आवृत्ति वितरण के प्रत्येक मूल्य को मापना संभव न हो।

बहुलांक के उपयोग - निम्नलिखित परिस्थितियों में बहुलांक का प्रयोग करना चाहिए -

1- जब केन्द्रीय प्रवृत्ति का अनुमानित माप निकालना हो।
2- जब केन्द्रीय प्रवृत्ति का माप शीघ्रता से लगाना हो एवं जिन परिस्थितियों में साधारण मान ही काफी हो।
3- जब कुछ ऐसे घटकों की प्रवृत्ति ज्ञात करनी हो जिनका माप ठीक ठीक न प्राप्त किया जा सकता है जैसे किसी वस्तु का प्रचलन, बिक्री आदि।
4- जब प्रदत्त के उच्च एवं निम्न मूल्य महत्वहीन हो ।जब सर्वाधिक प्रतिनिधित्व ज्ञात करना हो।

3.7 सारांश

किसी समूह अथवा वर्ग का अन्कात्मक प्रस्तुतीकरण करते हुए उसकी प्रकृति के अनुरूप वर्णन करने की प्रवृति वर्णात्मक सांख्यिकी में होती है | प्राप्त परिणाम उस गुण की ओर संकेत कर देता है | अत: केन्द्रीय प्रवृति के माप (माध्य , माध्यिका , बहुलक), विचलनों के माप (परास, चतुर्थांश विचलन , माध्य विचलन , मानक विचलन) इसके अन्तेर्गत आते है | प्राप्त आकंडों पर कोई सांख्यिकी का प्रयोग न करें तो केवल ग्राफीय निरूपण (आयत चित्र, दंड चित्र, आवृति बहुभुज) से भी वर्णन किया जा सकता है इसीलिए इसे वर्णात्मक सांख्यिकी कहा जाता है |

3.8 शब्दावली

- चतुर्थांश (Quartile) : प्रथम चतुर्थांश वह मूल्य होता है जिसके नीचे प्रदत्त श्रृंखला के 25% अंक होते हैं, तृतीय चतुर्थांश वह मूल्य होता है जिसके नीचे प्रदत्त श्रृंखला के 75% अंक होते हैं |

3.9 स्वमूल्यांकन प्रश्न

अति लघुतरात्मक प्रश्न

4) केन्द्रीय प्रवृति के माप कितने होते हैं ?
5) परास का सूत्र बताओ |
6) माध्य का सूत्र बताओ |

लघुतरात्मक प्रश्न

6) माध्य के उपयोग बताइए |
7) माध्यिका के उपयोग बताइए |
8) बहुलक के उपयोग बताइए |

निबंधात्मक प्रश्न:-

3) वर्णात्मक सांख्यिकी किसे कहते हैं ? इसके कितने प्रकार होते हैं उदाहरण सहित सविस्तार वर्णन कीजिए |

3.10 संदर्भ ग्रंथ सूची

- अस्थाना, विपिन श्रीवास्तव, विजया तथा अस्थाना, निधि (2009), शैक्षिक अनुसंधान एवं सांख्यिकी, अग्रवाल पब्लिकेशन्स, आगरा- 2
- सिंह लाल, प्रसाद द्वारिका भार्गव महेश (2000) सांख्यिकी के मूल आधार , एच.पी. भार्गव बुक हाउस, आगरा
- गैरेट हेनरी ई (1989) शिक्षा एवं मनोविज्ञान में सांख्यिकी कल्याणी पब्लिशर्स लुधियाना (पंजाब)

इकाई -4

विचरणशीलता का संप्रत्यय:परास,चतुर्थांक विचलन,माध्य विचलन,मानक विचलन, प्रसरण एवं प्रसरण गुणांक

Concept of Variability: Range, Quartile Deviation, Mean Deviation, Standard Deviation, Variance and Coefficient of Variability

इकाई की रूपरेखा

4.1 प्रस्तावना

4.2 उद्देश्य

4.3 विचरणशीलता अथवा अपकिरण का अर्थ:

4.4 अपकिरण की मापें

4.5 अपकिरण के उद्देश्य एवं महत्व

4.6 अपकिरण के विभिन्न माप

4.7 परास

4.8 चतुर्थांक विचलन या अर्द्ध अन्तर-चतुर्थांक परास

4.9 माध्य विचलन या प्रथम घात का अपकिरण

4.10 प्रमाप विचलन

4.11 प्रसरण

4.12 विचरण शीलता गुणांक

4.13 अपकिरण के विभिन्न मापों के मध्य संबंध

4.14 सारांश

4.15 शब्दावली

4.16 संदर्भ ग्रन्थ सूची/ पाठ्य सामग्री

4.17 निबंधात्मक प्रश्न

4.1 प्रस्तावना

इससे पूर्व की इकाई में आपने केन्द्रीय प्रवृत्ति के बारे में यह जाना कि माध्य एक श्रेणी का प्रतिनिधि मूल्य होता है। यह मूल्य उस श्रेणी की माध्य स्थिति या सामान्य स्थिति का परिचायक मात्र होता है। माध्य मूल्य के आधार पर समंक श्रेणी की बनावट, संरचना, पद मूल्यों का माध्य मूल्य के संदर्भ में विखराव या फैलाव आदि के संदर्भ में जानकारी करना संभव नहींहै। अत: केन्द्रीय प्रवृत्ति के मापों के आधार पर सांख्यिकीय तथ्यों का विश्लेषण व निष्कर्ष प्राय: अशुद्ध व भ्रामक होता है। सांख्यिकीय विश्लेषण की शुद्धता के लिए विचरणशीलता के मापक को समझना अत्यंत आवश्यक है। प्रस्तुत इकाई में आप विचरणशीलता की अवधारणा, इसके प्रकार यथा परास, चतुर्थांक विचलन, माध्य विचलन, मानक विचलन, प्रसरण तथा प्रसरण गुणांक के सन्दर्भ में अध्ययन करेंगे|

4.2 उद्देश्य

इस इकाई के अध्ययनोपरांत आप-

- विचरणशीलता अथवा अपकिरण का अर्थ बता पायेंगें।
- विचरणशीलता के महत्व का वर्णन कर सकेंगे|
- विचरणशीलता की प्रकृति को बता पायेंगें।
- विचरणशीलता के संप्रत्यय की व्याख्या कर सकेंगे ।
- विचरणशीलता के विभिन्न मापको का परिकलन कर सकेंगे|
- चतुर्थांक मापक का परिकलन कर सकेंगे|
- विचरणशीलता के विभिन्न मापको की तुलना कर सकेंगे|

4.3 विचरणशीलता अथवा अपकिरण का अर्थ (Meaning of Variability or Dispersion)

विचरणशीलता अथवा अपकिरण का अर्थ फैलाव, विखराव या प्रसार है। अपकिरण किसी श्रेणी के पद-मूल्यों के विखराव या विचरण की सीमा बताता है। जिस सीमा तक व्यक्तिगत पद मूल्यों में भिन्नता होती है, उसके माप को अपकिरण कहते हैं। ब्रुक्स तथा डिक के मतानुसार "एक केन्द्रीय मूल्य के दोनों ओर पाये जाने वाले चर मूल्यों के विचलन या प्रसार की सीमा ही अपकिरण है।" अपकिरण (Dispersion) को विखराव (Scatter), प्रसार (Spread) तथा विचरण (Variation) आदि नामों से जाना जाता है।

4.4 अपकिरण की मापें (Measures of Dispersion)

अपकिरण को निम्न प्रकार से मापा जा सकता है:-

i. **निरपेक्ष माप (Absolute Measures)** :- यह माप अपकिरण को बतलाता है और उसी इकाई में बताया जाता है, जिसमें मूल समंक व्यक्त किए गए हैं, जैसे-

रूपये, मीटर, लीटर इत्यादि। निरपेक्ष माप दो श्रेणियों की तुलना करने हेतु प्रयोग नहीं किया जा सकता।

ii. **सापेक्ष माप (Relative Measures):-** सापेक्ष अपकिरण कुल अपकिरण का किसी प्रमाप मूल्य से विभाजन करने से प्राप्त होता है और अनुपात या प्रतिशत के रूप में व्यक्त किया जाता हे। दो यो दो से अधिक श्रेणियों की तुलना करने हेतु सापेक्ष माप का ही प्रयोग किया जाता है।

4.5 अपकिरण के उद्देश्य एवं महत्व (Objectives and importance of Dispersion)

अपकिरण के विभिन्न माप के निम्नलिखित उद्देश्य एवं महत्व हैं -

i. संमक श्रेणी के माध्य से विभिन्न पद-मूल्यों की औसत दूरी ज्ञात करना।

ii. समंक श्रेणी की बनावट के बारे में जानकारी प्रदान करना अर्थात यह ज्ञात करना कि माध्य के दोंनों ओर पद-मूल्यों का विखराव या फैलाव कैसा है।

iii. समंक- श्रेणी के विभिन्न पद-मूल्यों का सीमा परास ज्ञात करना।

iv. दो या दो से अधिक समंक श्रेणियों में पायी जाने वाली असमानताओं या बनावट में अन्तर का तुलनात्मक अध्ययन करना तथा यह निश्चित करना कि किस समंक श्रेणी में विचरण की मात्रा अधिक है।

v. यह जॉचना कि माध्य द्वारा समंक श्रेणी का किस सीमा तक प्रतिनिधित्व होता है। इस प्रकार अपकिरण की मापें माध्यों की अनुपूरक होती हैं।

4.6 अपकिरण के विभिन्न माप (Different Measures of Dispersion)

अपकिरण ज्ञात करने की विभिन्न रीतियाँ निम्न तालिका में प्रस्तुत है:-

सीमा रीति **(Methods of Limits)**	**विचलन माध्य रीतियाँ** **(Methods of Average Deviation)**
1. परास (Range) 2. अन्तर-चतुर्थांक परास (Inter-Quartile Range) 3. शतमक परास (Percentile Range) 4. चतुर्थांक विचलन (Quartile Deviation)	1. माध्य विचलन (Mean Deviation) 2. प्रमाप विचलन (Standard Deviation)

4.7 परास (Range)

किसी समंक श्रेणी में सबसे अधिक मूल्य (H) और सबसे छोटे मूल्य या न्यूनतम मूल्य (L) के अन्तर को परास कहते हैं। यह अन्तर यदि कम है तो श्रेणी नियमित या स्थिर कहलायेगी। इसके विपरीत यदि यह अन्तर अधिक है तो श्रेणी अनियमित कहलाती है। यह अपकिरण ज्ञात करने की सबसे सरल परन्तु अवैज्ञानिक रीति है।

परास की परिगणना:- अधिकतम और न्यूनतम मूल्यों का अन्तर परास कहलाता है। परास ज्ञात करते समय आवृत्तियों पर ध्यान नहीं दिया जाता है। परास की परिगणना केवल मूल्यों (मापों या आकारों) के अन्तर के आधार पर ही की जाती हैं।

परास = अधिकतम मूल्य -न्यूनतम मूल्य

Range = Highest Value (H)- Lowest Value (L)

परास गुणांक (Coefficient of Range):- परास का माप निरपेक्ष होता है। इसलिए इसकी तुलना अन्य श्रेणियों से ठीक प्रकार नहीं की जा सकती। इसे तुलनीय बनाने हेतु यह आवश्यक है कि इसे सापेक्ष रूप में व्यक्त किया जाय। इसके लिए परास गुणांक ज्ञात किया जाता है, जिसका सूत्र निम्न है:-

परास गुणांक (Coefficient of Range) $= \frac{H-L}{H+L}$

उदाहरण 01:- निम्नलिखित संख्याओं के समूहों में परास (Range) की गणना कर उनकी तुलना कीजिए।

A = 7, 8, 2, 3, 4, 5

B = 6, 8, 10, 12, 5, 8

C = 9, 10, 12, 13, 15, 20

हल: परास (Range) = अधिकतम मूल्य (H) – न्यूनतम मूल्य (L)

A = 8 – 2 = 6

B = 12 – 5 = 7

C = 20 – 9 = 11

A, B और C संख्याओं के तीन समूहों की तुलना हेतु परास गुणांक (Coefficient of Range) की परिगणना करनी होगी, जो निम्नवत है:-

परास गुणांक (Coefficient of Range) $= \frac{H-L}{H+L}$

A = $\frac{8-2}{8+2} = \frac{6}{10} = 0.6$

$$B = \frac{12-5}{12+5} = \frac{7}{17} = 0.41$$

$$C = \frac{20-9}{20+9} = \frac{11}{29} = 0.37$$

अत: परास गुणांक A का 0.60, B का 0.41 तथा C का 0.37 है। स्पष्ट है A में विचरणशीलता सर्वाधिक है, जबकि C में न्यूनतम है।

परास के गुण (Merits of Range):-

- इसकी गणना सरल है।
- यह उन सीमाओं को स्पष्ट कर देता है, जिनके मध्य पदों के मूल्य में बिखराव है, अत: यह विचलन का एक विस्तृत चित्र दर्शाता है।
- परास की गणना के लिए आवृत्तियों की आवश्यकता नहीं होती, केवल मूल्यों पर ही ध्यान दिया जाता है। अत: आवृत्तियों से प्रभावित नहीं होता है।

परास के दोष (Demerits of Range):-

- परास एक अवैज्ञानिक माप है, क्योंकि इसमें माध्यों की उपेक्षा की जाती है।
- परास अपकिरण का एक अनिश्चित माप है।
- परास में श्रेणी के सभी मूल्यों पर ध्यान नहीं दिया जाता अत: इसे सभी मूल्यों का प्रतिनिधि मूल्य नहीं कहा जा सकता।

अभ्यास प्रश्न

1. अपकिरण से क्या समझते हैं ?
2. अपकिरण के महत्व पर संक्षिप्त नोट लिखें ?
3. परास गुणांक से क्या समझते हैं ?
4. परास के किन्हीं दो दोषों को लिखें |

4.8 चतुर्थांक विचलन या अर्द्ध अन्तर-चतुर्थांक परास (Quartile Deviation or Semi Inter-Quartile Range)

चतुर्थांक विचलन श्रेणी के चतुर्थांक मूल्यों पर आधारित अपकिरण का एक माप है। यह श्रेणी के तृतीय व प्रथम चतुर्थांक के अन्तर का आधा होता है। इसलिए इसे अर्द्ध अन्तर-चतुर्थांक परास भी कहते हैं। यदि कोई श्रेणी नियमित अथवा सममितीय हो तो मध्यक (M) , तृतीय चतुर्थांक (Q_3)

तथा प्रथम चतुर्थांक (Q_1) के ठीक बीच होगा। इसके लिए निम्न सूत्र का प्रयोग किया जाता है।

चतुर्थांक विचलन (Quartile Deviation or Q.D.) = $\frac{Q_3 - Q_1}{2}$, Q_3 = तृतीय चतुर्थांक

Q_1 = प्रथम चतुर्थांक

चतुर्थांक विचलन का गुणांक (Coefficient of Quartile Deviation)

$$\text{Coefficient of Q.D.} = \frac{Q_3 - Q_1}{2} x \frac{2}{Q_3 + Q_1} = \frac{Q_3 - Q_1}{Q_3 + Q_1}$$

उदाहरण 04 :- निम्न समंको के आधार पर चतुर्थांक विचलन एवं उसका गुणांक ज्ञात कीजिए।

From the following data find Quartile Deviation and its Coefficient

अंक (X)	4	6	8	10	12	14	16
बारंबारता (f)	2	4	5	3	2	1	4
संचयी बारंबारता (cf)	2	6	11	14	16	17	21

हल:-

Q1 = $\frac{N+1}{4}$ वाँ पद

$= \frac{21+1}{4}$ वाँ पद

= 5.5 वां पद

5.5 से ठीक बड़े c.f. के सामने वाला x का मान

= 6

$Q.D. = \frac{Q_3 - Q_1}{2} = \frac{14-6}{2} = 4$

Q.D. गुणांक $= \frac{14-6}{14+6} = 0.40$

$Q3 = \frac{D(N+1)}{4}$ वाँ पद

$= \frac{3(21+1)}{4}$ वाँ पद

= 16.5 वाँ पद

16.5 से ठीक बड़े c.f. के सामने वाला x का मान = 14

$2_3 = 14$

वर्गीकृत आंकड़ों का Q.D. निकालने के लिए शतमक या दशमक परास की तरह ही प्रक्रिया अपना कर निम्न सूत्र का प्रयोग किया जाता है।

$$Q_1 = L_1 + \frac{i}{f}(q_1 - C) \qquad Q_3 = L_1 + \frac{i}{f}(q_3 - C)$$

$$Q.D. = \frac{Q_3 - Q_1}{2}$$

चतुर्थांक विचलन के गुण (Merits of QR):-

1. चतुर्थांक विचलन की गणना सरल है तथा इसे शीघ्रता से समझा जा सकता है, क्योंकि इसकी गणना में जटिल गणितीय सूत्रों का प्रयोग नहीं करना पड़ता है।
2. यह श्रेणी के न्यूनतम 25% तथा अधिकतम 25% मूल्यों को छोड़ देता है। अत: यह अपकिरण के अन्य मापों की अपेक्षा चरम मूल्यों द्वारा कम प्रभावित होता है।
3. यद्यपि यह श्रेणी की बनावट पर प्रकाश नहीं डालता फिर भी श्रेणी के उन 50% मूल्यों का परास परिष्कृत रूप से प्रस्तुत करता है, जो चरम मूल्यों से प्रभावित नहीं होते हैं।

चतुर्थांक विचलन के दोष (Demerits of QR):-

1. यह पदों के बिखराव का प्रदर्शन करने में असमर्थ है।
2. यह चरम मूल्यों को महत्व नहीं देता है।
3. इसके आधार पर बीजगणितीय रीतियों का प्रयोग करके विश्लेषण करना संभव नहीं है।
4. निदर्शन के उच्चावचनों (Fluctuations) से यह बहुत अधिक प्रभावित होता है।

इन दोषों को दूर करने के उद्देश्य से ही माध्य विचलन और प्रमाप विचलन की गणना की जाती है।

4.9 माध्य विचलन या प्रथम घात का अपकिरण (Mean Deviation or First Moment of Dispersion)

माध्य विचलन श्रेणी के सभी पदों के विचलनों का माध्य होता है। ये विचलन बहुलक, मध्यका या समान्तर माध्य किसी भी एक माध्य से लिये जा सकते हैं। इसमें बीजगणितीय चिन्हों को छोड़कर दिया जाता है। इस प्रकार माध्य विचलन केन्द्रीय प्रवृत्ति के किसी भी माप (समान्तर माध्य, मध्यका या बहुलक आदि) से श्रेणी के विभिन्न पदों के निरपेक्ष विचलन का माध्य है। बीजगणितीय चिन्ह + और – पर स्थान न देकर सभी विचलनों को धनात्मक माना जाता है। इस प्रकार प्राप्त विचलनों को जोड़कर मदों की कुल संख्याओं से भाग देने पर जो संख्या प्राप्त होती है उसे माध्य विचलन कहते हैं। माध्य विचलन जितना अधिक होता है उस श्रेणी में अपकिरण या फैलाव उतना ही अधिक होता है। समान्तर माध्य से परिकलित माध्य विचलन को प्रथम घात का अपकिरण (First Moment of Dispersion) भी कहते हैं। माध्य विचलन की परिगणना हेतु निम्न पदों को अपनाते हैं:-

1. माध्य का चुनाव।
2. बीजगणितीय चिन्हों को छोड़ना।
3. विचलनों का योग एवं माध्य की गणना।

माध्य विचलन को ग्रीक भाषा δ (Delta Small) द्वारा व्यक्त किया जाता है। यदि माध्य विचलन समान्तर माध्य से ज्ञात करना हो तो $\delta_{x,}$ मध्यका से ज्ञात करने पर δ_m तथा बहुलक से ज्ञात करने पर δ_z संकेताक्षरों का प्रयोग करते हैं। सूत्र के रूप में माध्य विचलन व उसका गुणांक निम्न प्रकार होगा:-

आधार	माध्य विचलन	माध्य विचलन गुणांक
समान्तर माध्य से	$\delta\overline{X} = \frac{\sum \lvert d\overline{X} \rvert}{N}$	Coefficient $\delta\overline{X} = \frac{\delta\overline{X}}{X}$
मध्यका से	$\delta_M = \frac{\sum \lvert d_M \rvert}{N}$	Coefficient $\delta_M = \frac{\delta_M}{M}$
बहुलक से	$\delta_z = \frac{\sum \lvert d_z \rvert}{N}$	Coefficient $\delta_z = \frac{\delta_z}{Z}$

यहाँ δ (डेल्टा) ग्रीक भाषा का अक्षर 'Small Delta' है

δ = माध्य विचलन

$d\overline{x}$ = समान्तर माध्य से विचलन

d_M = मध्यका से विचलन

d_z = बहुलक से विचलन

N = पदों की संख्या

| | = बीजगणितीय चिन्हों को छोड़ना

उदाहरण 05:- निम्न संख्याओं का समान्तर माध्य से माध्य विचलन व माध्य विचलन से गुणांक ज्ञात कीजिए।

2, 3, 6, 8, 11

हल:- समान्तर माध्य $(\overline{X}) = \frac{2+3+6+8+11}{5} = 6$

माध्य विचलन $(\delta_{\overline{X}})$ $= \frac{|2-6|+|3-6|+|6-6|+|8-6|+|11-6|}{5}$

$= \frac{|4|+|3|+|0|+|2|+|5|}{5}$ or $\frac{14}{5} = 2.8$

अत: समान्तर माध्य से माध्य विचलन $(\delta_{\overline{X}}) = 2.8$

माध्य विचलन गुणांक $\delta\overline{X} = \frac{\delta\overline{X}}{X} = \frac{2.8}{6} = 0.46$

माध्य विचलन के गुण (Merits of MD):-

1. इसकी गणना आसान है।
2. यह मध्यका, समान्तर माध्य अथवा बहुलक में से किसी को भी आधार मानकर निकाला जा सकता है।
3. यह श्रेणी के सभी मूल्यों पर आधारित है। अत: यह श्रेणी की आकृति पर पूर्ण प्रकाश डालता है।
4. यह श्रेणी के चरम मूल्यों से प्रमाप विचलन की तुलना में कम प्रभावित होता है।
5. माध्य विचलन द्वारा ही वितरण के महत्व को स्पष्ट किया जा सकता है।
6. यह विचलन समस्त मूल्यों को उनकी सापेक्षिक महत्ता प्रदान करता है।
7. यह अपकिरण का एक निश्चित माप है तथा इसका मूल्य शुद्ध अंश तक निकाला जा सकता है।

माध्य विचलन के दोष (Demerits of MD):-

1. माध्य विचलन की गणना में बीजगणितीय चिन्हों की उपेक्षा करने से इसे शुद्ध नहीं माना जाता।
2. कभी-कभी यह अविश्वसनीय परिणाम देता है।
3. अलग-अलग माध्यों से अलग-अलग विचलन प्राप्त होने के कारण इसमें समानता का अभाव पाया जाता है।

व्यावहारिक रूप में माध्य विचलन की अपेक्षा प्रमाप विचलन (Standard Deviation) अधिक प्रचलित है।

अभ्यास प्रश्न

1. माध्य विचलन से आप क्या समझते हैं ?
2. चतुर्थांक विचलन तथा माध्य विचलन के मध्य अंतर स्पष्ट करें ?
3. चतुर्थांक विचलन से क्या समझते हैं ? इसके परिकलन का सूत्र लिखें|
4. माध्य विचलन के किन्हीं दो दोषों को लिखें |

4.10 प्रमाप विचलन (Standard Deviation)

प्रमाप विचलन के विचार का प्रतिपादन कार्ल पियर्सन ने 1893 ई0 में किया था। यह अपकिरण को मापने की सबसे अधिक लोकप्रिय और वैज्ञानिक रीति है। प्रमाप विचलन की गणना केवल समान्तर

माध्य के प्रयोग से ही की जाती है। किसी समंक समूह का प्रमाप विचलन निकालने हेतु उस समूह के समान्तर माध्य से विभिन्न पद मूल्यों के विचलन ज्ञात किये जाते हैं। माध्य विचलन की भांति विचलन लेते समय बीजगणितीय चिन्हों को छोड़ा नहीं जाता है। इन विचलनों के वर्ग ज्ञात कर लिए जाते हैं। प्राप्त वर्गों के योग में कुल मदों की संख्या का भाग देकर वर्गमूल निकाल लेते हैं। इस प्रकार जो अंक प्राप्त होता है उसे प्रमाप विचलन कहते हैं। वर्गमूल से पूर्व जो मूल्य आता है, उसे अपकिरण की द्वितीय घात या विचरणांक अथवा प्रसरण (Variance) कहते हैं। अत: प्रमाप विचलन समान्तर माध्य से समंक श्रेणी के विभिन्न पद मूल्यों के विचलनों के वर्गों के माध्य का वर्गमूल होता है। (Standard Deviation is the square root of the Arithmetic Mean of the squares of all deviations being measured from the Arithmetic mean of the observations).

प्रमाप विचलन का संकेताक्षर ग्रीक भाषा का छोटा अक्षर (Small Sigma) σ होता है। प्रमाप विचलन को मध्यक विभ्रम (Mean Error), मध्यक वर्ग विभ्रम (Mean Square Error) या मूल मध्यक वर्ग विचलन (Root Mean Square Deviation) आदि अनेक नामों से भी सम्बोधित किया जाता है।

प्रमाप विचलन का गुणांक (Coefficient of Standard Deviation) दो श्रेणियों की तुलना के लिए प्रमाप विचलन का सापेक्ष माप (Relative Measure of Standard Deviation) ज्ञात किया जाता है जिसे प्रमाप विचलन गुणांक (Coefficient of Standard Deviation) कहते हैं। प्रमाप विचलन में समान्तर माध्य $(\overline{X})$ से भाग देने से प्रमाप विचलन का गुणांक प्राप्त हो जाता है।

प्रमाप विचलन का गुणांक (Coefficient of S.D.) = $\frac{\sigma}{X}$ or $\frac{S.D.}{Mean}$

प्रमाप विचलन की परिगणना (Calculation of Standard Deviation):-

i. खण्डित श्रेणी में प्रमाप विचलन की गणना (Calculation of S.D. in Discrete Series)

a. प्रत्यक्ष विधि (Direct Method)

$$\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma fd^2}{N}}$$

b. लघु रीति (Short-cut Method) = $\sigma \sqrt{\frac{\Sigma fd^2x}{N} - \left(\frac{\Sigma fdx}{N}\right)^2}$

उदाहरण 06:- निम्न समंको से प्रमाप विचलन की परिगणना कीजिए।

अंक (X)	1	2	3	4	5	6	7	Total
बारंबारता (f)	1	5	11	15	13	4	1	50

हल:- प्रत्यक्ष विधि से प्रमाप विचलन की परिगणना

अंक X	**बारंबारता (f)**	**4 से विचलन d** $d = x-\bar{x}$	**विचलन का वर्ग** d^2	**विचलन का वर्ग व बारंबारता का गुणन** fd^2	**अंक व बारंबारता का गुणन fx**
1	1	-3	9	9	1
2	5	-2	4	20	10
3	11	-1	1	11	33
4	15	0	0	0	60
5	13	1	1	13	65
6	4	2	4	16	24
7	1	3	9	9	7
Total	50		28	78	200

$$X = \frac{\Sigma fx}{N} = \frac{200}{50} = 4$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma fd^2}{N}} \text{ or } \sqrt{\frac{78}{50}} = \sqrt{1.50} = 1.25$$ अत: SD=1.25

लघु रीति (Short-cut Method) से प्रमाप विचलन की परिगणना :

X	F	dx(A=3)	fdx	fdx X dx (fdx^2)
1	1	-2	-2	4
2	5	-1	-5	5
3	11	0	0	0
4	15	+1	15	15
5	13	+2	26	52
6	4	+3	12	36
7	1	+4	4	16
Total	50		50	120

$$\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma fd^2 x}{N} - \left(\frac{\Sigma fdx}{N}\right)^2}$$

$$= \sqrt{\frac{120}{50} - \left(\frac{50}{50}\right)^2}$$

$$= \sqrt{2.56 - (1)^2}$$

$$= \sqrt{2.56 - 1}$$

$$= 1.25$$

सतत श्रेणी में (Continuous Series) में प्रमाप विचलन

(A) प्रत्यक्ष रीति $= \sigma = \sqrt{\frac{\Sigma fd^2}{N}}$

(B) लघु रीति $= \sigma = \sqrt{\frac{\Sigma fd^2 x}{N} - \left(\frac{\Sigma fdx}{N}\right)^2}$

उदाहरण 07:- निम्न समंको से प्रमाप विचलन तथा उनके गुणांक की परिगणना कीजिए।

कुल अंकों में प्राप्तांक:-	0-2	2-4	4-6	6-8	8-10	Total
छात्रों की संख्या:-	2	5	15	7	1	30

Marks	No. of Students	M.V.	Deviation from $\overline{X}$ = S	Square of Deviations	Product of f x d^2	frequency X Value	Square of M.V.	Product of f and X^2
X	**f**	**X**	**d**	**d^2**	**fd^2**	**fX**	**X^2**	**fx^2**
0-2	2	1	-4	16	32	2	1	2
2-4	5	3	-2	4	20	15	9	45
4-6	15	5	0	0	0	75	25	375
6-8	7	7	2	4	28	49	49	343
8-10	1	9	4	16	16	9	81	81

Total	**30**	**-**	**-**	**40**	**96**	**150**	**165**	**846**

$$X = \frac{\Sigma fx}{N} = \frac{150}{30} = 5 Marks; \sigma = \sqrt{\frac{\Sigma fd^2}{N}} = \sqrt{\frac{96}{30}} = 1.79$$

$$\text{Coefficient of } \sigma = \frac{\sigma}{X} = \frac{1.79}{5} = or 0.36$$

लघु रीति से प्रमाप विचलन का परिकलन

X	M.V. (X)	No. of f	Dx A=7	f d x	fdx Xdx	X^2	fX^2
0-2	1	2	-6	-12	72	1	2
2-4	3	5	-4	-20	80	9	45
4-6	5	15	-2	-30	60	25	375
6-8	7	7	0	0	0	49	343
8-10	9	1	2	2	4	81	81
Total	-	30	-10	-60	216	165	846

$$\overline{X} = A + \frac{\Sigma fdx}{N} = 7 + \frac{-60}{30} = 7 - 2 = 5 \text{ Marks}$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma fd^2x}{N} - \left(\frac{\Sigma fdx}{N}\right)^2} = \sqrt{\frac{216}{30} - \left(\frac{-60}{30}\right)^2}$$

$$= \sqrt{7.20 - (-2)^2} = \sqrt{3.2} = 1.79 \text{ Marks}$$

प्रमाप विचलन की गणितीय विशेषताएं (Mathematical Properties of Standard Deviation):-

1. एक से अधिक श्रेणियों के आधार पर विभिन्न प्रमाप विचलनों से सम्पूर्ण श्रेणियों का सामूहिक प्रमाप विचलन निकाला जा सकता है।
2. यदि दो श्रेणियों के मदों की संख्या व समान्तर माध्य समान हों तो सम्पूर्ण श्रेणी का प्रमाप विचलन निम्न सूत्र द्वारा ज्ञात किया जा सकता है:- $\sigma_{12} = \sqrt{\frac{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}{2}}$
3. क्रमानुसार प्राकृतिक संख्याओं का प्रमाप विचलन ज्ञात करने हेतु निम्न सूत्र का प्रयोग किया जा सकता है:- $\sigma = \sqrt{\frac{1}{12}(N^2 - 1)}$

4. प्रमाप विचलन का सामान्य वक्र (Normal Crave) के क्षेत्रफल से एक विशिष्ट संबंध होता है।

$$\overline{X} \pm \sigma = \quad 68.26\%$$

$$\overline{X} \pm 2\sigma = \quad 95.44\%$$

$$\overline{X} \pm 3\sigma = \quad 99.76\%$$

प्रमाप विचलन के गुण (Merits of Standard Deviation):-

1. प्रमाप विचलन श्रेणी के समस्त पदों पर आधारित होता है।
2. प्रमाप विचलन की स्पष्ट एवं निश्चित माप है।
3. प्रमाप विचलन की गणना के लिए विचलनों के वर्ग बनाये जाते हैं फलस्वरूप सभी पद धनात्मक हो जाते हैं। अत: इसका अग्रिम विवेचन भी किया जा सकता है।
4. प्रमाप विचलन पर आकस्मिक परिवर्तनों का सबसे कम प्रमाप पड़ता है।
5. विभिन्न श्रेणियों के विचरणशीलता की तुलना करने, मापों की अर्थपूर्णता की जॉच करने, वितरण की सीमाएं निर्धारित करने आदि में प्रमाप विचलन, अपकिरण का सर्वश्रेष्ठ माप माना जाता है।
6. निर्वचन की सुविधा के कारण श्रेणी की आकृति को समझना सरल होता है।

प्रमाप विचलन के दोष (Demerits) :-

1. प्रमाप विचलन की परिगणना क्रिया अपेक्षाकृत कठिन व जटिल है।
2. प्रमाप विचलन पर चरम पदों का अधिक प्रभाव पड़ता है।

4.11 प्रसरण

मानक विचलन के वर्ग को प्रसरण कहते हैं | प्रसरण विचरणशीलता का एक सर्वशुद्ध मापक है| मानक अथवा प्रमाप विचलन का परिकलन समान्तर माध्य के माध्यम से की जाती है। किसी समंक समूह का मानक विचलन निकालने हेतु उस समूह के समान्तर माध्य से विभिन्न पद मूल्यों के विचलन ज्ञात किये जाते हैं। माध्य विचलन की तत्पश्चात इन विचलनों के वर्ग ज्ञात कर लिए जाते हैं। प्राप्त वर्गों के योग में कुल मदों की संख्या का भाग देकर वर्गमूल निकाल लेते हैं। इस प्रकार जो अंक प्राप्त होता है उसे मानक विचलन कहते हैं। **वर्गमूल से पूर्व जो मूल्य आता है, उसे अपकिरण की द्वितीय घात या विचरणांक अथवा प्रसरण (Variance) कहते हैं।** अत: प्रसरण समान्तर माध्य से समंक श्रेणी के विभिन्न पद मूल्यों के विचलनों के वर्गों के माध्य का वर्ग होता है। (Variance is the square of the Arithmetic Mean of the squares of all deviations being measured from the Arithmetic mean of the observations).

दूसरे शब्दों में, प्रायिकता सिद्धांत तथा सांख्यिकी में, प्रसरण यह मापता है कि कोई संख्याओं का समूह का फैलाव क्या है| शून्य प्रसरण का अर्थ है कि उस समूह के सभी मूल्य सामान हैं| प्रसरण का मान हमेशा धनात्मक होता है: प्रसरण का छोटा मान यह दर्शाता है कि आंकड़ों के समूह के सभी

मान मध्यमान के मान के काफी करीब है अर्थात आंकड़ों के समूह के सभी मान आपस में समरूप हैं अर्थात विषमता के मात्रा न्यून है, इसके विपरीत प्रसरण का बड़ा मान यह दर्शाता है कि आंकड़ों के समूह के सभी मान मध्यमान के मान के काफी दूर हैं अर्थात आंकड़ों के समूह के सभी मान आपस में समरूप नहीं हैं अर्थात विषमता की मात्रा अधिक है | (In probability theory and statistics, **variance** measures how far a set of numbers is spread out. A variance of zero indicates that all the values are identical. Variance is always non-negative: a small variance indicates that the data points tend to be very close to the mean (expected value) and hence to each other, while a high variance indicates that the data points are very spread out around the mean and from each other.)

4.12 विचरण गुणांक (Coefficient of Variation)

दो या दो से अधिक श्रेणियों में अपकिरण की मात्रा की तुलना करने के लिए विचरण-गुणांक का प्रयोग किया जाता है। विचरण-गुणांक ज्ञात करने हेतु प्रमाप विचलन के गुणांक को 100 से गुणा कर देते हैं तो विचरण गुणांक कहलाता है।

विचरण गुणांक (Coefficient of Variation) = $\frac{\sigma}{X} X100$

विचरण गुणांक एक सापेक्ष माप है। इसका प्रतिपादन कार्ल पियर्सन ने 1895 में किया था। अत: इसे कार्ल पियर्सन का विचरण गुणांक भी कहते हैं। कार्ल पियर्सन के अनुसार "विचरण गुणांक माध्य में होने वाला प्रतिशत विचरण है, जबकि प्रमाप विचलन को माध्य में होने वाला सम्पूर्ण विचरण माना जाता है।" इसका प्रयोग दो समूहों की अस्थिरता (Variability), सजातीयता (Homogeneity), स्थिरता (Stability) तथा संगति (Consistency) की तुलना के लिए किया जाता है। जिस श्रेणी में विचरण गुणांक कम होता है वह श्रेणी उस श्रेणी से अधिक स्थिर (संगत) होती है, जिसमें विचरण गुणांक अधिक होता है।

4.13 अपकिरण के विभिन्न मापों के मध्य संबंध (Relationship among different measures of Dispersion)

यदि आवृत्ति बंटन सममित अथवा कुछ असममित हो तो अपकिरण के विभिन्न मापों में संबंध निम्नवत पाया जाता है:-

1. Range = 4 to 6 times of $\sigma(S.D.)$
2. Q.D. $= \frac{2}{3}$ of $\sigma(S.D.)$ or $\sigma(S.D.) = \frac{3}{2}$ of Q.D.
3. Q.D. $= \frac{5}{6}$ of $\delta(M.D.) = \frac{6}{5}$ of Q.D.
4. δ (M.D.) $= \frac{4}{5}$ of $\sigma(S.D.)$ or $\sigma(S.D.) = \frac{5}{4}$ of δ (M.D.)

5. 6 $\sigma(S.D.)$ = 9 Q. D. = 7.5 δ (M.D.)

6. P.E. (Probable Error) = .6745 or $\frac{2}{3}$ of $\sigma(S.D.)$

अभ्यास प्रश्न

1. प्रमाप विचलन से आप क्या समझते हैं ?
2. प्रमाप विचलन तथा माध्य विचलन के मध्य अंतर स्पष्ट करें ?
3. प्रसरण से आप क्या समझते हैं ? इसके परिकलन का सूत्र लिखें |
4. प्रमाप विचलन के किन्हीं गुणों को लिखें |

4.14 सारांश

सांख्यिकीय विश्लेषण की शुद्धता के लिए विचरणशीलता के मापक को समझना अत्यंत आवश्यक है। प्रस्तुत इकाई में आप विचरणशीलता के मापको, चतुर्थांक, शतांक तथा प्रमुख सांख्यिकियों के प्रमाप त्रुटियों का अध्ययन किया | इस भाग में इन सभी अवधारणाओं का संक्षिप्त विवरण दिया जा रहा है |

विचरणशीलता अथवा अपकिरण का अर्थ फैलाव, विखराव या प्रसार है। अपकिरण किसी श्रेणी के पद-मूल्यों के विखराव या विचरण की सीमा बताता है। जिस सीमा तक व्यक्तिगत पद मूल्यों में भिन्नता होती है, उसके माप को अपकिरण कहते हैं। अपकिरण को विभिन्न तरीके से ज्ञात किया जा सकता है जो निम्नवत है-

1. **परास (Range):** किसी समंक श्रेणी में सबसे अधिक मूल्य (H) और सबसे छोटे मूल्य या न्यूनतम मूल्य (L) के अन्तर को परास कहते हैं।
2. **चतुर्थांक विचलन (Quartile Deviation):** चतुर्थांक विचलन श्रेणी के चतुर्थांक मूल्यों पर आधारित अपकिरण का एक माप है। यह श्रेणी के तृतीय व प्रथम चतुर्थांक के अन्तर का आधा होता है। इसलिए इसे अर्द्ध अन्तर-चतुर्थांक परास भी कहते हैं। यदि कोई श्रेणी नियमित अथवा सममितीय हो तो मध्यक (M) , तृतीय चतुर्थांक (Q_3) तथा प्रथम चतुर्थांक (Q_1) के ठीक बीच होगा।
3. **माध्य विचलन (Mean Deviation):** माध्य विचलन श्रेणी के सभी पदों के विचलनों का माध्य होता है। ये विचलन बहुलक, मध्यका या समान्तर माध्य किसी भी एक माध्य से लिये जा सकते हैं। इसमें बीजगणितीय चिन्हों को छोड़कर दिया जाता है। इस प्रकार माध्य विचलन केन्द्रीय प्रवृत्ति के किसी भी माप (समान्तर माध्य, मध्यका या बहुलक आदि) से श्रेणी के विभिन्न पदों के निरपेक्ष विचलन का माध्य है। बीजगणितीय चिन्ह + और – पर स्थान न देकर सभी विचलनों को धनात्मक माना जाता है। इस प्रकार प्राप्त विचलनों को जोड़कर मदों की कुल संख्याओं से भाग देने पर जो संख्या प्राप्त होती है उसे माध्य विचलन कहते हैं। माध्य विचलन जितना अधिक होता है उस श्रेणी में अपकिरण या फैलाव उतना ही अधिक होता है।
4. **प्रमाप विचलन (Standard Deviation):** प्रमाप विचलन की गणना केवल समान्तर माध्य के प्रयोग से ही की जाती है। किसी समंक समूह का प्रमाप विचलन निकालने हेतु

उस समूह के समान्तर माध्य से विभिन्न पद मूल्यों के विचलन ज्ञात किये जाते हैं। माध्य विचलन की भांति विचलन लेते समय बीजगणितीय चिन्हों को छोड़ा नहीं जाता है। इन विचलनों के वर्ग ज्ञात कर लिए जाते हैं। प्राप्त वर्गों के योग में कुल मदों की संख्या का भाग देकर वर्गमूल निकाल लेते हैं। इस प्रकार जो अंक प्राप्त होता है उसे प्रमाप विचलन कहते हैं।

4.15 शब्दावली

- **विचरणशीलता (Dispersion)**: विचरणशीलता अथवा अपकिरण का अर्थ फैलाव, विखराव या प्रसार है। अपकिरण किसी श्रेणी के पद-मूल्यों के विखराव या विचरण की सीमा बताता है। जिस सीमा तक व्यक्तिगत पद मूल्यों में भिन्नता होती है, उसके माप को अपकिरण कहते हैं।
- **परास (Range):** किसी समंक श्रेणी में सबसे अधिक मूल्य (H) और सबसे छोटे मूल्य या न्यूनतम मूल्य (L) के अन्तर को परास कहते हैं।
- **चतुर्थांक विचलन (Quartile Deviation):** चतुर्थांक विचलन श्रेणी के चतुर्थांक मूल्यों पर आधारित अपकिरण का एक माप है। यह श्रेणी के तृतीय व प्रथम चतुर्थांक के अन्तर का आधा होता है।
- **माध्य विचलन (Mean Deviation):** माध्य विचलन श्रेणी के सभी पदों के विचलनों का माध्य होता है। इसमें बीजगणितीय चिन्हों को छोड़कर दिया जाता है। माध्य विचलन केन्द्रीय प्रवृत्ति के किसी भी माप (समान्तर माध्य, मध्यका या बहुलक आदि) से श्रेणी के विभिन्न पदों के निरपेक्ष विचलन का माध्य है।
- **प्रमाप विचलन (Standard Deviation):** किसी समंक समूह का प्रमाप विचलन उस समूह के समान्तर माध्य से विभिन्न पद मूल्यों का विचलन होता है | इन विचलनों के वर्ग ज्ञात कर लिए जाते हैं। प्राप्त वर्गों के योग में कुल मदों की संख्या का भाग देकर वर्गमूल निकाल लेते हैं। इस प्रकार जो अंक प्राप्त होता है उसे प्रमाप विचलन कहते हैं।
- **प्रसरण (Variance):** अपकिरण की द्वितीय घात या विचरणांक को प्रसरण (Variance) कहते हैं। अत: प्रसरण समान्तर माध्य से समंक श्रेणी के विभिन्न पद मूल्यों के विचलनों के वर्गों के माध्य का वर्ग होता है।
- **विचरण गुणांक (Coefficient of Variation):** विचरण-गुणांक ज्ञात करने हेतु प्रमाप विचलन के गुणांक को 100 से गुणा कर देते हैं तो विचरण गुणांक कहलाता है। दो या दो से अधिक श्रेणियों में अपकिरण की मात्रा की तुलना करने के लिए विचरण-गुणांक का प्रयोग किया जाता है।

4.16 निबंधात्मक प्रश्न

1. विचरणशीलता अथवा अपकिरण का अर्थ स्पष्ट कीजिए तथा विचरणशीलता के महत्व का वर्णन कीजिए |

2. विचरणशीलता के विभिन्न मापको की तुलना कीजिए |

3. प्रमाप त्रुटि का अर्थ स्पष्ट कीजिए तथा इसके महत्व का वर्णन कीजिए |

4. निम्न समंको के आधार पर चतुर्थांक विचलन एवं उसका गुणांक ज्ञात कीजिए। From the following data find Quartile Deviation and its Coefficient. (उत्तर Q_1=4.13, Q_3= 7.11, Q.D.= 1.49, गुणांक=0.27)

अंक (X)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
बारंबारता (f)	2	9	11	14	20	24	20	16	5	2

5. निम्न समंको से माध्य विचलन की परिगणना कीजिए। (उत्तर 12.19)

अंक (X)	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60
बांरबारता (f)	10	12	25	35	45	50

6. निम्न समंको से प्रमाप विचलन तथा उसका गुणक की परिगणना कीजिए। (उत्तर: प्रमाप विचलन= 13.91 गुणक=0.57)

अंक (X)	0	10	20	30	40
बांरबारता (f)	80	60	50	35	10

4.17 संदर्भ ग्रन्थ सूची/ पाठ्य सामग्री (References/ Useful Readings)

- Garret, H.E. (1972). Statistics in Psychology and Education, New York, Vakils, Feffers and Simans Pvt. Ltd.
- Best, John W. & Kahn (2008). Research in Education, New Delhi, PHI.

- Koul, Lokesh (2002). Methodology of Educational Research New Delhi, Vikas Publishing Pvt. Ltd.
- Karlinger, Fred N. (2002). Foundations of Behavioural Research, New Delhi, Surjeet Publications.
- गुप्ता, एस०पी० (2008) : मापन एवं मूल्यांकन, इलाहाबाद, शारदा पब्लिकेशन
- सिंह, ए०के० (2007) : मनोविज्ञान, समाजशास्त्र तथा शिक्षा में शोध विधियॉं, नई दिल्ली, मोतीलाल बनारसी दास
- शर्मा, आर०ए० (2001) :शिक्षा अनुसंधान के मूल तत्व एवं शोध प्रक्रिया, मेरठ, आर०लाल० पब्लिकेशन्स

इकाई-5

सामान्य वितरण: सम्भाव्यता की अवधारणा, सामान्य वितरण वक्र की विशेषताएँ, विषमता एवं कुकुदता तथा सामान्य वितरण वक्र के अनुप्रयोग

Normal Distribution: Concept of Probability, Characteristics of Normal Probability Curve, Skewness, Kurtosis and Applications of Normal Probability Curve

इकाइ की रूपरेखा

5.1 प्रस्तावना

5.2 उद्देश्य

5.3 संभाव्यता की अवधारणा

5.4 सामान्य सम्भाव्यता वक्र की विशेषताएँ

5.5 विषमता

5.6 कुकुदता

5.7 सामान्य सम्भाव्यता वक्र के अनुप्रयोग

5.8 सारांश

5.9 शब्दावली

5.10 सन्दर्भ ग्रन्थ सूची

5.11 निबन्धात्मक प्रश्न

5.1 प्रस्तावना

इस इकाई से पूर्व आपने विचरण शीलता का अर्थ, प्रकार तथा इस सांख्यिकी के विभिन्न उपयोगों का अध्ययन किया| मनोवैज्ञानिक शोध में सांख्यिकी को प्रयोग करने हेतु आपको आंकड़ों के वितरण के स्वरुप को समझना बहुत ही आवश्यक है | प्रस्तुत इकाई में आंकड़ों के वितरण का व्यावहारिक विज्ञान में प्रयुक्त होने वाले एक जो सामान्य प्रकार होता है जिसे सामान्य वितरण (Normal distribution) कहा जाता है, का विस्तृत अध्ययन करेंगे। इस इकाई के माध्यम से आप सम्भाव्यता का अर्थ, सम्भाव्यता वक्र का अर्थ, सामान्य सम्भाव्यता वक्र तथा उसकी विशेषताओं, विषमता, कुकुद्ता तथा , सम्भाव्यता वक्र के अनुपयोग का आप अध्ययन करेंगे।

5.2 उद्देश्य

इस इकाई का अध्ययन करने के उपरान्त आप-

- संभाव्यता का अर्थ समझ सकेंगे।
- सामान्य सम्भाव्यता वक्र की अवधारणा को समझ सकेंगे।
- सामान्य सम्भाव्यता वक्र की विशेषताओं को समझ सकेंगे।
- विषमता तथा कुकुद्ता की अवधारणा को समझ सकेंगे|
- सामान्य सम्भाव्यता वक्र के अनुप्रयोगों को समझ सकेंगे|

5.3 सम्भाव्यता का अर्थ (Meaning of Probability)

संभावना सिद्धान्त को समझने के लिए हम सट्टेबाजों (Gamblers) का उदाहरण ले सकते हैं। एक सट्टेबाज लगातार हारने के बावजूद भी अन्त तक इसी आशा (संभावना) के सहारे खेलता रहता है कि न जाने कब उसकी हार जीत में बदल जाये। दूसरे शब्दों में, वह खेल इस दृष्टिकोण को ध्यान मे रखकर खेलता है कि उसके हारने एवं जीतने की संभावनाएं बराबर - बराबर हैं। यही विचारधारा एक प्रबल सम्बल बनी रहती है। यही कारण है कि कुछ लोग प्रायिकता के सिद्धान्त को सट्टेबाजों का सिद्धान्त (Gambler's Theory) भी कहते हैं।

सिद्धान्त के सामान्यीकरण की दृष्टि से, मान लीजिये किसी अमुक घटना के घटित होने के तरीके 'A' है तथा उसी घटना के घटित न होने के तरीके 'B' हैं तो ऐसी स्थिति में उस घटना के घटित होने की संभावना (Probability)

A के घटित होने की संभावना $= \frac{A}{A+B}$ B के घटित होने की संभावना $= \frac{B}{A+B}$ होगी।

अग्रलिखित उदाहरण इस सिद्धान्त के प्रमाणस्वरूप माने जा सकते हैं -

1. यदि हम एक सिक्के को बार बार उछालें तो उस सिक्के के चित (Head) तथा (Tail) गिरने की संभावना 50-50 प्रतिशत होगी। दूसरे शब्दों में, सिक्के के चित्त गिरने की संभावना $\frac{1}{2}$ सिक्के के पट गिरने की संभावना $= \frac{1}{2}$ होगी। ऐसा इसलिये होता है क्योकि सिक्के की दो सतह होती है। Binomial Theorem के आधार पर घटनाओं के घटित होने की संभावना निर्धारित की जाती है। H तथा T के इन समस्त योगों एवं उनकी संभावनाओं को ग्राफ पेपर पर प्रदर्शित करने पर सम संभावना हिस्टोग्राम (Normal Probability Histogram) प्राप्त होता है। इस हिस्टोग्राम में बीच में सबसे बडी संभावना संख्या स्थित होती है तथा इनके दोनों और संख्याओं का वितरण समान होता है। इसलिये इस वक्र को सम संभावना वक्र (Normal Probability Curve) कहरते है। संभावना वक्र(Prpbability Curve) इसे इसलिये कहते हैं क्योकि यह

घटनाओं के योगों एवं उनकी संभावनाओं (Normal Distribution) की व्याख्या की जाती है तथा उसका प्रयोग होता है।

2. यदि हम एक आयत (Four sided figure) को अनियमित रूप से बार बार उछालें तो प्रत्येक सतह के ऊपर आने की संभावना $\frac{1}{4}$ होगी, क्योंकि आयत की चार सतहें होती है।

3. मान लीजिये 50 छात्रों की एक कक्षा में 5 पुरस्कार वितरित करने हैं तो इस स्थिति में प्रत्येक छात्र को पुरस्कार मिलने की संभावना (पुरस्कार मिलने की संभावना $= \frac{5}{50}$ ½ पुरस्कार न मिलने की संभावना $=$ ¼ $\frac{45}{50}$) होगी।

4. इसी प्रकार यदि ताश की गड्डी में से एक पत्ता हम आंख मूंद कर खींच लें और यह जानना चाहें कि इस पत्ते के बादशाह होने की संभावना क्या है तो संभावना सिद्धान्त के अनुसार यह ($\frac{4}{52}$) होगी, क्योंकि ताश की गड्डी में कुल 52 पत्ते होंगे तथा कुल चार रंगों के बादशाह होंगे।

   अब यदि आपसे यह पूछा जाये कि इन चार बादशाहों में हुक्म के बादशाह होने की संभावना क्या है तो यह $\left(\frac{1}{52}\right)$ होगी, क्योंकि ताश की गड्डी में हुक्म का बादशाह केवल एक ही होता है।

   उपरोक्त उदाहरणों से स्पष्ट हैं कि यदि हम प्रत्येक स्थिति में घटना के घटित होने तथा घटिन होने की संभावनाओं को जोड़े तो यह हमेशा 1 की आयेगा। जैसे -

$$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}=\frac{2}{2}=1(Example1)$$
$$\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{1}{4}=\frac{4}{4}=1(Example2)$$
$$\frac{5}{50}+\frac{45}{50}=\frac{50}{50}=1(Example3)$$
$$\frac{4}{52}+\frac{48}{52}=\frac{52}{52}=1(Example4)$$
$$\frac{A}{A+B}+\frac{B}{A+B}=\frac{A+B}{A+B}=1(General\ Example)$$

निष्कर्ष रूप में हम कह सकते हैं कि अगर किसी घटना के घटित होने की संभावना 'P'है तो उसी घटना के घटित न होने की संभावना '1-P'होगी, क्योंकि P+Q = 1 अर्थात घटित होने की संभावना + घटित न होने की संभावना = 1 अब यदि हम दो सिक्कों को एक साथ्ज्ञ बार बार उछालें तो निम्न चार प्रकार के संयोगों (Combinations) की संभावना हो सकती है। (प्रत्येक सिक्के की Head तथा Tail दो सतह मानकर)

$$\underbrace{\overset{(1)(2)}{HH}}_{(1)} \quad \underbrace{\overset{(1)(2)}{HT}}_{(2)} \quad \underbrace{\overset{(1)(2)}{TH}}_{(3)} \quad \underbrace{\overset{(1)(2)}{TT}}_{(4)}$$

अर्थात H एवं H अथवा $(H)^2$ आने की संभावना $= \left(\frac{1}{4}\right)$

एक H तथा एक T आने की संभावना $= \left(\frac{2}{4}\right)$

T एवं T अथवा $(T)^2$ आने की संभावना $= \left(\frac{1}{4}\right)$

उपरोक्त सभी संभावनाओं को जोड़ने पर निम्न समीकरण (Equation) प्राप्त होती है -

$$H^2 + 2HT + T^2 = (H+T)^2$$

इसी प्रकार, यदि हम तीन सिक्कों को एक साथ बार बार उछालें (Toss) तो निम्न प्रकार के संयोगों (Combinations) की संभावना बनती है -

$$\underbrace{\overset{(1)(2)(3)}{HHH}}_{(1)} \quad \underbrace{\overset{(1)(2)(3)}{HHT}}_{(2)} \quad \underbrace{\overset{(1)(2)(3)}{HTH}}_{(3)} \quad \underbrace{\overset{(1)(2)(3)}{THH}}_{(4)} \quad \underbrace{\overset{(1)(2)(3)}{HTT}}_{(5)} \quad \underbrace{\overset{(1)(2)(3)}{THT}}_{(6)} \quad \underbrace{\overset{(1)(2)(3)}{TTH}}_{(7)} \quad \underbrace{\overset{(1)(2)(3)}{TTT}}_{(8)}$$

अर्थात तीनों H अथवा H^3 आने की संभावना $= \left(\frac{1}{8}\right)$

दो H तथा एक T अथवा 3 H^2T की संभावना $= \left(\frac{3}{8}\right)(2+3+4)$

दो T तथा एक H अथवा 3 HT^2 आने की संभावना $= \left(\frac{3}{8}\right)(5+6+7)$

तीनों T अथवा T^3 आने की संभावना $= \left(\frac{1}{8}\right)$

उपरोक्त सभी संभावनाओं को जोड़ने पर निम्न समीकारण प्राप्त होती है तथा इसका योग 1 आता है -

$$H^3 + 3H^2T + 3HT^2 + T_3 = (H+T)^3$$

$$\frac{1}{8} + \frac{3}{8} + \frac{3}{8} + \frac{1}{8} = \frac{8}{8} = 1$$

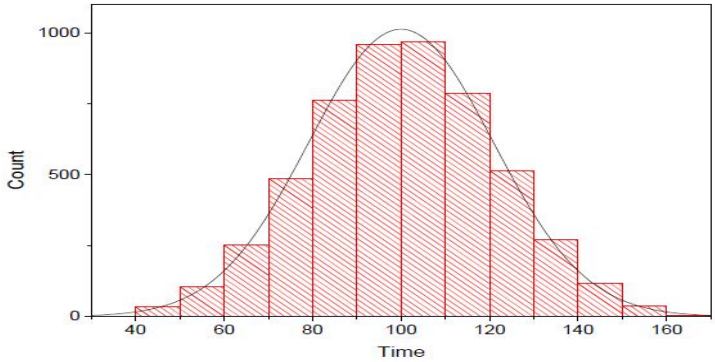
इसी प्रकार यदि 10 सिक्के एक साथ बार बार उछालें तो 'H' तथा 'T' के योग तथा उनकी संभावनायें (Probability) $(H+T)^{10} = 1$ का विस्तार रूप (Expansion) होगी, अर्थात -

$H^{10} + 10H^9T + 45H^8T^2 + 12H^7T^3 + 21H^6T^4 + 14H^5T^5 + 210H^4T^6$

$12H^3T^7 + 45H^2T^8 + 10HT^9 + T^{10} = 1$

अर्थात घटनाओं के घटित होने के कुल तरीके 1+10+45+120+210+25+210+120+45+10+1 = 1024 होंगे। यदि उपर्युक्त द्विपद विस्तार

के आधार पर एक हिस्टोग्राम वक्र निर्मित कर सभी आयतों के मध्यबिंदु को मिलाया जाय तो सामान्य सम्भाव्यता वक्र (Normal Probability Curve) का निर्माण हो जाएगा।



5.4 प्रसामान्य/सामान्य संभाव्यता वक्र की विशेषताएँ(Charecteristics of Normal Probability Curve)

सामान्य-वितरण वक्र का प्रत्यय संभावना सिद्धान्त (Theory of Probability) पर आधारित है जो कि मात्र सांख्यिकी का ही एक महत्वपूर्ण अंग नहीं है वरन् वैज्ञानिक दृष्टि से भी इसकी उपयोगिता को कम नहीं आंका जा सकता है। इस प्रकार वर्तमान समय में सामान्य वितरण वक्र का प्रयोग भौतिक विज्ञान, जीव-विज्ञान तथा खगोल शास्त्र के अतिरिक्त सामाजिक विज्ञानों के अन्तर्गत मनोविज्ञान व शिक्षाशास्त्र के क्षेत्रों में होने लगा है। इन क्षेत्रों में प्रतिदर्श के सिद्धान्त के आधार पर अनुमानात्मक सांख्यिकी का प्रयोग कर महत्वपूर्ण निष्कर्ष प्राप्त किये जा रहे हैं।

स्विट्जरलैण्ड के गणितज्ञ बरनोली (Bernolli 1964-1705) का विचार था कि सामान्य वितरण वक्र द्वारा आर्थिक तथा नैतिक आदि कारको का अध्ययन किया जा सकता है। फ्रांसीसी खगोलशास्त्री लाप्लास (Laplace, 1749-1827) द्वारा सामान्य वितरण वक्र के आधार पर सम्भाविता के नियम का उल्लेख किया गया।

कार्ल पीयर्सन के अनुसार सर्वप्रथम **1733** में गणितशास्त्री अब्राहम डी मोइवर (Abraham De Moivre 1677-1754) द्वारा इस वक्र का उपयोग संभाव्यता के खेल आदि से सम्बन्धित विभिन्न समस्याओं को हल करने के लिये किया, जो कि लन्दन के सट्टेबाजों (Gamblers) में लोकप्रिय हुआ। इस वक्र का प्रयोग सर्वप्रथम मोइवर ने किया अतः इसे **मोइवर वक्र** (Moivre's Curve) भी कहा जाता है।

जर्मन खगोलशास्त्री गौस (Gauss, 1777-1855) द्वारा सामान्य वितरण वक्र के द्वारा आकस्मिक त्रुटियों के आधार पर संयोग सिद्धान्त का प्रतिपादन किया, अतः सामान्य वितरण वक्र को **गौस का वक्र** भी कहा जाता है। तत्पश्चात बैल्जियम के सांख्यिकी विद्वान क्यूटले (Quetelet, 1796-1874) द्वारा सामान्य वितरण वक्र का प्रयोग निरीक्षण की त्रुटियों के अतिरिक्त समष्टि के विभिन्न कारको जैसे मानसिक तथा नैतिक शीलगुणों से सम्बन्धित विभिन्न क्षेत्रों में किया जा सकता है।

इस प्रकार वर्तमान समय में सामान्य वितरण वक्र का प्रयोग भौतिक विज्ञान, जीव-विज्ञान तथा खगोल शास्त्र के अतिरिक्त सामाजिक विज्ञानों के अन्तर्गत मनोविज्ञान व शिक्षाशास्त्र के क्षेत्रों में होने लगा है। इन क्षेत्रों में प्रतिदर्श के सिद्धान्त के आधार पर अनुमानात्मक सांख्यिकी का प्रयोग कर महत्वपूर्ण निष्कर्ष प्राप्त किये जा रहे हैं।

अर्थात प्रसामान्य वक्र से तात्पर्य वैसे वक्र से होता है, जिसके द्वारा प्रसामान्य वितरण (normal distribution) का प्रतिनिधित्व होता है। प्रसामान्य वितरण का अर्थ वैसे वितरण से होता है जिससे बहुत सारे मद/केसेज/इकाई (cases) मापनी के बीच में आते है तथा बहुत कम मद/केसेज/इकाई मापनी के ऊपरी छोर तथा बहुत कम केसेज मापनी के निचली छोर पर आते हैं। मनोविज्ञान तथा शिक्षा में अध्ययन किए जाने वाले अधिकतर चर (Variable) पर आये प्राप्तांक चूँकि प्रसामान्य रूप से वितरित होते हैं, अत: इस वक्र की उपयोगिता काफी अधिक है। बुद्धि, शाब्दिक बोध क्षमता (Verbal Comprehension ability) आदि कुछ ऐसे चर हैं, जो प्रसामान्य रूप से वितरित होते हैं। अत: इनसे बनने वाला वक्र प्रसामान्य वक्र होगा। प्रसामान्य वक्र को गणितीय समीकरण के रूप में निम्न प्रकार से व्यक्त किया जाता है।

$$y = \frac{N}{\sigma\sqrt{\pi}} \quad e^{-}\frac{x^2}{2\sigma^2}$$ **(Equation of the normal Probability Curve)**

जिसमें x = अंक (माध्य से विचलन के रूप में) x अक्ष पर रखा जाता है।

y = अक्ष के ऊपर वक्र की ऊँचाई जो x मान की बारंबारता को प्रदर्शित करता है।

N = केसेज की सख्या

σ = प्रमाप विचलन (वितरण का)

π = 3.1416

e = 2.7183

जब N और σ दिया रहता है तो किसी भी x मान के लिए बारंबारता (y) का मान उक्त समीकरण से ज्ञात किया जा सकता है।

प्रसामान्य वक्र की विशेषताओं (Features of a Normal Curve) को निम्न शब्दों में व्यक्त किया जा सकता है:

1. मानक प्रसामान्य वक्र का माध्य 0 होता है।
2. मानक प्रसामान्य वक्र का प्रमाप विचलन 1 होता है।
3. इसका शीर्ष बिन्दु शून्य पर स्थित होता है, क्योंकि इसका बहुलक शून्य ही है। इसका मध्यका भी शून्य होता है।
4. इसमें प्रसामान्य वक्र की अन्य सभी विशेषताएं होती हैं।

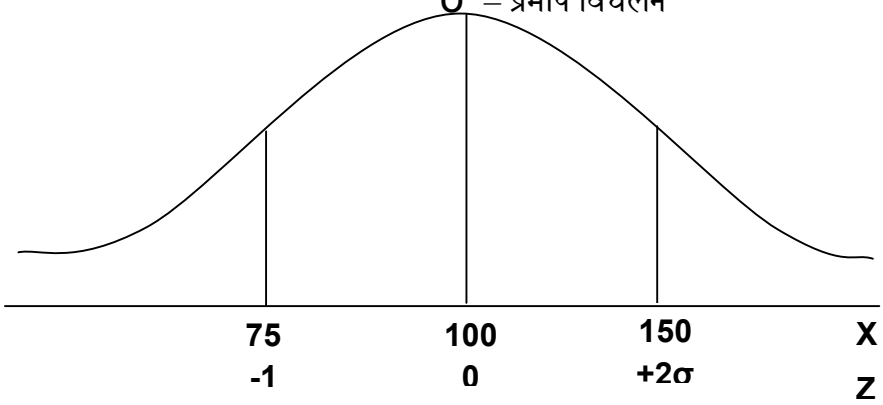
5. **Z रूपान्तरण (z-transformation):-** किसी दिये गये प्रसामान्य वक्र को मानक प्रसामान्य वक्र में परिवर्तित करने के लिए X चर को Z चर में परिवर्तित करने को Z रूपान्तरण (z-transformation) कहते हैं। Z रूपान्तरण करने पर समान्तर माध्य 0 तथा प्रमाप विचलन 1 हो जाता है।

   उदाहरणस्वरूप यदि किसी प्रसामान्य वक्र का माध्य 100 तथा प्रमाप विचलन 25 है तब 150 का अर्थ $Z = \frac{150-100}{25} = +2$ तथा 75 का अर्थ $\frac{75-100}{25} = -1$ होगा। इसका अर्थ है 150 समान्तर माध्य से Z प्रमाप विचलन आगे (दायीं ओर) है, जबकि 75 समान्तर माध्य से 1 प्रमाप विचलन (बायीं ओर) है।

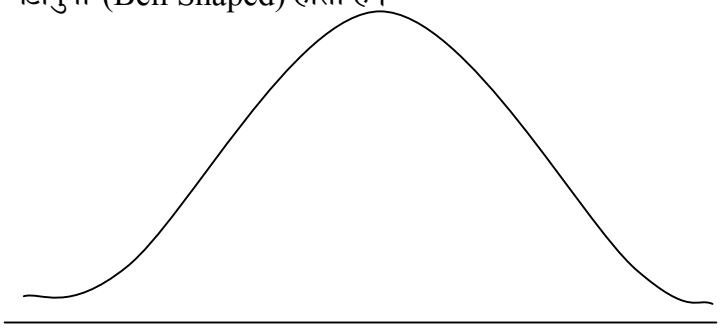
   Z रूपान्तरण का सूत्र- $\frac{X-\mu}{\sigma}$ X = कोई प्राप्तांक

   μ = माध्य

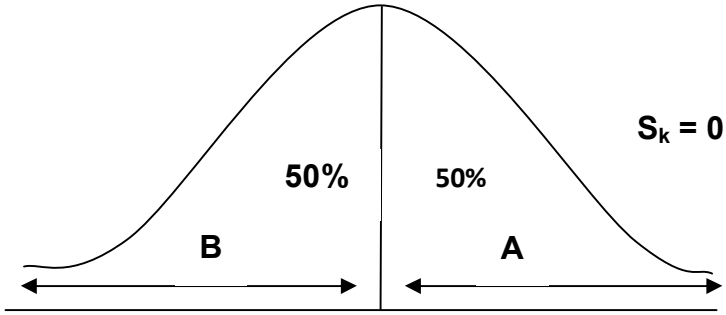
   σ = प्रमाप विचलन



6. इस वक्र का एक ही शीर्ष बिन्दु होता है, अर्थात यह एक बहुलकीय)Unimodal) वक्र है। इसका आकार घंटीनुमा (Bell Shaped) होता है।

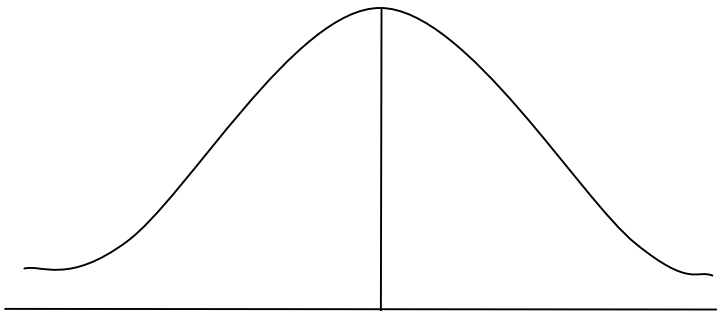


7. यह एक सममित वक्र(Symmetrical curve) है। अर्थात माध्य से या बीच से दायें का भाग बायें भाग का दर्पण प्रतिबिम्ब होता है। मध्य से दायें भाग का क्षेत्रफल और मध्य से बायें भाग का क्षेत्रफल दोनों का मान एक समान होता ,है। इसका विषमता गुणांक 0 यानि यह Mesokurtic वक्र होता है।



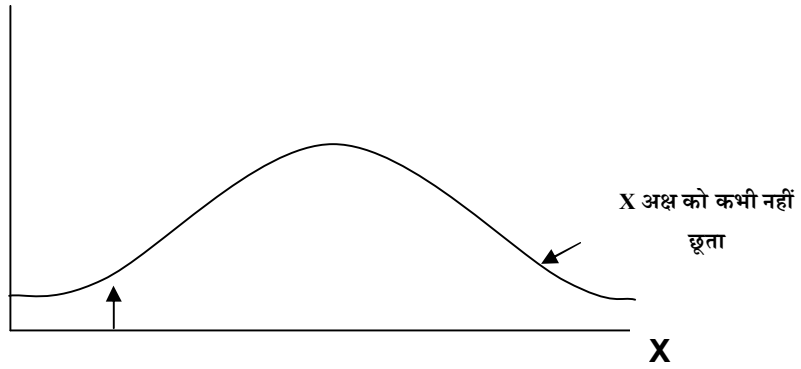
A भाग का क्षेत्रफल = B भाग का क्षेत्रफल

8. एक प्रसामान्य वक्र में माध्य, मध्यका एवं बहुलक बराबर तथा वक्र के मध्य में स्थित होते हैं ।



Mean = Median = Mode

9. प्रसामान्य वक्र की दोनों बाहु अपरिमित (Infinite) रूप से विस्तृत होती है । यही कारण है कि यह आधार रेखा को कभी नहीं छूता। अर्थात यह वक्र asymptotic होता है ।

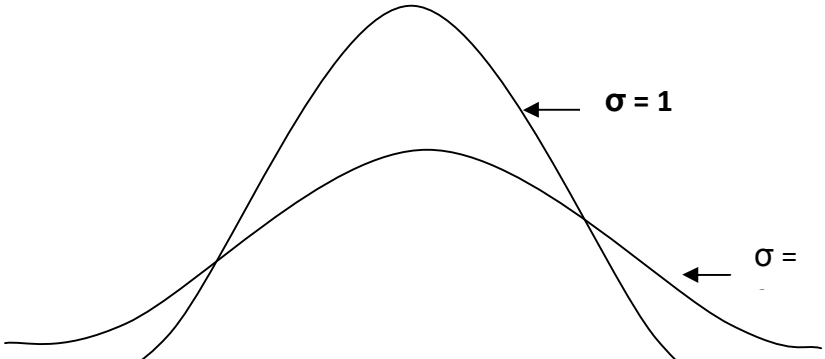


10. इस वक्र के दो प्राचल होते हैं, समान्तर माध्य (μ) तथा प्रमाप विचलन (σ)| प्रत्येक μ तथा σ के समुच्चय के लिए एक नया प्रसामान्य वक्र होता है । अत: प्रसामान्य वक्र एक न होकर अनेक होते हैं, अत: विभिन्न प्रसामान्य वक्रों का एक ही परिवार होता है ।

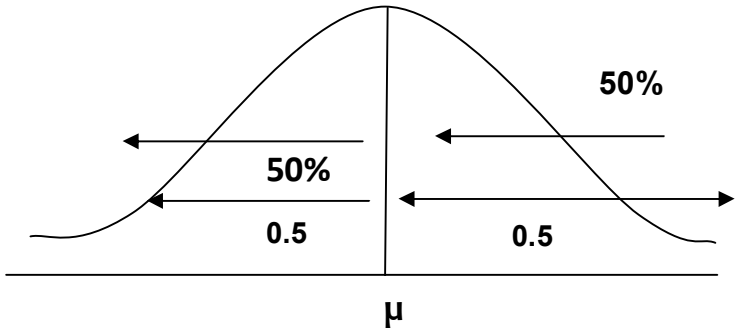
11. समान्तर माध्य की दायीं ओर के हिस्से का प्रतिबिम्ब बांया हिस्सा होता है अत: कागज पर प्रसामान्य वक्र का चित्र बनाकर बीच में मोड़ने पर एक हिस्सा दूसरे हिस्से को पूरी तरह ढक लेता है ।

12. प्रसामान्य वक्र का माध्य ऋणात्मक, शून्य अथवा धनात्मक कोई भी संख्या हो सकती है ।

13. प्रमाप विचलन, वक्र की चौड़ाई को निर्धारित करता है। यदि प्रमाप विचलन कम है तो वक्र की चौड़ाई कम होगी तथा यदि प्रमाप विचलन अधिक है तो वक्र की चौड़ाई अधिक होगी।



14. किसी भी सतत् प्रायिकता बंटन के वक्र का कुल क्षेत्रफल 1 होता है, क्योंकि प्रसामान्य वक्र भी एक सतत् प्रायिकता बंटन है। अत: इसके अन्तर्गत कुल क्षेत्रफल 1 होता है। क्षेत्रफल ही प्रायिकता है। माध्य के दायीं ओर का बायीं ओर के क्षेत्रफल के बराबर होता है। अत: यह दोनों ओर 0.5, 0.5 होता है।

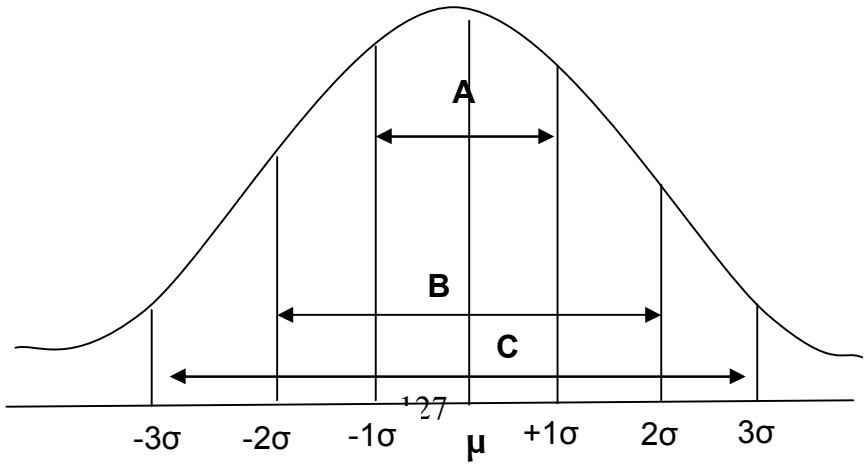


15. प्रसामान्य दैव चर (Normal Random Variable) के लिए प्रायिकता क्षेत्रफल के आधार पर निर्धारित की जा सकती है। कुछ निश्चित अन्तरालों के लिए प्रायिकताएं निम्न प्रकार हैं:-

A = ± 1σ = 68.26% केसेज

B = ± 2σ = 95.44% केसेज

C = ± 3σ = 99.72% केसेज



अर्थात $\mu \pm 1\sigma =$ 0.6826 प्रायिकता

$\mu \pm 2\sigma =$ 0.9544 प्रायिकता

$\mu \pm 3\sigma =$ 0.9972 प्रायिकता

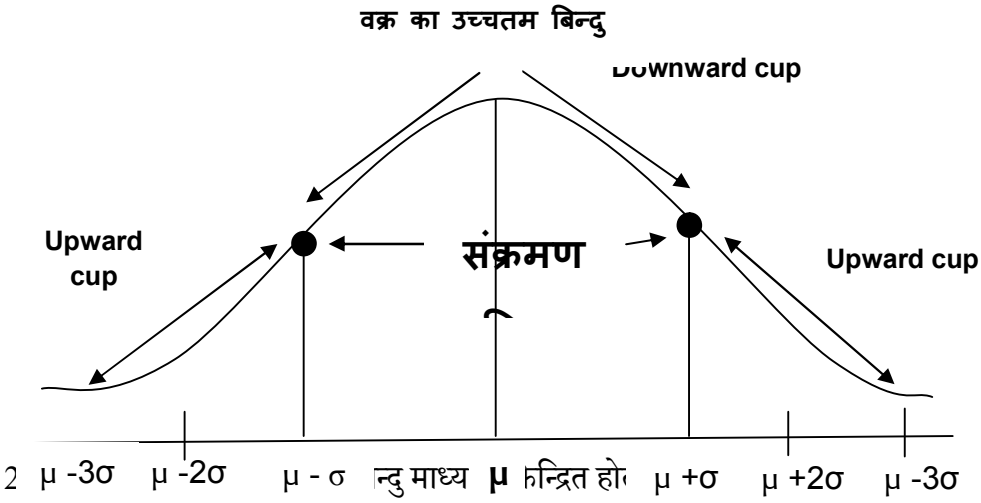
16. प्रसामान्य वक्र के प्रमाप विचलन (S.D.), माध्य विचलन (MD) तथा चतुर्थक विचलन (QD) में निम्नलिखित संबंध होता है:-

$$4\,\sigma = 5\,\delta = 6\ Q.\ D.$$

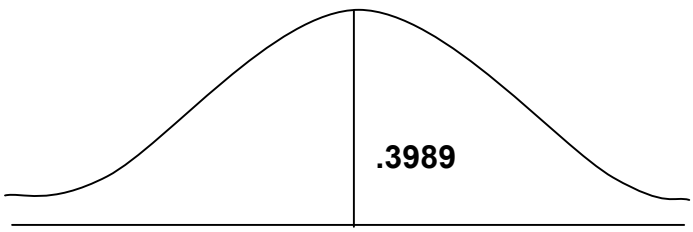
17. किसी भी प्रसामान्य वक्र को मानक प्रसामान्य वक्र (The Standard Normal Curve) में रूपान्तरित किया जा सकता है। प्रसामान्य वक्र का चर X, समान्तर माध्य μ तथा प्रमाप विचलन σ को मानक प्रसामान्य वक्र में रूपान्तरित करने के बाद मानक प्रसामान्य वक्र का चर z (Standard Normal Variable; S.N.V.) समान्तर माध्य $\mu = 0$ तथा प्रमाप विचलन $\sigma = 1$ हो जाता है।

18. प्रसामान्य वक्र में $\mu + \sigma$ और $\mu - \sigma$ के मध्य संक्रमण (Inflection or transitions) बिन्दु होता है, जहाँ से वक्र का रूप अवतल से उत्तल होता जाता है।

19.



2 (unit normal curve) में इसकी ऊँचाई 0.3989 होती है।



अभ्यास प्रश्न

1. संभाव्यता से आप क्या समझते हैं?
2. संभाव्यता वक्र की ऐतिहासिक पृष्ठभूमि को स्पष्ट करें |
3. संभाव्यता वक्र से आप क्या समझते हैं ?
4. संभाव्यता वक्र के महत्व का उल्लेख करें |

5.5 विषमता (Skewness)

वितरण में विषमता का अर्थ है, सममिति का अभाव। जब वितरण के प्राप्तांक अपने मध्य बिन्दु से इधर उधर एक समान रूप से वितरित नहीं होते हैं तो ऐसी स्थिति में वितरण के माध्य, मांध्याक तथा बहुलांकएक ही बिन्दु पर न पड़कर अलग अलग पड़ते हैं। परिणामत: वक्र का संतुलन बिगड़ जाता है तथा उसमें सममिति न रह पाने के कारण वक्र विषम (Skewed curve) बन जाता है। विषमता की स्थिति में वक्र रेखा की सुडौलता नष्ट हो जाती है और आकृति घण्टाकार नहीं रह पाती।

"A distribution is said to be 'Skewed' when the mean and median fall at different points the distribution and the balance (Centre of Gravity) is shifted to one side or the other, either left or right." H.E. Garrett.

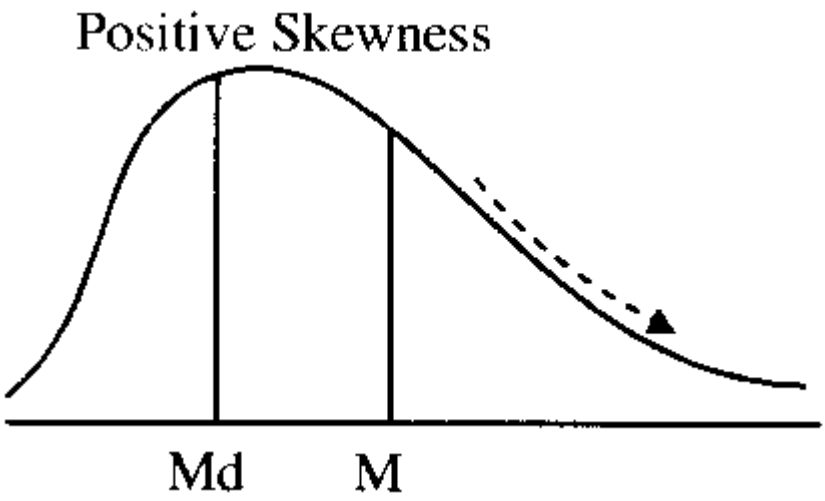
दूसरे शब्दों में, विषमता का माप एक ऐसा संख्यात्मक माप है, जो किसी श्रेणी की असममितता (Asymmetry) को प्रकट करता है। एक वितरण को विषम कहा जाता है, जबकि उसमें सममितता (Symmetry) का अभाव हो, अर्थात मापों के विस्तार के एक ओर या दूसरी ओर ही मूल्य केन्द्रित हो जाते हैं। (A distribution is said to be skewed if it is lacking in symmetry that is in the measure tend to pile up at one end or the other of the range of measures) सिम्पसन और काफका के अनुसार:- 'विषमता अथवा असममितता एक आवृत्ति वितरण की विशेषता है जो एक ओर अधिकतम आवृत्ति के साथ अन्य ओर की अपेक्षा अधिक झुक जाता है।' (Skewness or asymmetry is the attribute of frequency distribution that extends further on one side of class with the highest frequency than on the other) मौरिस हमबर्ग के अनुसार:- "विषमता एक आवृत्ति वितरण से असममितता अथवा सममितता के अभाव को आकार के रूप में बतलाता है। यह लक्षण केन्द्रीय प्रवृत्ति के कुल मापों के प्रतिनिधि का निर्णय हेतु विशेष महत्व का है। (Skewness refers to the asymmetry or lack of symmetry in the shape of a frequency distribution. This characteristic is of particular importance in connection with judging the typicality of certain measures of central tendency).

संक्षेप में, किसी वितरण की सममितता से दूर हटने की प्रवृत्ति ही विषमता कहलाती है।

सामान्य-वितरण में माध्य तथा मध्यांक दोनों का मान एक ही होता है तथा विषमता शून्य होती है। माध्य तथा मध्यांक जितना ही एक दूसरे के अधिक समीप होंगे उतनी ही वक्र मे विषमता कम हो जायेगी तथा उतनी ही अधिक वितरण सम होगा। यह विषमता भी दो प्रकार की होती है।

धनात्मक विषमता (Positive Skewness) - धनात्मक विषमता मे अधिकतर आंकड़े बायी ओर रहते हैं तथा दायीं ओर थोड़े आंकडे रहते हैं और दूर तक फैले होते हैं अर्थात माध्य से कम मान वाले आंकड़े बहुत अधिक होते हैं तथा उससे अधिक मान वाले आंकड़े कम होते हैं, लेकिन वे माध्य से बहुत अधिक दूर तक फैले रहते हैं। दूसरे शब्दों में, जब अधिकतर आंकड़े में आवृत्तियां अधिक होती है तथा ऊपर के आंकड़ों में क्रम तब वितरण में सरकारी विषमता अथवा दायीं और तिरछापन आ जाता है। उदाहरणार्थ, यदि प्रश्नपत्र कठिन हो जिससे अधिकांश छात्रों के अंक कम आयें, आधे से अधिक इसमें मध्यांक माध्य से कम होता है तथा यह माध्य के बायीं ओर पड़ता है अर्थात आधे से अधिक छात्रों के अंक माध्य से कम होते हैं।

अर्थात यदि वक्र का झुकाव दाहिनी ओर है तो उस वक्र में धनात्मक विषमता होगी। धनात्मक विषमता रखने वाले वितरण में समान्तर माध्य का मूल्य $(\overline{X})$, मध्यका (M_d) तथा बहुलक (Z) से अधिक होता है। यदि धनात्मक विषमता वक्र को बिन्दुरेखीय चित्र पर प्रदर्शित किया जाय तो वक्र का लम्बा भाग अधिक चर वाले स्थानों को जाता है। धनात्मक विषमता वक्र में सर्वप्रथम, फिर मध्यका और अन्त में समान्तर माध्य आता है अर्थात $(\overline{X}) > M_d > Z$.

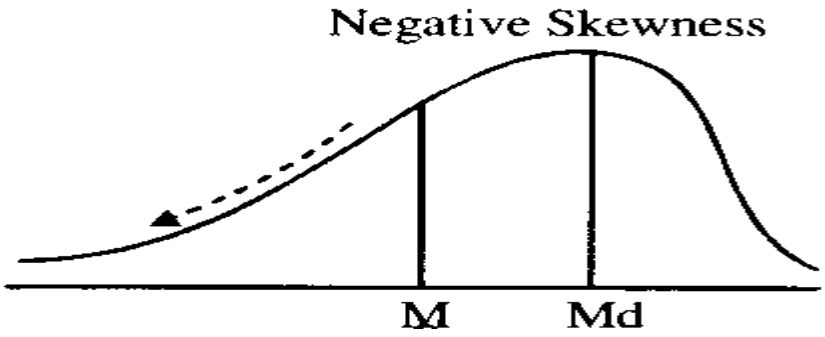


चित्र

(ब) ऋणात्मक विषमता (Negative Skewness) – ऋणात्मक विषमता में अधिकतर आंकड़े माध्य के दायीं ओर एकत्रित हो जाते हैं अर्थात माध्य से अधिक मान वाले आंकड़े की संख्या अधिक होती है तथा वे एक दूसरे के पास सटे हुए होते हैं। दूसरे शब्दों में, जब अधिकतर आंकड़े पैमाने के ऊपरी छोर की ओर हों अर्थात ऊँचे फलांको में आवृत्तियां अधिक हों तथा नीचे फलांको में कम हो तो यह ऋणात्मक विषमता कहलाती है अथवा बायीं ओर तिरछापन आ जाता है उदाहरणार्थ, यदि प्रश्नपत्र कक्षा स्तर की दृष्टि से अत्यन्त सहज हो जिससे अधिकांश छात्र अच्छे अंक प्राप्त करते हैं, तब यह स्थिति होती है। इसमें मध्यांक माध्य से अधिक होता है तथा वह माध्य के दायीं ओर पड़ता है अर्थात आधे से अधिक छात्रों के अंक माध्य से अधिक होते हैं।

अर्थात यदि वक्र का झुकाव दाहिनी ओर न होकर बायीं ओर अधिक हो तो विषमता ऋणात्मक होगी। यदि समान्तर माध्य का मूल्य, मध्यका और बहुलक से कम होता है तो विषमता ऋणात्मक होगी। इसे बिन्दु रेखीय चित्र पर प्रदर्शित किया जाय तो वक्र का लम्बा भाग कम मूल्य वाले स्थानों को जाता है। ऋणात्मक विषमता में सर्वप्रथम समान्तर माध्य, फिर मध्यका और अन्त में बहुलक आता है, अर्थात X< M< Z

विषमता का सूचकांक निम्नलिखित सूत्रों की सहायता से निकाला जाता है -



यदि वितरण के प्राप्तांक मध्यमान से बायीं ओर अधिक वितरित हों तब धनात्मक विषमता (Positive Skewness) मानी जाती है। इसके विपरीत यदि मध्यमान से दायीं ओर अधिक प्राप्तांक वितरित हों तब ऋणात्मक विषमता (Negative Skewness) होती है।

धनात्मक विषमता के अन्तर्गत मध्यमान का मान मध्यांक (Median) से अधिक होता है, जबकि ऋणात्मक विषमता के अन्तर्गत मध्यमान का मान मध्यांक की अपेक्षा कम होता है। मध्यमान तथा मध्यांक (Median) के मान में जितना अधिक अन्तर होता है, वक्र विषमता की मात्रा उतनी ही अधिक होती है। निम्नलिखित सूत्र द्वारा वितरण की विषमता ज्ञात कर सकते हैं-

$$\text{विषमता (Skewness)} = \frac{3(\text{मध्य मान} - \text{मध्य ांक})}{\text{प्रामाणिक विचलन}} \qquad Sk = \frac{3(M - Md)}{\sigma}$$

इसी प्रकार निम्नलिखित सूत्रों द्वारा भी विषमता (Skewness) ज्ञात की जा सकती है-

$$\text{विषमता } Sk = \frac{Q_3 + Q_1 - 2Median}{Q_3 - Q_1}$$

जबकि Q_3= चतुर्थांक तीन व Q_1 = चतुर्थांक एक

$$\text{अथवा, विषमता } Sk = \frac{P_{90} + P_{10}}{2} - P_{50}$$

जबकि P = शतांशीय (Percentile) मान

उपर्युक्त विषमता ज्ञात करने की विधियों द्वारा प्राप्त विषमता की मात्रा में अन्तर आता है। इसका कारण भिन्न-भिन्न सन्दर्भ बिन्दुओं का है। प्रथम विधि में गणना का आधार मध्यमान व मध्यांक (Median) है, जबकि दूसरी व तीसरी विधि में गणना का आधार मध्यांक अथवा शतांशीय

मान 50 (P_{50}) है। यदि दो अथवा अधिक वितरणों की विषमता के मध्य पारस्परिक तुलना करनी हो तब एक ही विधि द्वारा गणना करना अधिक उपयुक्त होता है।

इस प्रकार आपने देखा कि विषमता धनात्मक अथवा ऋणात्मक दोनों ही प्रकार की हो सकती है। दूसरी बात यह है कि विषमता कम या अधिक हो सकती है। यदि वक्र कम फैला हुआ हो तो विषमता साधारणतया कम और वक्र के अधिक फैला होने की दशा में विषमता अधिक होती है। आवृत्ति वितरण के विभिन्न स्वरूपों में केन्द्रीय प्रवृत्ति के मापों की स्थिति को अग्रलिखित आंकड़ों के माध्यम से आप समझ सकते हैं-

आवृत्ति वितरण के विभिन्न स्वरूप:

आकार (Size)	**अ**	**ब**	**स**
	आवृत्ति (Frequency)	**आवृत्ति (f)**	**आवृत्ति (f)**
5	10	10	10
10	30	90	20
15	50	50	30
20	70	40	40
25	50	30	50
30	30	20	90
35	10	10	10
विषमता	विषमता का अभाव (Symmetrical) सममित	असममित (Asymmetrical) धनात्मक विषमता (Positively Skewed)	असममित (Asymmetrical) ऋणात्मक विषमता (Negatively Skewed)
माध्यों की स्थिति Position of Average	Mean = Median= Mode	M > Md > Mo	M < Md < Mo
चतुर्थक Quartiles	Q_3- M_d= M_d - Q_1	(Q_3 – M_d) > (M_d – Q_1)	Q_3- Md < Md – Q_1
वक्र (Curve)	प्रसामान्य (Normal)	धनात्मक विषमता (Positively Skewed or Skewed to the Right	ऋणात्मक विषमता (Negatively Skewed or Skewed to the Right)

विषमता गुणांक का परिकलन(Computation of the measures of Skewness)

विषमता धनात्मक या ऋणात्मक हो सकती है । धनात्मक एवं ऋणात्मक मात्रा ज्ञात करने हेतु विषमता के मापों का उपयोग किया जाता है। विषमता के चार माप होते हैं तथा इनमें से प्रत्येक माप को दो रूपों में प्रदर्शित किया जा सकता है, जिन्हें निरपेक्ष माप (Absolute Measure) तथा सापेक्ष माप (Relative Measure) कहते हैं । विषमता के निरपेक्ष माप द्वारा विषमता की कुल मात्रा (Degree) तथा धनात्मक (+) व ऋणात्मक (-) प्रकृति मात्र ही ज्ञात हो पाती है । यह माप तुलनात्मक अध्ययन हेतु उपयुक्त नहीं होता। अत: दो या दो से अधिक वितरणों के तुलनात्मक अध्ययन हेतु विषमता का सापेक्ष माप महत्वपूर्ण होता है । ये सापेक्ष माप विषमता गुणांक (Coefficient of Skewness) कहलाता है, जिसे संकेताक्षर (J) द्वारा व्यक्त किया जाता है । जिस श्रेणी का विषमता गुणांक कम होता है तो वितरण में विषमता न्यून अथवा विषमता का अभाव या सममित वितरण होता है।

विषमता गुणांक का परिकलन निम्नलिखित तीन प्रकार से किया सकता है , जो इस प्रकार है:-

i. कार्ल पियर्सन का माप (Karl Pearson's Measure)

ii. बाउले का माप (Bowley's Measure)

iii. केली का माप (Kelly's Measure)

1. **कार्ल पियर्सन का माप (Karl Pearson's Measure):-** यह माप समंक श्रेणी के माध्यों की स्थिति पर निर्भर करता है । एक विषम आवृत्ति वितरण में समान्तर माध्य, मध्यका तथा बहुलक के मूल्य समान नहीं होते हैं । इन माध्यों के मध्य अन्तर जितना अधिक होगा वितरण उतना ही अधिक विषम होगा। यह धनात्मक या ऋणात्मक हो सकता है। निरपेक्ष माप को प्रमाप विचलन (S.D.) से विभाजित करने पर सापेक्ष माप ज्ञात किया जा सकता है। इस माप के निम्न सूत्र है:-

i. Skewness (S_k) = Mean ($\overline{X}$) - Mode (z) = निरपेक्ष माप

ii. Coefficient of Skewness (J) = $\frac{Mean(x) - Mode(z)}{S.D.(\sigma)}$ = सापेक्ष माप

यदि किसी श्रेणी में बहुलक मूल्य का निर्धारण संभव न हो तो वैकल्पिक सूत्र का प्रयोग किया जा सकता है, जो कार्ल पियर्सन का द्वितीय माप (Second Measure of Skewness) कहलाता है । इसके सूत्र निम्नवत् है:-

i. Skewness (S_k) = 3 (Mean – Median) = निरपेक्ष माप

ii.Coefficient of Skewness (i) = $\frac{3 \quad (Mean - Median)}{S.D.(\sigma)}$ = सापेक्ष माप

कार्ल पियर्सन का वैकल्पिक सूत्र (Alternative Formula) माध्यों के मध्य आनुपातिक संबंध, Mode = 3 M_d – 2 Mean पर आधारित है।

बाउले का माप (Bowleys' Measures):- डा0 ए0एल0 बाउले द्वारा प्रतिपादित माप मध्यका और चतुर्थको पर आधारित है। एक सममित वितरण में मध्यका से प्रथम और तृतीय चतुर्थको के अन्तर समान दूरी पर होते हैं तथा इनके असमान होने पर वितरण में विषमता पायी जाती है। यह अन्तर जितना अधिक होता है, विषमता उतनी अधिक होती है। चतुर्थको तथा मध्यका के आधार पर ज्ञात किए जाने वाले विषमता के माप को विषमता का द्वितीय माप (Second Measures of Skewness) अथवा चतुर्थक विषमता का माप (Quartile Measure of Skewness) भी कहते हैं। विषमता के इस माप का प्रयोग ऐसी स्थिति में किया जाता है, जब एक वितरण के बहुलक निश्चित न हों। इस माप का प्रयोग खुले शीर्षक वाले वर्ग होने की स्थिति में भी किया जा सकता है। इसका सूत्र निम्नवत् है:-

बाउले का विषमता माप (विषमता का चतुर्थक माप) :-

$Sk = (Q_3 - Md) - (Md - Q_1)$ or $Q_3 + Q_1 - 2\ Md$

बाउले का विषमता गुणांक (विषमता का चतुर्थक गुणांक)

$$J_Q = \frac{(Q_3 - Md) - (Md - Q_1)}{(Q_3 - Md) + (Md - Q_1)} \quad or \quad \frac{Q_3 + Q_1 - 2\ Md}{Q_3 - Q_1}$$

2. **केली का माप (Kelly's Measure):-** केली का माप उपर्युक्त दोनों मापों का मध्य मार्ग है। कार्ल पियर्सन का माप एक वितरण की समस्त मदों पर आधारित है, जबकि डा0 बाउले का माप मध्य की 50 प्रतिशत मदों पर ही आधारित है। केली के माप के अन्तर्गत मध्य की 80 प्रतिशत मदों पर ध्यान दिया जाता है। इस माप के अन्तर्गत वितरण के 90 वाँ शतमक (Percentile) और 10वाँ शतमक (Percentile) (अथवा दशमक 9 व दशमक 1) के मध्य की मदों पर ध्यान दिया जाता है:-

   इस माप पर आधारित सूत्र निम्नवत् है:-

$$Skewness\ (S_k) \quad = \quad P_{90} - P_{10} - 2_{P_{50}} \quad or \quad D_9 - D_1 - 2D_5$$

$$\text{Coefficient of Skewness } (J_P) = \frac{P_{90} + P_{10} - 2P_{50}}{P_{90} - P_{10}} \quad or \quad \frac{D_9 + D_1 - 2D_5}{D_9 - D_1}$$

केली द्वारा प्रस्तावित विषमता माप बहुत सरल है, किन्तु यह वितरण की मात्र 80 प्रतिशत भाग की विषमता का ही मापन करती है। अत: इसका व्यवहार में प्रयोग बहुत कम किया जाता है।

अभ्यास प्रश्न

1. विषमता से आप क्या समझते हैं ?
2. धनात्मक विषमता तथा ऋणात्मक विषमता के मध्य अंतर स्पष्ट करें |
3. धनात्मक विषमता तथा ऋणात्मक विषमता के संप्रत्यय को रेखाचित्र के माध्यम से स्पष्ट करें |
4. विषमता को परिकलित करने हेतु विभिन्न गुणांको का वर्णन करें |

5.6 कुकुदता (Kurtosis)

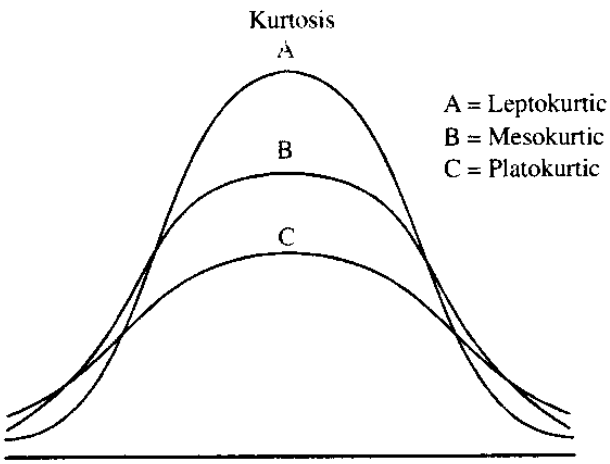
कभी कभी वितरण इस प्रकार का होता है कि यदि उसका रेखाचित्र बनाया जाये तो वह अपने मध्य में आवश्यकता से अधिक ऊँचा हो जाता है अथवा आवश्यकता से अधिक चपटा हो जाता है। वक्र की इन दोनों ही प्रकार की अवस्थाओं को कुकुदता के नाम से पुकारा जाता है। जब वक्र में शिखरता होती है तो उसे लम्बशीर्ष अथवा लैटोकुटिक के नाम से पुकारते हैं और जब चपटापन अधिक होता है तो उसे चिपिटशीर्ष अथवा प्लैटोकुर्टिक के नाम से पुकारते है। सामान्य वक्र को हम समानशीर्ष अथवा मेसोकुर्टिक के नाम से पुकारते हैं।

दूसरे शब्दों में, पृथुशीर्षत्व या कुकुदता एक सांख्यिकीय माप है, जो वक्र के शीर्ष की प्रकृति (Peak of a curve) पर प्रकाश डालती है। ग्रीक भाषा में इस शब्द का अर्थ फुलावट (Bulginess) होता है। सांख्यिकी में पृथुशीर्षत्व से तात्पर्य एक आवृत्ति वक्र के बहुलक के क्षेत्र में चपटेपन या नुकीलापन की मात्रा से है। सिम्पसन एवं काफ्का के अनुसार- "एक वितरण में पृथुशीर्षत्व की मात्रा का माप सामान्य वक्र के बनावट के संबंध में की जाती है (The degree of kurtosis of a distribution is measured relative to the peakedness of a normal curve)''

क्राक्स्टन एवं काउडेन के शब्दों में :- "पृथुशीर्षत्व का माप उस मात्रा को व्यक्त करता है, जिसमें एक आवृत्ति वितरण का वक्र नुकीला अथवा चपटे शीर्ष वाला होता है। (A measure of Kurtosis indicates the degree to which a curve of the frequency distribution is peaked or flat-topped).

सी0एच0 मेयर्स के शब्दों में – "पृथुशीर्षत्व से आशय वितरण के मध्य के नुकीलेपन के परिणाम से है (Kurtosis is the property of a distribution which expresses relative peaked ness)''

वक्र का शीर्ष नुकीला है अथवा चपटा, इसका मूल्यांकन मध्य शीर्ष वाले वक्र जिसे सामान्य वक्र या मेसोकर्टिक (Mesokurtic) कहते हैं, के आधार पर किया जाता है। निम्न रेखाचित्रों में इन तीनों प्रकार के वक्रों को प्रदर्शित किया गया है| उपरोक्त तीनों रेखाचित्रों के स्थान पर एक ही रेखाचित्र से पृथुशीर्षत्व के विभिन्न प्रकारों को समझा जा सकता है।



पृथुशीर्षत्व (कुकुद्ता) का माप (Measurement of Kurtosis)

पृथुशीर्षत्व के माप का परिकलन निम्न सूत्र की मदद से भी ज्ञात की जा सकती है:-

$$k_u = \frac{Q}{P_{90} - P_{10}}$$

यदि $k = 0.263$ तो यह वक्र सामान्य (Mesokurtic) होगा।

यदि $k > 0.263$ तो यह वक्र चपटा (Platykurtic) होगा।

यदि $k < 0.263$ तो यह वक्र नुकीला (Leptokurtic) होगा।

अभ्यास प्रश्न

1. कुकुदता से आप क्या समझते हैं?
2. कुकुदता के विभिन्न प्रकारों का वर्णन करें|
3. लेप्टोकर्टिक, प्लेटीकर्टिक तथा मेसोकर्टिक वक्र को रेखाचित्र के माध्यम से स्पष्ट करें
4. कुकुदता को परिकलित करने हेतु विभिन्न गुणांको की व्याख्या करें|

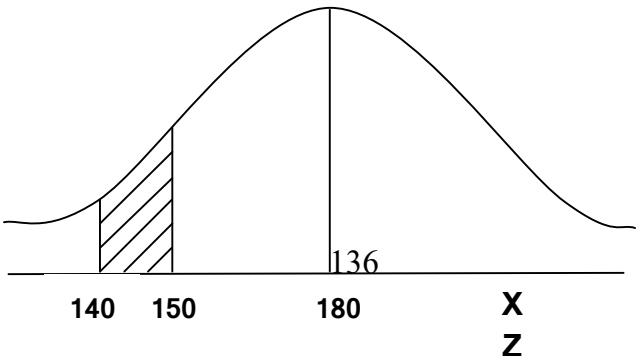
प्रसामान्य वक्र की उपयोगिताएं या अनुप्रयोग (Application of Normal Curve)

प्रसामान्य वक्र या जिसे प्रसामान्य प्रसंभाव्यता वक्र (Normal Probability Curve) भी कहा जाता है, के कुछ प्रमुख अनुप्रयोग को निम्नांकित उदाहरण द्वारा समझा जा सकता है:-

1. प्रसामान्य वक्र द्वारा प्रसामान्य वितरण में दी गई सीमाओं (Limits) के भीतर पड़ने वाले केसेज के प्रतिशत का पता लगाया जाता है। यह प्रसामान्य वक्र की एक प्रमुख उपयोगिता है। जब शोधकर्ता को प्रसामान्य वितरण का माध्य तथा मानक विचलन ज्ञात होता है तो वह वितरण के किसी भी दो प्राप्तांकों के बीच आने वाले केसेज का पता प्रसामान्य वक्र के द्वारा आसानी से कर लेता है।

उदाहरण:- एक परीक्षा के प्राप्तांकों का बंटन प्रसामान्य बंटन (वितरण) है, इसका माध्य 180 अंक तथा प्रमाप विचलन 40 अंक है। एक परीक्षा में यदि 10,000 विद्यार्थी सम्मिलित हुए तो (अ) 140 से 150 के मध्य अंक प्राप्त करने वाले विद्यार्थियों की संख्या बताइए।

हल:- (अ) सर्वप्रथम प्रायकिता ज्ञात करें, इसके बाद प्रायिकता को कुल विद्यार्थियों की संख्या से गुणा करके विद्यार्थियों की संख्या ज्ञात करें। यहाँ दो बार परिकलन करना होगा-



i. 140 से 180 अंक की प्रायिकता

$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma} = \frac{140 - 180}{40} = -1$$

ii. 150 से 180 अंक की प्रायिकता

$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma} = \frac{150 - 180}{40} = -0.75$$

P= (Z = 0.75) = 0.2734

अत: 140 से 150 अंक की प्रायिकता = 0.3413 - 0.2734 = 0.0679

अत: विद्यार्थियों की संख्या = 10,000 X 0.0679 = 679

ii. प्रसामान्य वितरण वक्र द्वारा प्रसामान्य वितरण में दिये गये केसेज के प्रतिशत के आधार पर उनकी सीमाओं का पता लगाया जाता है। जब शोधकर्ता को प्रसामान्य वितरण का माध्य तथा मानक विचलन ज्ञात होता है और वह वितरण के विशेष प्रतिशत जैसे मध्य 60% या 70% केसेज की सीमाओं का पता लगाना चाहता है, तो वह प्रसामान्य वक्र का उपयोग करता है, क्योंकि इससे वह आसानी से इन सीमाओं के बारे में जान लेता है।

iii. प्रसामान्य वक्र द्वारा किसी समस्या या परीक्षण के एकांश के सापेक्ष कठिनता स्तर (relative difficulty level) ज्ञात किया जा सकता है। प्रसामान्य वक्र का एक महत्वपूर्ण अनुप्रयोग यह है कि इसके द्वारा शोधकर्ता किसी प्रश्न, समस्या या किसी परीक्षण के एकांश की सापेक्ष कठिनता स्तर का पता आसानी से लगा लेता है। इसके लिए प्रत्येक प्रश्न या एकांश पर उत्तीर्ण होने वाले छात्रों की प्रतिशत के आधार पर सिगमा या Z प्राप्तांक (Sigma Score) ज्ञात कर लिया जाता है, जो इसकी कठिनता स्तर होती है और इस कठिनता स्तर को एक दूसरे से घटाकर जो अंतर प्राप्त किया जाता है, इससे प्रश्नों या एकांशों का सापेक्ष कठिनता स्तर का पता लग जाता है।

iv. प्रसामान्य वक्र द्वारा दो वितरणों की अतिव्याप्ति (Overlapping) के रूप में तुलना किया जाता है। प्रसामान्य वक्र की चौथी उपयोगिता यह है कि इसके द्वारा दो वितरणों की तुलना अतिव्याप्ति के रूप में की जाती है। जब शोधकर्ता यह पता लगाना चाहता है कि दिए गए दो वितरणों में माध्य माध्यिका (Median) तथा मानक विचलन के ख्याल से कहाँ तक अतिव्याप्ति है तो इसके लिए प्रसामान्य वक्र का सहारा लेता है।

v. प्रसामान्य वक्र द्वारा किसी समूह को उपसमूह में आसानी से प्रसामान्य रूप से वितरित शीलगुण या चर के आधार पर बॉटा जाता है। प्रसामान्य वक्र का उपयोग प्राय: शोधकर्ता वैसी परिस्थिति में करता है जहाँ प्रसामान्य रूप से किसी वितरित, किसी

शीलगुण या चर पर दिए गए समूह के कई छोटे-छोटे उपसमूहों में बॉटना होता है। यह कार्य भी Z- score ज्ञात करके किया जाता है।

अत: यह स्पष्ट है कि प्रसामान्य वक्र की अनेक उपयोगिताएं है, जिनके कारण इस वक्र की लोकप्रियता व्यावहारिक विज्ञान के क्षेत्र में बहुत ज्यादा है।

5.7 सामान्य संभावना वक्र के उपयोग के उदाहरण (Examples of the application of Normal Probability Curve)

(i) दी हुई सीमाओं के मध्य प्राप्तांकों का प्रतिशत ज्ञात करना)To find out the percentage of cases within given limits)

उदाहरण:- एक प्रसामान्य वितरण में समान्तर माध्य (M) 80 और प्रमाप विचलन 10 है। गणना करके बताइये कि निम्नलिखित सीमाओं के मध्य कितने प्रतिशत केसेज होंगे।

a. 70 से 90 के मध्य

b. से 100 के मध्य 90

हल (a) 70 का Z स्कोर $= \frac{70-80}{10} = \frac{-10}{-10} = -1\sigma$

90 का Z स्कोर $= \frac{90-80}{10} = \frac{10}{10} = +1\sigma$

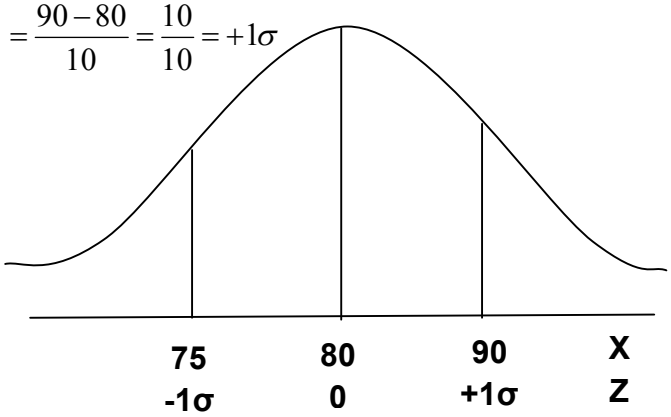
70 से 90 के मध्य केसेज

= ± 1σ व -1 σ के

मध्य केसेज का प्रतिशत

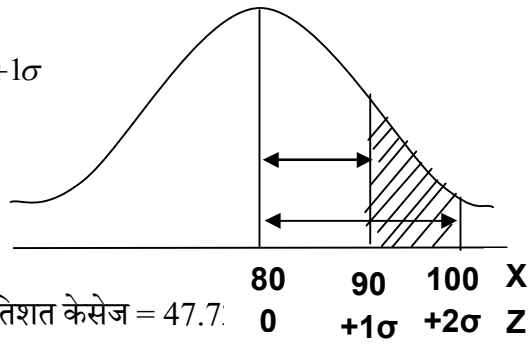
= 34.13 + 34.13

= 68.26 प्रतिशत केसेज



(ब) 90 का Z स्कोर $= \frac{90-80}{10} = \frac{10}{10} = +1\sigma$

100 का Z स्कोर $= \frac{100-80}{10} = +2\sigma$



प्रसामान्य वितरण वक्र में 0 से +2 σ के मध्य प्रतिशत केसेज = 47.7

प्रसामान्य वितरण वक्र में 0 से +1 σ के मध्य प्रतिशत केसेज = 34.13

अत: +1 σ और +2 σ के मध्य प्रतिशत केसेज = 47.72- 34.13 = 13.59

(ii) दो अतिव्यापी अंक वितरणों के प्राप्तांकों का अध्ययन)To Compare the two Overlapping Distribution)

उदाहरण:- किसी एक बुद्धि परीक्षण के छात्रों का मध्यमान 120 तथा प्रमाप विचलन 8.0 है तथा छात्राओं का मध्यमान 124 तथा प्रमाप विचलन 10.0 है। कितने प्रतिशत छात्राओं का मध्यमान छात्रों के मध्यमान से ऊपर है, इसकी गणना करें।

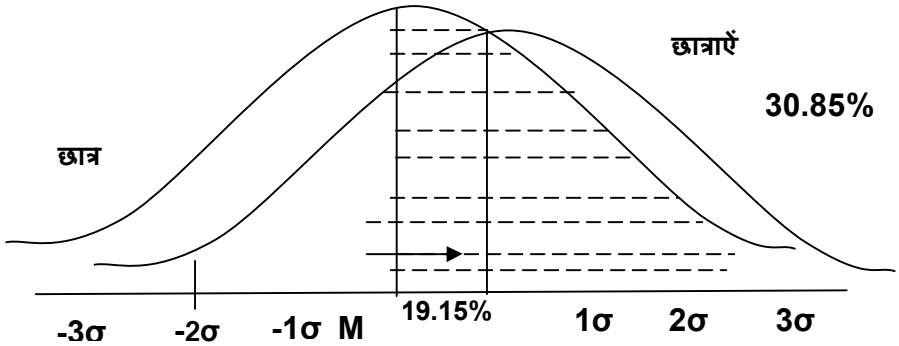
हल:- प्रस्तुत उदाहरण में छात्राओं का मध्यमान छात्रों से 124-120 = 4 ऊपर है। यदि छात्रों के मध्यमान को आधार माना जाय तो यह कहा जा सकता है कि छात्राओं का मध्यमान छात्रों के 4/8 σ = 0.56 दायीं ओर स्थित है। तालिका के अनुसार मध्यमान से 0.56 तक 19.15 प्रतिशत तक केसेज आते हैं। चूंकि मध्यमान से दायीं दिशा (+) में 50 प्रतिशत केसेज आते हैं, अत: छात्रों की अपेक्षा छात्राओं का मध्यमान 50-19.15 = 30.85% आगे है।

छात्र का M = 120

σ = 8.0

छात्राओं का M = 124

σ = 10.0



(iii) मनोवैज्ञानिक परीक्षणों में पद कठिनाई के स्तर को निर्धारित करना)To determine the level of item difficulty)

उदाहरण:- एक प्रमाणीकृत परीक्षण के A, B, C तथा D प्रश्नों को हल करने में छात्र क्रमश: 50%, 40%, 35% तथा 15% असफल रहे। प्रश्नों के कठिनाई स्तर की गणना करते हुए इसकी व्याख्या कीजिए।

प्रश्न	सफल छात्रों का %	असफल छात्रों का %	असफल छात्रों की मध्यमान से दूरी	कठिनाई स्तर या असफल छात्रों की M से σ दूरी
A	50%	50%	50 - 50 = 0%	0.006

B	40%	60%	60-50 = 10%	0.256
C	35%	65%	65-50 = 15%	0.396
D	20%	80%	80-50 = 30%	0.846

NPC में परीक्षण के प्रश्नों की कठिनाई स्तर की व्याख्या σ के आधार पर की जाती है। धनात्मक दिशा में मध्यमान से सिग्मा दूरी जितनी अधिक होती है, परीक्षण के प्रश्न का कठिनाई स्तर उतना ही अधिक होता है। परीक्षा के विभिन्न प्रश्नों का तुलनात्मक कठिनाई स्तर निम्न प्रकार से है:-

A से B प्रश्न (0.256- 0.006) = 0.256 अधिक कठिन है

B से C प्रश्न (0.396 - 0.256) = 0.146 अधिक कठिन है

B से D प्रश्न (0.846 - 0.256) = 0.596 अधिक कठिन है

A से C प्रश्न (0.396 - 0.006) = 0.396 अधिक कठिन है

C से D प्रश्न (0.846 - 0.396) = 0.456 अधिक कठिन है

5.8 सारांश

प्रस्तुत इकाई में आप सामान्य वितरण वक्र की विशेषताएं और उपयोगिताएँ, विषमता व पृथुशीर्षत्व के बारे में अध्ययन किया| यहाँ पर इन सभी अवधारणाओं का संक्षिप्त विवरण दिया जा रहा है|

धनात्मक विषमता (Positive Skewness) : यदि वक्र का झुकाव दाहिनी ओर है तो उस वक्र में धनात्मक विषमता होगी। धनात्मक विषमता रखने वाले वितरण में समान्तर माध्य का मूल्य $(\overline{X})$, मध्यका (M_d) तथा बहुलक (Z) से अधिक होता है।

ऋणात्मक विषमता (Negative Skewness) :यदि वक्र का झुकाव दाहिनी ओर न होकर बायीं ओर अधिक हो तो विषमता ऋणात्मक होगी।

विषमता का माप एक ऐसा संख्यात्मक माप है, जो किसी श्रेणी की असममितता (Asymmetry) को प्रकट करता है। एक वितरण को विषम कहा जाता है, जबकि उसमें सममितता (Symmetry) का अभाव हो, अर्थात मापों के विस्तार के एक ओर या दूसरी ओर ही मूल्य केन्द्रित हो जाते हैं।

पृथुशीर्षत्व या कुकुदता एक सांख्यिकीय माप है, जो वक्र के शीर्ष की प्रकृति (Peak of a curve) पर प्रकाश डालती है। ग्रीक भाषा में इस शब्द का अर्थ फुलावट (Bulginess) होता है। सांख्यिकी में पृथुशीर्षत्व से तात्पर्य एक आवृत्ति वक्र के बहुलक के क्षेत्र में चपटेपन या नुकीलापन की मात्रा से है।

पृथुशीर्षत्व का माप चतुर्थ एवं द्वितीय केन्द्रीय परिघातों (Moments) के आधार पर परिघात अनुपात (Moments Ratio) द्वारा ज्ञात किया जाता है।

प्रसामान्य वक्र या जिसे प्रसामान्य प्रसंभाव्यता वक्र (Normal Probability Curve) भी कहा जाता है, के कुछ प्रमुख अनुप्रयोग निम्नांकित है:

1. प्रसामान्य वक्र द्वारा प्रसामान्य वितरण में दी गई सीमाओं)Limits) के भीतर पड़ने वाले केसेज के प्रतिशत का पता लगाया जाता है। यह प्रसामान्य वक्र की एक प्रमुख उपयोगिता है।
2. प्रसामान्य वितरण वक्र द्वारा प्रसामान्य वितरण में दिये गये केसेज के प्रतिशत के आधार पर उनकी सीमाओं का पता लगाया जाता है।
3. प्रसामान्य वक्र द्वारा किसी समस्या या परीक्षण के एकांश के सापेक्ष कठिनता स्तर (relative difficulty level) ज्ञात किया जा सकता है।
4. प्रसामान्य वक्र द्वारा दो वितरणों की अतिव्याप्ति (Overlapping) के रूप में तुलना किया जाता है।

5.9 शब्दावली

- **विषमता (Skewness):** एक वितरण को विषम कहा जाता है, जबकि उसमें सममितता (Symmetry) का अभाव हो, अर्थात मापों के विस्तार के एक ओर या दूसरी ओर ही मूल्य केन्द्रित हो जाते हैं।
- **धनात्मक विषमता (Positive Skewness) :** यदि वक्र का झुकाव दाहिनी ओर है तो उस वक्र में धनात्मक विषमता होगी। धनात्मक विषमता रखने वाले वितरण में समान्तर माध्य का मूल्य ($\overline{X}$) मध्यका (M_d) तथा बहुलक (Z) से अधिक होता है।
- **ऋणात्मक विषमता (Negative Skewness):** यदि वक्र का झुकाव दाहिनी ओर न होकर बायीं ओर अधिक हो तो विषमता ऋणात्मक होगी।
- **पृथुशीर्षत्व (Kurtosis):** पृथुशीर्षत्व या कुकुदता एक सांख्यिकीय माप है, जो वक्र के शीर्ष की प्रकृति (Peak of a curve) पर प्रकाश डालती है। सांख्यिकी में पृथुशीर्षत्व से तात्पर्य एक आवृत्ति वक्र के बहुलक के क्षेत्र में चपटेपन या नुकीलापन की मात्रा से है।
- **प्रसामान्य/सामान्य बंटन या वितरण (Normal Distribution):** यह एक सतत् प्रायिकता बंटन (Continuous Random Distribution) है। इसका प्रायिकता घनत्व फलन (Probability Density Function) घंटीनुमा आकार (Bell Shaped) का वक्र (Curve) होता है|

5.10 निबंधात्मक प्रश्न

1. सामान्य वितरण के अर्थ व विशेषताओं को स्पष्ट कीजिए|
2. सामान्य वितरण वक्र की उपयोगिताओं की व्याख्या कीजिए|
3. सामान्य वितरण वक्र पर आधारित समस्याओं को हल कर सकेंगे|
4. विषमता गुणांक से आप क्या समझते हैं? विषमता गुणांक के मान को परिकलित करने के सूत्रों को लिखिए|
5. पृथुशीर्षत्व से आप क्या समझते हैं? पृथुशीर्षत्वर गुणांक के मान को परिकलित करने के सूत्रों को लिखिए|

6. 500 छात्रों को 10 समूहों में बांटा गया रूप से वियदि छात्रों की योग्यता सामान्य |तरित है तो प्रत्येक समूह में कितने छात्र होंगे |(उत्तर :3, 14, 40, 80, 113, 80, 40, 14, 3)
7. यदि एक समूह जिसका कि माध्य 100 तथा मानक विचलन 15 में यह माना जाय कि बुद्धिलब्धि सामान्य रूप से वितरित है तो निम्न बुद्धिलब्धि वाले लोगों का अनुपात निकालिए (अ) :135 से ऊपर (ब)120 से ऊपर (स)90 से नीचे (द)75 व 125 के मध्य :उत्तर) (अ) .0099 (ब) .0918 (स) .02514 (द) .9050)

5.11 संदर्भ ग्रन्थ सूची/ पाठ्य सामग्री

- Best, John W. & Kahn (2008). Research in Education, New Delhi, PHI.
- Good, Carter, V. (1963). Introduction to Educational Research, New York, Rand Mc Nally and company.
- Koul, Lokesh (2002). Methodology of Educational Research New Delhi, Vikas Publishing Pvt. Ltd.
- Karlinger, Fred N. (2002). Foundations of Behavioural Research, New Delhi, Surjeet Publications.
- Garret, H.E. (1972). Statistics in Psychology and Education, New York, Vakils, Feffers and Simans Pvt. Ltd.
- सिंह, ए०के० (2007) : मनोविज्ञान, समाजशास्त्र तथा शिक्षा में शोध विधियॉं, नई दिल्ली, मोतीलाल बनारसी दास
- गुप्ता, एस०पी० (2008) : मापन एवं मूल्यांकन, इलाहाबाद, शारदा पब्लिकेशन
- राय, पारसनाथ (2001) : अनुसंधान परिचय, आगरा, लक्ष्मी नारायण अग्रवाल पब्लिकेशन्स

इकाई 6

सह संबंध - अर्थ, पियार्सन प्रोडक्ट मोमेन्ट सहसंबंध, स्पियरमेन कोटि अन्तर सहसंबंध

Correlation : Concept, Person's Product – moment correlation, Spearman's Rank Difference Correlation

इकाई की रूपरेखा

6.1 प्रस्तावना

6.2 उद्देश्य

6.3 सह संबंध का अर्थ

6.4 सह संबंधके प्रकार

6.5 सहसंबंध गुणांक

6.6 सहसंबंध ज्ञात करने कि विधियाँ

6.7 लघु विधि द्वारा सहसंबंधगुणांक की गणना

6.8 स्पियरमेन कोटि अन्तर सहसंबंध गुणांक

6.9 सहसंबंध गुणांक के प्रयोग

6.10 सारांश

6.11 शब्दावली

6.12 स्वमूल्यांकन हेतु प्रश्न

6.13 संदर्भग्रंथसूची

6.1 प्रस्तावना

अब तक की विभिन्न सांख्यिकीय विधियों द्वारा पदमालाओं को संक्षिप्त किया जाता है, उनकी केन्द्रीय प्रवृत्ति, रचना व स्वरूप संबंधी निष्कर्ष प्राप्त किए जाते हैं। किन्तु इतना ही नहीं कुछ पदमालाओ के पारस्परिक संबंध भी होता है। जब हम यह जानना चाहते हैं कि दो राशियों या पदमालाओं में कुछ संबंधहै या नहीं, और यदि है तो किन अंशों तक, अर्थात उनमें कार्य कारण संबंधहै अथवा नहीं, तब उन राशियों या पदमालाओं के बीच सहसंबंध ज्ञात किया जाता है। प्राय: यह देखने में आता है कि किसी वस्तु की मांग बढ जाने पर उस वस्तु के मूल्य भी बढ जाते हैं। इसी प्रकार किसी वस्तु की पूर्ति अधिक हो जाने पर उस वस्तु का मूल्य कम हो जाता है। इसी प्रकार दो

चरों में कार्य कारण संबंधहोने पर वह सह संबंधितदिशा में परिवर्तन होने पर दोनों पदमालाऐं सह संबंधी कहलाती है। दो पदमालाओं की इस प्रकार की परस्पर अश्रितता या परस्पर निर्भरता का अध्ययन करने के लिए सहसंबंध ज्ञात किया जाता है।

6.2 उद्देश्य

इस पाठ का अध्ययन करने के पश्चात आप

- सह संबंधका अर्थ जान पायेंगे।
- सह संबंधके विभिन्न प्रकारों के बारे में जान सकेंगे।
- सह संबंध गुणांक की प्रमुख विधियों प्रोडक्टमोमेन्ट एवं पियर्सन विधि के बारे में जान पायेंगे।
- प्रोडक्ट मोमेन्ट विधि एवं कोटि अन्तर विधि के बीच अन्तर को समझ सकेंगे।
- कार्लपियर्सन विधि के मूल्य लक्षणों, मान्यतओं गुण एवं दोषों को भी जान पायेंगे।
- सह संबंध के उपयोग के बारे में जान पायेंगे।

6.3 सहसंबंधका अर्थ

विभिन्न विद्वानो ने सह संबंधको निम्न प्रकार परिभाषित किया है -

किंग के अनुसार - ''सामग्री के दो समूहों या वर्गों में कार्य कारण संबंधको सह संबंधकहते हैं।''

इस प्रकार पदमालाओं में सहसंबंधहोने के लिए उनमें परस्पर परितर्वन होना ही आवश्यक नहीं है, वरन् वह परिवर्तन एक दूसरे के कारण होना भी आवश्यक है। अर्थात परिवर्तन आकस्मिक नहीं होना चाहिए। प्रो. किंग ने अपनी परिभाषा में इस कारण और प्रभाव को महत्व दिया है और सह संबंधकी दिशा की ओर कोई संकेतनहीं किया है।

वार्डिगटन के शब्दों में - ''जब दो या अधिक समूहों, वर्गों तथा समंकमालाओं के बीच एक निश्चित संबंधहोता है तो ऐसे संबंधको सह संबंधकहते हैं। जब तक दो संकमालाओं के बीच सहानुभूति संबंधस्पष्ट है तब इस बात का कोई महत्व नहीं कि समंको में परिवर्तन एक ही दिशा में या विरूद्ध दिशा में हुआ है।''

बॉडिगंटन की परिभाषा स्पष्टपूर्ण है उनकी परिभाषा के अनुसार परिवर्तन एक ही दिशा में या विरूद्ध दिशा में हो सकते हैं।

डेवनपोर्ट के अनुसार, ''सह संबंधका सम्पूर्ण विषय पृथक विशेषताओं के बीच पाए जाने वाले उस पारस्परिक संबंधकी ओर संकेत करता है जिसके अनुसार वे कुछ मात्रा में साथ साथ परिवर्तित होने की प्रवृत्ति रखते है।''

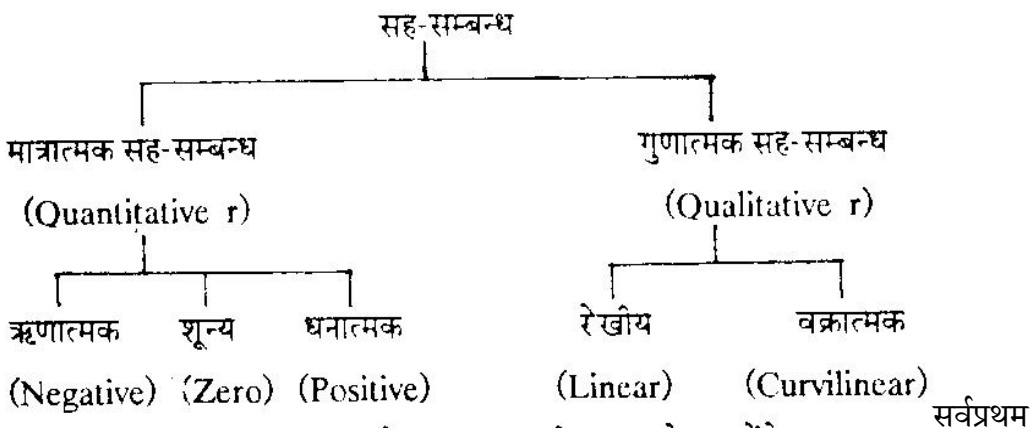
कोनर के शब्दों में ''जब दो या अधिक राशियां सहानुभूति में परिवर्तित होती है ताकि एक में होने वाले परिवर्तनों के फलस्वरूप दूसरी राशि में भी परिवर्तन होने की प्रवृत्ति पाई जाती है तो वे राशियां सह संबंधितकहलाती है।

इस प्रकार उपर्युक्त परिभाषाओं से यह स्पष्ट होता है कि दो संबंधितसमंकमालाओं के साथ साथ किसी भी दिशा में परिवर्तन होने की प्रवृति को सह संबंधया सह विचरण (Co-variation) कहते हैं।

6.4 सहसंबंध के प्रकार

सहसंबंधके प्रकार

सहसंबंध के प्रकार को निम्न चार्ट द्वारा प्रस्तुत किया जा सकता है -



सर्वप्रथम मात्रात्मक सह संबंधके विभिन्न प्रकारों का उल्लेख करेंगे -

सह संबंधितपदमालाओं में पद मूल्यों के परिवर्तनों की दिशा, परिवर्तनों के अनुपात व पदमालाओं की संख्या के आधार पर सह संबंधके निम्न प्रकार हैं -

1 **धनात्मक तथा ऋणात्मक सह संबंध (Possitive and Negatove correlation)** पदमालाओं में होने वाले परिवर्तनों की दिशा के अनुसार सह संबंधदो प्रकार का धनात्मक या ऋणात्मक होता है।

धनात्मक सह संबंध (Possitive correlation) -एक चर या पदमाला की सहानुभूति में दूसरे चर या पदमालो में होने वाला परिवर्तन या तो उसी दिशा में या विपरीति दिशा में हो सकता है। जब दो पदमालाओं में परिवर्तन समान दिशा में होता है, अर्थात एक पदमाला में वृद्धि या कमी होने पर दूसी पदमाला भी क्रमश: वृद्धि या कमी होती है, तो उनके सह संबंध को प्रत्यक्ष, अनुलोभ या धनात्मक सह संबंध कहते हैं। उदाहरण के लिए, यदि किसी कम्पनी द्वारा घोषित लाभांश अधिक हो जाने पर उसके अंशों का बाजार मूल्य भी अधिक हो जाता है तो लाभांश अधिक हो जाने पर अंशों का बाजार मूल्य भी अधिक हो जाता है तो लाभांश और अंशों के बाजार मूल्य में धनात्मक सह संबंध होगा। इसी प्रकार यदि किसी वस्तु का मूल्य कम हो जाने पर उस वस्तु की मांग भी कम हो जाती है तो यह कहेंगे कि उस वस्तु की मांग और पूर्ति में धनात्मक सह संबंध है।

2. ऋणात्मक सह संबंध (Negative Corrlation)

यदि दो पदमालाओं में होने वाले परिवर्तन विरूद्ध दिशा में होते हैं, अर्थात एक पदमाला में वृद्धि या कमी होने पर दूसरी पदमाला में भी क्रमश: कमी या वृद्धि होती है तो उन पदमालाओं के सह संबंध को प्रतीत, अप्रत्यक्ष, विलोम या ऋणात्मक सह संबंध कहते हैं। उदाहरण के लिए, यदि किसी वस्तु की पूर्ति अधिक हो जाने पर उस वस्तु का मूल्य कम हो जाता है तो उस वस्तु की पूर्ति और मूल्य में ऋणात्मक सह संबंध कहलाएगा। इसी प्रकार यदि सूत्री वस्त्र का उत्पादन कम होने पर ऊनी वस्त्र का उत्पादन बढ़ जाता है तो सूती व ऊनी वस्त्र के उत्पादन ने ऋणात्मक सह संबंध होगा।

6.5 सहसंबंधगुणांक (Coefficient of Correlation)

मनोवैज्ञानिक एवं शैक्षिक सांख्यिकी में जिस अंक के द्वारा किन्हीं दो चरों, व्यक्तियों, शीलगुणों आदि के आपसी संबंधोको व्यक्त किया जाता है, उसे सह संबंधगुणांक (coefficient of correlation) कहते हैं। यह एक ऐसी संकेतांक है जो कि दो चरों के बीच होने वाले सह संबंधके सह संबंधके गुण तथातात्रा को इंगित करता है। जब पियरसन की विधि द्वारा सह संबंधज्ञात किया जाता है तब यह सह संबंधगुणाक r के संकेत से जब स्पीयरमैन की विधि का प्रयोग होता है, तब यह ग्रीक अक्षर (p (rho रो) के रूप में प्रयोग किया जाता है।

सह संबंधगुणाक का विस्तार (Magnitude of Correlation)

सह संबंधगुणांक का एक निश्चित प्रसार होता है। यह सदैव ± 1के मध्य में होता है अर्थात यह -1.00 से कम तथा +1.00 से अधिक नहीं होता है। धनात्मक एवं ऋणात्मक सह संबंधकी उच्चतम एवं निम्नतम सीमाएं तथा भिन्न भिन्न मान निम्न चित्र में स्पष्ट हैं -

-1-.9-.8-.7-.6-.5-.4-.3-.2-.1 0 .1 .2 .3 .4 .5 .6 .7 .8 .9 +1

↑ ↑ ↑

I (-) I (+) L

चित्र 7.1 सह संबंधगुणांक विस्तार

अत: यह स्पष्ट है कि सह-संबंधगुणांक इन सीमाओं के मध्य में किसी भी मूल्य के समान हो सकता है। उदाहरणार्थ, विभिन्न स्थितियों में rका मान + 86 +.94+.72, 5.51, +.34, +.12.00, -.17 = 28 या = -97 हो सकता है किन्तु किसी भी स्थिति में पूर्ण +1.00 या -1.00 नहीं हो सकता है। अतएवं सह संबंधगुणांक - $-1.00 \rightarrow 00 \rightarrow +1.00$ की निरन्तरता की मापनी पर कहीं भी हो सकता है।

सह संबंधगुणांककी व्याख्या (Interpretation)

सह संबंधगुणांक की व्याख्या, इसके साथ वाले चिन्ह और इनके मान पर आधारित होती है। सह संबंधगुणांक से पूर्व लगे चिन्ह से संबंधकी दिशा का पता लगाते है अर्थात सह संबंधधनात्मकता का पता लगाता है अर्थात सह संबंधगुणांक 1.00 के जितना समीप होगा, संबंधउतना हीअधिक घनिष्ठ होगा।

सह संबंधगुणांक मात्रा में जितना कम होगा, दो चरों में अपासी संबंधउतने ही कम होंगे। +1.00 पूर्ण धनात्मक सह संबंधतथा -1.00 पूर्ण ऋणात्मक सह संबंधका सूचक माना जाता है। जब गुणांक शून्य होता है तो दोनों चरों में कोई संबंधनहीं होता है। इसका आशय यह हुआ कि दोनों चर एक दूसरे से पूर्णरूप से स्वतंत्र हैं तथा एक कस दूसरे पर कोई प्रभाव नहीं होता है। व्यापक रूप में जब सह संबंधगुणांक $\pm .5$ से ऊपर अर्थात ± 1.00 की ओर होता है तो यह उच्च धनात्मक या उच्च ऋणात्मक सह संबंधको तथा जब $\pm$-5 से कम परन्तु शून्य की ओर होता है तो यह निम्न धनात्मक या निम्न ऋणात्मक सह संबंधगुणाक कहा जाता है।

गिलफोर्ड ने सह संबंधगुणांक की मात्रा के आधार पर सह संबंध को निम्न श्रेणियों में वगीकृत किया है –

तालिका 6.2

गुणाक (coefficient)	सह संबंध (Relationship)
.00 से ± .20 तक	लेशमात्र (negligible)
± .21 से ± .40 तक	कम (low or slight)
± .41 से ± .60 तक	साधारण, सामान्य (moderate)
± .61 से ± .80तक	अधिक (substantial or high)
± .81 से ± .99 तक	बहुत अधिक (Very high)
± .10से ± .100 तक	पूर्ण सह संबंध(peffect correlation)

'± ' से हमारा तात्पर्य यह है कि अगर सह संबंधधनात्मक (+) है तो हम कहेंगे कि धनात्मक बहुत कम या धनात्मक कम या धनात्मक सामान्य अथवा धनात्मक अधिक और धनात्मक बहुत अधिक और यदि सह संबंध ('-') में आता है तो हम धनात्मक के स्थान पर ऋणात्मक शब्द का प्रयोग करेंगे।

सह संबंधकी उपर्युक्त व्याख्या मात्र इसकी विवेचना के प्रारंभिक ज्ञान के लिए दी गयी है। यहाँ इस तरह की व्याख्या करने का सबसे बड़ा दोष यह है कि यहाँ केवल सह संबंधगुणांक के मान को ही विचारा जाता है जबकि सह संबंधगुणांक को अध्ययन किये जाने वाले समूह की योग संख्या भी प्रभावित करती है। यदि विशाल समूह पर अध्ययन किया गया है तो सह संबंधगुणांक को कम मान की आवश्यकता होगी । इसके विपरित लघु समूह पर अध्ययन किये जाने पर अधिक मान की आवश्यकता होगी। वैज्ञानिक शोधों के सह संबंधकी व्याख्या करने के लि स्पीयरमैन rho में N को तथा पीयरसन के प्रोडेक्ट मोमेन्ट r में df = N-2 को ध्यान में रखकर तालिका 7.3 में दिये गये प्रत्येक N एवं df के सामने दिये गये .05 एवं 01 स्तरों पर सह संबंधगुणांक से तुलना की जाती है। यदि प्राप्त किये सह संबंधगुणांक अधिक हैं तो वह उस अमुक स्तर पर सार्थक होगा तथा यदि कम है तो वह उस स्तर पर असार्थक होगा।

तलिका 6.3 - सह संबंधगुणांकके सार्थकता मान

rho की सार्थकता के मान			r की सार्थकता के मान		
N	.05 स्तर पर	.01 स्तर पर	df	.05 स्तर पर	.01 स्तर पर
4	1.00	—	1	.99	.99
5	.90	1.00	2	.95	.99
6	.83	.94	3	.88	.96
7	.71	.89	4	.81	.92
8	.64	.83	5	.75	.87
9	.60	.78	6	.70	.83
10	.56	.75	7	.67	.80
12	.50	.71	8	.63	.76
14	.45	.64	9	.60	.73
16	.42	.60	10	.58	.71
18	.40	.56	11	.55	.68
20	.38	.53	12	.53	.66
22	.36	.51	13	.51	.64
24	.34	.48	14	.49	.62
26	.33	.46	15	.48	.61
28	.32	.45	16	.47	.59
30	.31	.43	17	.46	.57
			18	.44	.56
			19	.43	.55
			20	.42	.54
			25	.38	.49
			30	.34	.45
			35	.32	.42
			40	.30	.39
			45	.29	.37
			50	.27	.35
			60	.25	.32
			70	.23	.30
			80	.22	.28
			90	.20	.27
			100	.19	.25
			120	.18	.23
			150	16	.21
			200	.14	.18
			300	.11	.15
			400	.09	.12
			500	.08	.12
			1000	.06	.08

6.6 सहसंबंध ज्ञात करने की विधियाँ (Methods of Determining Correlation)

इस संबंधमें विस्तृत तालिका एवं उनके विवेचन के लिए निम्न पुस्तक का आवलोकन किया जा सकता है।

बी.एम. दीक्षित एवं महेश भार्गव – मनोवैज्ञानिक एवं शैक्षिक सांख्यिकी की तालिकाएं आगरा, हर प्रसाद भार्गव, 1980

सह संबंधगणना की विधियाँ

सह संबंधकी गणना के लिए मुख्य रूप से तीन विधियों का प्रयोग किया जात है -

1 क्रम अन्तर विधि

2 प्राप्ति विधि

3 प्रोडक्ट मोमेनट विधि

यहाँ इन्हीं विधियों के सैद्धान्तिक पहलुओं एवं गणना करने की विधि पर प्रकाश डाला जावेगा।

1 बिन्दु रेखीय विधि (Graplic method)
2 विक्षेप चित्र या बिन्दुचित्र (Scatter Digaram or Dotogram)
3 कार्ल पियर्सन यह संबंधगुणंक (Karl Pearson's Coefficient of corrlation)
4 स्पिरमैन की श्रेणी अन्तर विधि (Speamrman's Ranking Method)

1. **बिन्दु रेखीय विधि (Graplic method)**

   बिन्दु रेखीय विधि दोनों पदमालाओं को बिन्दु रेखीय पत्र पर प्रदर्शित करके सह संबंधका अनुमान लगाया जाता है। बिन्दु रेखा की सहायता से सह संबंध को चाक्षुप अध्ययन किया जा सकता है।

2. **विक्षेप चित्र या बिन्दु (Dcattter Diagram or dotogram)** – दो मदमालाओं ने परस्पर सह संबंधकी दिशा का अनुमान विक्षेप चित्र या बिन्दु चित्र बनाकर किया जा सकता है। पदमालाओं में सह संबंधज्ञात करने की यह विधि बिन्दु रेखीय विधि से मिलती जुलती है।

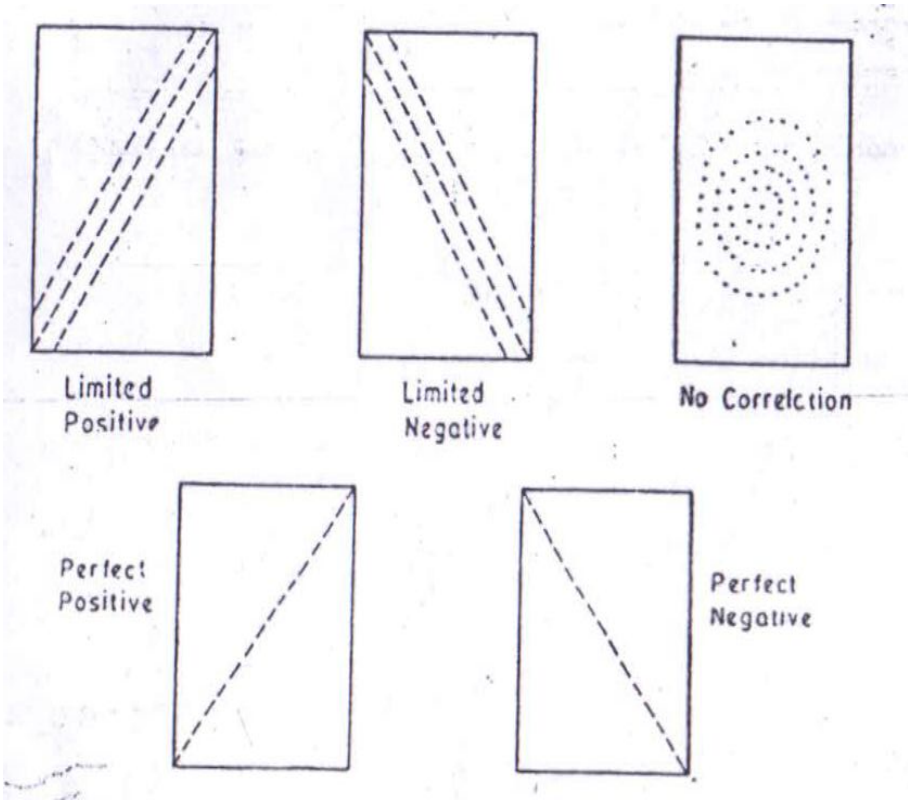
   इस विधि में स्तंत्र पदमाला को भुजाक्ष और आश्रित पदमाला को कोटि अक्ष पर अंकित किया जाता है। एक पद के दोनों मूल्यों (x पदमाला तथा y पदमाला) के लिए एक ही बिन्दु अंकित किया जाता है। इस प्रकार जितने पद युग्त होते हैं उतने ही बिन्दु अंकित होते हैं।

   अंकित बिन्दुओं की धारा की दिशा के आधार पर सह संबंधका अनुमान किया जाता है यदि बिन्दु धारा एक निश्चित दिशा की ओर बढ़ती है तो यह माना जाता है कि पदमालाओं में परस्पर संबंधहै। यदि बिन्दु धारा नीचे के बायें कोने से ऊपर के दायें कोने की ओर अग्रसर होती है तो सह संबंधधनात्मक होता है और यदि नीचे के दायें कोने से ऊपर के बायें कोने की ओर अग्रसर होती है तो सह संबंधऋणात्मक होता है। यह संबंध की मात्रा का अनुमान करने के लिए अंकित बिन्दुओं के बीच से एक सर्वोत्तम उपयुक्तता

की रेखा खींचची जा सकती है। विक्षेप चित्र के बिन्दु इस रेखा के जितने अधिक समीप होते हैं, सह संबंधउतना ही अधिक माना जाता है। यदि सभी बिन्दु नीचे के बायें कोने से ऊपर के दायें कोने की ओर एक सरल व सीधी रेखा के रूप में अंकित होते हें तो दोनों पदमालाओं में पूर्ण धनात्मक सह संबंधहोता है। इसी प्रकार यदि सभी बिन्दु ऊपर के बाएं कोने से नीचे के दायें कोने की ओर एक सीधी रेखा के रूप में अंकित होते हैं तो पूर्ण ऋणात्मक सह संबंधहोता है। यदि विभिन्न बिन्दु बिना किसी क्रम के चारों और बिखरे होते हैं तो सह संबंधका अभाव होता है।

सह संबंधके विभिन्न परिमाण की दिशा में विक्षेप चित्र में बिन्दु निम्न प्रकार अंकित होते हैं -

Scatter Digrams Showing Different Degree of Correlation क



इस विधि के गुण व दोष निम्न प्रकार है -

गुण - बिन्दु रेखीय विधि की भांति यह विधि भी सरल है और जन सामान्य को इस विधि द्वारा सह संबंधसमझने मे कठिनाई नहीं होती।

दोष - इस विधि में भी सह संबंधसंख्यात्मक रूप से प्राप्त न होकर केवल अनुपात के रूप में प्राप्त होता है और सह संबंधकी दिशा का ही ज्ञान हो पाता है।

(Algebraic Methods)

3. **कार्ल पियर्सन का सह संबंधगुणंक** - कार्ल पियर्सन की विधि द्वारा सह संबंधकी दिशा का अनुमान व मात्रा की अंकात्मक माप करना संभव होता है। कार्ल पियर्सन विधि पदमालाओ के समान्तर माध्य और प्रमाप विचलन पर आधारित है। गणितीय दृष्टि से

यह विधि पूर्ण रूप से शुद्ध है। इस विधि का प्रतिपादन 1890 ई. में कार्ल पियर्सन ने किया था।

1 कार्ल पियर्सन विधि के मुख्य लक्षण -

कार्ल पियर्सन के सह संबंधगुणक के निम्नलिखित मुख्य लक्षण हैं -

1 दिशा का ज्ञान - कार्ल पियर्सन के सह संबंधगुणक द्वारा सह संबंधकी दिशा का ज्ञान होता है। यदि सह संबंधगुणक (+) में होता है तो धनात्मक सह संबंधऔर (-) में होने पर ऋणात्मक सह संबंधहोता है।

2 मात्रा व सीमाओं का ज्ञान - कार्ल पियर्सन के सह संबंधगुणक द्वारा सह संबंधकी दिशा के साथ साथ उसकी मात्रा की अंकात्मक माप भी प्राप्त होता है। सह संबंधगुणक सदा (+) 1 और (-) 1 के बीच में रहता है। पूर्ण धनात्मक सह संबंधकी दिशा में गुणक (+) 1 और पूर्ण ऋणात्मक सह संबंधकी दिशा में गुणक (-) 1 होता है। यदि गुणक शून्य (0) होता है तो सह संबंधका अभाव होता है।

3 अच्छा माप - कार्ल पियर्सन का सह संबंधगुणक एक आदर्श माप है क्योकि इसमें पदमाला के समान्तर माध्य और प्रमाप विचलन के आधार पर सह संबंधज्ञात किया जाता है।

4 सह विचरण की मात्रा का ज्ञान - कार्ल पियर्सन का यह संबंधगुणज दोनो पदमालाओं के सह विचरण के माप का गुणक होता है अतएव सह विचारण की मात्रा भी ज्ञात की जा सकती है। यह विचरण की मात्रा ज्ञात करने के लिए दोनों पदमालाओं के संबंधितमाध्य $(\bar{X},\bar{Y})$ से उनके विचलन (X, Y) ज्ञात करने के लिए दोनों पदमालाओं के संबंधित विचलनों का गुणा करके, गुणनफलों के योग $(\sum xy)$ में पद युग्मों का भाग दिया जाता है। सह विचरण, सह संबंधकी निरपेक्ष माप होता है। सूत्र के रूप में -

$$Co-\text{var}\,oamce=\frac{(\sum xy)}{n}$$

कार्ल पियर्सन विधि की मान्यताएं

कार्ल पियर्सन का सह संबंधगुणक निम्नलिखित मान्यताओं पर आधारित है -

1 प्रत्येक सह संबंधितपदमाला के विभिन्न प्रकार के अनाश्रित कारण प्रभाव डालते हैं जिनके द्वारा सामान्य वितरण और संभावित होती है।

2 पदमाला को प्रभावित करने वाले कारणों मे परस्पर कारण और प्रभाव संबंधहोता है।

3 दोनों पदमालाओं के बीच रेखीय सह संबंधहोता है। कार्ल पियर्सन द्वारा बतायी गयी प्रत्यक्ष या लघु विधि के सूत्र का प्रयोग करके सह संबंध गुणक ज्ञात कर लिया जाता है।

इस विधि के मुख्य गुण व दोष इस प्रकार है -

गुण 1 इस विधि में सह संबंधगुणक ज्ञात करने के लिए पदमाला के सभी पदों को समान महत्व दिया जाता है, इसलिए यह विधि सह विचरण की एक आदर्श माप है।

2 इस विधि द्वारा सह संबंधकी केवल दिशा का ही अनुमान नहीं होता वरन् उसकी मात्रा की अंकात्मक माप करना भी संभव होता है।

3 इस विधि में पदमालाओं को दिशाओं के साथ साथ उसकी बनावट का भी ध्यान रखा जाता है।

दोष - 1 इस विधि द्वारा सह संबंधनिकालने पर यह ज्ञात नहीं होता कि दोनों पदमालाओं के मारण और प्रभाव का संबंधहै अथवा नहीं।

2 सह संबंधगुणक निकालने की गणना क्रिया कठिन है।

3 इस विधि द्वारा निकाले गये सह संबंध गुणक का निर्वाचन करना आवश्यक होता है अन्यथा सामान्य व्यक्ति सरलतापूर्वक उसमें कोई परिणाम नहीं निकाल सकता है।

कार्ल पियर्सन के सह संबंधनिकालने की कार्यविधि - सह संबंधगुणक ज्ञात करने के लिए कार्ल पियर्सन ने एक सूत्र बताया है जिसके अनुसार सर्वप्रथम सह विचरण की मात्रा ज्ञात की जाती है और तत्पश्चात दोनों श्रेणियों के प्रमाप विचलनों के गुणनफल से सह विचरण को भाग दिया जाता है, प्राप्त भागफल सह संबंधकगुणक होता है। कार्ल पियर्सन के सह संबंधगुणक का सूत्र निम्न प्रकार है -

$$r = \frac{\sum xy}{n\sigma_x\sigma_y} \; or \; r = \frac{co-\text{var}\,oamce}{\sigma_x\sigma_y} \; or \; \frac{\sum xy}{\sqrt{\sum x^2 . \sum y^2}}$$

व्यक्तिगत अवलोकनों में प्रत्येक विधि द्वारा सह संबंधगुणक की गणना

1 दोनों पदमाला का सामान्तर माध्य $(\bar{x}\,\bar{y})$ ज्ञात किया जाता है।

2 दोनों पदमालाओं के समान्तर माध्य से उनके व्यक्तिगत पदों के अलग अलग विचलन (dx, dy) ज्ञात किए जाते हैं।

3 दोनों पदमालाओं के विचलनों के अलग अलग वर्ग (d^2x, d^2y) ज्ञात किए जाते हैं और दोनों पदमालाओं के अलग अलग प्रमाप विचलन (σ_x, σ_y) ज्ञात किए जाते हैं।

4 दोनों पदमालाओं के परस्पर संबंधितविचलनों (dx और dy) का गुणा (dx, dy) किया जाता है और विभिन्न गुणनफलों का जोड़ $\sum(dx\,dy)$ ज्ञात किया जाता है और इसे सारणी के अंतिम खाने में रखा जाता है। तत्पश्चात उपर्युक्त सूत्र का प्रयोग किया जाता है।

Illustration 1 Calculate the coefficient of correlation between the following two series:

X	17	18	19	19	20	20	21	21	22	23
Y	12	16	14	11	15	19	22	16	15	20

Solution. Calcution of coffiecient of Correlation

(x)	$\bar{x}=20$ (x)	(x^2)	(Y)	$\bar{Y}=16$ $Y=Y-\bar{Y}$	(y^2)	(xy)
17	-3	9	12	-4	16	+12
18	-2	4	16	0	0	0
19	-1	1	14	-2	4	+2
19	-1	1	11	-5	25	+5
20	0	0	15	-1	1	0
20	0	0	19	+3	9	0
21	+1	1	22	+6	36	+6
21	+1	1	16	0	0	0
22	+2	4	15	-1	1	-2
23	+3	9	20	+4	16	+12
$\bar{x}=200$		$\sum x^2=30$	$\sum y=160$		$\sum y^2=108$	$\sum xy=+35$

$$\bar{X}=\frac{\sum X}{n}$$
$$=\frac{200}{10}$$
$$=20$$
$$\sigma_x=\sqrt{\frac{\sum X}{n}}$$
$$=\sqrt{\frac{30}{10}}$$
$$=\sqrt{3}$$
$$=1.73$$

$$\bar{y}=\frac{\sum y}{n}$$
$$=\frac{160}{10}$$
$$=16$$
$$\sigma_x=\sqrt{\frac{\sum y^2}{n}}$$
$$=\sqrt{\frac{108}{10}}$$
$$=\sqrt{10.8}$$
$$=3.26$$

$$r = \frac{\sum xy}{n.\sigma_x, \sigma_y}$$

$$= \frac{35}{10 \times 1.73 \times 3.29}$$

$$= \frac{35}{56.92} = +0.61$$

वैकल्पिक सूत्र

पिछले उदाहरण में सह संबंध गुणक ज्ञात करने के लिए दोनों पदमालाओ का प्रमाप विचलन ज्ञात करना पड़ा जिससे कि गणना क्रिया बढ गई और समय भी अधिक लगा। अत: कार्य पियर्सन के मूल सूत्र $= \left[r = \frac{\sum xy}{n.\sigma_x \sigma_y} \right]$ में दोनो पदमालाओं के प्रमाप विचलन σ_x और σ_y के स्थान पर प्रमाप विचलन निकालपे का सूत्र $\left[\sigma_x = \sqrt{\frac{\sum x^2}{n}} \text{ vkSj } \sigma_y = \sqrt{\frac{\sum y^2}{n}} \right]$ रखकर गणना क्रिया सरल की जा सकती है क्योंकि तब दोनों पदमालाओं के प्रमाप विचलन नहीं निकालने पड़ेगे ऐसा करने से सह संबंधगुणक का सूत्र संबंधगुणक का सूत्र निम्न पकार होगा

$$\left[n\sqrt{\frac{\sum x^2}{n}} \times \sqrt{\frac{\sum y^2}{n}} \right]$$

पिछले उदाहरण में उपयुक्त सूत्र के द्वारा सह संबंधगुणक निम्न प्रकार ज्ञात किया जाएगा।

$$r = \frac{\sum xy}{n\sqrt{\frac{\sum x^2}{n}} \times \sqrt{\frac{\sum y^2}{n}}}$$

$=$

$$r = \frac{35}{10 \times \sqrt{\frac{30}{10}} \times \sqrt{\frac{108}{10}}}$$

$$= \frac{35}{10 \times \sqrt{3} \times \sqrt{10.8}}$$

$$= \frac{35}{10 \times 1.73 \times 3.29}$$

$$= \frac{35}{56.92} = \pm 0.61 Ans$$

द्वितीय सूत्र $r = \frac{\sum xy}{n\sqrt{\frac{\sum x^2}{n} \times \frac{\sum y^2}{n}}}$ को निम्न प्रकार से ओर अधिक सरल बनाया जा सकता है - $r = \frac{\sum xy}{\sqrt{\sum x^2 \sum y^2}}$

पिछले उदाहरण में तृतीय सूत्र द्वारा सह संबंधनिम्न गुणक प्रकार ज्ञात किया जाएगा -

$$r = \frac{35}{\sqrt{30 \times 108}}$$

$$= \frac{35}{\sqrt{3240}}$$

$$= \frac{35}{5692 = +0.61 Ans.}$$

6.7 लघु विधि द्वारा सहसंबंध गुणांक की गणना (Calcultation of coefficient of correlation by short-cut metho in individual observations)

प्रत्येक विधि द्वारा सह संबंधगुणक निकालने में एक कठिनाई है कि विचलन समान्तर माध्य से लिए जाते हैं और यदि समान्तर मध्य पूर्णाक में न होकर दशमलवांश में होता है तो गणना क्रिया कठिन हो जाती है अतएव गणना क्रिया को सरल करने के लिए लघु विधि का प्रयोग कियो जाता है। लघु विधि में विचलन निकालने के लिए समान्तर माध्य का उपयोग न करके दोनों पदमालाओं के लिए कल्पित माध्य का उपयोग किया जाता है। ऐसी परिस्थिति में $\sum(dx, dy)$ के मूल्य को शुद्ध करे के लिए मूल सूत्र में कुछ संशोधन किया जाता है और $\sum(dx, dy)$ के मूल्य मे से दोनों पदमालाओ के समान्तर $(\bar{X}\,\bar{Y})$ और कल्पित माध्य $\bar{X}\,d\,\bar{Y}\,d$ के अन्तर के गुणनफल $(\bar{X} - \bar{Y}\,d)(\bar{Y} - \bar{Y}\,d)$ को पदों की संख्या (n) से गुणा करके घटाया जाता है। $\sum(dx, dy - n)(\bar{X} - \bar{Y}\,d)(\bar{Y} - \bar{Y}\,d)$

लघु विधि द्वारा सह संबंधगुणक ज्ञात करने की कार्यविधि निम्नलिखित है।

1 x व y पदमालाओं के लिए कोई सुविधाजनक मूल्य कल्पित माध्य (A) माना जाता है।
2 इन कल्पित माध्यों से दोनों पदमालाओं के विचलन (dx व dy ज्ञात किए जाते हैं।
3 दोनो पदमालाओं के समान्तर माध्य ($\bar{X}, \bar{Y}$) ज्ञात किए जाते हैं।

4 दोनों पदमालाओं के विचलनों के वर्ग d^2x व d^2y ज्ञात करके प्रमाण विचलन (σ_x, σ_y) ज्ञात किए जाते हैं।

5 दोनों पदमालाओं के संबंधित विचलनों dx व dy का गुणा किया जाता है और $\sum dxdy$ ज्ञात किया जाता है -

$$1 \qquad r = \frac{\sum dxdy - n(\bar{X} - \bar{Y}d)(\bar{X} - Y\,d)}{n, \sigma_x, \sigma_y}$$

लघु विधि द्वारा सह संबंधगुणक ज्ञात करने के उपर्युक्त सूत्र का प्रयोग करने पर दोनों पदमालाओं के अलग अलग समान्तर माध्य व प्रमाप विचलन भी ज्ञात करने पड़ते हैं जिससे कि गणना क्रियाएं बढ जाती हैं व समय भी अधिक लगता है अतएव व्यवहार में उपर्युक्त सूत्र का प्रयोग इसी रूप में नही किया जाता वरन् सूत्र को सरल बनाकर किया जाता है। उपर्युक्त सूत्र को सरल बना लेने पर दोनों पदमालाओं के समान्तर माध्य व प्रमाप विचलन निकालने की क्रियाएं नहीं करनी पडती है। सूत्र के सरल रूप निम्न प्रकार है -

$$2 \quad \frac{\sum dxdy - n\left(\frac{\sum dx}{n}\right)\left(\frac{\sum dy}{n}\right)}{n \times \sqrt{\frac{\sum dx^2}{n} - \left(\frac{\sum dy}{n}\right)^2} \times \sqrt{\frac{\sum dx^2}{n} - \left(\frac{\sum dy}{n}\right)^2}}$$

द्वितीय सूत्र को ओर भी अधिक सरल रूप में निम्न प्रकार रखा जा सकता है –

$$\text{(iii) r} = \frac{\sum dxdy - n\left(\frac{\sum dx \sum dy}{n}\right)}{n \times \sqrt{[\frac{\sum dx^2}{n} - \frac{(\sum dY)}{n}}^2 \times \sum dx^2 \left(\frac{\sum dy}{n}\right)^2}$$

एक अन्य रूप निम्न प्रकार है -

$$\text{(iv)} \quad r = \frac{\sum dxdy, N - (\sum dx \sum dy).}{(\sqrt{\sum dx^2.n - (\sum dx)^2})(\sum dy^2.n - (\sum dy)^2)}$$

Iiustration 3. Calculate the coefficient of correlation for the following data. Given price of two commodities A and B in the different markets –

A	35	36	40	38	37	39	41	40	36	38
B	65	72	78	77	76	77	80	79	76	75

Solution: Calculation of Coefficient of Correlation

Prices of Commodity A(X)	A = 38 (dx) = X-A	(dx^2)	Prices of Commodity (Y)	A = 75 (dx) = Y-A	(dy^2)	(dxdy)
35	-3	9	65	-10	100	+30
36	-2	4	72	-3	9	+6
40	+2	4	78	+3	9	+6
38	0	0	77	+2	4	0
37	-1	1	76	+1	1	-1
39	+1	1	77	+2	4	+2
41	+3	9	80	+5	25	+15
40	+2	4	79	+4	16	+8
36	-2	4	76	+1	1	-2
38	0	0	75	0	1	0
N = 10	$\sum dx = 0$	$\sum dx^2 = 36$	n=10	$\sum dy + 5^2$	$\sum dy^2 = 16$	$\sum dxdy = +6$

Calculation of r by First Formula

$$\bar{X} = A\frac{\sum dX}{n}$$
$$= 38 + \frac{0}{10}$$
$$= 38 + 0$$

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{\sum X^2 + \left(\frac{\sum dx}{n}\right)^2}{n}}$$
$$= \sqrt{\frac{36}{10} - \left(\frac{0}{10}\right)^2}$$
$$= \sqrt{36 - 0}$$
$$= \sqrt{3.6}$$
$$= 1.897$$

$$\bar{y} = A + \frac{\sum dy}{n}$$
$$= 75 + \frac{5}{10}$$
$$= 75 + 5$$
$$= 75.5$$

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{\sum dy^2}{n} - \left(\frac{\sum dy}{n}\right)^2}$$
$$= \sqrt{\frac{169}{10} - \left(\frac{5}{10}\right)^2}$$
$$= \sqrt{16.9 - 2.5}$$
$$= \sqrt{16.65}$$
$$= 4.08$$

$$r = \frac{\sum dsdy - n(\bar{X} - A) \times (\bar{Y} - A)}{n.\sigma_x, \sigma_y}$$

$$= \frac{64 - 10(38 - 38)(75.5 - 75)}{10 \times 1.897 \times 4.08}$$

$$= \frac{64 - 10(0 \times .5)}{77.3976}$$

$$= \frac{64 - 0}{77.3976}$$

$$= \frac{64}{77.3976} = +40.83$$

Second Formula

$$r = \frac{\sum dxdy - n\left(\frac{\sum dx}{n}\right)\left(\frac{\sum dy}{n}\right)}{n \times \sqrt{\frac{\sum dx^2}{n} - \left(\frac{\sum dx}{n}\right)^2} \times \sqrt{\frac{\sum dy^2}{n} - \left(\frac{\sum dy}{n}\right)^2}}$$

$$= \frac{64 - 10\left(\frac{0}{10}\right)\left(\frac{5}{10}\right)}{10 \times \sqrt{\frac{36}{10} - \left(\frac{0}{10}\right)^2} \times \sqrt{\frac{169}{10} - \left(\frac{5}{10}\right)^2}}$$

$$= \frac{64 - 10(0 \times 0.5)}{10 \times \sqrt{3.6 - 0} \times \sqrt{16.9 - 0.25}}$$

$$= \frac{64 - 0}{10 \times \sqrt{3.6 -} \times \sqrt{16.65}} \qquad = \frac{64 - 0}{10 \times 1.897 \times 4.08}$$

$$= \frac{64}{77.4} \qquad = +0.83\, Ans.$$

Third Formula

$$r = \frac{\sum dxdy - \left(\frac{\sum dx . \sum dy}{n}\right)}{\sqrt{\left[\sum dx^2 - \frac{(\sum dx)^2}{n}\right]\left[\sum dy^2 - \frac{(\sum dy)^2}{n}\right]}}$$

$$= \frac{64 - \left(\frac{0 \times 5}{10}\right)}{\sqrt{\left[36 - \frac{(0)^2}{10}\right]\left[169 - \frac{(5)^2}{10}\right]}}$$

$$= \frac{64 - 0}{\sqrt{[36 - 0][169 - 2.51]}}$$

$$=\frac{64}{\sqrt{36\times166.5}}$$

$$=\frac{64}{\sqrt{5994}}$$

$$=\frac{64}{77.4}=+0.83\ Ans.$$

Fourth Formula

$$r=\frac{\sum dxdy.n-\left(\sum dx.\sum dy\right)}{\sqrt{\left[\sum dx^2.n-(\sum dx)^2\right]\left[\sum dy^2.n-(\sum dy)^2\right]}}$$

$$=\frac{64\times10-(0\times5)}{\sqrt{[36\times10-(0)^2][169\times10-(5)^2]}}$$

$$=\frac{640-0}{\sqrt{[360-0][1690-251]}}$$

$$=\frac{640}{\sqrt{360\times1665}}$$

$$=\frac{640}{\sqrt{599400}}$$

$$=\frac{640}{774}=+0.83\ Ans.$$

6.8 स्पियरमेन कोटि अन्तर विधि

सह संबंधगणक ज्ञात करने की इस विधि का अन्वेषण प्रो. चार्ल्स स्पियरमैन ने किया। कभी कभी तथ्यों को संख्यात्मक रूप प्रदान करना संभव नहीं होता, उनका क्रमानुसार व्यक्त किया जा सकता है। उदाहरण के लिए, किसी कक्षा के विद्यार्थियों के स्वास्थ्य को संख्या में व्यक्त नहीं किया जा सकता किन्तु उन्हें उनके स्वास्थ्य के आधार पर क्रमानुसार व्यक्त किया जा सकता है। ऐसी दशा में स्पियरमैन को श्रेणी अन्तर विधि बहुत उपर्युक्त है क्योंकि इस विधि में सह संबंधगुणक ज्ञात करने के लिए पदमाला के पदों का मूल्य ज्ञात होना आवश्यक नहीं केवल पदों की स्थिति के अनुसार पदों का क्रम ज्ञात होने से ही गणना की जा सकती है।

स्पिरमैन की श्रेणी अन्तर विधि द्वारा सह संबंधगुणक निकालने की कार्य विधि निम्नलिखित है -

1 प्रथम पदमाला के पद मूल्यों को अलग अलग क्रम प्रदान किए जाते हैं। पदमाला के सबसे बड़े पद मूल्य को पहला क्रम उससे छोटे पद मूल्य को दूसरा क्रम और इसी प्रकार सभी पद मूल्यों को क्रम प्रदान किए जाते हैं या इसके विपरित सबसे छोटे पद मूल्य को पहला क्रम उससे बड़े पद मूल्य

को दूसरा क्रम और इसी प्रकार सभी पद मूल्यों को क्रम प्रदान किए जाते हैं। दोनों पदमालाओं के लिए क्रम देने की विधि एक समान होनी चाहिए।

यदि एक से अधिक पदों का मूल्य समान होता है तो ऐसी दशा में दो रीतियों द्वारा क्रम दिए जा सकते हैं।

ट) मध्य क्रम रीति में समान मूल्य वाले पदों को समान क्रम दिया जाता है। समान क्रम उन पदों के क्रमों का माध्य ज्ञात करके दिया जाता है। माध्य निकालने के लिए उन पदों के वे क्रम ज्ञात किए जाते हैं जो कि उन पदों के पद मूल्य समान न होने पर पद दिए जाते। इन क्रमों का औसत समान क्रम के रूप में उन समान पद मूल्यों वाला पद 40 है, उससे ठीक कम मूल्य वाले तीन पद हैं जिनका कि मूल्य 30 समान है, पांचवे व छठे पद का मूल्य क्रमश: 28 व 25 है तो पहले पद मूल्य 40 को 1 क्रम, समान मूल्य 30 वाले पदों को . $\frac{2+3+4}{3} = \frac{9}{3} = 3$ क्रम प्रदान किया जाएगा, पांचवें पद 28 को 5 क्रम और छठे पद 25 को 6 क्रम प्रदान किया जाएगा।

Size of Item	30	40	30	28	25	25
Rank	3	1	3	5	6	3

1 व्यवहार में, कुछ पदों का समान मूल्य होने पर, पहली रीति मध्य क्रम रीति का ही अधिकतर प्रयोग किया जाता है।

2 x पदमाला के क्रमों में Y पदमाला के संबंधितक्रम घटाकर अन्तर d ज्ञात किया जाता है।

दिए गए क्रमों व निकाले गए अन्तरों की शुद्धता की जांच के लिए यदि अन्तरों का बीजगणितीय जोड़ निकाला जाए तो वह सदा शून्य होना चाहिए अर्थात $\sum d^2 = 0.$

3 क्रमों के अन्तरों (d) के वर्ग (d^2) निकाले जाते हैं और इन वर्गों को जोड़ ($\sum d^2$) ज्ञात किया जाता है। तत्पश्चात निम्न सूत्र का प्रयोग करके सह संबंधगुणांक ज्ञात किया जाता है।

$$p = 1 - \frac{6(\sum d^2)}{n(n^2-1)}$$

$$p = 1 - \frac{6(\sum d^2)}{n^3 - n}$$

Economics :	8	36	98	25	82	92	62	65	39	75
Statistics :	84	51	91	60	68	62	86	35	49	58

Solution: Calculate of coefficient of Rank correlation

Percentage of Marks in Economics (X)	Ranks	Percentage of Marks in Statistics (Y)	Ranks	Ranks Difference (d)	D^2
8	10	84	3	+7	49
36	8	51	8	0	0
98	1	91	1	0	0
25	9	60	6	3	9
75	4	68	4	0	0
82	3	62	5	-2	4
92	2	86	2	0	0
62	6	58	7	-1	1
65	5	35	10	-5	25
19	7	49	9	-2	4
N = 10					$\sum d^2 = 82$

$$p = 1 - \frac{6\sum d^2}{n(n^2 - 1)}$$

$$= 1 - \frac{6 \times 92}{10(10^2 - 11)}$$

$$= 1 - \frac{552}{10 \times 99}$$

$$= 1 - \frac{552}{900}$$

$$= -1 - 0.557 = 0.443$$

$$p = 0.443 \; Ans.$$

जब केवल x पदमाला या x और y दोनों पदमालाओं के दो या अधिक पदों को सम्मान क्रम प्रदान किए जाते हैं तब क्रमोन्तर सह संबंधगुणांक के सूत्र में संशोधन किया जाता है। संशोधन करने के लिए पदमालाओं में जितनी बार समान क्रम होते हैं उतनी बार ही $\sum d^2$ में $\frac{1}{12}(m^3 - m)$ जोड़ा जाता है। यहाँ

M : doenotes the number of items whose ranks are equal.

Illustration 11 . Find the spearman's rank coefficient of correlation between the sales and expenses of the following 10 firms –

Firms	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Sales	50	50	55	60	65	65	65	60	60	50
Expenses	11	13	14	16	16	15	15	14	13	13

Solution : Calculate of coefficient of Rank Correlation

Firms	Sales (x)	Ranks	Expenses (Y)	Ramls	Ranks Differece (d)	d^2
1	50	9	11	10	-1.0	1.00
2	50	9	13	8	+1.0	1.00
3	55	7	14	5.5	+1.5	2.25
4	60	5	16	1.5	+3.5	12.35
5	65	2	16	1.5	+0.5	0.25
6	65	2	15	3.5	-1.5	2.25
7	65	2	15	3.5	-1.5	2.25
8	60	5	14	5.5	-0.5	0.25
9	60	5	13	8	-3.0	9.00
10	50	9	13	8	+1.0	1.00
N=10						$\sum d^2 = 31.50$

X पदमला में तीन पद मूल्यों को 2, तीन पद मूल्यों को 5 एवं तीन पद मूल्यों को 7 रेंक प्रदान किये गए हैं | इसी प्रकार Y पदमाला में भी दो पद मूल्यों को 1.5 प्रत्येक को दो पद मूल्यों को 3.5 क्रम

प्रत्येक को, अन्य दो पद मूल्यों को 5.5 क्रम और तीन पद मूल्यों को 8 रेंक प्रदान किए गए हैं। अतएव इस उदाहरण में $\sum d^2$ में $\frac{1}{12}(m^3 - m)$ सात बार जोड़ा जाएगा।

$$T = \sum \frac{1}{12}(m^3 - m)$$
$$= \frac{1}{12}(3^3 - 3) + \frac{1}{12}(3^3 - 3) + \frac{1}{12}(3^3 - 3) +$$
$$\frac{1}{12}(2^3 - 2) + \frac{1}{12}(2^3 - 2) + \frac{1}{12}(2^3 - 2) + \frac{1}{12}(3^3 - 3) = 9.5$$
$$p = 1 - \frac{6\sum d^2 + T)}{n(n^2 - 1)}$$
$$1 - \frac{6(31.5 + 9.5)}{10(10^2 - 1)}$$
$$1 - \frac{6 \times 41}{10 \times 99}$$
$$= 1 - \frac{246}{990} = 1 - 0.25$$
$$p = 0.75 \; Ans.$$

स्पियरमैन श्रेणी विधि के मुख्य गुण व दोष इस प्रकार हैं -

गुण 1 यह विधि कार्ल पियर्सन की विधि से अधिक सरल है, क्योंकि गणना क्रिया अपेक्षाकृत कम व सरल है 2 ऐसी दशा में जबकि पदमाला के पदों के वास्तविक मूल्य ज्ञात न हो और केवल उनका क्रम ही ज्ञात हो, तो इस विधि द्वारा सह संबंधगुणक ज्ञात किया जा सकता है। 3 ऐसी पदमालाओं में जो कि अनियमित होती हैं या जिनके चरम पद भ्रमपूर्ण होते हैं सह संबंधगुणक ज्ञात करने के लिए यह विधि उपर्युक्त होती है।

4 यह विधि वहां भी अधिक उपर्युक्त होती है जहां आवृत्ति वितरणों में सह संबंधज्ञात न करके व्यक्तिगत अध्ययनों में ज्ञात करना हो।

दोष - पदमालाओं में पदों की संख्या बहुत अधिक 30 से अधिक होने पर इस विधि के प्रयोग में कठिनाई होती है

6.9 सहसंबंधगुणांक के उपयोग

सह संबंधगुणांक के निम्नलिखित उपयोग है -

1 दो चरों के मध्य संबंधस्थापित करने में सहायक होता है।

2 दो चरों के बारे में संबंधोंके आधार पर भविष्य कथन करने में सहायक होता है।
3 किसी मनोवैज्ञानिक परीक्षण की विश्वसनीयता, वैधता तथा पद विश्लेषण ज्ञात करने में सहायक होता है।
4 सह संबंधचरों के t मान ज्ञात करने हेतु सह संबंधगुणांक का उपयोग होता है।
5 कारक विश्लेषण (Factorial analysis) अध्ययन में सह संबंधगुणांक की विशेष भूमिका होती है।
6 किन्हीं दो परिवर्तित चरों के मध्य संबंधके स्वरूप को प्रकट करता है।

6.10 सारांश

किन्ही दो अथवा दो से अधिक चरों के मध्य स्थित पारस्परिक संबंधकको सह संबंधकहते हैं | सह संबंधकी तीव्रता का अनुमान उसके मध्य स्थापित सह संबंधगुणांक के मान पर निर्भर करता है। यह हमेशा -1 से + 1 के मध्य प्राप्त होता है।

सह संबंध सामान्यत: तीन प्रकार का होता है धनात्मक, ऋणात्मक एवं शून्य। जब दोनों चरों के परिवर्तन की दिशा एक ही तो यह धनात्मक होता है विपरीत हो तो ऋणात्मक होता है एवं दूसरे पर कोई प्रभाव नहीं डाले तो शून्य होता है।

प्रोडेक्ट मोमेन्ट सह संबंध विधि का प्रतिपादन 1836 मे कार्ल पियर्सन द्वारा किया गया यह दो परिवर्ति चरों के मध्य अनुपात को दर्शाता है। जब दो चरों के मध्य मात्रात्मक स्वभाव न होकर गुणात्मक स्वभाव हो तो उन्हें रेन्क देकर कोटि अन्तर विधि से सह संबंधज्ञात करते हैं इसे चाल्स स्पीयरमैन ने प्रतिपादित किया था।

सह संबंधगुणांक का उपयोग अनेक परिस्थितियों में दो चरों के मध्य संबंधस्थापित करने के लिए किया जाता है। मनोवैज्ञानिक परीक्षणों की विश्वसनीयता एवं वैधता ज्ञात करने में भी इसका उपयोग होता है।

6.11 शब्दावली

- **सह विचरण -** कार्ल पियर्सन का सह संबंधगुणांक दोनों पदमालाओं के सहविचरण के माप का गुणांक होता है।
- **सह संबंधके गुणांकका निर्वचन -** दो पदमालाओं सह संबंध के गुणक निर्वचन परिणाम और महत्व के अनुसार किया जाता है। परिमाण के अनुसार सह संबंधगुणांक (+1) पूर्ण धनात्मक और (-1) पूर्ण ऋणात्मक के बीच में आना चाहिए।

- **रेखीय सह संबंध-** जब दो पदमालाओं में विचरण या परिवर्तन का अनुपात स्थायी होता है अर्थात सदैव एक सा होता है।

6.12 स्वमूल्यांकनहेतु प्रश्न

1 प्रोडक्ट मोमेन्ट विधि का प्रतिपादन किसने किया।
2 कोटि अन्तर विधि का प्रतिपादन किसने किया।
3 सह संबंधगुणांक का विस्तार बताइये।
4 कार्ल पियर्सन के सह संबंधगुणांक का प्रतिपादन कब किया गया।

लघुरात्मक प्रश्न

1 सह संबंधकिसे कहते हैं।
2 रेखीय सह संबंधको उदाहरण सहित स्पष्ट कीजिए।
3 गुणांक सह संबंधको उदाहरण सहित स्पष्ट कीजिए।
4 कार्ल पिर्यसन गुणांक के गुण एवं दोषों की व्याख्या कीजिए।

निबंधात्मक प्रश्न

1- किसी प्रतियोगी परीक्षा में दो निर्णायको द्वारा दस विद्याथियों को प्राप्तांक दिये गये हैं उनके मध्य कार्ल पिर्यसन विधि से सह संबंधगुणांक का मान ज्ञात कीजिए।

क.स.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
निर्णायक A	52	53	42	60	45	41	37	38	25	27
निर्णायक B	65	68	43	38	77	48	35	30	25	50

2 दस विद्यार्थियों के किसी परीक्षा में गणित एवं सांख्यिकी के प्राप्तांक नीचे दिये जा रहे हैं कार्ल पियर्सन सह संबंध गुणांक की गणना कीजिए तथा अपने उत्तर की व्याख्या कीजिए।

प्राप्तांक गणि	45	70	65	40	80	40	50	70	85	60
प्राप्तांक सांख्यिकी	35	80	70	40	90	45	60	80	80	50

3 दस विद्यार्थियों ने अर्थशास्त्र एवं सांख्यिकी में निम्नलिखित प्राप्तांक प्राप्त किए कोटि अन्तर विधि से सहसंबंध गुणांक की गणना कीजिए तथा अपने उत्तर की व्याख्या कीजिए।

अर्थशास्त्र	78	36	98	25	75	82	90	62	65	39
सांख्यिकी	84	51	91	60	68	62	86	98	53	47

6.13 संदर्भ ग्रंथ सूची

- गेरेट (1966) शिक्षा एवं मनोविज्ञान में सांख्यिकी, कल्याणी पब्लिकेशनर्स, नई दिल्ली
- कपिल एवं के (2005) सांख्यिकी के मूल तत्व, विनोद पुस्तक मन्दिर आगरा -2
- अस्थाना एवं अग्रवाल (1963), मनोविज्ञान और शिक्षा में मापन और मूल्यांकन विनोद पुस्तक मन्दिर आगरा -2
- सिंहल, मोहन (1988) सांख्यिकी सिद्धान्त विधियाँ और व्यवहार, श्री महावीर बुक डिपो (पब्लिशर्स), नई दिल्ली
- Guilford, J.P. (1954) : Psychoetric methds, New Yourk, McGraew Hill, Book Company.

इकाई 7

प्रतिचयन विधियाँ (Sampling Method)

प्रायिकता तथा अप्रायिकता प्रतिचयन,प्रतिदर्श वितरण – मध्यमान, मानक विचलन तथा सहसंबंध की मानक त्रुटि सार्थकता स्तर, स्वतंत्रता के अंश, प्रथम प्रकार एवं द्वितीय प्रकार की त्रुटि Probability and Non Probability Sampling, Sampling Distribution-Standard Error-Mean, Standard Deviation and Correlation, Level of Significance, Degree of Freedom, Type I and Type II Error

इकाई की रूपरेखा

7.1 प्रस्तावना

7.2 उद्देश्य

7.3 प्रतिदर्श एवं प्रतिदर्शन का महत्व

7.4 सम्भाव्यता प्रतिचयन विधियाँ

7.5 असम्भाव्यता प्रतिचयन विधियाँ

7.6 प्रतिचयन वितरण,

7.7 मानक त्रुटि

7.8 सार्थकता के स्तर

7.9 स्वातंत्र्य कोटियाँ

7.10 प्रथम प्रकार तथा द्वितीय प्रकार की त्रुटि

7.11 सारांश

7.12 शब्दावली

7.13 निबंधात्मक प्रश्न

7.14 संदर्भ ग्रन्थ सूची

7.1 प्रस्तावना (Introduction)

पूर्व के इकाईयों के अध्ययन के उपरान्त आपने प्रदत्त व प्रदत्त संकलन के विधियों के बारे में जाना। प्रदत्त किसी समूह के सदस्यों के किसी गुण के प्रकार या मात्रा या दोनों को व्यक्त करते हैं। इन्हीं प्रदत्तों के आधार पर हम किसी समूह के संदर्भ में किसी शोधकार्य को संपादित करते हैं। जब समूह छोटा होता है तो समूह के प्रत्येक सदस्य से सम्बन्धित सूचनाएँ प्राप्त करना संभव होता है, जैसे किसी विद्यालय के अध्यापको या फिर किसी शहर के प्राथमिक विद्यालयों के शिक्षको के किसी गुण के

सम्बन्ध में प्रदत्त इकठ्ठा करना । परन्तु जब समूह बहुत बड़ा होता है, जैसे राजस्थान के समस्त प्राथमिक शिक्षक, तब समूह के प्रत्येक सदस्य के सम्बन्ध में सूचनाएँ प्राप्त करना कठिन हो जाता है। समय, धन व सामर्थ्य की सीमाओं को देखते हुए तब शोधकर्ता अपने शोधकार्य हेतु उन विधियों का प्रयोग करता है जिसे आप दैनिक जीवन में प्रयोग में लाते है । जैसे जब आप बाजार में चावल खरीदने जाते हैं तब चावल के बोरे से कुछ दाने निकालकर आप पूरे बोरे के बारे में अनुमान लगा लेते हैं कि बोरे के अंदर चावल अच्छा है या खराब। जब चिकित्सक आपको खून परीक्षण के लिए भेजता है तब आपके शरीर से निकाला गया थोड़ा सा खून शरीर में स्थित समस्त खून के संदर्भ में सूचनाएँ दे देता है । अर्थात आप यह महसूस करते हैं कि संपूर्ण के अध्ययन की बजाय उसके प्रतिनिधि अंश के अध्ययन से सम्पूर्ण के विषय में अनुमान लगाया जा सकता है।

इसी प्रकार शोधकर्ता समय, धन व सामर्थ्य की सीमाओं को देखते हुए बड़े समूहों के प्रत्येक सदस्य के सम्बन्ध में प्रदत्त इकठ्ठा करने की बजाय उसके प्रतिनिधि सदस्यों के छोटे समूह के सम्बन्ध में सूचनाएँ इकठ्ठी कर बड़े समूहों के विषय में अनुमान लगाने का कार्य करता है । यहाँ बड़े समूह को जनसंख्या या समष्टि या समग्र तथा उसके प्रतिनिधि छोटे समूह को प्रतिदर्श या न्यादर्श कहा जायेगा।

प्रस्तुत इकाई के अंतर्गत आप प्रतिदर्श चयन, प्रतिदर्श वितरण, मानक त्रुटि, सार्थकता स्तर, स्वतन्त्रता के अंश, प्रथम प्रकार तथा द्वितीय प्रकार की त्रुटि के संदर्भ में अध्ययन करेंगे।

7.2 उद्देश्य (Objectives)

प्रस्तुत इकाई के अध्ययन के उपरान्त आप -

- प्रतिदर्श की अवधारणा की व्याख्या कर सकेंगे।
- प्रतिचयन से सम्बन्धित प्रमुख संप्रत्ययों यथा प्रतिचयन इकाईयाँ, प्रतिचयन, ढाँचा, प्रतिदर्श इकाईयाँ, प्रतिदर्शज, प्राचल, प्रतिचयन वितरण आदि की व्याख्या कर सकेंगे।
- सम्भाव्यता व असम्भाव्यता प्रतिचयन विधियों की अवधारणाओं को समझा सकेंगे।
- सम्भाव्यता तथा असम्भाव्यता प्रतिचयन विधियों को स्पष्ट कर सकेंगे।
- प्रतिचयन वितरण, केन्द्रीय सीमा प्रमेय तथा मानक त्रुटि की व्याख्या कर सकेंगे।
- सार्थकता स्तर तथा स्वतन्त्रता के अंश की व्याख्या कर सकेंगे |
- प्रथम प्रकार तथा द्वितीय प्रकार की त्रुटि की व्याख्या कर सकेंगे।

7.3 प्रतिदर्श एवं प्रतिदर्शन का महत्व (Sample and importance of Sampling)

प्रतिदर्श समष्टि के गुणों का वास्तविक प्रतिनिधित्व करने वाली इकाई है जिसे समष्टि के अध्ययन के लिए चुना जाता है। जैसे शरीर में ब्लड शुगर की मात्रा जानने के लिये शरीर से परीक्षण के लिए निकाली गयी खून की कुछ बूंदें प्रतिदर्श का उदाहरण हैं। प्रतिदर्श के गुणों के आधार पर

समष्टि के विषय में अनुमान लगाया जाता है। इस अनुमान लगाने की प्रक्रिया को सामान्यीकरण कहा जाता है।

आधुनिक युग का अधिकांश अनुसंधान कार्य प्रतिदर्श विधि के द्वारा ही किया जाता है। प्रतिदर्श विधि के प्रयोग के निम्नलिखित तर्क है -

(i) यदि अनुसंधानकर्ता के द्वारा छाँटा गया प्रतिदर्श समष्टि का सही ढंग से प्रतिनिधित्व करता है तब प्रतिदर्श से संकलित सूचनाओं की सहायता से समग्र या समष्टि के सम्बन्ध में ठीक-ठीक अनुमान लगाया जा सकता है।

(ii) वैज्ञानिक ढंग से छाँटे गये प्रतिदर्श में वे सभी विषेशताएँ होने की सम्भावना होती है जो समष्टि में विद्यमान है तथा ऐसा प्रतिदर्श समष्टि का सही ढंग से प्रतिनिधित्व करने वाला माना जा सकता है।

इस प्रकार एक अच्छा प्रतिदर्श अपने समष्टि का वास्तविक प्रतिनिधि होता है जिसमें समष्टि के लगभग समस्त गुण पाये जाते हैं। इस प्रकार के प्रतिदर्श को प्रतिनिधि प्रतिदर्श कहा जाता है। लेकिन जब पूर्वाग्रह से ग्रस्त होकर ऐसे प्रतिदर्श का चयन किया जाता है जो अपने समष्टि से क्रमबद्ध रूप से भिन्न होता है तब ऐसे प्रतिदर्श को पूर्वाग्रही प्रतिदर्श कहा जाता है। इससे प्राप्त निष्कर्ष का सामान्यीकरण अर्थपूर्ण ढंग से संभव नहीं हो पाता। प्रतिचयन विधि को समझने हेतु इससे सम्बंधित निम्नांकित मुख्य संप्रत्यय को समझना आवश्यक है -

समष्टि (Population) - किसी समूह के उन सभी इकाईयों का समुच्चय जिसके सम्बन्ध में शोधकर्ता कुछ निष्कर्ष ज्ञात करना चाहता है समष्टि कहलाती है। समष्टि संख्या को 'P' से व्यक्त करते हैं।

प्रतिदर्श (Sample) - समष्टि के गुणों का वास्तविक प्रतिनिधित्व करने वाली इकाईयों का समुच्चय जिसे समष्टि के अध्ययन के लिये चुना जाता है प्रतिदर्श कहलाती है। प्रतिदर्श को 'N' से व्यक्त करते हैं।

प्रतिदर्श इकाई (Sample Unit)- प्रतिदर्श के रुप में चुनी गयी प्रत्येक इकाई प्रतिदर्श इकाई है।

प्रतिचयन (Sampling) - प्रतिचयन वह निश्चित तरीका है जिसके माध्यम से समष्टि से प्रतिदर्श का चयन किया जाता है।

प्रतिचयन इकाईयों (Sampling Units) - समष्टि के उपलब्ध व चुने जाने योग्य समस्त इकाईयों को प्रतिचयन इकाईयाँ कहते हैं।

प्रतिचयन ढाँचा (Sampling Frame)- समष्टि के सभी प्रतिचयन इकाईयों के समूह को प्रतिचयन ढाँचा कहते हैं जिसमें से प्रतिदर्श चुने जाते हैं।

प्राचल (Parameters) - समष्टि के लिए विद्यमान वर्णनात्मक मापों को प्राचल कहते हैं। जैसे राजस्थान के उच्चतर माध्यमिक विद्यालयों के छात्रों के शैक्षिक उपलब्धि पर यदि कोई शोधकार्य हो तो राजस्थान के समस्त उच्चतर माध्यमिक विद्यालयों के समस्त छात्रों के शैक्षिक उपलब्धियों के मध्यमान, मानक विचलन आदि को प्राचल कहा जाएगा। प्राचल मानों के रुप में मध्यमान को μ या M_{Pop} मानक विचलन को σ तथा सहसम्बंध को r_{Pop} या ρ से व्यक्त करते हैं।

प्रतिदर्शज (Statistics) - प्रतिदर्श के लिए ज्ञात की जाने वाली वर्णनात्मक मापों को प्रतिदर्शज कहते हैं। जैसे ऊपर के उदाहरण में यदि समष्टि से 300 प्रतिनिधि प्रतिदर्श चुने जाऐं तब प्रतिदर्श के रुप में 300 छात्रों के शैक्षिक उपलब्धियों के मध्यमान, मानक विचलन आदि को प्रतिदर्शज कहा जाएगा। प्रतिदर्शज मानों के रुप में मध्यमान को M मानक विचलन को s, प्रसरण को s^2 तथा सहसंबंध को r से व्यक्त करते हैं।

सांख्यिकीय अनुमान (Statistical Inferences) - सांख्यिकीय विधियों के प्रयोग द्वारा प्रतिदर्शजों के आधार पर प्राचलों के लिए लगाया गया अनुमान या सामान्यीकरण सांख्यिकीय अनुमान है।

अनुमानात्मक सांख्यिकीय विधियाँ (Inferential Statistical Methods) - वैसी सांख्यिकीय विधियाँ जिसका प्रयोग प्रतिदर्शजों के आधार पर प्राचलों के संबंध में अनुमान या सामान्यीकरण व तत्संबंधी परिकल्पनाओं के परीक्षण के लिए किया जाता है । अनुमानात्मक सांख्यिकीय विधियाँ कहलाती हैं।

प्रतिचयन त्रुटि (Sampling Error) - प्रतिदर्श के प्रतिदर्शज मान (statistics) तथा समष्टि के प्राचल मान (parameter) के मध्य अन्तर को प्रतिचयन त्रुटि (sampling error) कहा जाता है। जैसे ऊपर दिये उदाहरण में प्रतिदर्श के रुप 300 छात्रों के शैक्षिक उपलब्धियों के मध्यमान (M) तथा राजस्थान के समस्त उच्चतर माध्यमिक विद्यालयों के समस्त छात्रों के शैक्षिक उपलब्धियों के मध्यमान (M_{pop}) के मध्य अन्तर को प्रतिचयन त्रुटि कहा जाता है। अर्थात उपरोक्त उदाहरण में मध्यमान के लिए प्रतिचयन त्रुटि = - M

अनुक्रिया दर (Response Rate) - प्रतिदर्श के रुप में चुने गये इकाईयों का वह प्रतिशत जो वास्तव में शोधकार्य में भाग ले पाता है अनुक्रिया दर कहलाता है (जान्सन व क्रिस्टेन्शन 2008, पृ0 224)। जैसे आपने किसी समष्टि से 200 प्रतिदर्श इकाईयों को चुना लेकिन शोधकार्य में केवल 180 प्रतिदर्श इकाईयों ने ही भाग लिया तब अनुक्रिया दर निकालने के लिए निम्नलिखित सूत्र का प्रयोग किया जाएगा -

अनुक्रिया दर = शोध कार्य में वास्तविक रूप से भाग लेने वाले प्रतिदर्श इकाईयों की संख्या / कुल प्रतिदर्श इकाई

अतः उपरोक्त उदाहरण में अनुक्रिया दर = 180/200X100 = 90 प्रतिशत।

7.4 यादृच्छिक प्रतिचयन विधियाँ (Random Sampling Methods)

प्रतिचयन वह निश्चित वैज्ञानिक तरीका है जिसके माध्यम से समष्टि से प्रतिनिधि प्रतिदर्श का चयन किया जाता है। शोध विशेषज्ञों ने प्रदत्तों की प्रकृति, अध्ययन के प्रकार, व शोधकर्ता के सामर्थ्य के अनुसार विभिन्न प्रकार के प्रतिचयन विधियों को विकसित किया।

अतः प्रतिचयन विधियों का प्रयोग करते समय निम्नलिखित, बातों पर ध्यान देना परम आवश्यक है ।

समष्टि की प्रकृति - अर्थात, समष्टि सीमित है या असीमित, यथार्थ है या परिकल्पित तथा समजातीय है अथवा विषमजातीय हैं ?

प्रदत्त का मापन स्तर - अर्थात प्रदत्त किस स्तर पर मापा जाने वाला है नामित, क्रमित, आन्तरालिक या आनुपातिक?

पूर्व के खण्डों में आपने प्रदत्तों की प्रकृति के आधार पर चार स्तरों पर मापे गये प्रदत्तों का अध्ययन किया। नामित स्तर जिसमें प्रदत्तों के प्रकार को स्पष्ट करने के लिए नाम, शब्द या संकेत दिया जाता है, जैसे समूह को स्त्री और पुरुष में बांटना । क्रमित स्तर जिसमें प्रकार के साथ मात्रा का इतना ज्ञान होता है कि बताया जा सके कि कौन बड़ा है या कोई छोटा है। परन्तु उनके मध्य कितना अंतर है यह पता नहीं चल पाता, जैसे बालकों को लम्बा, सामान्य और नाटा कहना। आन्तरालिक स्तर जिसमें मात्रा का इतना ज्ञान हो जाता है कि दो मानों के बीच का अन्तर पता चल जाता है जैसे 100 अंक के उपलब्धि परीक्षण के उपरांत दिया गया प्राप्तांक40 और 50। लेकिन इसके परिणाम सापेक्षिक होते हैं क्योंकि इसमें परमशून्य की बजाय आभासी शून्य बिन्दु होता है। आनुपातिक स्तर जिसमें भौतिक एवं मूर्त वस्तुओं का मापन होता है क्योंकि इसमें निरपेक्ष शून्य बिन्दु होता है।

शोध का प्रकार - अर्थात आपका शोध मात्रात्मक है या गुणात्मक? पूर्व के इकाईयों में आपने मात्रात्मक तथा गुणात्मक शोध के बारे में विस्तार से पढ़ा है।

शोधकर्ता का सामर्थ्य - अर्थात किस सीमा तक शोधकर्ता के पास समय, धन श्रम व सामर्थ्य उपलब्ध है? इन चार विषयों से संबंधित प्रश्नों के उत्तर मिलने के बाद ही आपको यथोचित प्रतिचयन विधि का चयन करना चाहिए।

प्रतिचयन की प्रमुख विधियाँ निम्नलिखित हैं-

सम्भाव्यता या प्रायिकता या यादृच्छिक विधियाँ (Probability or Random Sampling Methods):

सम्भाव्यता या प्रायिकता प्रतिचयन विधियाँ वैसी विधियाँ है जिनमें समष्टि के प्रत्येक इकाई के चुने जाने की सम्भावना का प्रायिकता बराबर या निश्चित आर्थात् ज्ञात होती है। जैसे 10 लोगों में से किसी एक का चयन यदि लॉटरी विधि से किया जाता है तो उन 10 लोगों में से प्रत्येक के चुने जाने की संभावना या प्रायिकता 1/10 होगी।सम्भाव्यता प्रतिचयन विधियों की निम्नलिखित अवधारणाएँ है जिसके पालन होने की स्थिति में शोधकर्ता इनका प्रयोग करता हो-

- समष्टि सामान्य प्रायिकता वक्र (NPC) का अनुसरण करता है।
- समष्टि का आकार ज्ञात हो।

सम्भाव्यता प्रतिचयन विधियों की निम्नलिखित विशेषताएँ हैं -

- इसमें प्रत्येक इकाई के चुने जाने की सम्भावना या प्रायिकता बराबर या निश्चित होती है।
- इस विधि द्वारा चुने गये प्रतिदर्श में समष्टि के समस्त गुण निहित होते हैं।
- प्रतिदर्शज आधारित परिणाम प्राचल आधारित परिणाम से एक निश्चित मात्रा से अधिक भिन्न नहीं होता है।
- प्रतिदर्श के चुने जाने में किसी भी प्रकार के पूर्वाग्रह की कोई भूमिका नहीं होती है।

सम्भाव्यता या प्रायिकता प्रतिचयन विधियाँ दो प्रकार की होती है –

सरल या अनियंत्रित यादृच्छिक प्रतिचयन विधियाँ (Simple or Unrestricted Random Sampling)

सम्भाव्यता या यादृच्छिक प्रतिचयन की ऐसी विधि जिसमें समष्टि के प्रत्येक इकाई के चुने जाने की सम्भावना या प्रायिकता समान व स्थिर होती है तथा किसी एक इकाई का चुनाव दूसरे इकाई के चुनाव पर कोई प्रभाव नहीं डालता अर्थात प्रत्येक इकाई अपने चुनाव के लिए किसी दूसरे इकाई के चुने जाने या न चुने जाने से स्वतंत्र होती है तब उस विधि को साधारण या अनियंत्रित यादृच्छिक प्रतिचयन विधि कहते हैं। यह विधि केवल परिमित समष्टि के लिए है। सरल यादृच्छिक प्रतिचयन विधि के अन्तर्गत निम्नलिखित विधियाँ आती हैं।

नियंत्रित यादृच्छिक प्रतिचयन विधियाँ (Restricted Random Sampling Method):

यादृच्छिक प्रतिचयन की वे विधियाँ जिनमें समष्टि के प्रत्येक इकाई के चुने जाने की सम्भावनाएँ या प्रायिकता बराबर नहीं होती तथा किसी एक इकाई का प्रतिदर्श के रूप में चयन शेष इकाईयों के चयन की प्रायिकता को नियंत्रित व प्रभावित करता है परन्तु समष्टि के समस्त इकाईयों के चयन की प्रायिकता निश्चित व ज्ञात होती है नियंत्रित यादृच्छिक प्रतिचयन विधियाँ कहलाती हैं।

जहाँ सरल यादृच्छिक प्रतिचयन विधि छोटे समष्टि के लिये प्रयुक्त होता है वहीं नियंत्रित यादृच्छिक प्रतिचयन की कुछ विधियाँ बड़े समष्टि के लिये भी प्रयुक्त होने में सक्षम है।

नियंत्रित यादृच्छिक प्रतिचयम विधियों के अन्तर्गत निम्नलिखित विधियाँ आती है: -

क्रमबद्ध यादृच्छिक प्रतिचयन विधि (Systematic Random Sampling Method): इस विधि के अन्तर्गत सर्वप्रथम समष्टि की समस्त इकाईयों की सूची बनाकर प्रत्येक इकाई को एक-एक क्रम संख्या दे दी जाती है। यादृच्छिक अंक सारणी से पहला ऐसा अंक जो समष्टि की सूची की सबसे बड़ी क्रम संख्या के बराबर या उससे कम हो, ज्ञात कर लिया जाता है। तदुपरान्त अन्तराल मान ज्ञात किया जाता है जिसका सूत्र निम्नलिखित है -

अन्तराल मान $K= N/n$ जहाँ – N= समष्टि के कुल इकाईयों की संख्या, n= प्रतिदर्श की कुल संख्या

K का मान यह बताता है कि प्रतिदर्श की प्रत्येक इकाई समष्टि की कितनी इकाईयों का प्रतिनिधित्व करती है। K का मान ज्ञात हो जाने पर पहले प्राप्त क्रमांक वाले इकाई से हर K वें अन्तराल पर स्थित इकाईयों को प्रतिदर्श के रूप में चयनित कर लिया जाता है।

गुच्छ या क्षेत्र यादृच्छिक प्रतिचयन विधि (Cluster or Area Random Sampling Method): जब समष्टिका आकार बड़ा हो और समष्टि की सभी इकाईयों की सूची प्राप्त करना कठिन हो तब समष्टि को कई गुच्छों या क्षेत्रों में बाँटकर सरल यादृच्छिक प्रतिचयन विधि द्वारा शोधकार्य हेतु कुछ गुच्छों या क्षेत्रों का चयन कर लिया जाता है। अब शोध कर्ता के समक्ष दो रास्ते होते हैं- या तो वह चयनित गुच्छों की प्रत्येक इकाई को प्रतिदर्श के रूप में रखे या फिर चयनित गुच्छों की इकाईयों में से कुछ इकाईयों का यादृच्छिक तरीके से चयन कर उसे प्रतिदर्श के रूप में रखे।

गुच्छ या क्षेत्र यादृच्छिक प्रतिचयन विधि को आप इस उदाहरण के द्वारा समझ सकते हैं कि राजस्थान के उच्चतर माध्यमिक विद्यालयों के शिक्षको का दण्ड के प्रति अभिमत का अध्ययन करना हो तब हम राजस्थान के सभी जिलों की बजाय यादृच्छिक ढंग से चुने गये 5 जिलों के उच्चतर माध्यमिक विद्यालयों के समस्त शिक्षको के आभिमत का अध्ययन करें या फिर इन चयनित 5 जिलों में से भी यादृच्छिक ढंग से चयनित कुछ शिक्षको के अभिमत का अध्ययन करें तो हमारे प्रतिदर्श चयन का तरीका गुच्छ या क्षेत्र यादृच्छिक प्रतिचयन होगा।

स्तरीकृत यादृच्छिक प्रतिचयन विधि (Stratified Random Sampling Method): स्तरीकृत यादृच्छिक प्रतिचयन विधि वह विधि है जिसके अंतर्गत समष्टि को विशिष्ट गुणों के आधार पर विभिन्न स्तरों (Strata) में बांटकर प्रत्येक स्तर से सरल या क्रमबद्ध यादृच्छिक विधियों द्वारा प्रतिदर्श इकाईयों का चयन किया जाता है। जब समष्टि में कई विषमजातीय समूह परिलक्षित होते हैं तब उन विषमजातीय समूहों की पहचान कर उन समूहों से अलग-अलग प्रतिनिधि प्रतिदर्शो का यादृच्छिक ढंग से चयन समष्टि के संदर्भ में उत्तम अनुमान लगाने के लिये आवश्यक हो जाता है और हम स्तरीकृत यादृच्छिक प्रतिचयन विधि का प्रयोग करते हैं। जैसे किसी समष्टि को स्त्री/पुरूष, उच्च बुद्धिलब्धि /औसत बुद्धिलब्धि /निम्न बुद्धिलब्धि, विज्ञान वर्ग/कला वर्ग आदि समूहों में बांटकर प्रत्येक समूह से प्रतिनिधि प्रतिदर्शों का चयन करना ताकि समष्टि का वास्तविक प्रतिनिधित्व हो सके, स्तरीकृत यादृच्छिक प्रतिचयन विधि का उदाहरण है। प्रतिचयन की यह सर्वाधिक वैज्ञानिक विधि है।

बहु सोपान यादृच्छिक (Multi Stage Random Sampling): जब हम बड़े एवं विषमजातीय समष्टि का अध्ययन करने जाते हैं तो हमें दो या दो से अधिक सोपानों द्वारा अंतिम प्रतिदर्श इकाईयों का चयन करना पड़ता है। यदि प्रत्येक सोपान पर हम यादृच्छिक प्रतिचयन विधियों का प्रयोग करते हैं तो प्रतिचयन का यह आयोजन बहुसोपान यादृच्छिक प्रतिचयन कहलाता है।

7.5 असम्भाव्यता या अप्रायिकता या अयादृच्छिक विधियाँ (Non Probability or Non Random Methods of Sampling)

असम्भाव्यता प्रतिचयन विधियाँ वैसी विधियाँ हैं जिनमें समष्टि के इकाईयों के प्रतिदर्श के रूप में चुने जाने की सम्भावनाएँ या प्रायिकता ज्ञात नहीं होती है। साथ ही इसमें प्रतिदर्श का चयन यादृच्छिक ढंग से नहीं होता वरन शोधकर्ता अपनी बुद्धि, इच्छा व आवश्यकता के अनुसार करता है, जिसके पूर्वाग्रही होने की प्रायिकता बहुत अधिक होती है। इस प्रकार के प्रतिचयन द्वारा प्राप्त प्रतिदर्शों पर आधारित अध्ययन के सामान्यीकरण की क्षमता कम होती है। इस प्रकार के प्रतिचयन में-समष्टि के समस्त इकाईयों का ज्ञान शोधकर्ता को बहुधा नहीं होता है। यह जरूरी नहीं है कि प्रतिदर्श में समष्टि के समस्त गुण विद्यमान हों। सिर्फ यह मानकर चला जाता है कि प्रतिदर्श में समष्टि के गुण होंगे।

असम्भाव्यता या अप्रायिकता प्रतिचयन की निम्नलिखित विधियाँ हैं -

आकस्मिक प्रतिचयन विधि (Incidental or Accidental Sampling Method): इस प्रकार के प्रतिचयन में शोधकर्ता प्रतिदर्श के रूप में जनसंख्या के उन इकाईयों का चयन कर लेता है

जो सर्वेक्षण के दौरान उसे मिल जाते हैं। जैसे यदि किसी विद्यालय के शिक्षको पर कोई शोधकार्य हो तब शोधकर्ता के विद्यालय जाने पर मिलने वाले शिक्षको को अध्ययन हेतु चुना जाना आकस्मिक प्रतिचयन का उदाहरण है।

सुविधाजनक प्रतिचयन विधि (Convenience Sampling Method): इस प्रकार के प्रतिचयन में शोधकर्ता प्रतिदर्श के रूप में उन इकाईयों का चयन कर लेता है जो आसानी से उपलब्ध हो जाते हैं तथा शोधकार्य में सहायता देने के लिए तत्पर रहते हैं। जैसे किसी शिक्षण विधि की प्रभावशीलता ज्ञात करने सम्बन्धी कोई अध्ययन है और उस अध्ययन हेतु कोई प्राचार्य अपना विद्यालय प्रदान करने में रूचि रखता है व शोध के दौरान अन्य प्रकार की सहायताओं के लिए तत्पर रहता है तो प्रतिदर्श के रूप में शोधकर्ता उसके विद्यालय के छात्रों को अवश्य रखता है इस प्रकार का प्रतिचयन सुविधाजनक प्रतिचयन कहलाता है। आपको यह जानकर आश्चर्य होगा कि अधिकांश प्रयोगात्मक शोधों में शोधकर्ता यादृच्छिक प्रतिदर्शों की बजाय सुविधाजनक प्रतिदर्शों का चयन करते हैं।

नियतांश प्रतिचयन विधि (Quota Sampling Method): इस प्रकार के प्रतिचयन में शोधकर्ता समष्टि को उसके गुण व अपनी रूचि के अनुसार कुछ प्रमुख व उप समूहों में बाँट देता है। प्रतिदर्श के रूप में उन पूर्व निर्धारित प्रमुख व उप समूहों के लिये नियतांश निश्चित करता है फिर सुविधाजनक या उद्देश्यपूर्ण प्रतिचयन के माध्यम से प्रतिदर्श इकाईयों का चयन करता है। जैसे-समष्टि को पुरूष व स्त्री में बांट कर प्रतिदर्श के रूप में दोनों समूहों के लिये नियतांश निश्चित करना व तदनुरूप प्रतिदर्श इकाईयों का चयन करना। नियतांश प्रतिचयन विधि मूलतः स्तरीकृत यादृच्छिक प्रतिचयन विधि का सुविधाजनक, अप्रायिक व अयादृच्छिक रूपान्तरण है।

उद्देश्यपूर्ण या निर्णयात्मक प्रतिचयन विधि (Purposive or Judgmental Sampling Method): इस प्रकार के प्रतिचयन में शोधकर्ता अपनी रूचि व आवश्यकता के अनुसार समष्टि के गुणों को सुनिश्चित करता है तथा उन गुणों को धारण करने वाले इकाईयों का पता लगाता है और प्रतिदर्श इकाईयों के रूप में उनका चयन करता है (जॉन्सन एण्ड क्रिस्टेन्सन 2008 पृ0 239)। जैसे विश्वविद्यालयीय शिक्षको के कार्य संतुष्टि का अध्ययन करना हो और हमारी रूचि का क्षेत्र अविवाहित शिक्षक हो तब विश्वविद्यालय के अविवाहित शिक्षको की पहचान व प्रतिदर्श के रूप में उनका चयन करना उद्देश्यपूर्ण प्रतिचयन का उदाहरण है।

हिमकंदुक प्रतिचयन विधि (Snowball Sampling Method): इस प्रकार के प्रतिचयन में शोधकर्ता के रूचि व आवश्यकता के अनुसार चयनित प्रतिदर्श के रूप में निश्चित गुणों को धारण करने वाले शोध सहयोगी से उन्हीं के जैसे गुणों को धारण करने वाले दूसरे अन्य सदस्यों की पहचान करने के सम्बन्ध में पूछा जाता है। इस प्रकार एक प्रतिदर्श इकाई दूसरे प्रतिदर्श इकाई के पहचान व चयन में सहायता करती है। यह उसी प्रकार होता है जैसे बर्फ की गेंद के खेल में एक व्यक्ति दूसरे के पास गेंद फेंकता है।

7.6 प्रतिचयन वितरण (Sampling distribution)

किसी प्रतिदर्शज का प्रतिचयन वितरण वास्तव में समष्टि से एक ही आकार के अनेक रैन्डम प्रतिदर्शों से प्राप्त प्रतिदर्शज मानों का वितरण है।

अतः यदि किसी समष्टि से एक ही आकार के अनेक भिन्न-भिन्न रैन्डम प्रतिदर्शों का चयन किया जाये तो इनमें से प्रत्येक प्रतिदर्श के लिए किसी चर पर कोई वांछित प्रतिदर्शज मान (जैसे मध्यमान) ज्ञात किये जा सकते हैं। स्पष्टतः उतने ही प्रतिदर्शज मान (जैसे मध्यमान) प्राप्त होंगे जितने प्रतिदर्श छाँटे गये हैं। इस प्रकार से प्राप्त प्रतिदर्शज मान परस्पर कुछ भिन्न हो सकते हैं तथा इन्हें आवृत्ति वितरण के रूप में व्यविस्थित किया जा सकता है। प्रतिदर्शज मानों के इस वितरण को ही प्रतिचयन वितरण कहते हैं। प्रतिचयन वितरण को समझने हेतु केन्द्रीय सीमा प्रमेय को समझना आवश्यक है -

केन्द्रीय सीमा प्रमेय (Central Limit Theorem): उपरोक्त उदाहरण से दो बाते स्पष्ट हैं -

वितरण का वक्र आकार सीमित है।

वितरण का मध्यमान भी 5.0 अर्थात समष्टि के मध्यमान के बराबर है।

वास्तव में प्रतिदर्शज वितरणों की विशेषताओं के आधार पर ही प्राचलों का अन्तराल अनुमान लगाना सम्भव हैं। निम्नलिखित दो विशेषताएँ प्रतिदर्शज वितरणों की है - 1. वितरण का मध्यमान मूल समष्टि के मध्यमान के बराबर होती है। 2. प्रतिदर्श के आकार (n) के बड़ा होने पर प्रतिचयन वितरण का रूप सामान्य प्रायिकता वक्र (NPC) के अनुरूप होता है।

प्रतिचयन वितरणों की इन विशेषताओं को केन्द्रीय सीमा प्रमेय के रूप में प्रस्तुत किया जाता है। मध्यमान के लिए केन्द्रीय सीमा प्रमेय निम्नलिखित है -

''यदि किसी समष्टि का मध्यमान μ तथा मानक विचलन σ हो तो इस समष्टि से समान आकार (n) के छाँटे गये रैन्डम प्रतिदर्शों के मध्यमानों का वितरण, द के मान के पर्याप्त बड़ा होने पर, ऐसे सामान्य प्रायिकता वितरण के अनुरूप होता है जिसका मध्यमान μ तथा मानक विचलन $\sigma/\sqrt{n}$ के बराबर होता है।'' (गुप्ता, 2005, पृ0 266).

अर्थात N जितना बडा होगा त्रुटि उतनी ही कम होगी।

7.7 मानक त्रुटि (Standard Error)

न्यादर्श सांख्यिकी (Sample Statistics) के मानक विचलन (Standard Deviation) को उस सांख्यिकी का मानक त्रुटि (Standard Error) कहा जाता है। किसी भी न्यादर्श सांख्यिकी का प्रयोग उस जनसंख्या की विशेषता (Population parameter) को आंकलन करने में होता है। न्यादर्श माध्य (Sample Mean) वितरण के प्रमाप विचलन को 'माध्य की मानक त्रुटि (Standard Error of Mean)' की संज्ञा दी जाती है। ठीक उसी तरह न्यादर्श अनुपात वितरण (Distribution of Sample Proportions) के प्रमाप को उस 'अनुपात की मानक त्रुटि' (Standard Error of the Proportion) की संज्ञा दी जाती है। जैसा कि हम जानते है कि प्रमाप विचलन किसी भी एक न्यादर्श के माध्य से अंकों के फैलाव को दर्शाता है। जबकि मानक त्रुटि किसी भी समंक श्रेणी के माध्य से उस श्रेणी के अंकों के औसत विचरण या अपकिरण को दर्शाता है। किसी भी न्यादर्श वितरण के विभिन्न माध्यों के माध्य से विभिन्न मानों के औसत विचरण या अपकिरण को इंगित करता है।

दूसरे शब्दों में, प्रतिदर्श द्वारा प्राप्त किसी सांख्यिकीय मान की शुद्धता तथा सार्थकता ज्ञात करने के लिए जिस सांख्किीय विधि का प्रयोग किया जाता है उसे उस सांख्यिकी की 'प्रामाणिक त्रुटि' (Standard Error) या SE कहते हैं। इस सूत्र द्वारा हम इन सीमाओं का पता सरलतापूर्वक लगा सकते हैं, जिनके अन्तर्गत वास्तविक सांख्यिकीय मान (मध्यमान, माध्यिका, बहुलक, चतुर्थक विचलन, प्रमाप विचलन, सहसंबंध इत्यादि) होता है। बड़े प्रतिदर्श तथा छोटे प्रतिदर्श की प्रामाणिक त्रुटि ज्ञात करने के सूत्र अलग-अलग होते हैं।

प्रामाणिक त्रुटि को सरल शब्दों में इस प्रकार समझा जा सकता है| निदर्शन (प्रतिदर्श) बंटन (Sampling distribution) के प्रमाप विचलन को प्रामाणिक त्रुटि (Standard Error) कहते हैं। अत: समान्तर माध्य के निदर्शन बंटन के प्रमाप विचलन (SD) को समान्तर माध्य का प्रामाणिक त्रुटि (σ_x) कहेंगें। किसी भी प्रतिदर्शन का प्रमाप त्रुटि या प्रामाणिक त्रुटि (SE) उस प्रतिदर्शन के निदर्शन बंटन का प्रमाप विचलन होता है। प्रमाप विचलन के निदर्शन बंटन (Sampling distribution) का प्रमाप विचलन, प्रमाप विचलन अनुपातों का प्रमाप त्रुटि ($C_{P)}$ कहलाता है।

न्यादर्श (Sample) के संदर्भ में, मानक त्रुटि (Standard Error), न्यादर्श त्रुटि (Sampling Error) से गहरे रूप से संबंधित है। न्यादर्श सांख्यिकी (Sample Statistics) एक आकलन है। इस आकलन की शुद्धता, संगतता और सर्वश्रेष्ठता के बारे में न्यादर्श त्रुटि की मात्रा से आकलित की जाती है। न्यादर्श में प्रमाप विचलन की मात्रा जितनी अधिक होती है, मानक त्रुटि की मात्रा उतनी ही बढ़ती जाती है। मानक त्रुटि और न्यादर्श त्रुटि के मध्य प्रत्यक्ष संबंधहै। अत: किसी भी सांख्यिकी मान की शुद्धता सूचकांक ज्ञात करने से पहले उस सांख्यिकी की मानक त्रुटि की जानकारी होनी चाहिए ताकि न्यादर्श सांख्यिकी (Sample Statistics) से समग्र सांख्यिकी (Population Parameter) का सही-सही आकंलन किया जा सके। वास्तव में मानक त्रुटि किसी भी सांख्यिकी के सार्थकता स्तर को प्रदर्शित करता है तथा साथ ही उसके वैधता व विश्वसनीयता के बारे में भी बतलाता है। यहाँ पर कुछ महत्वपूर्ण सांख्यिकीयों के मानक त्रुटि का सूत्र बतलाया जा रहा है ताकि उन सांख्यिकीय मानों का प्रयोग उच्च सार्थकता स्तर पर किया जा सके।

1. समान्तर माध्य की मानक त्रुटि (Standard Error of Arithmetic Mean, SE_M)

a. जब न्यादर्श का आकार बड़ा हो $\sigma \overline{X} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ σ = S.D. of Population

n = Sample Size

(न्यादर्श आकार)

$\sigma_{\overline{X}} = SE_M$

b. जब न्यादर्श का आकार 30 या उससे छोटा हो

$S_M = \frac{S}{\sqrt{N}}$ जहाँ $S = \frac{\sqrt{\Sigma x^2}}{N-1}$

$N =$ न्यादर्श आकार

2. प्रमाप विचलन की मानक त्रुटि (Standard Error of S.D.):-

समग्र का प्रमाप विचलन व न्यादर्श का प्रमाप विचलन के मध्य विचलन की मात्रा प्रमाप विचलन का मानक त्रुटि कहलाता है।

$$SE_{\sigma} = \sigma_{\sigma} = \frac{.716}{\sqrt{N}} = \frac{\sigma}{\sqrt{ZN}}$$

(SE_{σ} का मान हमेशा SE_M के मान से कम होता है)

3. सहसंबंध गुणांक की मानक त्रुटि (Standard Error of the Coefficient of Correlation):-

7.8 सार्थकता के स्तर (Level of Significance)

किसी भी शोध में नल प्राक्कल्पना का विकास उसे अस्वीकृत करने के दृष्टिकोण से ही किया जाता है ताकि उसके विपरीत शोध प्राक्कल्पना (research hypothesis) को अंतिम रूप से स्वीकृत किया जा सके। नल प्राक्कल्पना की स्वीकृति या अस्वीकृति के लिए कुछ विशेष कसौटियों का इस्तेमाल किया जाता है। ये विशेष कसौटियाँ सार्थकता के स्तर के नाम से जानी जाती है। अर्थात नल प्राक्कल्पना को स्वीकृत या अस्वीकृत करने के लिए जिस कसौटी का प्रयोग किया जाता है, सार्थकता के स्तर (Level of Significance) कहलाती है। व्यावहारिक विज्ञान के शोधों में नल प्राक्कल्पना को स्वीकृत या अस्वीकृत करने के लिए प्राय: सार्थकता के दो स्तरों का चयन किया जाता है- 0.05 स्तर या 5 प्रतिशत स्तर तथा .0.01 या 1 प्रतिशत स्तर। सार्थकता के स्तर को शोधकर्ता द्वारा किये जाने वाले त्रुटियों की मात्रा का भी पता चलता है। यदि नल प्राक्कल्पना को 0.05 या 5 प्रतिशत स्तर पर अस्वीकृत किया जाता है तो इसका अर्थ है कि शोधकर्ता द्वारा लिए गये निर्णय में त्रुटि की संभावना मात्र 5 प्रतिशत है, अर्थात वह अपने द्वारा लिए गए निर्णय को 95 प्रतिशत विश्वास के साथ कहने में सक्षम है। ठीक इसी प्रकार यदि शोधकर्ता नल प्राक्कल्पना को 0.01 या 1 प्रतिशत स्तर पर अस्वीकृत करता है तो इसका अर्थ है कि उसके द्वारा लिए गए निर्णय में त्रुटि की संभावना मात्र 1 प्रतिशत है अर्थात इस निर्णय को वह 99 प्रतिशत विश्वास के स्तर (level of confidence) के साथ कह सकता है।

किसी नल प्राक्कल्पना की अस्वीकृति के लिए यह आवश्यक है कि शोध द्वारा प्राप्त सांख्यिकीय मान (Calculate statistical value) प्रसामान्य वक्र के 5 प्रतिशत या 1 प्रतिशत क्षेत्र क्षेत्र पर दिए गए सांख्यिकीय मान के बराबर या अधिक हो। अगर कोई नल प्राक्कल्पना 5 प्रतिशत पर अस्वीकृत कर दिया जाता है तो स्वत: ही 1 प्रतिशत पर भी अस्वीकृत हो जाता है। इसके विपरीत यह सत्य नहीं हो सकता।

जब कोई नल प्राक्कल्पना 0.05 स्तर पर अस्वीकृत कर दी जाती है तो इसका अर्थ है कि संबंधित शोध जिनसे आंकड़े प्राप्त हुए हैं को यदि 100 बार दोहराया जाए तो उसमें से 5 बार नल प्राक्कल्पना सत्य होगी और 95 बार असत्य होगी। व्यावहारिक विज्ञान में सांख्यिकीय दृष्टिकोण से 100 में 5 बार को सहनीय माना गया है, अत: इस स्तर पर नल प्राक्कल्पना को अस्वीकृत किया जा सकता है

। 0.01 सार्थकता स्तर को (0.05 की अपेक्षा) ज्यादा तीखा (कठोर) माना जाता है। जब कोई नल प्राक्कल्पना 0.01 स्तर पर अस्वीकृत कर दी जाती है तो उसका अर्थ है कि संबंधित शोध जिनसे आंकड़े प्राप्त हुए हैं, यदि 100 बार दोहराया जाए तो उसमें से 1 बार नल प्राक्कल्पना सत्य होगी और 99 बार असत्य होगी। 100 बार में से 1 बार सही होने से शोधकर्ता इसे और अधिक विश्वास व सक्षमता के साथ अस्वीकृत करता है। सार्थकता के दोनों स्तरों (0.01 व 0.05) में किसी एक भी स्तर पर नल प्राक्कल्पना के सत्य होने पर भी अस्वीकृत किया जाता है तो इस तरह के त्रुटि को प्रथम प्रकार की त्रुटि (Type- I error) कही जाती है। 0.01 स्तर पर प्रथम प्रकार की त्रुटि की मात्रा 0.05 स्तर पर के प्रथम प्रकार की त्रुटि की मात्रा से कम होती है, इसलिए 0.01 का सार्थकता स्तर 0.05 सार्थकता स्तर की अपेक्षा ज्यादा विश्वसनीय होता है।

7.9 स्वातंत्र्य कोटियाँ (Degree of Freedom)

स्वातंत्र्य कोटि से तात्पर्य एक समंक श्रेणी के ऐसे वर्गों से है जिसकी आवृत्तियाँ स्वतंत्र रूप से निर्धारित की जा सकती है। दूसरे शब्दों में, इसका तात्पर्य प्राप्तांकों को स्वतंत्र रूप से परिवर्तित (freedom to vary) होने से होता है। जब सांख्यिकी (Statistics) का प्रयोग प्राचल (Parameter) का आकलन करने के लिए किया जाता है, तो स्वातंत्र्य मात्रा की संख्या रखे गए प्रतिबंधों (restrictions) पर निर्भर करता है। प्रत्येक ऐसे प्रतिबंध के लिए स्वातंत्र्य मात्रा (one degree of freedom) सीमित हो जाता है। यही कारण है कि स्वातंत्र्य मात्रा की संख्या (number of degree of freedom) एक सांख्यिकी से दूसरे सांख्यिकी के लिए अलग-अलग होता है। स्वातंत्र्य कोटि या मात्रा को निम्न उदाहरण से समझा जा सकता है। उदाहरण के लिए 3 विद्यार्थियों के अंक 70 प्रतिशत हैं। पहले विद्यार्थी के अंक 80 प्रतिशत, दूसरे विद्यार्थी के अंक यदि 75 प्रतिशत हैं अब तीसरे विद्यार्थी के अंक बताने के लिए आप स्वतंत्र नहीं है, तीसरे विद्यार्थी के अंक तो 55 प्रतिशत ही होंगे। इस उदाहरण में प्रथम दो विद्यार्थियों के अंक यदि 90 प्रतिशत तथा 40 प्रतिशत हों, तब भी आप तीसरे विद्यार्थी के अंक बताने के लिए स्वतंत्र नहीं हैं, क्योंकि उसके अंक 80 प्रतिशत ही होंगे। दूसरे शब्दों में, समान्तर माध्य ज्ञात होने पर विचरण (n-1) स्वातंत्र्य कोटियों के कारण ही होता है। स्वातंत्रय कोटियाँ (Degrees of Freedom):-

d.f. अथवा v = n-1

एक सारणी में स्वातंत्र्य कोटियाँ (d.f.) = (r-1) (c-1) यहाँ r पंक्तियों की संख्या तथा c स्तंभों की संख्या है।

7.10 प्रथम प्रकार की त्रुटि व द्वितीय प्रकार की त्रुटि (Type- I Error and Type-II Error)

किसी अनुसंधान से संबंधित परिकल्पना परीक्षण करते समय दो प्रकार की त्रुटियाँ हो सकती हैं। किसी भी निर्णय पर पहुँचते समय दो प्रकार की गलती की संभावना रहती है। इसको एक उदाहरण द्वारा समझा जा सकता है। माना कि एक न्यायाधीश द्वारा व्यक्ति जिस पर खून करने का आरोप है निर्णय देते समय दो प्रकार की त्रुटि या गलती की जा सकती है- यदि उस व्यक्ति द्वारा खून किया गया हो तो उसे मौत की सजा सुनाने के बजाय उसे छोड़ दिया जाय अथवा यदि उस व्यक्ति द्वारा खून नहीं

किया गया हो तथा उसे मौत की सजा सुना दी जाय, दोनों स्थितियों में गलत निर्णय हुआ है। सही निर्णय तभी माना जायेगा जबकि खून करने पर सजा मिले तथा झूठा आरोप होने पर छोड़ दिया जाय। खून करने पर पर्याप्त साक्ष्य के अभाव में छोड़ देना प्रथम प्रकार की त्रुटि या जिसे अल्फा-त्रुटि (α *Error*) तथा खून नहीं करने पर मौत की सजा सुना देना द्वितीय प्रकार की त्रुटि अथवा बीटा-त्रुटि (β *Error*) है। दूसरे शब्दों में प्रथम प्रकार की त्रुटि उस दशा में उत्पन्न होती है जब ऐसी शून्य परिकल्पना (H_0) को अस्वीकार (reject) कर दिया जाता है जो वास्तव में सही है। अर्थात सत्य शून्य परिकल्पना की अस्वीकृति ही प्रथम प्रकार की त्रुटि है। द्वितीय प्रकार की त्रुटि उस दशा में उत्पन्न होती है, जबकि गलत शून्य परिकल्पना को स्वीकार कर लिया जाता है। अर्थात गलत शून्य परिकल्पना की स्वीकृति ही द्वितीय प्रकार की त्रुटि है। दोनों ही त्रुटियाँ अनुचित हैं।

α = प्रथम प्रकार की त्रुटि की प्रायिकता β = द्वितीय प्रकार की त्रुटि की प्रायिकता

	वास्तव में शून्य परिकल्पना सत्य है|	वास्तव में शून्य परिकल्पना असत्य है|
शून्य परिकल्पना स्वीकृति की जाती है	सही निर्णय	β त्रुटि (द्वितीय प्रकार की त्रुटि)
शून्य परिकल्पना अस्वीकृत की जाती है	α त्रुटि (प्रथम प्रकार की त्रुटि)	सही निर्णय

परिकल्पना परीक्षण में त्रुटियों को पूरी तरह समाप्त नहीं किया जा सकता। परिकल्पना परीक्षण करते समय अधिकतर α त्रुटि को कम करने का प्रयास किया जाता है, जबकि β त्रुटि पर नियंत्रण नहीं रखा जाता। α त्रुटि ही सार्थकता स्तर कहलाती है। इसे कभी-कभी बहुत कम कर दिया जाता है। इस स्थिति में सत्य शून्य परिकल्पना तो स्वीकृति हो जाती है, लेकिन इसके कारण असत्य शून्य परिकल्पना के स्वीकृत होने की प्रायिकता भी बढ़ जाती है। β का परिकलन सामान्य क्रम में नहीं किया जाता, लेकिन यह समझना आवश्यक है कि सार्थकता स्तर α को बहुत कम करना ठीक नहीं है। अत: 1 प्रतिशत के स्थान पर सामान्यतया 5 प्रतिशत सार्थकता स्तर पर रखना ज्यादा अच्छा है।

7.11 सारांश (Summary)

इस इकाई को पढ़ने के बाद आप यह जान चुके हैं कि -

प्रतिचयन वह निश्चित वैज्ञानिक तरीका है जिसके माध्यम से प्रतिनिधि प्रतिदर्श का चयन किया जाता है|

प्रतिदर्शज मान तथा समष्टि के प्राचल मान के मध्य अन्तर को प्रतिचयन त्रुटि कहा जाता है।

किसी प्रतिदर्शज का प्रतिचयन वितरण वास्तव में समष्टि से एक ही आकार के अनेक यादृच्छिक प्रतिदर्शों से प्राप्त प्रतिदर्शज मानों का वितरण है।

किसी प्रतिदर्शज के प्रतिचयन वितरण के मानक विचलन को उस प्रतिदर्शज की मानक त्रुटि कहते हैं ।

प्रतिदर्श के वांछित आकार को निर्धारित करने वाले प्रमुख कारक वांछित परिमार्जितता की मात्रा, प्रायिकता स्तर, विचलनशीलता तथा प्रयुक्त शोध प्रकार है ।

अपरिमित समष्टि के लिए प्रतिदर्श आकार का सूत्र तथा परिमित समष्टि के लिए प्रतिदर्श आकार का सूत्र है ।

न्यादर्श सांख्यिकी (Sample Statistics) के मानक विचलन (Standard Deviation) को उस सांख्यिकी का मानक त्रुटि (Standard Error) कहा जाता है ।

नल प्राक्कल्पना की स्वीकृति या अस्वीकृति के लिए कुछ विशेष कसौटियों का इस्तेमाल किया जाता है । ये विशेष कसौटियाँ सार्थकता के स्तर के नाम से जानी जाती है ।

सत्य शून्य परिकल्पना की अस्वीकृति ही प्रथम प्रकार की त्रुटि है । द्वितीय प्रकार की त्रुटि उस दशा में उत्पन्न होती है, जबकि गलत शून्य परिकल्पना को स्वीकार कर लिया जाता है । अर्थात गलत शून्य परिकल्पना की स्वीकृति ही द्वितीय प्रकार की त्रुटि है । दोनों ही त्रुटियाँ अनुचित हैं ।

स्वातंत्र्य कोटि से तात्पर्य प्राप्तांकों को स्वतंत्र रूप से परिवर्तित (freedom to vary) होने से होता है ।

7.12 शब्दावली (GLOSSARY)

- **प्रतिचयन ढाँचा (Sampling Frame)**: समष्टि के उपलब्ध व चुने जाने योग्य समस्त प्रतिचयन इकाईयों का समूह।
- **प्राचल (Parameter):** समष्टि के लिए विद्यमान वर्णनात्मक माप।
- **प्रतिदर्शज (Statistics):** प्रतिदर्श के लिए ज्ञात की जाने वाली वर्णनात्मक माप।
- **प्रतिचयन त्रुटि (Sampling Error):** समष्टि से प्रतिदर्श चुने जाने की प्रक्रिया।
- **प्रतिचयन (Sampling):** समष्टि से एक ही आकार के अनेक यादृच्छिक प्रतिदर्शों से प्राप्त प्रतिदर्शज मानों का वितरण।
- **मानक त्रुटि (Standard Error)**: किसी प्रतिदर्शज के प्रतिचयन वितरण का मानक विचलन।
- **प्रथम प्रकार की त्रुटि:** सत्य शून्य परिकल्पना की अस्वीकृति ही प्रथम प्रकार की त्रुटि है ।
- **द्वितीय प्रकार की त्रुटि:** गलत शून्य परिकल्पना की स्वीकृति ही द्वितीय प्रकार की त्रुटि है ।
- **सार्थकता स्तर :** नल प्राक्कल्पना की स्वीकृति या अस्वीकृति के लिए कुछ विशेष कसौटियों का इस्तेमाल किया जाता है । ये विशेष कसौटियाँ सार्थकता के स्तर के नाम से जानी जाती है ।

- **स्वातंत्र्य कोटि :** स्वातंत्र्य कोटि से तात्पर्य एक समंक श्रेणी के ऐसे वर्गों से है जिसकी आवृत्तियाँ स्वतंत्र रूप से निर्धारित की जा सकती है।

7.13 निबंधात्मक प्रश्न (Essay Type Questions)

1. प्रतिचयन के विभिन्न विधियों की सोदाहरण व्याख्या करें।
2. सम्भाव्यता तथा असम्भाव्यता प्रतिचयन विधियों में अंतर स्पष्ट करें।
3. प्रतिचयन वितरण से आप क्या समझते हैं? केन्द्रीय सीमा प्रमेय तथा मानक त्रुटि की सोदाहरण व्याख्या करें।
4. सार्थकता स्तर तथा स्वतन्त्रता के अंश को परिभाषित करें तथा मनोवैज्ञानिक शोध में इनके महत्व की व्याख्या करें|
5. प्रथम प्रकार तथा द्वितीय प्रकार की त्रुटि में अंतर स्पष्ट करें।

7.14 संदर्भ ग्रंथ सूची(References)

- गुप्ता, एस0पी0 एवं गुप्ता, ए0 (2005), सांख्यिकीय विधियाँ:व्यवहारपरक विज्ञानों में, इलाहाबादः शारदा पुस्तक भवन।
- जॉनसन, बी0 क्रिस्टेन्सन एल0 (2008), एजुकेशनल रिसर्चःक्वांटिटेटीव, क्वालिटेटीव एण्ड मिक्स्ड एप्रोचेच, लॉस एंजिल्स: सेज पब्लिकेशन्स।
- पैट्टन, एम0क्यू0 (2002), क्वालिटेटीव रिसर्च एण्ड इवैलुएशन मैथड्स, कैलिफोर्नियाः सेज पब्लिकेशन्स।
- बेल्ले, जी0बी0एण्ड मिलार्ड, एस0पी0 (1998), स्ट्रट्सः स्टैटिस्टिकल रुल्स ऑफ थम्ब फ्रॉम,
- मर्टेन्स, डी0एम0 (1998), रिसर्च मेथड्स एजुकेशन एण्ड साइकॉलॉजी, कैलिफोर्नियाः सेज पब्लिकेशन्स।
- अग्रवाल, वाय0पी0 (1998). बेटर सैंपलिंग. नई दिल्लीःस्टर्लिंग पब्लिशर प्राईवेट लि0।
- कर्लिंगर, एफ0एम0 (2007). फाउन्डेसन्स ऑफ विहेवियरल रिसर्च, दिल्लीः सुरजीत पब्लिकेशन्स
- कोठारी, सी0आर0 (2008). रिसर्च मैथोडोलॉजीः मेथड्स एण्ड टेक्निस. नई दिल्लीः न्यू एज इंटरनेशनल (पी) लिमिटेड, पब्लिशर्स।
- फॉक्स, डी0जे0 (1969). द रिसर्च प्रोसेस इन एजुकेशन. न्यूयार्कः हॉल्ट, रिनेहार्ट एण्ड विन्सटन, इनका0।
- बेस्ट, जे0डब्लू0 एण्ड कॉन जे0बी0 (2002). रिसर्च इन एजुकेशन. नई दिल्ली: प्रेन्टिस हॉल ऑफ इंडिया प्राइवेट लि0।
- सिंह, ए0के0 (2006). मनोविज्ञान, समाजशास्त्र तथा शिक्षा में शोध विधियाँ, दिल्लीः मोतीलाल बनारसीदास।

इकाई - 8

प्राचलिक एवं अप्राचलिक सांख्यिकी- अर्थ, प्रकृति, मान्यताएं एवं प्रकार

Parametric and Non parametric statistics-Meaning, Nature, Assumptions and Types

इकाई की रूपरेखा

8.1 प्रस्तावना

8.2 उद्देश्य

8.3 प्राचलिक एवं अप्राचलिक सांख्यिकी का अर्थ, प्रकृति, मान्यताएं एवं प्रकार

8.4 प्राचलिक एवं अप्राचलिक सांख्यिकी में अंतर

8.5 स्टूडेण्ट t- परीक्षण

8.6 काई वर्ग (Chi-Square) परीक्षण

8.7 काई वर्ग की विशेषताएं

8.8 X^2 परीक्षण की शर्तें

8.9 X^2 परीक्षण के उपयोग

8.10 X^2 गणना के चरण

8.11 समानवितरण परिकल्पना

8.12 सामान्य वितरण परिकल्पना

8.13 स्वतंत्र वितरण परिकल्पना

8.14 काई वर्ग की सीमाएं

8.15 सारांश

8.16 शब्दावली

8.17 निबंधात्मक प्रश्न

8.18 संदर्भ ग्रन्थ सूची/ पाठ्य सामग्री

8.19 टी-परीक्षण का क्रांतिक मान

8.20 काई वर्ग का क्रांतिक मान

8.1 प्रस्तावना

आनुमानिक सांख्यिकी (inferential statistics) हमें यह बतलाती है कि एक प्रतिदर्श (Sample) के प्राप्तांकों (Scores) के आधार पर मिले सांख्यिकी उस बड़े समग्र (Population) का किस हद तक प्रतिनिधित्व करता है, जिससे कि वह प्रतिदर्श लिया गया है । आनुमानिक सांख्यिकी को प्राचलिक तथा अप्राचलिक सांख्यिकी के रूप में बांटा जाता है | प्राचलिक सांख्यिकी (आनुमानिक सांख्यिकी) के अंतर्गत टी – परीक्षण तथा एफ – परीक्षण (एनोवा) तथा अप्राचलिक सांख्यिकी तकनीक के अंतर्गत - काई वर्ग परीक्षण (Chi-square Test), मान व्हिटनी यू परीक्षण (Mann Whitney U Test), क्रम निर्धारण सह संबंध गुणांक (Rank Order Coefficient of Correlation), मध्यांक परीक्षण (Median Test), चिन्ह परीक्षण (Sign Test), आसंग परीक्षण (Contingency Test) व फाई परीक्षण (Phi Test) आते हैं। प्रस्तुत इकाई में प्राचलिक सांख्यिकी (आनुमानिक सांख्यिकी) के अंतर्गत टी – परीक्षण तथा अप्राचलिक सांख्यिकी तकनीक के अंतर्गत काई वर्ग परीक्षण (Chi-square Test) के परिकलन की विधियों के बारे में आप अध्ययन करेंगे|

8.2 उद्देश्य

प्रस्तुत इकाई के अध्ययन के उपरांत आप-

- प्राचलिक सांख्यिकी व अप्राचलिक सांख्यिकी के अर्थ को स्पष्ट कर पायेंगे ।
- प्राचलिक सांख्यिकी व अप्राचलिक सांख्यिकी की विशेषताओं की व्याख्या कर सकेंगे |
- प्राचलिक सांख्यिकी व अप्राचलिक सांख्यिकी के मध्य अंतर स्पष्ट कर पायेंगे ।
- टी – परीक्षण के मान का परिकलन कर सकेंगे |
- काई वर्ग (Chi-Square) परीक्षण तथा शर्तों स्पष्ट कर सकेंगे।
- काईवर्ग परीक्ष-ण के महत्व की व्याख्या कर सकेंगे।
- मनोवैज्ञानिक अनुसंधान में कारीक्षण के उपयोग को स्पष्ट कर सकेंगे।वर्ग प-

8.3 प्राचलिक एवं अप्राचलिक सांख्यिकी- अर्थ एवं प्रकृति (Parametric and Non parametric statistics-Meaning and Nature)

सांख्यिकीय प्रक्रियाएं जिसके द्वारा प्रतिदर्श आंकड़े के आधार पर समग्र के गुणों के बारे में अनुमान लगाया जाता है, आनुमानिक सांख्यिकी या प्रतिचयन सांख्यिकी कहा जाता है । आनुमानिक सांख्यिकी को प्रतिचयन सांख्यिकी या आगमनात्मक (inductive statistics) भी कहा जाता है। इसका प्रयोग शोधों से प्राप्त आंकड़ों से अनुमान लगाने तथा इन अनुसंधानों के दौरान हुई त्रुटियों की जानकारी करने के लिए होता है । आनुमानिक सांख्यिकी को दो भागों में बॉटा जा सकता है । सांख्यिकी में कभी-कभी समग्र (Population) के बारे में कुछ पूर्वकल्पनाएं करनी पड़ती है। इस पूर्वकल्पनाओं (assumptions) के आधार पर आनुमानिक सांख्यिकी को दो भागों में वर्गीकृत किया गया है:-

i. प्राचलिक सांख्यिकी (Parametric Statistics)

ii.अप्राचलिक सांख्यिकी (Nonparametric Statistics)

प्राचलिक एवं अप्राचलिक सांख्यिकी- मान्यताएं (Parametric and Non parametric statistics- Assumptions)

प्राचलिक सांख्यिकी (Parametric Statistics) वह सांख्यिकी है, जो समग्र (Population) जिससे कि प्रतिदर्श (Sample) लिया जाता है, के बारे में कुछ पूर्वकल्पनाओं या शर्तों (Conditions) पर आधारित होता है। ये शर्त निम्नवत् हैं -

i. प्रतिदर्श (Sample) का चयन सामान्य रूप से वितरित समग्र (Normally distributed population) से होना चाहिए।

ii. समग्र से प्रतिदर्श का चयन यादृच्छिक प्रतिदर्श विधि (Method of random sampling) से होना चाहिए। अर्थात प्रेक्षण (observation) अवश्य ही स्वतंत्र तथा निष्पक्ष होना चाहिए। इसमें शोधकर्ता या प्रेक्षक के पक्षपात या पूर्वाग्रह को सम्मिलित नहीं करना चाहिए।

iii. शोध में सम्मिलित चरों का मापन अन्तराल मापनी (interval scale) पर होना चाहिए ताकि उनका गणितीय परिकलन (arithmetical calculation) जैसे- जोड़, घटाना, गुणा, माध्य निकालना आदि किया जा सके।

अप्राचलिक सांख्यिकी (Nonparametric Statistics) उस समग्र के बारे में जिससे कि प्रतिदर्श निकाला जाता है, कोई खास शर्त नहीं रखती है। यह समग्र के वितरण के बारे में कोई पूर्वकल्पना नहीं करती इसलिए इसे वितरण मुक्त सांख्यिकी (distribution- free statistics) भी कहते हैं। अप्राचलिक सांख्यिकी के प्रयोग हेतु कुछ शर्तों का पालन आवश्यक है, जो निम्नवत् हैं -

i. प्रेक्षण स्वतंत्र एवं निष्पक्ष हो।

ii. मापित चर में निरन्तरता (Continuity) हो।

iii.चरों का मापन क्रमित (ordinal) या नामित (Nominal) पैमाने पर हो।

प्राचलिक एवं अप्राचलिक सांख्यिकी- प्रकार (Parametric and Non parametric statistics-Types)

सीगेल (Siegel, 1956) के अनुसार:- "चूंकि ये सभी शर्तें ऐसी हैं जिनकी साधारणत: जॉच नहीं की जाती है, यह मान ली जाती है कि शर्तें मौजूद हैं। प्राचलिक सांख्यिकी (Parametric Statistics) के परिणाम की सार्थकता उपयुक्त शर्तों की सत्यता पर आधारित होती है। टी –परीक्षण (t- test) एफ- परीक्षण (F-test) (ANOVA) तथा कार्ल पियर्सन सहसंबंध गुणांक प्राचलिक सांख्यिकी के उदाहरण हैं।

काई वर्ग परीक्षण (X_2 test), मान- विटनी यू परीक्षण (Mann - Whitney U test), स्पीयरमैन कोटि अन्तर विधि (spearman rank- difference method), केण्डाल कोटि अन्तर विधि, (Kendall's rank difference method), माध्यिका परीक्षण (Median test), क्रूसकाल-वालिस परीक्षण (Kruskal Wallis test), फ्रीडमैन परीक्षण (Freidman test) और विलकोक्सोन

चिहिन्त क्रम परीक्षण (Wilcoxon signed rank test) इत्यादि अप्राचलिक सांख्यिकी के कुछ प्रमुख उदाहरण हैं।

साधारणतया प्राचलिक एवं अप्राचलिक सार्थकता परीक्षण जिसका प्रयोग शैक्षिक एवं मनोवैज्ञानिक शोधों में किया जाता है, उनका संक्षिप्त विवरण अग्र सारणी में दिया गया है:-

परीक्षण का नाम	**सांख्यिकीय परीक्षण**	**स्वतंत्रता के अंश**	**प्राचलिक (P) व अप्राचलिक (NP) सांख्यिकी**	**उद्देश्य**	**स्वतंत्र चर**	**आश्रित चर**
स्वतंत्र न्यादर्शों के लिए t-परीक्षण	t-test	$n_1 + n_2 - 2$	P	दो स्वतंत्र समूहों के माध्यों के अन्तरों का परीक्षण	नामित (Nominal)	अन्तराल या अनुपाती (Ratio)
आश्रित न्यादर्शों के लिए t-परीक्षण	t-test	N -1	P	दो आश्रित समूहों के माध्यों के अन्तरों का परीक्षण	-तदैव-	-तदैव-
एनोवा (Analysis of Variance-ANOVA)	F	SS_B= वर्गों की संख्या 1- SS_W= कुल प्रतिभागियों की संख्या- वर्गों की संख्या1-	P	तीन या तीन से अधिक स्वतंत्र समूहों के माध्यों के अन्तरों का परीक्षण	-तदैव-	-तदैव-
कार्ल पियर्सन सहसंबंध	r	N – 2	P	सहसंबंध की जॉच	अन्तराल या अनुपाती	तदैव
काई-वर्ग परीक्षण X^2 test	X^2	(r-1) (c-1)	NP	दो या दो से अधिक समूहों के मध्य	नामित	नामित

				अनुपात-अंतरों का परीक्षण		
माध्यिका परीक्षण	X^2	(r-1) (c-1)	NP	दो स्वतंत्र समूहों के माध्यिकाओं के अन्तरों का परीक्षण	नामित	क्रमित
मान-विटनी यू परीक्षण	U	N -1	N P	दो स्वतंत्र समूहों के क्रमान्तर का परीक्षण	नामित	क्रमित
विलकोक्सोन चिन्हित क्रम परीक्षण	Z	N -2	NP	दो संबंधित समूहों के क्रमान्तर का परीक्षण	नामित	क्रमित
क्रूसकाल-वालिस परीक्षण	H	वर्गों की संख्या1-	NP	तीन या तीन से अधिक स्वतंत्र समूहों के क्रमान्तर का परीक्षण	नामित	क्रमित
फ्रीडमैन परीक्षण	X	वर्गों की संख्या1-	NP	तीन या तीन से अधिक संबंधित समूहों के क्रमान्तर का परीक्षण	नामित	क्रमित
स्पीयरमैन रो Speraman's Rho	P	N -2	NP	सहसंबंध की जॉच	क्रमित	क्रमित

8.4 प्राचलिक एवं अप्राचलिक सांख्यिकी में अंतर(Difference between Parametric and Nonparametric Statistics)

इस प्रकार प्राचलिक एवं अप्राचलिक सांख्यिकी में बहुत भिन्नताएं पायी जाती हैं| इन भिन्नताओं को समझने के लिए आपके समक्ष तुलनात्मक तालिका प्रस्तुत किया गया है –

अप्राचलिक सांख्यिकी (Nonparametric Statistics)	प्राचलिक सांख्यिकी (Parametric Statistics)
1. अप्राचलिक सांख्यिकी की व्युत्पीति (derivation) प्राचलिक सांख्यिकी की व्युपत्ति की तुलना में आसान है।	यह अपेक्षाकृत कठिन है।
2. अप्राचलिक सांख्यिकी में गणितीय परिकलन के रूप में श्रेणीकरण)ranking), गिनती) Counting), जोड़)Addition) , घटाव) Substraction) आदि का प्रयोग होता है।	प्राचलिक सांख्यिकी में इससे अधिक उच्च स्तर के गणितीय परिकलन की जरूरत पड़ती है।
3. अप्राचलिक सांख्यिकी को प्राचलिक सांख्यिकी की अपेक्षा व्यवहार में लाना ज्यादा आसान है।	यह अपेक्षाकृत जटिल है।
4. जब प्रतिदर्श का आकार छोटा हो तो अप्राचलिक सांख्यिकी का प्रयोग किया जाता है।	जब प्रतिदर्श का आकार बड़ा हो तो प्राचलिक सांख्यिकी का प्रयोग किया जाता है।
5. इसकी शर्तें कम सख्त होती है।	इसकी शर्तें अपेक्षाकृत ज्यादा सख्त होती है।
6. अप्राचलिक सांख्यिकी के प्रयोग में नामित तथा क्रमित आंकड़े की जरूरत होती है।	प्राचलिक सांख्यिकी के प्रयोग में अन्तराल मापनी तथा आनुपातिक मापनी पर प्राप्त आंकड़ों की आवश्यकता होती है।
7. अप्राचलिक सांख्यिकी के प्रयोग में किसी शोधकर्ता द्वारा अतिक्रमण करने की संभावना कम से कम होती है।	प्राचलिक सांख्यिकी की शर्तें सख्त होने से अतिक्रमण की संभावना ज्यादा होती है।
8. व्यवहारिक दृष्टिकोण से अप्राचलिक सांख्यिकी ज्यादा उपयुक्त है।	सैद्धान्तिक दृष्टिकोण से प्राचलिक सांख्यिकी ज्यादा सशक्त है।

अभ्यास प्रश्न

1. आनुमानिक सांख्यिकी से आप क्या समझते हैं?
2. प्राचलिक सांख्यिकी की मान्यताओं को स्पष्ट करें |
3. अप्राचलिक सांख्यिकी की मान्यताओं को स्पष्ट करें |

4. प्राचलिक सांख्यिकी के किन्हीं दो उदाहरणों को लिखें
5. अप्राचलिक सांख्यिकी के किन्हीं दो उदाहरणों को लिखें
6. प्राचलिक एवं अप्राचलिक सांख्यिकी के मध्य अंतर स्पष्ट करें |

8.5 स्टूडेण्ट t- परीक्षण (Student's t- Distribution (test)

t' परीक्षण छोटे आकार के निदर्शन (sampling) से संबंधित है, इसकाश्रेय आयरिश निवासी विलियम गौसेट को जाता है, जिन्होंनें अपने छद्म नाम स्टूडेण्ट के नाम से इसे प्रकाशित किया, क्योंकि जिस संस्था में वे काम करते थे, उसने उन्हें अपने नाम से इसे प्रकाशित करने की अनुमति नहीं प्रदान की। सामान्यत: t- परीक्षण या अनुपात दो माध्यों के बीच के अन्तर की सार्थकता की जॉच के लिए एक महत्वपूर्ण प्राचलिक सांख्यिकी है-

't' परीक्षण निम्नलिखित स्थितियों में प्रयुक्त किया जाना चाहिए:-

i. जब प्रतिदर्श का आकार 30 या 30 से कम हो ($n \leq 30$),

ii. जब समग्र का प्रमाप विचलन ज्ञात न हो तथा,

iii. जब समग्र का बंटन एक प्रसामान्य बंटन हो,

iv. जब दोनों प्रतिदर्शो से मिले प्राप्तांकों के वितरण में प्रसरण की समजातीयता (homogeneity of variance) हो,

v. जब प्रयुक्त चरों का माप अन्तराल (Interval) का अनुपात (Ratio) मापनी पर हो।

इसे निम्न प्रकार सरलता से समझा जा सकता है-

	जब σ ज्ञात हो (σ known)	**σअज्ञात हो (σ not known)**
N > 30	Z	Z
$n \leq 30$	Z	T

स्टूडेण्ट t- बंटन की विशेषताएं (Characteristics of Student's t- distribution):-
स्टूडेण्ट का t- बंटन प्रसामान्य नहीं होता हालांकि जिस समग्र में से इसे लिया जाता है, वह निश्चित रूप से प्रसामान्य बंटन होना चाहिए।

1. प्रत्येक प्रतिदर्श आकार (n) के लिए एक पृथक 't' बंटन होता है। अत: प्रसामान्य बंटन की तरह 't' बंटन का भी एक परिवार है। अत: एक मानक 't' बंटन ज्ञात कर लिया जाता है, जिसका समान्तर माध्य शून्य तथा प्रमाप विचलन 1 है।
2. प्रत्येक 't' बंटन एक सममित (Symmetrical) बंटन होता है।

3. वक्र का उच्चतम बिन्दु t = 0 अर्थात माध्य पर स्थित होता है।
4. जैसे- जैसे n का मान बढ़ता जाता है t वक्र प्रसामान्य वक्र का आकार ग्रहण करने लगता है। जैसे-जैसे n का मान 30 से बड़ा होता जाता है वैसे-वैसे t- वक्र तथा प्रसामान्य वक्र में अन्तर समाप्त होता जाता है। वास्तव में 't' के सारणी मूल्य में अन्तर समाप्त होता जाता है। वास्तव में 't' के सारणी मूल्य के लिए प्रतिदर्श के आकार के स्थान पर स्वतंत्र्य कोटियों की आवश्यकता होती है।
5. प्रत्येक 't' बंटन एक प्रायिकता बंटन है अत: इसके अंतर्गत कुल क्षेत्रफल 1.0 होता है।
6. 't' बंटन में प्रसरण (variance) प्रसामान्य बंटन की अपेक्षा अधिक होता है।

't' परीक्षण का अनुप्रयोग (Application of t-test) :

(i) दो स्वतंत्र समूहों के माध्यमानों के अन्तर की सार्थकता की जॉच (The significance of the Difference between the Means of two Independent Group:-

t- मान की गणना = $\dfrac{\overline{X}_1 - \overline{X}_2}{\sqrt{\dfrac{S_1^{\,2}}{N_1} + \dfrac{S_2^{\,2}}{N_2}}}$

X_1 = प्रथम समूह का मध्यमान

X_2 = द्वितीय समूह का मध्यमान

N_1 = प्रथम समूह में सदस्यों की संख्या

N_2 = द्वितीय समूह में सदस्यों की संख्या

$S_1^{\,2}$ = प्रथम समूह का प्रसरण

$S_2^{\,2}$ = द्वितीय समूह का प्रसरण

उदाहरण:- विद्यार्थियों के दो समूहों पर एक बुद्धि परीक्षण प्रशासित किया और निम्नलिखित आंकड़े प्राप्त हुए। यह जाँच कीजिए कि क्या दोनों समूहों की बुद्धि में सार्थक अन्तर है?

प्रथम समूह में विद्यार्थियों की संख्या = 32प्रथम समूह का मध्यमान = 87.43प्रथम समूह का प्रसरण = 39.40द्वितीय समूह में विद्यार्थियों की संख्या = 34द्वितीय समूह का मध्यमान = 82.58द्वितीय समूह का प्रसरण = 40.80

हल:- $H_o : \overline{X}_1 = \overline{X}_2$

$H_1 : \overline{X}_1 \neq \overline{X}_2$

यहॉ df = N_1+N_2 – 2=

32+34 – 2=66-2 = 64

$N_1 = 32$ $N_2 = 34$ $\overline{X}_1 = 87.43$

$\overline{X}_2 = 82.58$ $S_1^2 = 39.40$ $S_2^2 = 40.80$

$$t = \frac{\overline{X}_1 - \overline{X}_2}{\sqrt{\frac{S_1^2}{N_1} + \frac{S_2^2}{N_2}}} = \frac{87.43 - 82.58}{\sqrt{\frac{39.40}{32} + \frac{40.80}{34}}}$$

$$= \frac{4.85}{\sqrt{1.23 + 1.20}} = \frac{4.85}{\sqrt{2.43}} = \frac{4.85}{1.56} = t = 3.11$$

यहाँ परिकलित t- का मान जो 3.11 है जो 64 df पर 1% सार्थकता के स्तर पर t के सारणी मान 2.58 से ज्यादा है। अत: यहाँ नल प्राक्कल्पना $H_o : \overline{X}_1 = \overline{X}_2$ को अस्वीकृत किया जाता है। अर्थात यह निष्कर्ष निकाला जाता है कि दोनों समूहों की बुद्धि में सार्थक अन्तर है।

(ii) दो सहसंबंधित या मैचिंग (Matched or Correlated) समूहों के मध्यमानों के अन्तर की सार्थकता की जॉच (Significance of the Difference between the Means of Two Matched or Correlated Group (Non independent sample)

$$t = \frac{\overline{X}_1 - \overline{X}_2}{\sqrt{\frac{S_1^2}{N_1} + \frac{S_1 2}{N_2} - 2r\left(\frac{S_1}{\sqrt{N_1}}\right)\left(\frac{S_2}{\sqrt{N_2}}\right)}}$$

r = दोनों समूहों के मध्य सहसंबंध की मात्रा

उदाहरण:- एक कक्षा के 91 विद्यार्थियों को एक हिन्दी व्याकरण परीक्षण दिया गया तथा एक माह के प्रशिक्षण के बाद पुन: एक समरूप हिन्दी व्याकरण परीक्षण इन परीक्षणों के प्राप्तांक का सारांश नीचे दिया है। गणना के आधार पर बताइये कि क्या प्रशिक्षण का कोई सार्थक प्रभाव पड़ा ?

	प्रथम परीक्षण	**द्वितीय परीक्षण**
N	91	91
मध्यमान	55.4	56.9
S.D.	7.2	8.0

$$S.E_{M1}=\left(\frac{S_1}{\sqrt{N_1}}\right)=0.72 \qquad SE_{M2}=\left(\frac{S_2}{\sqrt{N_2}}\right)=0.80 \qquad r = .64$$

$$t=\frac{\overline{X}_1 - \overline{X}_2}{\sqrt{\frac{S_1^2}{N_1}+\frac{S_2^2}{N_2}-2r\left(\frac{S_1}{\sqrt{N_1}}\right)\left(\frac{S_2}{\sqrt{N_2}}\right)}} =$$

$$\frac{55.4-56.9}{\sqrt{(0.72)^2+(.80)^2-2x.64x.72x.80}}$$

$$=\frac{1.5}{\sqrt{.5184+.6400-.7373}} \quad =\frac{1.5}{\sqrt{1.1584-.7373}} \quad =\frac{1.5}{\sqrt{.4211}} \quad =\frac{1.5}{.669} \quad =02.31$$

यहाँ df = (N-1) = (91-1) = 90: यहाँ प्राप्त t का 2.31 मान 5% के सार्थकता के स्तर पर सार्थक है तथा 1 प्रतिशत पर नहीं। अत: यहाँ नल प्राक्कल्पना की 5 प्रतिशत की सार्थकता के स्तर पर अस्वीकृत किया जाता है तथा यह सत्य है कि प्रशिक्षण का हिन्दी व्याकरण के उपलब्धि पर सार्थक प्रभाव पड़ा है।

(iii) सहसंबंध गुणांक का सार्थकता परीक्षण(To test the significance of coefficient of correlation) :- जब हम एक द्विचर प्रसामान्य समग्र (bivariate normal population में से युग्मित समंको का एक दैव न्यादर्श (random sample) चुनते है तथा इस परिकल्पना (hypothesis) की जॉच करना चाहते है कि समग्र का सहसंबंध गुणांक P ग्रीक अक्षर)Rho है शून्य (अर्थातचर आपस में सहसंबंधित नहीं हैं तो t परीक्षण का प्रयोग करते हैं। यहाँ पर d.f को n-2 से ज्ञात करते हैंकि क्यों , तंत्रता की मात्रासहसंबंध गुणांक ज्ञात करने में दो स्वएं कम हो जाती है ।इसके ज्ञात करने का सूत्र निम्नलिखित है -:

$$t=\frac{r}{\sqrt{1-r^2}}X \quad \sqrt{n-2} \qquad \text{क्योंकि} \qquad \sigma_r = \frac{\sqrt{1-r^2}}{n-2}$$

यदि t का परिकलित (Calculate) मूल्य, t की क्रांतिक मानों (Critical values or table values) से अधिक होगा तो सहसंबंध गुणांक सार्थक होगा।

उदाहरण:

i. किसी प्रसामान्य समग्र में से 20 युग्मित अवलोकनों के यादृच्छिक प्रतिदर्श का सहसंबंध गुणांक 0.9 है। क्या यह संभव है कि समग्र में चर असंबंधित हैं?

ii. किसी वस्तु के दो समूहों में से 10 और 20 के आकार के युग्मित प्रतिदर्श लिए गए। वस्तुओं का दो विशेषताओं के मध्य सहसंबंध गुणांक क्रमश: 0.25 एवं 0.16 हैं। क्या ये मान सार्थक हैं?

हल:

i. इस परिकल्पना के साथ कि समग्र में चर स्वतंत्र हैं तथा उनमें शून्य सहसंबंध है:- H_o : P= 0 i H_1 : P ≠ 0

$$t = \frac{r}{\sqrt{1-r^2}} X \quad \sqrt{n-2} = \frac{0.9}{\sqrt{1-(.9)^2}} X \quad \sqrt{20-2} = \frac{0.9}{\sqrt{1-.81}} X \quad \sqrt{18}$$

$$= \frac{.9x4.243}{\sqrt{0.19}} = \frac{3.818}{0.436} \longrightarrow t = 8.759$$

18 d.f तथा 5% सार्थकता स्तर पर t का सारणी मूल्य ± 2.10 है तथा t का परिकलित मान 8.759 क्रांतिक मान से अधिक है। अत: मानी गयी परिकल्पना असत्य है अर्थात सहसंबंध गुणांक सार्थक है।

ii. H_o : P = 0

H_1 : P ≠ 0

N = 10, r = .25

$$t = \frac{r}{\sqrt{1-r^2}} X \quad \sqrt{n-2}$$

$$= \frac{.25}{\sqrt{1-(.25)^2}} X \quad \sqrt{10-2}$$

= .73

8 d. f पर तथा 5% सार्थकता स्तर पर t का सारणी मूल्य 2.306 है जिससे परिगणित मूल्य (0.73) कम है अत :सहसंबंध गुणांक सार्थक नहीं है।

H_o : P = 0

H_1 : P ≠ 0

N = 20, r = .16

$$t = \frac{r}{\sqrt{1-r^2}} X \quad \sqrt{n-2}$$

$$= \frac{.16}{\sqrt{1-(.16)^2}} X \quad \sqrt{20-2}$$

= 0.688

18 d. f पर तथा 5% सार्थकता स्तर पर t का सारणी मूल्य 2.10 है जिसकी तुलना में परिगणित मूल्य (0.688) कम है। अत :सहसंबंध गुणांक सार्थक नहीं है।

दोनों स्थितियों में ही हमारी परिकल्पना सत्य सिद्ध होती है, जिसका अर्थ है कि समग्र में सहसंबंध गुणांक शून्य है।

अभ्यास प्रश्न

1. t- वितरण से आप क्या समझते हैं?
2. t- परीक्षण की मान्यताओं को स्पष्ट करें|
3. t- परीक्षण के महत्व को स्पष्ट करें |

8.6 काई वर्ग (Chi-Square) परीक्षण

अप्राचलिक विधियों (Non Parametric Methods) में काई वर्ग (Chi-Square) परीक्षण एक प्रमुख विधि है। काई (x) ग्रीक भाषा का एक अक्षर है। काई-वर्ग वितरण की खोज सन् 1875 में हेलमर्ट ने की थी। बाद में सन् 1900 में कार्ल पियर्सन ने पुन: इसका प्रतिपादन किया। सामाजिक एवं व्यावहारिक विज्ञानों के अनुसंधान कार्यों में काई-वर्ग परीक्षण का महत्व तथा उपयोग अत्यधिक होने के कारण इसका महत्व और भी बढ़ गया है।

गैरेट (H.E. Garrett, 1985) के शब्दों में - ''प्रेक्षित आवृत्तियों तथा प्रत्याशित आवृत्तियों के अन्तर का वर्ग किया जाता है, फिर प्रत्येक केस में प्रत्याशित संख्या या आवृत्ति से भाग दिया जाता है। इस प्रकार से प्राप्त अनुपात का योग ही काई-वर्ग (x^2) है।''

(The difference between observed and expected frequencies are squared and divided by the expected number in each case, and the sum of these quotients is x^2).

गिलफोर्ड (J.P. Guilford, 1987) के विचार में - ''काई-वर्ग अनुपातों का योग है। यह अनुपात मापित और संभावित आवृत्तियों के अन्तर या भिन्नता के वर्ग का अनुमानित आवृत्तियों से भाग देने से प्राप्त होता है।''

(By definition, a chi-square is the sum of ratios (any number can be summed). Each ratio is that between a squared discrepancy of difference and an expected frequency).

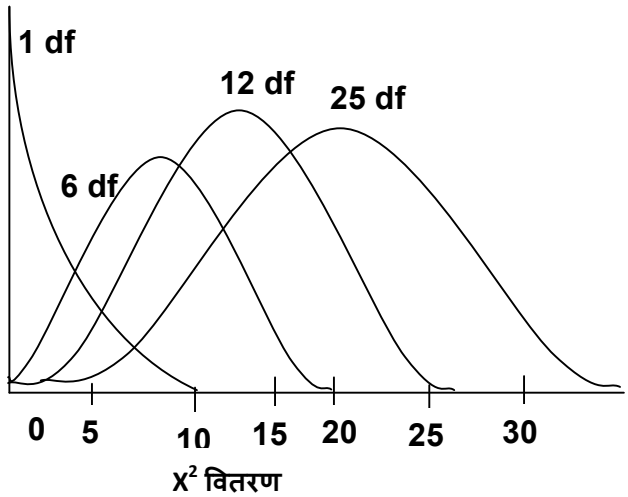
काई-वर्ग परीक्षण आवृत्तियों (frequencies) के मध्य अन्तर की सार्थकता का परीक्षण (test of significance) करता है। अवलोकित (Observed) तथा प्रत्याशित (Expected) आवृत्तियों के अन्तरों के शून्य होने पर काई-वर्ग का मान शून्य हो जाता है। जबकि अधिक अन्तर होने पर काई वर्ग का मान बढ़ता जाता है। काई-वर्ग के द्वारा सार्थकता ज्ञात करने के लिए मापित आवृत्तियों में अनुमानित आवृत्तियां ज्ञात की जाती हैं। अनुमानित आवृत्तियों को ज्ञात करने के लिए निम्न तीन प्रकार की परिकल्पनाओं की मदद ली गयी है -

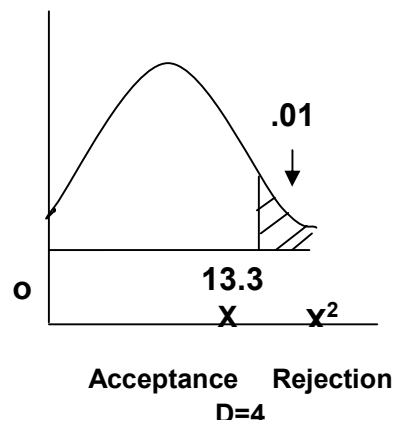
(1) समान वितरण की परिकल्पना (Hypothesis of Equal Distribution),

(2) सामान्य वितरण की परिकल्पना (Hypothesis of Normal Distribution),

(3) स्वतंत्र वितरण की परिकल्पना (Hypothesis of Independent Distribution)

काई-वर्ग का मान सदैव धनात्मक होता है ।काई-वर्ग बंटन एक प्रायिकता बंटन (probability distribution) है जो केवल स्वातंत्र्य कोटियों (Degrees of freedom, df) पर निर्भर करता है। स्वातंत्र्य कोटियों के बहुत कम होने पर काई वर्ग बंटन धनात्मक रूप से विषम होता है, परन्तु जैसे-जैसे स्वातंत्र्य कोटियॉं बढ़ती जाती है, यह प्रसामान्य बंटन के अनुरूप हो जाता है। काई वर्ग का परिकलित मान संबंधित स्वातंत्र्य कोटि तथा निश्चित सार्थकता स्तर पर (Level of Significance) सारणी मान से कम होता है, तब शून्य परिकल्पना (Null hypothesis) स्वीकृत की जाती है। इसके विपरीत यदि परिकलित काई-वर्ग का मान सारणी मान से अधिक होता है तथा अवलोकित तथा प्रत्याशित आवृत्तियों के मध्य अन्तर को सार्थक माना जाता है, तब वैकल्पिक परिकल्पना (Alternate Hypothesis) को स्वीकृत किया जाता है। अर्थात शून्य परिकल्पना अस्वीकृत की जाती है। काई-वर्ग को निम्नांकित रेखाचित्र के माध्यम से समझा सकता है –





8.7 काई-वर्ग की विशेषताएं (Characteristics of x^2)

x^2 की कुछ प्रमुख विशेषताएं निम्न प्रकार से हैं -

(1) इस परीक्षण की सहायता से अप्राचलिक आंकड़ों के महत्व की जांच की जाती है। इस परीक्षण के द्वारा सिर्फ ऐसे आंकड़ों या प्रदत्तों की जांच की जाती है, जो प्रदत्त वर्गों के रूप में हों या आवृत्तियों के रूप में हों। कई बार आंकड़े आवृत्तियों के स्थान पर अनुपातों के रूप में होते हैं।

(2) काई-वर्ग परीक्षण की दूसरी प्रमुख विशेषता यह है कि काई-वर्ग, अनुपातों का योग होता है। यह अनुपातों का योग एक सिद्धान्त या परिकल्पना के आधार पर मुख्यत: प्रत्याशित आवृत्तियों के मध्य पाये जाने वाले अन्तर पर निर्भर करता है।

(3) काई-वर्ग परीक्षण की तीसरी विशेषता यह है कि सांख्यिकीय परीक्षण के द्वारा एक परिकल्पना से संबंधित एक से अधिक चरों की सार्थकता की जांच एक ही समय में हो

जाती है। ऐसा इसलिए संभव होता है, क्योंकि अनेक चरों से काई-वर्ग के मानों को एक साथ जोड़ लेते हैं और फिर सार्थकता की जांच की जाती है। अत: कह सकते हैं कि काई-वर्ग परीक्षण में योगशीलता की विशेषता पायी जाती है।

(4) x^2 ऋणात्मक नहीं होता है, क्योंकि भिन्नताओं (Discrepancies) का वर्ग किया जाता है।

(5) x^2की गणना शून्य तब होती है, जब प्रेक्षित और प्रत्याशित आवृत्तियां एक समान होती है।

(6) प्रत्याशित आवृत्तियों और प्रेक्षित आवृत्तियों की भिन्नता (Discrepancy) जितनी अधिक होती है, काई-वर्ग का मूल्य उतना ही बढ़ जाता है।

मिनियम (E.W. Minium, 1976) के अनुसार, It is not the size of the description which accounts for a contribution to the value of x^2, it is the discrepancy relative to the magnitude to the expected frequency".

8.8 X^2 परीक्षण की शर्तें (Conditions for applying X^2-test)

काई-वर्ग का वितरण एक सैद्धान्तिक प्रारूप है। इसलिए प्राप्त काई-वर्ग के मूल्य इस प्रारूप की मान्यताओं की पूर्ति करने पर ही इस वितरण के अनुकूल होते हैं। ये मान्यताएं निम्नलिखित हैं -

1. जिस समग्र (Population) के संबंध में अनुमान लगाना है, उससे चयन किया गया न्यादर्श (Sample) यादृच्छ न्यादर्श है। व्यावहारिक रूप में मान्यता की पूर्ति कठिन कार्य है और कदाचित् इसकी पूर्ति बहुत कम अवस्थाओं में ही पाती है। इसलिए हम इस बात का ध्यान रखते हैं कि न्यादर्श इस प्रकार चयन किया जाये कि यादृच्छ न्यादर्श (Random Sample) ही तरह ही प्रतीत हो।
2. x^2 की दूसरी धारणा यह है कि निरीक्षण एक दूसरे से स्वतंत्र हों। उदाहरण के लिए, पेय (Drinks) से संबंधित प्रयोग में यादृच्छ रूप से चयन किये गये प्रयोज्यों को लिया गया था, परन्तु एक प्रयोज्य की प्रसन्द को दूसरे प्रयोज्य की पसन्द के आधार पर अनुमानित नहीं किया गया था, लेकिन मान लीजिए कि हर प्रयोज्य से तीन प्रयास कराये जायें, तो 100 प्रयोज्यों से 300 उत्तर प्राप्त होंगे। हर प्रयोज्य के तीन उत्तर एक दूसरे से स्वतंत्र नहीं है। यदि ऐसा है, तो x^2उत्तर प्राप्त होंगे। हर प्रयोज्य के तीन उत्तर एक दूसरे से स्वतंत्र नहीं है। यदि ऐसा है, तो x^2मॉडल का प्रयोग उपयुक्त नहीं है। सामान्य रूप से निरीक्षणों की संख्या के प्रयोज्यों की संख्या से अधिक होने पर निरीक्षण एक दूसरे से स्वतंत्र नहीं होंगे।
3. समग्र की इकाईयों की संख्या (N) यथोचित रूप से अधिक होनी चाहिए अन्यथा अवलोकित व प्रत्याशित आवृत्तियों के अन्तरों (fo-fe) का वितरण प्रसामान्य (Normal) नहीं होगा। व्यवहार में N=50 से अधिक होना चाहिए।
4. कोई भी प्रत्यापशित कोष्ठा-आवृत्ति (expected cell frequency) 5 से कम नहीं होना चाहिए। यदि कोई आवृत्ति 5 से कम है तो उसे निकटवर्ती आवृत्तियों के साथ मिलाकर येट-संशोधन (Yate's Correction) द्वारा X2 का मूल्यि निकालना चाहिए।प्रतिदर्श दैव आधार पर चुना हुआ होना चाहिए।

5. कोष्ठे आवृत्तियों के अवरोध (Constraints) रेखीय (Linear) होना चाहिए।

उपर्युक्तो परिसीमाओं के उपरान्तर भी काई वर्ग (X2) गुण स्वातंत्र्य की जॉच और अन्वाइयोजन-उत्कृष्ट ता परीक्षण (Test of Goodness of fit) करने में बहुत उपयोगी सांख्यिकीय माप है।

8.9 X^2 परीक्षण के उपयोग (Application of X^2 test)

शिक्षा और मनोविज्ञान संबंधी अध्ययनों में अप्राचलिक सांख्यिकी के आंकड़ों के अन्तर की सार्थकता की जांच के लिए काई-वर्ग परीक्षण की बहुत अधिक उपयोगिता है। इन उपयोगिताओं से संबंधित कुछ प्रमुख बिन्दुनिम्न प्रकार से हैं -

(1) काई-वर्ग परीक्षण का उपयोग बहुधा ऐसे अंक सामग्री या आंकड़ों के लिए किया जाता है, जिसे आवृत्तियों (Frequencies) और वर्गों (Categories) में व्यक्त किया जाता है। इसके अतिरिक्त इस परीक्षण का उपयोग अनुपातों (Proportions) और प्रसम्भाव्यताओं से संबंधित आंकड़ों या प्रदत्त सामग्री में भी यह परीक्षण बहुत उपयोगीहै।

(2) काई-वर्ग परीक्षण की योगशील विशेषता (Additive property) के कारण इस परीक्षण का उपयोग एक ही समय में एक से अधिक परिकल्पनाओं और एक से अधिक परिस्थितियों के सार्थकता के अध्ययन के लिए किया जाता है। संक्षेप में काई-वर्ग में विभिन्न परिस्थितियों में काई-वर्ग के मानों को जोड़ करके या योग करके आंकड़ों के सार्थकता की जांच की जाती है।

(3) इस काई-वर्ग परीक्षण के द्वारा प्रेक्षित घटनाओं (Observed Phenomenon) और प्रत्याशित घटनाओं (Expected Phenomenon) के अन्तर की सर्थकता की जांच की जाती है। इस परीक्षण द्वारा यह ज्ञात हो जाता है कि अन्तर संयोगवश है अथवा किसी विशेष संबंध के कारण आता है।

(4) मनोविज्ञान और शिक्षा से संबंधित अध्ययनों में काई-वर्ग परीक्षण बहुधा अग्रगामी अध्ययनों में किया जाता है। संक्षेप में काई-वर्ग परीक्षण की उपयोगिता अप्राचलिक आंकड़ों में ही सर्वाधिक है। इसके अतिरिक्त अनेक महत्वपूर्ण अनुसंधानों में भी काई-वर्ग परीक्षण का उपयोग आंकड़ों के विश्लेषण में किया जाता है।

(5) काई-वर्ग परीक्षण उन परिस्थितियों में अधिक उपयोगी है, जब प्रतिदर्श में अध्ययन इकाइयों की संख्या कम होती है।

(6) काई-वर्ग परीक्षण का उपयोग अप्राचलिक आंकड़ों के विश्लेषण में उसी प्रकार उपयोगी है, जिस प्रकार से t परीक्षण प्राचल आंकड़ों के लिए उपयोगी है। दूसरे शब्दों में, जिस प्रकार से t परीक्षण का उपयोग सामान्य रूप से वितरित आंकड़ों के मध्यमान में किया जाता हैं, ठीक उसी प्रकार से जब आंकड़े सामान्य रूप से वितरित नहीं होते हैं, तब काई-वर्ग परीक्षण का उपयोग किया जाता है।

8.10 X^2 गणना के चरण (Steps of the Calculation of Chi-square)

1. निम्नलिखित सूत्र के माध्यम से काई-वर्ग की गणना की जा सकती है –

$$Chi\ square = \sum [\frac{(fo - fe)2}{fe}]$$

जबकि $\sum$ = योग (Total),

f_0 = प्रेक्षित आवृत्तियां या प्राप्त आवृत्तियां (Observed frequencies) ,

f_e = प्रत्याशित आवृत्तियां या सैद्धान्तिक आवृत्तियां (Exoected frequencies)

$(f_0 - f_e)^2$ = प्रेक्षित आवृत्तियों और प्रत्याशित आवृत्तियों में अन्तर वर्ग (Square of difference of f_0 and f_e)

2. काई-वर्ग की गणना के दौरान सबसे पहले प्रेक्षित आवृत्तियों (f_0) को उपयुक्त खानों में रखते या लिखते हैं।

3. काई-वर्ग की गणना जिस उपकल्पना के आधार पर की जा रही है, उस उपकल्पना के अनुरूप प्रत्याशित आवृत्तियों (f_e) को उपयुक्त खानों में रखते या लिखते है।

4. (f_0) में (f_e) से के मान को घटाकर अर्थात $(f_0 - f_e)^2$ के मान को ज्ञात करते हैं, फिर इस मान को संबंधित खानों में लिखतेहै।
5. $f_0 - f_e$के मान का वर्ग करते हैं $(f_0 - f_e)^2$ के मान को ज्ञात करते हैं।
6. $(f_0 - f_e)^2$ के मान को f_e के मानों से विभाजित करके मान ज्ञात करते हैं इस प्रकार से जितने भी मान प्राप्त होते हैं, उनका योग करते हैं। इस प्रकार मानों का योग x^2 होता है।
7. स्वतंत्रता के अंश (Degree of freedom)अर्थात d.f.ज्ञात करते हैं।
8. काई-वर्ग तालिका की सहायता से काई-वर्ग के मान की सार्थकता का परीक्षण किया जा सकता है। यह तालिका पुस्तक के अन्त में दी गई हुई है। यह तालिका d.f. के मूल्य और सार्थकता स्तर के आधार पर देखी जाती है। इस तालिका में .10, .05, .02 और .01 सार्थकता स्तर तथा विभिन्न d.f. के मान दिये हुए है।

9. यदि X2 का परिकलित मूल्यत X2 के सारणी मूल्य (संबंधित df तथा सार्थकता स्त र पर) से कम हो जाता है, तो शून्यय परिकल्प.ना (HO) सत्य हो जाती है।

8.11 समानवितरण परिकल्पना (Hypothesis of Equal Distribution)

समान वितरण परिकल्पना के माध्यम से सार्थकता ज्ञात करने के लिए आवश्यक है कि परिवर्ती या चर की संख्या एक ही हो। यह चर या परिवर्ती कितने ही भागों में विभाजित हो सकता है। जैसे 1 हां, उदासीन न। 2 बहुत अधिक, सामान्य बहुत कम। 3 बहुत सुन्दर, सामान्य, कम सुन्दर, बहुत कम सुन्दर आदि।

उदाहरण - 1 एक कक्षा के 63 छात्रों को तीन रंग लाल, हरा और नारंगी रंगों के लिए अपनी पसन्द बताने को कहा गया। उनकी पसन्द निम्न आवृत्तियों के रूप में प्राप्त हुई। गणना के आधार पर बताइये कि क्या छात्रों के रंगों के प्रति पसन्द में वास्तविक अन्तर है?

लाल	**हरा**	**नारंगी**
13	**29**	**21**

हल – उपर्युक्त उदाहरण को या समान वितरण की उपकल्पना के आधार पर हल किया जायेगा। समान वितरण की शून्य परिकल्पना के अनुसार तीनों स्तंभों की आवृत्तियों में शून्य अन्तर है। तालिका की पहली पंक्ति में f_e में मान उदाहरण 2 के अनुसार लिखेंगे, फिर दूसरी में समान आव़त्तियां निम्न सूत्र के अनुसार लिखेंगे –

$$f_e = \frac{N}{Number\ of\ Cells} = \frac{63}{3} = 21$$

पंक्ति स्तम्भ (Columns)	सहमत	उदासीन	असहमत	पंक्ति का योग
प्रेक्षित आवृत्तियाँ f_0	13	29	21	62
अप्रेक्षित आवृत्तियाँ f_e	21	21	21	63
$f_0 - f_e$	-8	8	0	
$(f_0 - f_e)^2$	64	64	0	
$\frac{(f_0 - f_e)^2}{f_e}$	3.05	3.05	0	

$$x^2 = \sum\left[\frac{(f_0 - f_e)^2}{f_e}\right] = 0 + 3.05 + 3.05 = 6.10$$

df = (c-1) = 3-1 = 2

परिणाम - काई-वर्ग की सारणी में .05 सार्थकता स्तर पर तथा df = 2 पर आवश्यक x^2का मान = 5.99 है। उपर्युक्त उदाहरण में x^2का गणना द्वारा मान 6.10 प्राप्त हुआ है। गणना द्वारा प्राप्त x^2का मान तालिका के आवश्यक मान से अधिक है। अत: अपनी शून्य उपकल्पना को .05 विश्वास स्तर पर निरस्त कर सकते हैं। परिणामस्वरूप कहा जा सकता है कि तीनों प्रत्युत्तरों में किसी प्रकार का वास्तविक एवं सार्थक अन्तर है।

8.12 सामान्य वितरण परिकल्पना (Hypothesis of Normal Distribution)

पूर्व के उदाहरणों में काई वर्ग का मान समान वितरण (Equal Distribution)परिकल्पना के आधार पर निकाला गया है। आगे के तीन उदाहरणों में शून्य उदाहरणों में शून्य परिकल्पना सामान्य वितरण (Normal Distribution)पर आधारित है। इस अवस्था में सामान्य वितरण से संबंधित शून्य उपकल्पना बना लेते हैं, फिर काई-वर्ग के मान की गणना करते समय प्रत्याशित आवृत्तियां f_eज्ञात करने का आधार सामान्य वितरण सिद्धान्त (Theory of Normal Distribution)रहता है।

इसका उपयोग करते समय यह नित्तांत जरूरी है कि सामान्य वितरण वक्र के आधार को 6 भागों में बांटा जाय। -3 σ से +3σ तक 6 भाग होते हैं। शून्य से +3σ के अन्तर्गत NPC का 50 प्रतिशत क्षेत्र आता है। NPC तालिका में जो क्षेत्र दिया हुआ है, वह 50 प्रतिशत केस के लिए दिया हुआ है, जिसे 5 भागों में बांटा गया है। सामान्य संभावना वक्र के आधार के किस भाग में कितनी जनसंख्या होती है, यह आगे समझाया गया है।

उदाहरण 1: 85 छात्रों को प्रेक्षित आवृत्तियां निम्न प्रकार से हैं। सामान्य वितरण परिकल्पना के आधार पर बताइये कि चार श्रेणी की प्रेक्षित आवृत्तियों में 0.1 सार्थकता स्तर पर अन्तर है अथवा नहीं।

A	B	C	D	योग
15	20	30	20	85

हल : उपर्युक्त उदाहरण में A, B, C, D चार वर्गों के लिए f_0का मान क्रमश: 15, 20, 30 और 20 दिया हुआ है। इस अवस्था में उनकी प्रत्याशित आवृत्तियों f_e की गणना निम्न प्रकार से है -

सामान्य संभावना वक्र को चार भागों में विभाजित करने पर एक भाग का मान = $\frac{6\sigma}{4}$ = 1.5 σ आता है। इनके अनुपात का वितरण निम्न प्रकार है -

सामान्य संभावना वक्र को चार भागों में विभाजित करने पर एक भाग का मान आता है। इनके अनुपात का विवरण निम्न प्रकार हैं –

Aवर्ग में + 3 σ से + 1.5 σ के अन्तर्गत क्षेत्र होगा = .07

Bवर्ग में + 1.5 σ से + Mके अन्तर्गत क्षेत्र होगा = .43

Cवर्ग में -M से -1.5 σ के अन्तर्गत क्षेत्र होगा = .43

Dवर्ग में -1.5 σ से -3 σ के अन्तर्गत क्षेत्र होगा = .07

A, B, C, D क्षेत्रों के लिए f_e की गणना निम्न प्रकार से होगी -

A वर्ग = .07 X 85 = 5.95

B वर्ग = .43X 85 =36.55

C वर्ग = .43X 85 =36.55

D वर्ग = .07X 85 =5.95

पंक्ति स्तम्भ (Columns)	**A**	**B**	**C**	**D**	**योग**
प्रेक्षित आवृत्तियाँ f_0	15	20	30	20	85
प्रत्याशित आवृत्तियाँ f_e	5.95	36.55	36.55	5.95	85
$f_0 - f_e$	9.05	-16.55	-6.55	14.05	
$(f_0 - f_e)^2$	81.90	273.90	42.90	197.40	
$\frac{(f_0 - f_e)^2}{f_e}$	13.76	7.49	1.17	33.17	

$$x^2 = \sum\left[\frac{(f_0 - f_e)^2}{f_e}\right]$$

= 13.76+7.49+1.17+33.17 = 55

परिणाम: x^2 सारणी में .01 सार्थकता स्तर पर तथा df = 3का आवश्यक मान 11.345 है। उपरोक्त उदाहरण में गणना द्वाराx^2 मान आवश्यक x^2 मान से अधिक है। अत: अपनी शून्य उपकल्पना को .01 सार्थकता स्तर पर निरस्त करते हैं। गणना द्वारा प्राप्त नतीजों के आधार पर निष्कर्ष स्वरूप कहा जा सकता है कि सामाजिक-आर्थिक स्तर से संबंधित चार स्तरों की प्रेक्षित आवृत्तियों में वास्तविक और सार्थक भिन्नता है।

8.13 स्वतंत्र वितरण परिकल्पना (Independent Distribution)

इस परिकल्पना के अंतर्गत प्रत्याशित आवृत्तियों f_eकी गणना गणितीय सिद्धान्तों के अनुरूप की जाती है। अब तक के उदाहरणों में प्रेक्षित आवृत्तियों f_0 केवल एक ही चर से संबंधित थीं। स्वतंत्र

वितरण परिकल्पना के स्वरूप और संख्या पर कोई प्रतिबंध नहीं होता है। इन परिकल्पनाओं में एक चर कई भागों में वितरित हो सकता है और इन भागों के समरूप दूसरे प्रेक्षित भी हो सकते हैं। बहुधा स्वतंत्र वितरण परिकल्पना द्वारा दो चरों से संबंधित प्रेक्षित आवृत्तियों f_0 के अन्तर की सार्थकता का अध्ययन किया जाता है। इस प्रकार के चर आंकड़ों को प्रदर्शित करने वाली सारणी को आसंग सारणी कहते हैं। आगे के उदाहरणों में भी आसंग सारणी के द्वारा x^2 की गणना के उदाहरण दिये गये हैं।

उदाहरण 1 - कक्षा 6 के छात्र-छात्राओं की तीन रंगों काला, पीला, नीला की पसन्द से संबंधित प्रेक्षित आवृत्तियाँ नीचे दी हुईहैं। x^2 की गणना के आधार पर बताइये कि क्या .05 सार्थकता स्तर पर इन आवृत्तियों में सार्थक अन्तर है?

	काला	**पीला**	**नीला**	**योग**
छात्र (f_0)	**30**	**35**	**45**	**110**
छात्राएँ (f_e)	**20**	**45**	**50**	**110**
कुल योग	**50**	**75**	**95**	**220**

हल - प्रत्येक लिंग के लिए प्रत्याशित आवृत्ति (f_e) का मान निम्न प्रकार से ज्ञात करेंगे -

(1) 220 में काला रंग पसंद करने वालों की संख्या = 50

110 में काला रंग पसंद करने वालों की संख्या = $\frac{50 \times 110}{220} = 25$

(2) 220 में पीला रंग पसंद करने वालों की संख्या = 75

110 में पीला रंग पसंद करने वालों की संख्या = $\frac{75 \times 110}{220} = 375$

(3) 220 में नीला रंग पसंद करने वालों की संख्या = 96

110 में नीला रंग पसंद करने वालों की संख्या = $\frac{95 \times 110}{220} = 475$

छात्र-छात्राओं के उपरोक्त (f_0) तथा (f_e) मानों की सहायता से x^2 की गणना निम्न प्रकार से होगी -

छात्र	**काला**	पीला	**नीला**	**योग**
f_0	30	35	45	110
f_e	25	37.5	47.5	110

$f_0 - f_e$	5	-2.5	-2.5	
$(f_0 - f_e)^2$	25	6.25	6.25	
$\frac{(f_0 - f_e)^2}{f_e}$	1	.17	.13	

छात्राएं	काला	पीला	**नीला**	योग
f_0	20	40	50	110
f_e	25	37.5	47.5	110
$f_0 - f_e$	-5	2.5	2.5	
$(f_0 - f_e)^2$	25	6.25	6.25	
$\frac{(f_0 - f_e)^2}{f_e}$	1	.17	.13	

$$x^2 = \sum\left[\frac{(f_0 - f_e)^2}{f_e}\right]$$

= 1+.17+.13+1+.17+.13 = 2.60

df = (r-1) (c-1)

= (2-1) (3-1) = 1 × 2 = 2

8.14 काई-वर्ग की सीमाएं (Limitations of Chi-square Test)

काई वर्ग का परीक्षण दोष रहित नहीं है, इसके कुछ निम्नलिखित दोष है -

1 प्रक्षित आवृत्तियों की संख्या जब 30 अथवा इससे अधिक होती है तब इस अवस्था में प्रेक्षित और प्रत्याशित आवृत्तियों के सामान्य रूप से वितरित होने की संभावना बढ जाती है।

2 जब प्रक्षित आवृत्तियां (f_0) या अप्रत्याशित आवृत्तियों (f_e) की संख्या किसी एक सेल में 5 से कम होती हैं, तब x^2का भ्मरल, जो गणना द्वारा प्राप्त होता है, वह मान दोषपूर्ण होता है। फिशर का इस संबंध में कहना है कि किसी भी एक सेल में पांच आवृत्तियों से कम आवृत्तियां नहीं होनी चाहिए। जब एक सेल में आवृत्तियों की संख्या 5 से कम आने की संभावना हो, तब इस संख्या को बढ़ाने का प्रयास करना चाहिए। यदि संख्या बढ़ाई न जा सके, तब येट्स संशोधन का प्रयोग करना चाहिए।

3 जिन चरों का अध्ययन काई-वर्ग परीक्षण के द्वारा किया जा रहा है, गणना के बाद उन चरों में संबंध का पता तो चल जाता है, लेकिन संबंध का कारण क्या है, यह बात काई-वर्ग परीक्षण से स्पष्ट नहीं होती है।

4 इस परीक्षण में केवल मौलिक संख्याओं (Absolute numbers) का प्रयोग किया जाता है। जब कभी प्रतिशत का प्रयोग करना पड़ता है, तब ऐसी परिस्थिति में काई-वर्ग के मान को मौलिक संख्या में परिवर्तित कर दिया जाता है।

5 प्राय: x^2 परीक्षण में प्राप्त आसंगत गुणांक का मान (Value of coefficient of contingency) सीमित होता हैं। उदाहरण के लिए 2 X 2 आसंग तालिका में यह मान .707 तथा 3, 4, 5, 6 तथा 10 संवर्गों (Categories) के लिए यह मान क्रमश: .816, .866, .894, .913 और .949 से अधिक नहीं होता है।

अभ्यास प्रश्न

1. काई-वर्ग वितरण से आप क्या समझते हैं?
2. काई-वर्ग परीक्षण की मान्यताओं को स्पष्ट करें|
3. काई-वर्ग परीक्षण के महत्व को स्पष्ट करें|

8.15 सारांश

आनुमानिक सांख्यिकी को प्राचलिक तथा अप्राचलिक सांख्यिकी के रूप में बांटा जाता है | प्राचलिक सांख्यिकी (आनुमानिक सांख्यिकी) के अंतर्गत टी – परीक्षण तथा एफ – परीक्षण (एनोवा) तथा अप्राचलिक सांख्यिकी तकनीक के अंतर्गत - काई वर्ग परीक्षण (Chi-square Test), मान व्हिटनी यू परीक्षण (Mann Whitney U Test), क्रम निर्धारण सह संबंध गुणांक (Rank Order Coefficient of Correlation), मध्यांक परीक्षण (Median Test), चिन्ह परीक्षण (Sign Test), आसंग परीक्षण (Contingency Test) व फाई परीक्षण (Phi Test) आते हैं।

t' परीक्षण छोटे आकार के निदर्शन (sampling) से संबंधित है, इसका श्रेय आयरिश निवासी विलियम गौसेट को जाता है|'t' परीक्षण का अनुप्रयोग (Application of t-test): दो स्वतंत्र समूहों के मध्यमानों के अन्तर की सार्थकता की जॉच, दो छोटे स्वतंत्र समूहों के मध्यमानों के अन्तर की सार्थकता की जाँच, दो सहसंबंधित या मैचिंगसमूहों के मध्यमानों के अन्तर की सार्थकता की जॉच, तथा सहसंबंध गुणांक का सार्थकता परीक्षण के लिए किया जाता है|

काई-वर्ग परीक्षण आवृत्तियों (frequencies) के मध्य अन्तर की सार्थकता का परीक्षण (test of significance) करता है। अवलोकित (Observed) तथा प्रत्याशित (Expected) आवृत्तियों के अन्तरों के शून्य होने पर काई-वर्ग का मान शून्य हो जाता है। जबकि अधिक अन्तर होने पर काई वर्ग का मान बढ़ता जाता है। काई-वर्ग का मान सदैव धनात्मक होता है।काई-वर्ग बंटन एक प्रायिकता बंटन (probability distribution) है जो केवल स्वातन्त्रय कोटियों (Degrees of freedom, df) पर निर्भर करता है। स्वातन्त्रय कोटियों के बहुत कम होने पर काई वर्ग बंटन

धनात्मक रूप से विषम होता है, परन्तु जैसे-जैसे स्वातन्त्रय कोटियॉ बढ़ती जाती है, यह प्रसामान्य बंटन के अनुरूप हो जाता है।

8.16 शब्दावली

- **t' परीक्षण (t-test):** t' परीक्षण छोटे आकार के निदर्शन (sampling) से संबंधित है, इसका श्रेय आयरिश निवासी विलियम गौसेट को जाता है| दो समूहों के मध्यमानों के अन्तर की सार्थकता की जॉच t' परीक्षण द्वारा किया जाता है|
- **काई-वर्ग परीक्षण :** अप्राचलिक सांख्यिकीय विधि (Non Parametric Method) में काई वर्ग (Chi-Square) परीक्षण एक प्रमुख विधि है । काई-वर्ग परीक्षण आवृत्तियों (frequencies) के मध्य अन्तर की सार्थकता का परीक्षण (test of significance) करता है।
- **अवलोकित (Observed)आवृत्ति**: किसी भी वितरण की वास्तविक आवृत्ति।
- **प्रत्याशित (Expected) आवृत्ति**: किसी भी वितरण की सैद्धांतिक आवृत्ति।

8.17 निबंधात्मक प्रश्न

1. आनुमानिक सांख्यिकी के अर्थ को स्पष्ट कीजिए एवं इसकी विशेषताओं की व्याख्या कीजिए |
2. प्राचलिक सांख्यिकी व अप्राचलिक सांख्यिकी की मान्यताओं को स्पष्ट की जिए।
3. निम्नलिखित आंकडों से टी – परीक्षण के मान का परिकलन कीजिए तथा 0.05 सार्थकता स्तर पर निराकरणीय परिकल्पना का परीक्षण कीजिए |(उत्तर 2.28)

	माध्य	S.D.	N	Df
लड़के	40.39	8.69	31	30
लड़कियां	35.81	8.33	42	41

4. काई वर्ग (Chi-Square) परीक्षण की विशेषताओं को स्पष्ट कीजिए।
5. काई वर्ग परीक्षण के महत्व की-व्याख्या कीजिए।
6. शैक्षिक अनुसंधान में काईवर्ग परीक्षण के उपयोग को स्पष्ट कीजिए।-
7. काई वर्ग परीक्षण के प्रयोग की शर्तों को स्पष्ट कीजिए।-

8.18 संदर्भ ग्रन्थ सूची

1. Garret, H.E. (1972). Statistics in Psychology and Education, New York, Vakils, Feffers and Simans Pvt. Ltd.

2. Tuckman Bruce W. (1978). Conducting Educational Research New York : Harcout Bruce Jovonovich Inc.
3. सिंह, ए०के० (2007) : मनोविज्ञान, समाजशास्त्र तथा शिक्षा में शोध विधियॉं, नई दिल्ली, मोतीलाल बनारसी दास
4. गुप्ता, एस०पी० (2008) : मापन एवं मूल्यांकन, इलाहाबाद, शारदा पब्लिकेशन
5. Best, John W. & Kahn (2008). Research in Education, New Delhi, PHI.
6. Good, Carter, V. (1963). Introduction to Educational Research, New York, Rand Mc Nally and company.
7. Koul, Lokesh (2002). Methodology of Educational Research New Delhi, Vikas Publishing Pvt. Ltd.
8. Karlinger, Fred N. (2002). Foundations of Behavioural Research, New Delhi, Surjeet Publications.

8.19 स्टूडेंट टी वितरण के लिए क्रांतिक मान

Critical Values of Student's Distribution (t)

	Two-tailed test level of significance		One-tailed test level of significance	
df	.05	.01	.05	.01
1	12.706	63.557	6.314	31.821
2	4.303	9.925	2.920	6.965
3	3.182	5.841	2.353	4.541
4	2.776	4.604	2.132	3.747
5	2.571	4.032	2.015	3.365
6	2.447	3.707	1.943	3.143
7	2.365	3.499	1.895	2.998
8	2.306	3.355	1.860	2.896
9	2.262	3.250	1.833	2.821
10	2.228	3.169	1.812	2.764
11	2.201	3.106	1.796	2.718
12	2.179	3.055	1.782	2.681
13	2.160	3.012	1.771	2.650
14	2.145	2.977	1.761	2.624
15	2.131	2.947	1.753	2.602
16	2.120	2.921	1.746	2.583
17	2.110	2.898	1.740	2.567
18	2.101	2.878	1.734	2.552
19	2.093	2.861	1.729	2.539
20	2.086	2.845	1.725	2.528
21	2.080	2.831	1.721	2.518
22	2.074	2.819	1.717	2.508
23	2.069	2.807	1.714	2.500
24	2.064	2.797	1.711	2.492
25	2.060	2.787	1.708	2.485
26	2.056	2.779	1.706	2.479
27	2.052	2.771	1.703	2.473
28	2.048	2.763	1.701	2.467
29	2.045	2.756	1.699	2.462
30	2.042	2.750	1.697	2.457
40	2.021	2.704	1.684	2.423
60	2.000	2.660	1.671	2.390
120	1.980	2.617	1.658	2.358
∞	1.960	2.576	1.645	2.326

Critical Values of Chi Square

df	Level of significance .05	.01
1	3.84	6.64
2	5.99	9.21
3	7.82	11.34
4	9.49	13.28
5	11.07	15.09
6	12.59	16.81
7	14.07	18.48
8	15.51	20.09
9	16.92	21.67
10	18.31	23.21
11	19.68	24.72
12	21.03	26.22
13	22.36	27.69
14	23.68	29.14
15	25.00	30.58
16	26.30	32.00
17	27.59	33.41
18	28.87	34.80
19	30.14	36.19
20	31.41	37.57
21	32.67	38.93
22	33.92	40.29
23	35.17	41.64
24	36.42	42.98
25	37.65	44.31
26	38.88	45.64
27	40.11	46.96
28	41.34	48.28
29	42.56	49.59
30	43.77	50.89

इकाई 9

विश्वसनीयता अर्थ एवं प्रकार, विश्वसनीयता ज्ञात करने की विधियाँ

Reliability : Meaning and types, method of estimationg test reliability

इकाई की रूपरेखा

9.1 प्रस्तावना
9.2 उद्देश्य
9.3 विश्वसनीयता का अर्थ
9.4 विश्वसनीयता परीक्षण की परिभाषा
9.5 विश्वसनीयता का महत्व
9.6 विश्वसनीयता ज्ञात करने की विधियाँ
9.7 विश्वसनीयता गुणांक को प्रभावित करने वाले कारक
9.8 सारांश
9.9 शब्दावली
9.10 स्वमूल्याकन प्रश्न
9.11 संदर्भग्रंथसूची

9.1 प्रस्तावना

पिछले अध्याय में आपने अच्छे परीक्षण की विशेषताओं में विश्वसनीयता को एक प्रमुख विशेषता के रूप में समझा है। इस अध्याय में विश्वसनीयता को विस्तार में समझाने का प्रयास किया है। इस अध्याय में यह भी प्रयास किया गया है कि इस जान सके कि विश्वसनीयता की आवश्यकता कब औाने कहां पड़ती है।

किसी भी परीक्षण कर्ता को अपने अपने उपकरण निर्माण से उपरान्त उसके मानकीकरण हेतु उच्च कोटी की विश्वसनीयता ज्ञात करना आवश्यक होता है । प्रस्तुत अध्याय इन सबकी आवश्यकता की पुर्ति करता है।

9.2 उद्देश्य

इस ईकाई के अध्ययन के पश्चात आप निम्नलिखित के बारे में जानकारी प्राप्त कर सकेगें

- विश्वसनीयता का अर्थ एवं महत्व जान सकेगें।
- विश्वसनीयता के विभिन्न वर्गीकरण ओर प्रजालियों का अध्ययन कर सकेगें।
- विश्वसनीयता को प्रभावित करने वाले कारको की जानकारी प्राप्त हो सकेगी।
- परीक्षण विश्वसनीयता को बढ़ाने की जानकारी प्राप्त हो सकेगी।

9.3 विश्वसनीयता का अर्थ

किसी वस्तु की विश्वसनीयता से तात्पर्य उस वस्तु पर किए जाने वाले विश्वास से है जैसा कि शब्द से ही स्पष्ट है। उदाहरणार्थ जब हम किसी ऐसे व्यक्ति के विषय में जिसने कभी गलत कार्य नही किया हो, गलत कार्य करने की सूचना पाते है तब तात्कालिक रूप से इस पर विश्वास नहीं करते क्योंकि उस व्यक्ति के प्रति हमारा विश्वास न कने का कारण एक लम्बे समय तक उसका किया गया अवलोकन एवं उसके द्वारा किए गए विश्वास योग्य कार्य है। उसके द्वारा पूर्व में बार-बार किए गए शुद्ध कार्यो ने उसे विश्वसनीय बना दिया है। इसी प्रकार शिक्षा के क्षेत्र में किसी छात्र के परीक्षा में कुछ अंक आते है और कुछ समय बाद यदि उसे वहीं परीक्षण पुन: दिया जाय और पूर्व परीक्षा के लगभग समान अंक ही प्राप्त हो तब हम उस परीक्षा को विश्वसनीय परीक्षा कहेगें। इस प्रकार कहा जा सकता है कि विश्वसनीयता किसी परीक्षण के माप की परिशुद्धता की सूचक होती है। यह भी कहा जा सकता है कि एक ही साधन द्वारा व्यक्ति के मापों को बार-बार दुहराने पर उसके नापों में पायी जाने वाली संगति और स्थिरता ककी मात्रा की सूचना है। एक से अधिक बार किसी परीक्षण को किसी व्यक्ति या विशेष समूह पर प्रशासित किये जाने पर यदि अंकों में अन्तर नहीं आता है तो परीक्षण विश्वसनीय कहलसयेगा।

कुछ विद्वानों ने विश्वसनीयता को निम्नलिखित शब्दों में परिभाषित किया है -

1- गैरिट - ''एक परीक्षण या मानसिक मापन यंत्र की विश्वसनीयता उस संगति पर निर्भर करती है जो उन योग्यताओं का अनुमान लगाती है जिनके लिए उनका प्रयोग हुआ है।''

"The realiability of test of any measuring instruments depend upon the consistency with which it gauges the ability to whom it is applied."

2- फ्रीमेन - ''विश्वसनीयता का तात्पर्य उस विशेषता से है जिसमें एक परीक्षण आन्तरिक रूप से समान है एवं जो परीक्षण एवं पुनर्पपरीक्षण में समान फल प्रदान करता है।''

"The realiability refers to the extent to which a test is internally consisitend and the extent to which it gives consistent result on testing and restesting"

3- स्टोडोला एवं स्टोरडल - ''एक ही समूह के व्यक्तियों पर समरूप परीखण प्रसारित कर एवं दो या अधिक फलांको के मध्य सह-सम्बन्ध ज्ञान करने के रूप में परीक्षण विश्वसनीयता को परिभाषित कियाजा सकता है।''

"Tke realiabil;ity of a test can be defined as the correlation between two or more sets of scores on equivalent tests from the same group of individuals."

4- गिलफोर्ड - संक्षेप में, विश्वसनीयता प्राप्त परीखण प्राप्तांकों में वास्तविक विचरण अनुपात है।''

"Brifly, realiability is the proportion of the true variance in obtained test scores"

9.4 विश्वसनीयता परीक्षण की परीभाषा

शिक्षा और मनोविज्ञान के विद्वानों द्वारा परीक्षण की विश्वसनीयता को विविध प्रकार से परिभाषित किया गया हैं। विद्धानों द्वारा दी गयी कुछ प्रमुख परिभाषाओं का विवरण निम्नवत है -

एनेस्टी के शब्दों में - परीक्षण विश्वसनीयता विभिन्न अवसरों या समान पदों के विभिन्ना विन्यासों में एक ही व्यक्ति के संगति प्राप्तांकों की और इंगित करती है।

गिलफोर्ड के मतानुसार - विश्वसनीयता प्राप्त परीक्षण प्राप्तांकों में वास्तविक चरिता का अनुपात है।

घिसेली के विचार से - मापन की विश्वसनीयता का व्यक्ति के कुछ गुणों पर प्राप्तांकों के अव्यवस्थित विचलन की सीमा के रूप में परिभाषित किया गया है जबकि उस गुण को अनेक बार मापा गया है।

स्टोडोला एवं स्टोरडल ने बताया है - एक ही समूह के व्यक्तियों पर समरूप परीक्षण प्रशासित कर एंव दो से अधिक फलको के विन्यासों के मध्य सह-सम्बन्ध ज्ञात करने के रूप में परीक्षण विश्वसनीयता को परिभाषित किया जा सकता है।

एच.ई.गैरिट के अनुसार - एक परीक्षण या मानसिक मापन परीक्षण की विश्वसनीयता उस संगति पर निर्भर करती है जो उन व्यक्तियों की योग्यता का अनुमान लगाती है जिनके लिये उसका प्रयोग होता है।

उपर्युक्त परिभाषाओं के आलोक में विश्वसनीयता का अभिप्राय बोध होता है । इसके अंतर्गत एक परीक्षण को एक ही समूह पर एक से ज्यादा बार प्रयुक्त करने पर प्राप्तांक में एकरूपता या स्थायित्व प्राप्त होता है।

साधारण तौर पर परीक्षण की विश्वसनीयता विशिष्ट जनसंख्या परिस्थितियों पर निर्भर करती है।

विश्वसनीयता की वैध परिभाषा

सैद्धान्तिक रूप से परीक्षण की विश्वसनीयता का सम्बन्ध वास्तविक प्राप्तांकों से होता है, जो विद्यार्थी अंक प्राप्त करता है वह उसके वास्तविक अंक नही होते उनमें त्रुटि होती है, जिसे चर त्रुटि की संज्ञा दी जाती है। यह सकारात्मक और ऋणात्मक दोनों तरह का होता है। जिससे तात्पर्य यह है कि, विद्यार्थी द्वारा प्राप्त किये प्राप्तांक अंकों से कम या ज्यादा दोनों प्रकार के हो सकते हैं। इस तथ्य को निम्नलिखित रूप में जे.पी. गिलफोर्ड ने परिभाषित किया है -

9.5 विश्वसनीयता का महत्व

एक श्रेष्ठ परीक्षण में अनेक विशेषता विद्यमान होती है। एक उतम प्रकार का परीक्षण वहीं होता है जिस पर विश्वास किया जा सके। परीक्षण की विश्वसनीयता इस तथ्य को प्रकट करती है कि

उसमें चर-त्रुअि कितनी है। यदि परीक्षाण में चर त्रुटि कम होती है तो वह अधिक विश्वसनीता परीक्षण होगा, इसके विपरीत यदि चर त्रुटि कम होती है तो परीक्षण की विश्वसनीयता कम होगी। परीक्षण की विश्वसनीयता का अर्थ यह होता है कि उस परीक्षण के प्राप्तांकों में स्थायित्व है। इससे तात्पर्य यह हे कि यदि एक परीक्षण को एक समूह के विभिन्न अवसरों पर दिया जाये तो अभ्यार्थियों के प्राप्तांकों में समरूपता अथवा स्थायित्व होना चाहिए। यदि छात्रों के प्राप्तांक विभिन्न अवसरो पर दिय जाये तो वह परीक्षण विश्वसनीय नही माना जायेगा। सांख्यिकीय दृष्टि से विश्वसनीयता अपने स्वयं का सह-सम्बन्ध को प्रकट करता है।

विश्वसनीयता परीक्षण के आकार पर निर्भर करती है, जिसे अंग्रेजी भाषा में व्यक्त करते हैं कि - (Relirability is the function of the test length"

परीक्षण की विश्वसनीयता उसमें सम्मिलित किये गये सोपानों पर निर्भर करती है। जैसे निबन्धात्मक परीक्षा में साधारणतया पांच प्रश्न सरल कराये जाते हैं इसलिए कम विश्वसनीय होता है और वस्तुनिष्ठ परीक्षा में लगभग सौ प्रश्न हल कराये जाते हैं, इसलिए अधिक विश्वसनीय होता है एक परीक्षण में पदों की संख्या बढ़ा देने से उसकी विश्वसनीयता भी बढ़ जाती है।

9.6 विश्वसनीयता ज्ञात करने की विधियाँ

विश्वसनीयता दो समरूप एवं समान्तर परीक्षाओं के परिणामों के मध्य तुलना की सहायता से ज्ञात की जाती है जिसकी मुख्यत: सह-सम्बन्ध द्वारा निकाला जाता है और निकाले गये सह-सम्बन्ध की विश्वसनीयता गुणांक कहते हैं। विश्वसनीयता गुणांक ज्ञात करने की प्रमुख विधियाँ निम्न लिखित है -

(1) परीक्षण पुनपरीक्षण विधि

(2) समान प्रारूप विधि

(3) अर्द्ध विच्छेदन विधि

(4) कूडर रिचर्डसन विधि का तर्क युक्त समानता विधि -

1 परीक्षण पुनपरीक्षण विधि -

इस विधि के के अन्तर्गत एक ही परीक्षण को छात्रों के एक ही समूह पर कुछ समयान्तराल पर दोबार प्रशासित करते हैं एवं दोनों समयों में प्राप्त प्राप्तांकों के मध्य सहसंबंध गुणांक ज्ञात करते हैं। यह सहसंबंध गुणांक ही विश्वसनीयता गुणांक कहा जाता है | इस विधि में एक ही परीक्षण को दो बार छात्रों पर प्रसारित किया जाता है। तथा दोनों बार के प्राप्तांकों में स्थिरता देखी जाती है। इसलिए प्राप्त विश्वसनीयता गुणांक को स्थिरत गुणांक भी कहते हैं। यदि पहली बार प्राप्त किए प्राप्तांकों एवं द्वितीय समय में प्राप्त प्राप्तांकों में अधिक अन्तर आता है तो यह परीक्षण विश्वसनीयता नहीं माना जा सकता।

दोष -

1- इसमें परीक्षण को दो बार प्रसारित करने के कारण विश्वसनीयता पर अभ्यास एवं स्मृति का प्रभाव पड़ता है, क्योकि अभ्यास एवं स्मृति के कारण पूर्व की अपेक्षा द्वितीय समय में फलांक अधिक हो जाते हैं। यदि दोनों परीक्षणों के मध्य समय कम रहता है तब स्मृति के कारण व्यक्ति बहुत से प्रश्नों का उत्तर पहले की भांति देता है इसके विपरीत यदि दोनों

परीक्षणों के मध्य समयान्तराल अधिक रखा जाता है तो व्यक्ति के मानसिक विकास, योग्यता, अनुभव ज्ञान आदि का प्रभाव प्राप्तांकों पर पड़ता है जिससे प्राप्तांक बढ़ जाते हैं। दो बार परीक्षण देने के कारण इसमें समय का दुरूपयोग होता है। इस विधि के व्यक्तित्व परीक्षणों तथा अभिवृत्ति मापनियों की विश्वसनीयता सही प्रकार से शात नही की जा सकती है क्योकि व्यकित्तव, शीलगुण, रूचि आदि सदैव स्थिर रहकर परिवर्तन शील रहते है। अब प्रश्न उठता है कि इन दो परीक्षणों (परीक्षण एवं पुनपरीक्षण के मध्य समयान्तराल कितना हो? यह समय कुछ मिनट से लेकर महीनों के मध्य हो सकता है लेकिन समस्या फिर भी वहीं रही कि कम समयान्तराल में स्मृति एवं अभ्यास का एवं अधिक समयान्तराल होने पर बालक की मानसिक विकास, अनुभव, ज्ञान आदि का विश्वसनीयता पर प्रभाव पडेगा ही। इसलिए समय सीमा निर्धारण पूर्णत: सम्भव है। विश्वसनीयता गुणांक ज्ञान करने की इस विधि का यह प्रमुख दोष है।

2- **समान प्रारूप विधि -** जेसा कि शब्द से इस विधि में परीक्षण के दो समान प्रारूपों को तैयार किया जाता है तथा एक ही समूह पर इन दोनों परीक्षणो को एक ही समय में प्रकाशित किया जाता है। समूह द्वारा सफलता पूर्वक परीक्षणों को हल करने के उपरान्त दोनों परीक्षणों का अलग - अलग फलांकन कर लिया जाता है तथा इनके मध्य सह सम्बन्ध ज्ञात किया जाता है। प्राप्त सह सम्बन्ध को ही विश्वसनीयता गुणांक कहते हैं। इस विधि में दो समान परीक्षणों के विश्वसनीयता गुणांक को तुल्यता गुणांक के नाम से भी सम्बोधित करते हैं। इस विधि में परीक्षणों को दूसरे रूप में भी प्रशासित किया जा सकता है जिसमें दोनों समान परीक्षणों के मध्य मयान्तराल रखा जाता है। जिससे यह विधि परीक्षण पुनर्परीक्षण विधि को ही भांति कार्य करती है जिसकी सहायता से स्थिरता एवं तुल्यता को निकाला जा सकता है।

इस विधि में अनुभव, अभ्यास तथा परीक्षाओं की व्यक्तिगत विभिन्नताओं का प्रभाव विश्वसनीयता पर नही पड़ पाता क्योंकि दोनों परिक्षणों की सामग्री भिन्न होती है लेकिन दोनों परीक्षणों के प्रश्नों से अधिक समानता (एकरूपता) होने से विश्वसनीयता बढ़ जाती है। दोनो परीक्षणों के मध्य पर्याप्त समयान्त राल रखने पर अनुभव, स्मृति आदि के कारण प्राप्तांकों में भी विचलन नही होता। यह समयान्तराल चार सप्ताह हो सकता है। इन विशेषताओं के उपरान्त भी कुछ ऐसी समस्याएं है जो इस विधि में आती है, जैसे समय एवं शक्ति का दुरूपयोग, दो समान प्रारूप तैयार करने में अत्यन्त कठिनाएं का आना आदि। यद्यपि एक परीक्षण का मानकीकरण काराना कठिन है कि जबकि इस विधि में दो परीक्षाओं के मानकीकरण से समस्या और बढ़ जाती है।

परीक्षण के समान का समानान्तर द्वितीय परीक्षण प्रारूप तैयार करते समय निम्नलिखित बिन्दुओं को ध्यान में रखना आवश्यक हे -

1- सभी पद समाजातीय होने चाहिए।

2- पदों की संख्या दोनों प्रारूपों के समान होनी चाहिए।

3- सभी पद कठिनाई स्तर और विभेदीकरण की दृष्टि से समान रूप से बंटे हो।

4- पदों के प्रकार, विषय, वस्तु कठिनाई स्तर और न्यादर्श दोनों प्रारूपों से समान होने चाहिए।

5- दोनों प्रारूपों पर प्राप्त प्राप्तांकों के मध्यमान एवं मानक विचलन में समीपता होनी चाहिए।

6- परीक्षण का प्रशासन एवं फलांकन एक समान होना चाहिए।

3- अर्द्ध विच्छेदन विधि - विश्वसनीयता ज्ञात करने के लिए इन विधि का प्रयोग उत्तम है । इसके अन्तर्गत सामान्य रूप से एक ही परीक्षण को एक समय मे ही छात्रों पर प्रशासित कते है । इसमें न परीक्षण को दो बार प्रशासित करना पड़ता है एवं न ही दो परीक्षणों को एक साथ। इसलिए यह विधि पूर्व की दोनों विधियों से उत्तम है । सामान्यत: रूप से परीक्षण को प्रशासित करने के बाद फलांकन के समय इस एक ही परीक्षण को दो हिस्सों में विभक्त कर लिया जाता है तथा दोनों हिस्सों का फलांकन अलग-अलग किया जाता है तथा दोनों हिस्सों के फलांको के मध्य सहसम्बन्ध निकाला जाता है। प्राप्त सहसम्बन्ध आधे परीक्षण की विश्वसनीयता को बताता है | पूर्ण परीक्षण की विश्वसनीयता कि गणना करने के लिए स्पीयरमैन ब्राऊन सूत्र का प्रयोग करते हैं जो निम्वत है-

पूर्ण परीक्षण की विश्वसनीयता =

जिसे विश्वसनीयता गुणांक कहते हैं। इन विधि के अन्तर्गत एक ही छात्र को एक ही परीक्षण में दो अलग-अलग हिस्सों में अंक प्राप्त होते हैं तथा हिस्सों का आपस में सम्बन्ध निकाला जाता है। इसलिए इस गुणांक को आन्तरिक गति गुणांक कहते हैं। अब प्रश्न उठता है कि एक ही परीक्षण को दो समान हिस्सों में कैसे विभक्त किया जाये क्योंकि दोनों हिस्से पाठ्य वस्तु कठिनाई स्तर एवं अन्य कारको की दृष्टि के समान होने चाहिए। परीक्षण को दो हिस्सो में विभाजित करने के कई तरीके है लेकिन मुख्य रूप से सहविषय तरीके का ही प्रयोग किया जाता है । अर्थात परीक्षण के एक भाग में संख्याओं 2,4,6,8 ..... तथा दूसरे भाग में विषय संख्याओं (प्रथम सख्याओं) 1,3,5,7,9 ..... वाले पदों को सम्मिलित करते हैं। इससे पूर्व में ही परीक्षण के सभी पदों को उनकी बढ़ती हुई कठिनाई स्तर के अनुरूप रखते है इसके बाद परीक्षण का सह विषम के आधार पर विभाजन किया जाता है। जिसको निम्नलिखित रूप से भी दर्शाया जा सकता है -

पद 1,2,3,4,5,6,7,

कम ..... अधिक

कठिनाई स्तर

4- कुडर रिचार्डसन फार्मूला का प्रयोग -

यह फार्मूलो विच्छिन्नित अर्थ विधियों (प्रथम अर्थ बनाम द्वितीय अर्थ समसंख्यी बनाम विषय संख्या वाले मद इत्यादि) के सभी संभावित संयोजनों से प्राप्त विश्वसनीयताओं के औसत

का अनुमान प्रस्तुत करता है और यह केवल एक बार के परीक्षण के आधार पर करता है। इस फामूॅले से प्राप्त विश्वसनीयता गुणांक यदि 1.00 है तो इसका अर्थ यह हुआ कि सभी पद एक ही गुण का मापन कर रहे है और टेस्ट में पूर्ण आंतरिक संगति है। यह विश्वसनीयता गुणांक (0) शून्य हे तो इसका अर्थ यह है कि मद खिचड़ी टाइप की विशेषताओं का मापन कर रहे है, इसलिए उन पर प्राप्त अंकों के योग का कोई अर्थ नही है। कुडर रिचार्डसन ने कई फामूले दिए है जिनमें से नीचे दिया गया फार्मूला सबसे अधिक प्रयोग किया जाता है।

9.7 विश्वसनीयता गुणांकको प्रभावित करने वाले कारक

1- **समूह प्रसार -** समूह प्रसार विश्वसनीयता गुणांक पर प्रभाव डालता है। समूह प्रसार अधिक होने पर समूह का विश्वसनीयता गुणांक अधिक और समूहप्रसार कम होने पर विश्वसनीयता गुणांक कम होगा। समूह प्रसार की अधिकता से अभिप्राय विभाग समूह है। समजातीय समूह की अपेक्षा विषम जातीय समूह पर किए गये परीक्षण का विश्वसीयता गुणांक उच्च होगा। इस प्रकार कह सकते हैं कि समूह के शीलगुणों, योग्यताओं, क्षमताओं, आदि में जितना अधिक विचलन होगा या अन्तर होगा। विश्वसनीयता गुणांक उतना ही उच्च होगा।

2- **आयु प्रसार -** परीक्षण की विश्वसनीयता को आयु कारक भी प्रमावित करता है। आयु कारक का तात्पर्य है- आयु प्रसरण। किसी परीक्षण को जितनी अधिक आयु प्रसार वाले परीक्षार्थियों पर प्रसावित किया जायेगा, विश्वसनीयता गुणांक उतना ही उच्च होगा क्योकि एक ही वायु समुह के परीक्षार्थियों की अपेक्षा 10-16 आयु वर्ग वाले वर्ग वाले परीक्षार्थियों के लिए परीक्षण अपेक्षाकृत अधिक होगा।

3- किसी परीक्षण में फलांक प्रसार जितना अधिक होगा उस परीक्षण का विश्वसनीयता गुणंक उतना ही अधिक होगा। फलांक प्रसार से अभिप्राय है कि एक सूह की निम्न सीमा एवं उच्चतम सीमा में अन्तर। जैसे 15-24 वर्ग का प्रसार 15-19 वर्ग के प्रसार से अधिक है। यदि एक परीक्षण में फलांक प्रसार 20-24 है एवं दूसरे परीक्षण का फलांक प्रसार 20-34 है तथा विश्वसनीयता गुणांक पहली स्थिति में कम एवं द्वितीय स्थिति में अधिक होगा। यदि फलांक प्रसार 20-48 हो तो अपेक्षाकृत इस परीक्षण का विश्वसनीयता गुणांक अधिक होगा।

4- **परीक्षण का कठिनाई स्तर -** यदि कोई परीक्षण बहुत अधिक सरल या बहुत अधिक कठिन है तब भी परीक्षण का विश्वसनीयता गुणांक कम हो जायेगा क्योकि आसान परीक्षण को सभी विद्यार्थी हल कर देगे एवं बहुत कठिन परीक्षण को कोई भी विद्यार्थी सही ढ़ंग से हल नही कर पायेगा। अत: परीक्षण के पदों का निर्माण परीक्षार्थियों की स्थिति के अनुसार सामान्य सम्भावना चक्र पर आधारित होना चाहिए। परीक्षण में कम प्रश्न सरल एवं कठिन अधिसंचय प्रश्न सामान्य स्तर के होने चाहिए अर्थात परीक्षण में सरल, सामान्य एवं कठिन तीनों ही प्रकार के प्रश्नों का यथावश्यक समावेश होना चाहिए।

5- **परीक्षण के मध्य समयान्तर -** परीक्षणों के प्रशासित किए जाने के मध्य रखे गये समयान्तर का भी परीक्षण की विश्वसनीयता पर प्रभाव पड़ता है। यदि परीक्षण को दो अवसरों पर अधिक समयान्तर से प्रशासित किया जाये तब विश्वसनीयता गुणांक कम आता है। कारण स्पष्ट है कि अधिक समयान्तर के कारण मानसिक विकास, योग्यता, ज्ञान आदि में वृद्धि होने के कारण अंकों में स्थिरता नहीं रह पाती। इसी प्रकार कुछ विधियों को छोड़कर यदि परीक्षण को तत्काल ही पुनर्परीक्षित किया गया तो पूर्व की स्मृति आदि के प्रभाव से परिणाम सही नही आ पायेगें। अत: विधियों के अनुरूप परीक्षण समयान्तराल को निर्धारित किया जाना आवश्यक है।

6- **परीक्षार्थी की स्थिति एवं वातावरण का प्रभाव -** पूर्व या पश्च परीक्षण के समय यदि परीक्षार्थी की शारीरिक, मानसिक एवं सवेगात्मक स्थिति यथावत नही है तो उससे विश्वसनीयता गुणांक कम होगा। इसके साथ-साथ वातावरण की विभिन्न परिस्थितियाँ यथा- शोरगूल, बैठक व्यवस्था, परीक्षा के समय बिजली का जाना, उतर का मिलान आदि कारण विश्वसनीयता गुणांक को कम कर देते है। अत: विश्वसनीयता पुणांक की स्थिरता एवं तुल्यता के लिए परीक्षण प्रशासन के समान वातावरण परीक्षार्थी की स्थिति की अवश्य ध्यान में रखा जाय।

7- **संयोग का प्रभाव -** बहुत कुछ ऐसे परीक्षार्थी होते हैं जो संयोग से ही किसी प्रश्न का उतर दे देते है। इसके लिए परीक्षण पदों के निर्माण के समय ध्यान आवश्यक है कि प्रश्नों की प्रकृति सम्भवत: ऐसी हो जिसका उतर परीक्षार्थी संयोगवंश न देकर यथार्थ उतर देने का प्रयास करें। यद्यपि यह उतर देने की संयोगात्मक प्रत्येक परीक्षार्थी पर लागू नही होती किन्तु फिर भी यदि कुछ परीक्षार्थी भी संयोग पर आधारित उतर देते है तो विश्वसनीयता गुणांक प्रभावित होता है।

8- **परीक्षण की लम्बाई -** सामान्यत: परीक्षण की लम्बाई बढ़ाने पर परीक्षण का विश्वसनीयता गुणांक बढ़ जाता है क्योकि परीक्षण में अधिक प्रश्न होने के कारण प्रश्न हल करने में अवसर त्रुटि कम हो जाती है जिमें मापन अधिक शुद्ध होता है। 100 अंक के परीक्षण में 100 प्रश्न रखने पर हर प्रश्न एक अंक का होगा। यदि पच्चीस प्रश्न रखे गये तो प्रत्येक प्रश्न चार अंक का होगा। यदि संबोध वश भी दोनों परीक्षणों में एक-एक प्रश्न किया अंक गया तो प्रथम परीक्षण में एक अंक का ही प्रभाव पडेगा जबकि दूसरे में चार अंक का प्रभाव पड़ेगा जिससे विश्वसनीयता गुणांक अपेक्षाकृत कम जायेगा। कितनी विश्वसनीयता प्राप्त करने के लिए परीक्षण की लम्बाई को कितना बढ़ाया जाय इसके लिए स्पीकर मेन ब्राउन सूत्र की सहायता लेने है।

उदाहरणार्थ

25 पदों वाले एक परीक्षण की विश्वसनीयता 60 है यदि परीक्षण की लम्बाई चार गुनी कर दी जाय अर्थात परीक्षण में 25 पदों के स्थान पर 100 पद करदिए जाये तो परीक्षण की विश्वसनीयता कितनी होगी?

9. **परीक्षण को वस्तुनिष्ठता -** अधिकतर मानकीकृत परीक्षण वस्तुनिष्ठ होते हैं जिनके फलांकन पर परीक्षक की आत्मनिष्ठता का प्रभाव नही पड़ता है। अर्थात एक परीक्षण के फलांकन में सभी परीक्षको द्वारा प्रदत परीक्षार्थियों के फलांक समान होते हैं। जिससे विश्वसनीयता बढ़ती है। इसके विपरीत किसी परीक्षण में परीक्षक की आत्मनिष्ठता आ जाये तब परीक्षक का विश्वसनीयता गुणांक कम हो जाता है। आत्मनिष्ठता से अभिप्राय हर परीक्षक अंक देने के लिए स्वतंत्र हो जैसे निबंधात्मक प्रश्न पर एक परीक्षक 10 में से चार, दूसरा सात, तीसरा पांच अक दे सकता है। वस्तुनिष्ठता में परीक्षक फलांकन हेतु स्वतंत्र न होकर बंधा होता है। वांछित उतर देने पर हर परीक्षक को निर्धारित अंक देने ही होंगे। अत: परीक्षण हर दृष्टि से यदि वस्तुनिष्ठ है तो परीक्षण की विश्वसनीयता भी उच्च होगी।

9.8 सारांश

विश्वसनीयता का सम्बन्ध मापन की चर त्रुटियों से होता है किसी परीक्षण की विश्वसनीयता यह बनाती है कि एक ही व्यक्ति का बार-बार मापन करने प्राप्त अंकों की कितनी संगतता है इसे सत्य प्रसरण व कुल प्रसरण के अनुपात के रूप में भी व्यस्त किया जा सकता है विश्वसनीयता ज्ञान करने की पांच मुख्य विधियाँ परीक्षण पुर्नपरीक्षण अवधि समतुल्य परीक्षण विधि, अर्द्धविच्छेद विधि, तार्किक समतुल्यता विधि तथा होस्ट विधि है।

9.9 शब्दावली

विश्वसनीयता - परीक्षण प्राप्तांकों के बीच संगति की मात्रा को ही विश्वसनीयता गुणांक कहा जाता है।

कालिक संगति - जब कोई परीक्षण किसी प्रतिदर्श या समूह पर बार-बार प्रशास्ति किया जाय और हर बार उसके प्राप्तांकों में संगति हो तो उसे कालिक संगति कहते हैं।

9.10 स्वमूल्यांकन हेतु प्रश्न

अतिलघुत्तरात्मक प्रश्न

1- विश्वसनीयता गुणांक का सूत्र क्या है ?

2- मापन की चर त्रुटि किसे कहते हैं ?

3- कूडर रिचर्डसन का विश्वसनीयता गुणांक का सूत्र क्या है ?

लघुरात्तरात्मक प्रश्न -

1- परीक्षण पुनर्पपरीक्षण विधि के क्या दोष है ?

2- समतुल्य परीक्षण विधि की क्या सीमाएं है ?

निबन्धात्मक प्रश्न -

1- तार्किक समतुल्यता विश्वसनीयता गुणांक ज्ञात करने की विधि का सविस्तार उदाहरण सहित वर्णन कीजिए।

2- अर्द्ध-विच्छेद विश्वसनीयता गुणांक ज्ञात करने की विधि का सविस्तार उदाहरण सहित वर्णन कीजिए।

9.11 संदर्भ ग्रन्थ सूची

- अनिल कुमार (2008) शिक्षा के मापन मूल्याकंन एवं निर्देशन, राजस्थान नई दिल्ली
- भार्गव, महेश, भार्गव हरप्रसाद(1971) मनोवैज्ञानिक परीक्षा एवं मापन, शैक्षिक प्रकाशन आगरा।
- डी.एन. श्रीवास्तव सांख्यिकी एवं मापन- विनोद पुस्तक मंदिर, आगरा गैरिट एम.ई. (1996) मनोविज्ञान एवं शिक्षा में सांख्यिकी।
- रायजादा बी.एस. (1997) शिक्षा मे अनुसंधान के आवश्यक तत्व, राजस्थान हिन्दी ग्रन्थ अकादमी जयपुर
- गुप्ता, एस.पी. (2007) आधुनिक मापन एवं मूल्याकंन शारदा पुस्तक भवन इलाहाबाद
- भटनागर, आर.पी. (1995) शिक्षा अनुसंधान विधि एवं विश्लेषण ईगल बुक्स इंटरनेशनल मेरठ

इकाई 10

वैधता : अर्थ एवं प्रकार, वैधता ज्ञात करने की विधियाँ

Validity : Meaning and types, method of estimationg test Validity

इकाई की रूपरेखा

10.1 प्रस्तावना
10.2 उद्देश्य
10.3 वैधता का अर्थ
10.4 वैधता का मूलभूत अर्थ
10.5 वैधता का वर्गीकरण
10.6 वैधता को प्रभावित करने वाले कारक
10.7 वैधता ज्ञात करने की विधियाँ
10.8 विश्वसनीयता और वैधता में संबंध
10.9 सारांश
10.10 शब्दावली
10.11 स्वमूल्यांकन प्रश्न
10.12 संदर्भ ग्रंथ सूची

10.1 प्रस्तावना

पिछले दो अध्यायों में आप विश्वसनीयता का अर्थ एवं विश्वसनीयता गुणांक ज्ञात करने की विधियों के बारे में अध्ययन कर चुके है । किसी भी परीक्षण/मूल्यांकन उपकरण के मानकीकरण हेतु विश्वसनीयता के साथ वैधता भी एक प्रमुख गुण होता है। परीक्षण के प्रत्येक पद की वेद्यता के साथ सम्पूर्ण परीक्षण की वैधता भी उच्च कोटी की होनी आवश्यक है वैधता के कई प्रकार है इसका विषय वस्तु की गुणवता से भी सम्बन्ध होता है अत: प्रस्तुत अध्याय में वैधता के विभिन्न प्रकारों का भी वर्णन किया जा रहा है।

10.2 उद्देश्य

प्रस्तुत इकाई के अध्ययन के पश्चात् आप :-

- वैधता का अर्थ समक्ष सकेगें।
- वैधता गुणांक एवं इसका मूलभूत अर्थ समझ सकेगें।
- वैधता के प्रकारों की जानकारी प्राप्त हो सकेगी।
- वैद्यका को प्रभावित करने वाले कारको की जानकारी प्राप्त हो सकेगी।

10.3 वैधता का अर्थ

गुण अथवा उपयोगिता का अति महत्वपूर्ण परीक्षण वेद्यता है, किसी प्ररीक्षण का वैधता इस बात का सूचक होती है कि उसमें स्थायी त्रुटि कितना है। यदि स्थायी त्रुटि कम होती है तो उसकी वैधता कम होगी। परीक्षण की वैधता का अर्थ उसके परीक्षण की सत्यता या सोदेश्यता से होता है इसका तात्पर्य यह है कि परीक्षण की रचना जिस गुण विशेष के मापन के लिये की गयी है उसका मापन किस सीमा तक करता है।

शिक्षा और मनोविज्ञान के मापन में जिन परीक्षणों का प्रयोग किया जाता है वे उस विशेषता का मापन पूर्ण रूप से नहीं कर पाता है, साथ ही किसी अन्य गुण का भी मापन करता है। जैसे- शाब्दिक बुद्धि परीक्षण के द्वारा बुद्धि के मापन के साथ-साथ भाषा की निष्पत्ति का भी मापन होता है। जब भी इस परीक्षा का प्रयोग होता है भाषा निष्पत्ति की स्थायी त्रुटि रहती है। इस प्रकार शिक्षा मनोविज्ञान के परीक्षण पूर्णरूप से वैद्य नहीं होते हैं। यह मापन अप्रत्यक्ष होता है।

वैधता परीक्षण की परिभाषाएँ -

वैधता की परिभाषा शिक्षा और मनोविज्ञान के विद्वानों ने अनेक प्रकार से की गयी है। उनमें से कुछ विद्धानों की परिभाषाओं को यहाँ दिया गया है -

आर.एल. थार्नडाइक के शब्दों में - कोई भी मापन विधि उस सीमा तक वैद्य है, जिस सीमा तक वह उस कार्य के किसी सफल मापन से सह-सम्बन्ध है, जिसके विषय में पूर्व कथन हेतु उसकी रचना की गयी है।

ली.जे. क्रानबैक के शब्दों में किसी परीक्षण की वैधता उसकी वह सीमा है, जिस सीमा तक वह, वही मापता है जिसके लिये उसका निर्माण किया गया है।

इ.इ. घिसेली के अनुसार - वैधता की संभव परिभाषा यह है कि एक परीक्षण किसी सीमा तक प्रस्ताविक उदेश्यों का मापन करता है।

फ्रैंक, एस. फ्रीमैन के अनुसार- वैधता का सूचकांक उस मात्रा को व्यक्त करता है जिस मात्रा तक एक परीक्षण उस चर को मापता है, जिसके मापन हेतु वह बनाया गया हो, जबकि उसकी तुलना किसी स्वीकृति मानदण्ड से की जाती है।

ए.गुलिक सेन के अनुसार - किसी कसौटी के साथ परीक्षण का सह-संबंधही वैधता है।

उपर्युक्त विदित शिक्षाविदों के द्वारा दी गयी परिभाषाओं से वैधता का अर्थ स्पष्ट हो जाता है कि एक उत्तम व प्रमुख विशेषता है - जिससे वह विदित होता है कि एक परीक्षण किस सीमा तक उस विशेषता का मापन करता है जिसके लिये उसका निर्माण किया गया है। वैधता से आशय होता है कि एक परीक्षण अपने उदेश्यों की पूर्ति किसी सीमा तक करता है। वैधता परीक्षण की सार्थकता को प्रदर्शित करती है।

10.4 वैधता का मूलभूत अर्थ

वैधता का सूचकांक यह स्पष्ट करता है कि परीक्षण में स्थायी त्रुटि की मात्रा कितनी है यदि वैधता का सूचकांक ज्यादा है तो इससे यह प्रकट होता है कि उस परीक्षण में स्थायी त्रुटि कम है और

यदि वैधता सूचकांक कम है तो उस परीक्षण में स्थायी अशुद्धि अधिक है। इसका आशय यह भी है कि परीक्षण जिसका मापन करने के लिये बनाया गया है उसके अलावा अन्य किसी गुण का मापन ज्यादा करता है। शिक्षा और मनोविज्ञान में कोई परीक्षण पूर्णरूप से वैद्य नही होता क्योंकि शिक्षा और मनोविज्ञान में ऐसा परीक्षण नहीं बनाया जा सकता है जो पूर्णरूप से वैद्य हो क्योकि शिक्षा और मनोविज्ञान में ऐसा परीक्षण नही बनाया जा सकता जो पूर्ण तौर से उसी का मापन करे जिसके लिये उसका निर्माण किया गया हैं। अत: शिक्षा मनोविज्ञान का परीक्षण पूर्ण रूप से वैध होना संभव नही होता है।

वैधता का अभिप्राय सांख्यिकीय से भी समझा जा सकता है। वैधता का गुणक परीक्षण के प्राप्तांकों का सह-सम्बन्ध मानदण्ड परीक्षण प्राप्तांकों से किया जा सकता है। अर्थात वैधता से आशय उस सह-सम्बन्ध से है जो एक परीक्षण का अन्य मानदण्ड से होता है।

इसमें किसी समूह के रहने हेतु एक परीक्षण दिया जाता है एवं इसके द्वारा उनके सहसंबधो का समूह ज्ञान किया जाता है। सामान्यत: सहसंबंध गुणक तकरीबन 50 होने पर परीक्षण को वैध मान लिया जाता है। वैधता मालूम करने की यह एक मुख्य पद्धति हैं जिस तरह विश्वसनीयता के अर्थ को परीक्षण चरिता के रूप में बताया जाता है, यथा-विश्वसनीयता गुणक से तात्पर्य यह है कि परीक्षण सम्पूर्ण चरिता का कौन-सा अनुपात वास्तविक चरिता का है। इसी तथ्य को आगे विश्लेषण करके वैधता गुणक को समझ सकते हैं। वास्तविक चरिता का अनुपात होता है। अवधारणा पर आधारित है कि परीक्षण की कठिनाई विद्यार्थियों की जानकारी पर आधारित होता है और सभी प्रश्न समान कठिनाई स्तर के होते हैं।

वास्तविक अंक + त्रुटि अंक = सम्पूर्ण अंक

वास्तविक चरिता

---------- = विश्वसनीयता

परीक्षण चरिता

वैधता सम्मिलित चरिता का अनुपात होता है।

सम्मिलित कारक चरिता

वैधता गुणक ---------- = विश्वसनीयता

परीक्षण चरिता

यह सूत्र इस अवधारणा पर आधारित है कि परीक्षण की कठिनाई छात्रों की जानकारी पर आधारित होती है और सभी प्रश्न समान कठिनाई के होते हैं।

X = C + S

वास्तविक प्राप्तांक ¾ सम्मिलित प्राप्तांक + विशिष्ट प्राप्तांक

परीक्षण प्राप्तांक = सम्मिलित प्रापतांक + विशिष्ट प्राप्तांक + त्रुटि प्राप्तांक

X = C + S + E

वास्तविक प्राप्तांक = सम्मिलित प्राप्तांक + विशिष्ट प्राप्तांक

$$\text{वैधता गुणांक} = \frac{\text{सम्मिलित कारक चरिता}}{\text{परीक्षण चरिता}}$$

उपरोक्त चित्रों एवं समीकरणों से यह विदित होता है कि वास्तविक चरिता को दो भागों में विभाजित किया जाता है। प्रथम-सम्मिलित कारक चरिता, द्वितीय विशिष्ट चरिता। सम्मिलित चरिता परीक्षण का कौन सा अनुपात है, वह वैधता गुणक होता है।

"Validity is the proportion of common factor variance."

इस विवेचन से यह भी स्पष्ट होता है कि वैधता गुणक सदैव विश्वसनीयता गुणक से कम होता है। क्योंकि भाजक में दोनों स्थानों पर परीक्षण रहता है और वेद्यता में सम्मिलित कारक रहता है जो वास्तविक चरिता से सदैव कम रहता है। वैधता केप्रत्यय में किया गया है।

10.5 वैधता का वर्गीकरण

शिक्षा और मनोविज्ञान में मापन की प्रक्रिया अप्रत्यक्ष होती है इसलिए मापन के लिए कई परीक्षण किये जाते हैं। जबकि भौतिक विज्ञान में एक गुण के मापन के लिये एक ही परीक्षण का प्रयोग होता है और शिक्षा मनोविज्ञान में एक ही गुण के लिये अनेक परीक्षण प्रयोग किए जाते हैं। इसीलिए उन परीक्षणों की वैधता को जानना आवश्यक होता है। वैधता का वर्गीकरण विद्वानों ने अनेक प्रकार से किया है और पुस्तको में भी वैधता के स्वरूप अलग-अलग पढ़ने का मिलते है वैधता के प्रकार को समझने की इन सभी आयामों को तीन मौलिक प्रकारों में प्रदर्शित किया जा सकता है। वैधता के इस वर्गीकरण में परीक्षण की सम्पूर्ण परिस्थिति और सभी पक्षों को ध्यान में रखकर किया गया है।

(1) मानसिक योग्यता का परीक्षण - इस परीक्षण परिस्थिति में जिन व्यवहारों को सम्मिलित किया गया है वह व्यवहार किन मानसिक योग्यताओं का मापन करते हैं अथवा वे व्यवहार किन-किन मानसिक क्षमताओं पर आधारित हैं। किस प्रकार का विश्लेषण या मूल्यांकन करते हैं, तो यह अन्य प्रकार की वैधता को प्रकट करती है। जिसे मनोवैज्ञानिक वैधता या कारक विश्लेषण वैधता कहते हैं।

(2) परीक्षण देने का व्यवहार - इसके अन्तर्गत परीक्षण में जिन प्रश्नों को सम्मिलित किया है उसमें किन्हीं विशिष्ट व्यवहारों का मापन किया जाता है। उन्हें परीक्षण देने का व्यवहार करते हैं। निष्पति परीक्षण में यह व्यवहार पाठ्य वस्तु के स्वरूप से सम्बन्धित होते हैं। इसका अवलोकन पाठ्यक्रम में निहित पाठ्यवस्तु से तार्किक ढंग से किया जाता है। अत: इसे विषय-वस्तु या पाठ्यक्रम वैधता कहते हैं। इसे तार्किक वैधता भी कहते हैं।

(3) मापदण्ड व्यवहार - इसके अन्तर्गत परीक्षण देने के व्यवहारों का सम्बन्ध मानदण्ड व्यवहारो से किया जाता है, जब ये तीसरे प्रकार की वैधता होती है। इसमें परीक्षण व्यवहारों की तुलना उनके वास्तविक व्यवहारों से करें अथवा किसी अन्य प्रमाणिक परीक्षण को उन्हीं छात्रों को दे उनका संबंध ज्ञान करे तो उसे अनुभवजज्य वैधता कहा जाता है।

इन तीनों तरह की वैधता के अन्तर्गत सम्पूर्ण वर्गीकरण को शामिल किया जा सकता है -

1. मानदण्ड व्यवहार/परिस्थिति के आधार पर
2. मानसिक योग्यता के आधार पर
3. परीक्षा देने के व्यवहार के आधार पर

(क)	मानदण्ड व्यवहार या परिस्थिति	(3) अनुभव - जन्य वैधता (क) पूर्वकथित वैधता (ख) तात्कालिक वैधता (ग) मानदण्ड वैधता
(ख)	मानसिक योग्यता	(2) मनोवैज्ञानिक वैधता (क) कारक वैधता (ख) सैद्धान्तिक वैधता (ग) संरचनात्मक वैधता
(ग)	परीक्षा देने का व्यवहार	(1) संरचनात्मक वैधता (क) न्यादर्श वैधता (ख) तार्तिक वैधता (ग) कारक वैधता (घ) आमुख वैधता (ड) विषय-वस्तु वैधता (च) उद्देश्य वैधता

अनस्टेसी ने अपने मापन की बुक में उपर्युक्त वैधता के वर्गीकरण विवरण किया है वैधता के ये प्रकार अधिक सार्थक एवं व्यवहारिक है।

इसके अतिरिक्त अन्य मनोवैज्ञानिक ने भी वैधता के प्रकार का उल्लेख किया है। उनमें से प्रमुख विद्वानों को उल्लेख अधोलिखित है -

क्रानबैक ने वैधता को चार वर्गीकरणों में विभक्त किया है।

(क) पूर्वकथित वैधता

(ख) तात्कालिक वैधता

(ग) पाठ्य-वस्तु वैधता

(घ) संरचनात्मक वैधता

ग्रीन, जोरेगेन्सन तथा जरवेरिच के शब्दों में - इन्होने वैधता की तीन वर्गीकरणों का विवरण किया है -

(क) तार्किक वैधता

(ख) पाठ्य वस्तु वैधता

(ग) सांख्यिकी वैधता

फ्रीमैन के अनुसार वैधता का वर्गीकरण निम्न चार है :-

(क) कारक वैधता

(ख) आमुख वैधता

(ग) क्रियात्मक वैधता

(घ) कार्यात्मक वैधता

रॉस के अनुसार वैधता का वर्गीकरण रॉस ने वैधता चार प्रकार की दी है -

(1) पाठ्यवस्तु वैधता

(ख) संरचनात्मक वैधता

(ग) पूर्वकथित वैधता

(घ) तात्कालिक वैधता

जोर्डन के अनुसार वैधता के का वर्गीकरण इन्होने वैधता के दो ही प्रकार बतलायें है :-

(1) आन्तरिक वैधता

(2) बाह्य वैधता

वैधता का प्रकार -

वैधता की उपर्युक्त विशेषताएँ उसकी सामान्य विशेषतायें है । परन्तु कोई परीक्षण किसी विशिष्ट व्यावहारिक उद्देश्य के लिए वेध होता है, इसलिए कोई एक प्रकार की वैधता नही होती। जिस प्रकार के लिए मापन उपकरण का निर्माण किया जाता है उसी प्रकार की वैधता भी होगी। इस संदर्भ में वैधता का सबसे महत्वपूर्ण और स्वीकार्य वर्गीकरण दी अमेरिकन साइकोलोजिकल असोसियेसन, दी अमेरिकन एज्यूकेशन रिसर्च असोशियेशन तथा दी नेशनल काउन्सिल ऑन मेजरमेन्ट्स यूज्ड इन एजूकेशन (The American Psychological Adssociation, The American Research Association and the National Council on Measurements used in Education) की संयुक्त कमेटी द्वारा प्रस्तुत किया गया है । इसमें तीन प्रकार की वैधता का उल्लेख किया गया है –

1- विषयवस्तु वैधता -

वैधता निर्धारण करने की इस विधि में मापनी के मदों का इस संदर्भ में परीक्षण किया जाता है कि जिस उद्देश्य के लिये मापनों का निर्माण किया जाता है, क्या वे उसके उपयुक्त मापक है ।

उदाहरण के लिए, एक ट्रेनिंग कॉलेज के शिक्षक ने अपने छात्रों के थार्नडाइक के अधिगम नियमों को बताया। उसके बाद छात्रों ने इनको कितना समझा इसके लिए एक टैस्ट तैयार किया जो वस्तुनिष्ठ टाइप का था। वह इस टेस्ट की वैधता जानता चाहता है। इसके लिए वह टेस्ट के प्रत्येक मद का यह देखने के लिए परीक्षण करता है कि वह अधिगम नियमों को समझाने की दृष्टि से संबद्ध है या नही। वह अपने साथी शिक्षको को भी यह जानने के लिए सहायता लेता है। ऐसा करने में वह टैस्ट की विषय वस्तु वैधता का पता लगा रहा है।

इस प्रकार किसी टेस्ट की वैधता, टेस्ट के उदेश्यों के संदर्भ में, उसकी विषय वस्तु की प्रतिनिधि स्वभाव या पर्याप्तता का द्योतक है। जिस सीमा तक उसके मद उसके उदेश्यों से संबंद्ध अनुक्रिया निकलवाते है उस सीमा तक वह टेस्ट वैध होगा।

विषय वस्तु वैधता विधि का मूल्याकंन -

(अ) इस प्रकार की वैधता का सबसे अधिक उपयोग निष्पति परीक्षाओं में किया जाता है क्योकि इस प्रकार के परीक्षण में विषय वस्तु अधिक महत्वपूर्ण ओर आवश्यक होती है, बुद्धि या अभिरूचि ऐसे परीक्षणों में मुख्य समस्या पूर्व कथन की होती है, इसलिए किसी मद का महत्व उसके विषय वस्तु में न होकर इस बात में होता है कि वह व्यक्ति के भविष्य के व्यवहार की किसी सीमा तक भविष्यवाणी करने में सहायक है।

विषय-वस्तु वैधता विधि का प्रयोग व्यक्तित्व मापनियों के लिए भा किया जाता है, यह देखने के लिए कि क्या मदों का कोई समूह किसी गुण का मापन करता लगता है या नहीं।

(ब) विषय वस्तु मान्यकरण - वास्तव में निर्णय आधारित है।

इसमें किस मद की संबद्धता का निर्णय शोधकर्ता द्वारा या किसी विशेषज्ञ के द्वारा किया गया है इसलिए इसमें निर्णायको के कुछ पूर्वाग्रह भी शामिल हो सकते हैं। इसे न्यूनतम करने के लिए कुछ सुझाव इस प्रकार दिए गए है -

(1) टेस्ट के उदेश्यों तथा निकर्षो को सबसे अधिक स्पष्ट रूप से परिभाषित करना चाहिए। अधिक अच्छा हो यदि इन्हें व्यवहारिक रूप से व्यक्त किया जाए, जैसे बालक हासिल वाले जोड़ कर सकेगा।

बालक अंशो को दशमलव भिन्नों में परिवर्तित कर सकेगा इत्यादि।

(2) स्वतंत्र निर्णय प्राप्त करने का प्रयत्न करना चाहिए।

(स) विषय वस्तु वैधता टेस्ट के उद्देश्य के साथ संलग्न है। उदाहरण के लिए मान लीजिए सामाजिक अध्ययन के एक टेस्ट का उद्देश्य इस परिकल्पना का परीक्षण करना है कि सामाजिक अध्ययन से व्यक्ति एक अच्छा नागरिक बनता है। इसके लिए ऐसा टेस्ट बनाना जिसमें केवल सामाजिक अध्ययन के तथ्य संबंधी ज्ञान का परीक्षण किया गया हो वैध नहीं होगा। यहाँ मद अत्यधिक प्रतिनिधिक है परन्तु उद्देश्य की पूर्ति में सहायक नही है। टेस्ट की उद्देश्य की पूर्ति के लिए उसमें ऐसे मदों को शामिल करना होगा, जो सामाजिक अध्ययन के विचारों की समझ और प्रयोग से संबंधित हों।

(द) सैद्धान्तिक रूप से यह वैधता यह मानकर चलती है कि जिस गुण का टेस्ट मापन करने जा रहा है उसकी विषय वस्तु का एक समष्टि है और टेस्ट के मद उस समष्टि से प्राप्त उसका प्रतिनिधिक प्रतिदर्श है। परन्तु यह समष्टि केवल सैद्धान्तिक हे इसलिए इसमें से यादृच्छिक विधि से प्रतिदर्श प्राप्त करना संभव नही है। यह अवश्य है कि निष्पति जैसा परीक्षण बनाने में हम निष्पत्ति क्षेत्र के बड़ी संख्या के मदों में से एक प्रतिदर्श निकाल सकते हैं परन्तु फिर भी वैधता का प्रश्न तो रहता ही है, चाहे जितना बड़ा या अच्छा प्रतिदर्श क्यों न हो।

(य) शोधकर्ता का निर्णायको द्वारा निग्रय लेना एक साधारण प्रक्रिया है इसलिए इस विधि की खोज कर्ताओं द्वारा अनुयुक्त तरीके से जल्दी से निपटने की संभावना हो सकती है। इसलिए निष्पति परीक्षण को छोड़कर जहाँ अन्य उपयुक्त तरीके उपलब्ध हो, विशेषज्ञों राज्य का प्रयोग नहीं करना चाहिये।

उदाहरण के लिए मान लीजिए एक ऐसी व्यक्तित्व मापनी का निर्माण करना है जिसके आधार पर इन व्यक्तियों का पता लगाना है जिनको संघन परामर्श की आवश्यकता है। ऐसे परीक्षण के निर्माण में, मदों के चुनाव के लिए यह कहना कि चार मनोवैज्ञानिक इस बात पर सहमत है कि अमुक मद, अमुक व्यवहार की भविष्यवाणी करेगा ठीक नहीं है। इसके लिए विशेषज्ञ निर्णय या सहमति के स्थान पर कोई साक्ष्य चाहिये कि मद वास्तव में भविष्य के व्यवहार के बारे में पूर्वकथनीय है।

विषय वस्तु वैधता

1- अवधारणा - इस विधि के अनुसार किसी टेस्ट की वैधता उसके विषय वस्तु शिक्षण के उदेश्यों के सदंर्भ में उसकी विषय वस्तु के प्रतिनिधि स्वभाव या पर्याप्तता का घोतक है -

2- टिप्पणी -

1- इसका सबसे अधिक उपयोग निष्पति परीक्षाओं में किया जाता है।

2- इसमें विषय वस्तु का मान्यकरण निर्णय पर आधारित है।

3- मदों का चुनाव यादृच्छिक विधि से न होने के कारण वैधता का प्रश्न बता ही रहता है।

4- वैधता टेस्ट के उदेश्यों के साथ जुड़ी हुई है।

5- निर्णय में जल्दबाजी या लापरवाही की संभावना है, इसलिए जहाँ और तरीके उपलब्ध हो विशेषज्ञ की राय नही काम में लेनी चाहिएं।

2. निकष संबंधवैधता -

इसको पूर्व कथनीय या आनुभविक वैधता भी कहा जाता है।

निकष - संबंधितवैधता में टेस्ट की एक या अनेक बाह्य चरों या निकषों से तुलना की जाती है। यदि कोई शोधकर्ता शैक्षिक अभिरूचि मापनी के आधार पर छात्रों की सफलता या असफलता का पूर्वानुमान लगाता है तो वह पूर्व कथनीय वैधता के बारे में चिंतित है। इसी प्रकार, किसी व्यक्तित्व मापनी के ''समायोजन अंकों'' के आधार पर जब कोई अन्वेषक किसी भविष्य के व्यवहार के बारे में पूर्व अनुमान लगाना चाहता है तो यहाँ भी पूर्वकथनीय वैधता निहित है। ऐसी दशाओं में यदि मापनी उच्च पूर्वकथनीय वैधता प्रदर्शित करती है तो उसके निर्माणकर्ता को व्यक्तिगत मदों के

स्वभाव की अधिक चिन्ता नही होती। उसका उद्देश्य मापनी के आधार पर कोई पूर्वकथन करना होता हैं इसमें यदि मापनी सफल है तो उसे मदों, जिनका प्रयोग किसी बाह्य अभिलक्षण पर व्यवहार का पूर्वानुमान लगाने के लिए किया जाता है, की विशिष्ट विषय वस्तुओं का मूल्याकंन करने की अधिक चिंता नहीं होती।

पूर्व कथन को सामान्यत: भविष्य से जोड़ा जाता है। करलिंगर इसे एक दुर्भाग्यपूर्ण प्रवृति मानता है क्योकि उसके अनुसार पूर्व कथन का अर्थ सदैव भविष्यवाणी करना नहीं होता। किसी वर्तमान स्थिति के बारे में पूर्व कथन (पूर्व- ज्ञान प्राप्त करने से पहले) किया जा सकता है जैसे अन्तर्मुखी और नियम पालक नागरिक होने में कोई संबधं है या नही। इसी प्रकार हम उस घटना के बारे में पूर्व कथन कर सकते जो कभी घटित हो चुकी है। पूर्व कथनीय वैधता में मंशा इसी अवधारणा से है। पूर्व कथनीय वैधता की विशिष्टता किसी बा्रहय अभिलक्षण के बारे में पूर्वानुमान लगाना और अभी या भविष्य में किसी परिणाम या कार्यवाहीं के संदर्भ में जांच करना है। जैसे अभिरूचि परीक्षाएं भविष्य की उपलब्धि के बारे में अनुमान लगाती है। निष्पति परीक्षाएं वर्तमान और भविष्य की निष्पति और कुशलता का पूर्वानुमान लगाती है जबकि बुद्धि परिक्षाएं किसी समस्या का हल करने की वर्तमान और भविष्य की योग्यता का पूर्वानुमान लगाती है। इस दृष्टि से सभी टेस्ट पूर्व कथनीय है। स्व: धारणा जैसे परीक्षण पर भी हम यह पूर्वानुमान लगाते है कि यदि इस टेस्ट पर इतना अंक होतो व्यक्ति वर्तमान या और भविष्य में ऐसा होगा।

निकष संबंधित वैधता प्राप्त करने की विधि -

इस प्रकार की वैधता का पता लगाने के लिए परीक्षण पर प्राप्त अंकों का किसी बाह्य चर या अभिलक्षण के साथ सहसंबंधज्ञान किया जाता है जैसे किसी शैक्षिक अभिरूचि परीक्षण की निकष संबधं वैधता ज्ञान करने के लिए उस पर प्राप्त अंकों का किसी परिणाम के साथ सहसंबंधज्ञात किया जाता है।

निकष संबंधितवैधता का वर्गीकरण

(अ) निकष - संबंधितवैधता गुणांक दो बातों पर निर्भर करता है -

(1) निकष या अभिलक्षण का स्वभाव- निकष या अभिलक्षण को निश्चित करना इस वैधता विधि की सबसे बड़ी कठिनाई है। उदाहरण के लिए, शिक्षक प्रभाविकता मापनी का मान्यकरण कैसे किया जाय? कौन निर्णय ले कि शिक्षक कितना प्रभावी है या किस आधार पर (जो आज तक स्पष्ट रूप से परिभाषित नहीं है) यह निर्णय लिया जाये?

(2) टेस्ट देने और अभिलक्षण मापने के बीच समय की दूरी।

सामान्यत: निकट भविष्य के बारे में पूर्व अनुमान लगाना अपेक्षाकृत सरल होता है। जैस-जैसे समय-अन्तराल बढ़ता जाता है यह इतना सरल नही होता। इसलिए पूर्व कथनीय वैधता का अनुमान लगाने के लिए यह जानना आवश्यक है यह अनुमान कितने समय के बाद के लिए लगाया जा रहा है।

(ब) निकष-संबंधीवैधता का संबंध उन मापन उपकरणों से होता है जिनका उद्देश्य किसी व्यावहारिक समस्या के हल में सहायता देना होता या किसी निर्णय लेने में सहायता देना होता है।

जैसे किसी विशिष्ट कार्य के लिए उस कार्य में सफलता प्राप्त करने की क्षमता रखने वाले आवेदको की चलना और चुनाव करना। क्रान बैक ने इस निर्णय पर विशेषकर बल दिया है। उच्च निकष-संबंधितवैधता वह है जो कि शोधकर्ता को किसी प्रोग्राम या पद के लिए व्यक्तियों के चुनाव में सफल निर्णय लेने में सहायक होती है। छात्रों के दाखिले (प्रवेश में शैक्षिक अभिरूचि परीक्षा का प्रयोग महत्वपूर्ण है तथा इस परीक्षण की वैधता भी उतनी ही महत्वपूर्ण है। तथापि इस दिशा में बहुचरीय पूर्व अनुमानक या बहुचरीय निकष का किसी विशिष्ट स्थिति में प्रयोग किया सकता है।

(3) संगामी वैधता -

निकष संबंधितविधि की तरह यहाँ भी वैधता निकष से टेस्ट का संबंधकरके की जाती है। परन्तु निकष या अभिलक्षण का मापन टेस्ट के साथ-साथ किय जाता है। इस दृष्टि से टेस्ट व्यक्ति के वर्तमान स्तर का मूल्याकंन करता है।

कुछ स्थितियों में मापनों की पूर्व कथनीय वैधता का मूल्याकंन करने के लिए लम्बे समय तक प्रतीक्षा करना सुविधाजनक नहीं होता है। इसलिए शोधकर्ता अपने टेस्ट पर प्राप्त अंकों का किसी तुरन्त उपलब्ध निकष के साथ सहसंबंध प्राप्त करने का निर्णय ले सकता है जैसे किसी नवीन बुद्धि परीक्षा पर किसी व्यक्तियों के समूह के अंकों का सह-संबंधउसी समूह के किसी अन्य विख्यात प्रामाणिक बुद्धि परीक्षण पर प्राप्त अंकों के साथ मालूम करना। शिक्षको द्वारा योग्यता क्रम निर्धारण या मनोवैज्ञानिकों के मूल्याकंन को भी प्रचलित निकष के रूप में प्रयोग किया जा सकता है।

संगामी वैधता का पूर्व कथनीय वैधता के स्थान पर लगाने का औचित्य सामान्यत: सुविधा के आधार पर किया जाता है। परन्तु यदि किसी टेस्ट की संगामी वैधता निम्न स्तर की है तो उसकी पूर्वकथनीय वैधता की उससे अधिक होने की संभावना नहीं है। इसलिए संगामी वैधता की अपर-सीमा स्थापित करने के लिए प्रयोग किया जा सकता है।

निकष संबधीं- पूर्व कथनीय वैधता

अवधारणा- इसको प्राप्त करने के लिए परीक्षण पर प्राप्त अंकों का किसी बाह्य अभिलक्षण या निकष के साथ सहसंबंधज्ञात किया जाता है जैसे अभिरूचि परीक्षण का किसी भी भविष्य में घटित परिणाम के साथ सहसंबंधज्ञात करना।

मूल्याकंन वैधता गुणांक निकष के स्वभाव तथा टैस्ट देने और अभिलक्षण मापन में समय की दूरी पर निर्भर करता है। इसका संबंधव्यावहारिक समस्याओं को हल करने वाले उपकरणों से होता है।

संगामी वैधता - इसमें समय की दूरी नहीं होती, सहसंबंधउपलब्ध निकष के साथ होता है। यह पूर्वकथनीय वैधता की अपर सीमा है।

(4) उत्कल्प वैधता -

कभी-कभी शोधकर्ता न तो यह जानता है कि किसी सीमा तक टेस्ट के मद किसी ज्ञान के स्वरूप का प्रतिनिधित्व करते हैं (विषय वस्तु वैधता) ना वह यह जानता चाहता है कि उनके अंकों का किसी निकष के साथ कितना सह संबंधहै (निकष संबंधितया संगामी वैधता)। वह किसी उस सिद्धांत का मान्यकरण करना चाहता जो उसके टेस्ट पर आधारित है या आधारित लगता है। इस

स्थिति में उत्कल्प वैधता ज्ञात की जा रही है। इसका उद्देश्य न केवल टेस्ट का मान्यकरण करना है साथ-साथ उस सिद्धान्त का भी मान्यकरण करना है जिसके ऊपर वह आधारित है। अधिकांश व्यक्तित्व मापनियाँ व्यक्तित्व के बारे में उसे सैद्धान्तिक स्थिति को मापन करने का प्रयत्न करती है जिस पर शोधकर्ता की मान्यता है।

क्ररबेक 1970, पी, 143 के अनुसार उत्कल्प वैधता के तीन भाग है।

1- उन उत्कल्पों का सुझाव जो संभवत: परीक्षण पर निष्पति को निर्धारित करते हैं।

2- इन उत्कल्पों से संबंधितसिद्धान्त के आधार पर परिकल्पनाओं का निर्माण।

3- परिकल्पनाओं की अनुभाविक परीक्षा करलिंगर 1983 पीण् 462 इसमें वैकल्पिक परिकल्पनाओं के परीक्षण को भी जोड़ता है।

आइवे करलिंगर द्वारा दिए गये एक काल्पनिक उदाहरण के आधार पर इन बिन्दुओं को और स्पष्ट करते हैं -

मान लीजिए तक शोधकर्ता अपने अनुभव के आधार पर यह देखता है कि (अ) मिलनसार व्यक्ति दूसरों के प्रति स्नेह प्रदर्शित करते हैं।

(ब) वे कम सृजनशील होते हैं।

वह एक ''मिलनसारी स्नेह'' मापनी का निर्माण करता है।

उसके अनुसार इस मापनी पर निष्पति ''मिलनसारी'' (उत्कल्प) की प्रवृत्ति पर आधारित है।

इसलिए उसकी यह धारणा (परिकल्पना) है कि इस मापनी के अंकों का सहसंबंध अन्य स्वतंत्र मिलनसारी मापन करने वाली मापनियों जैसे सहयोगी प्रवृत्ति और भाईचारा प्रवृत्ति मापनियों के अंकों से उच्च स्तर का होना चाहिये (परिकल्पना)।

इस मापनी के अंकों का सह-संबंध, सृजनात्मकता की परीक्षण करने वाली मापनी के अंकों, सेबहुत की कम या नकारात्मक होगा (वैकल्पिक परिकल्पना)

इस परिकल्पनाओं का परीक्षण करने के लिए वह एक समूह पर इस मापनी का प्रयोग करता है। इसी समूह का वह एक विश्वसनीय सृजनता परीक्षण पर मापन करता है तथा सहयोगी प्रवृत्ति और भाईचारे की प्रवत्ति का भी मापन करता है। इसके बाद निम्नलिखित परिकल्पनाओं का परीक्षण करता है -

(अ) मिलनसारी अंक (क) और सृजनात्मक का पता लगाने वाली मापनी (ख) के अंकों के बीच सार्थक नकारात्मक सहसंबंध है।

(ब) मिलनसारी (क) और सहंयोगी प्रवृति (ग) के बीच सार्थक सकारात्मक सह संबंधहै।

(स) मिलनसारी (क) और भाईचारा प्रवृति (घ) के बीच सार्थक सकारात्मक सहसंबंध है।

(ब) सहयोगी प्रवृत्ति (ग) ओर सृजनात्मकता (ख) की बीच शून्य के बीच आस-पास सहसबंध होगा।

(य) सहयोगी प्रवृत्ति (ग) और भाई चारा प्रवृत्ति (घ) के बीच सामान्य सहसंबंध है।

(र) भाईचारा प्रवृत्ति (घ) और सृजनता के बीच साधारण सहसंबंधहै (किसी अन्य रिसर्च के आधार पर निर्मित परिकल्पना) यदि शोधकर्ता को इन परिकल्पनाओं के आधार पर निम्नलिखित सहसंबंध मैट्रिक्स प्राप्त होती है तो हम कहेगे की सभी सह संबंधपरिकल्पना के अनुरूप है इसलिए इस मापनी की उत्कल्प वैधता बहुत अच्छी (उच्च) है।

		मापन			
		क	ख	ग	घ
मिलन सारी	(क)	-	-30	.50	.60
सृजनात्मकता	(ख)		-	.05	.50
सहयोगी प्रवृत्ति	(ग)		-	.4	
भाईचारा प्रवृत्ति	(घ)			-	

इस प्रकार हम देखते है कि उत्कल्प - वैधता की विशेषता यह है कि वह सैद्धान्तिक उत्कल्प तथा परिकल्पित संबंधोंके अनुभाविक परीक्षण हो इतना अधिक महत्व देता है।

उत्कल्प वैधता : मूल्याकंन

1- वर्तमान मापन सिद्धांत में यह एक महत्वपूर्ण प्रगति है क्योंकि यह मनोमितिक विचारों को सैद्धान्तिक से विचारों से जोड़ता है। यह इसकी अपनी सबसे महत्वपूर्ण विशेषता है।

2- जहाँ कुछ बेकटोल्ड जैसे मनोवैज्ञानिकों ने इस प्रकार की वैधता का घोर विरोध किया है वहीं ऐसे मनोवैज्ञानिकों ने इसका जोरदार शब्दो में समर्थन किया है। लोविंजर के अनुसार वैज्ञानिक दृष्टि से यह एक संपूर्ण वैधता है। एक तरह से सभी वैधताएं उत्कल्प मान्यकरण है। जहाँ भी परिकल्पनाओं का परीक्षण किया जाता है, जहाँ भी संबंधोंका आनुभाविक अध्ययन किया जाता है वहां उत्कत्प वैधता निहित है। परन्तु बेकटोल्ड के अनुसार ऐसी वैधता का मनोविज्ञान में कोई स्थान नही हैं

3- उत्कल्प वैधता प्राप्त करने की अन्य विधियाँ

(1) हम उस तकनीक से परिचित है जिसमें मदों को अंकों के योग से सहसंबंधितकिया जाता है। इस तकनीक के प्रयोग में अंकों के योग को वैध मान लिया जाता है। जिस सीमा तक कोई मद मापन करता है जो संपूर्ण अंकों का योग करता है, उस सीमा तक वह वैध है।

(2) उत्कल्प वैधता का दूसरा सशक्त माध्यम कारक विश्लेषण है।

किसी मापनी की उत्कल्प वैधता का पता लगाने के लिए उसका अन्य मापों के साथ सहसंबंध ज्ञान करना सदैव सहायक होता है। उसका बहुत अधिक मापनो के साथ सहसबंधित करना और भी अधिक लाभदायक हो सकता है। इसके लिए कारक विश्लेषण एक शोधित विधि है। इससे हमें ज्ञात होता है कि कौन-कौन से माप एक ही चीज मापन कर रहे है, कौन किस सीमा तक वह उस चीज का मापन कर रहे जिसका उन्हें मापन करना चाहिये।

उत्कल्प वैधता का उद्देश्य केवल टेस्ट का मान्यकरण करना नही है, साथ ही उस सिद्धान्त का भी परीक्षण करना है जिस पर टेस्ट आधारित है। क्रानबैक के अनुसार उत्कल्प वैधता के तीन भाग है :-

1- उन उत्कल्पों का सुझाव जो परीक्षण अंकों को निर्धारित करते हैं।

2- इन उत्कल्पों से संबंधितसिद्धान्त के आधार पर परिकल्पना का निर्माण |

3- परिकल्पना का परीक्षण।

10.6 वैधता को प्रभावित करने वाले कारक

किसी शैक्षिक या मनोवैज्ञानिक परीक्षण की वैधता को अनेक कारक प्रभावित कर सकते हैं। वैधता को प्रभावित करने वाले कुछ प्रमुख कारक निम्नवत है :-

1- **अस्पष्ट निर्देश -** यदि परीक्षार्थियों को परीक्षण के संबंधमें दिये गये निर्देश अस्पष्ट होते हैं तो परीक्षण की वैधता कम होजाती है। प्रश्नों के उतर किस तरह से देने हे या उनके लिए समय सीमा क्या है, जैसी बातों को परीक्षार्थियों को परीक्षण प्रारम्भ होते समय ठीक ढ़ंग से मालूम न होने पर प्राप्तांकों के स्थिर त्रुटि के बढ़ जाने की संभावना रहती है, जो परीक्षण की वैधता को घटा देती है।

2- **अभिव्यक्ति का माध्यम -** परीक्षण में प्रश्नो को किस माध्यम में लिखा गया है तथा परीक्षार्थियों को उतर किस माध्यम में देना है, यह बात भी परीक्षण की वैधता को प्रभावित करती है। यदि परीक्षण को छात्रों की मातृभाषा या उसके द्वारा प्रयुक्त की जाने वाली मात्रा में बनाया जाता है तो छात्रगण परीक्षण के प्रश्नों को ठीक प्रकार से समझकर उनका उतर दे सकते हैं। इसके विपरीत यदि छात्र भाषाई कठिनाई के कारण प्रश्नों को ठीक ढंग से नही समझ पा रहे है तो वे विषयवस्तु को जानते हुए भी प्रश्न का सही उत्तर नहीं दे पाते है। जैसे हिन्दी भाषी छात्रों के लिए अंग्रेजी भाषा से बने गणित परीक्षण का प्रयोग करने पर परीक्षण की वैधता अत्यन्त कम प्राप्त हो सकेगी।

3- **प्रश्नों की भाषा एवं शब्दावली** - प्रश्नों की भाषा तथा शब्दावली का भी परिक्षण वैधता निर्धारित करने में महत्वपूर्ण भूमिकर रहती है। अत्यधिक क्लिष्ट शब्द तथा साहित्यिक भाषा के प्रयोग से परीक्षण शाब्दिक बोध का परीक्षण बन जाता है न कि उस योग्यता का जिसके लिए उसे बनाया या प्रयोग में लाया जा जा रहा है।

4- **प्रश्नों का कठिनाई स्तर -** परीक्षण की वैधता उसमें सम्मिलित प्रश्नों के कठिनाई स्तर से भी प्रभावित होती है। अत्यधिक सरल या कठिन प्रश्नों वाले परीक्षण की वैधता प्राय: कम होती है। परीक्षण में प्रश्नों का क्रम भी वैधता को प्रभावित कर सकता है। यदि परीक्षण मेंकठिन प्रश्न प्रारम्भ में रख जाते हैं तो परीक्षार्थियों का उत्साह कम हो जाता है। वे हतोत्साहित होकर परीक्षण ठीक ढ़ग से नही दे पाते है। इसके साथ-साथ प्रारम्भ में कठिन प्रश्न होने पर समय सीमा के कारण शेष प्रश्नों के छूट जाने की संभावना रखती है।

5- **प्रश्नों की वस्तुनिष्ठता -** परीक्षण की वस्तुनिष्ठता का भी उसकी वैधता से संबंधहोता है। प्राय: पस्तुनिष्ठ परीक्षण अधिक वैध होते हैं जबकि निबन्धात्मक परीक्षण कम वैध होते हैं। वस्तुनिष्ठ प्रश्नों में परीक्षार्थियों को क्या करना है तथा सही उतर क्या है, यह स्पष्ट रहता है जिसके कारण ऐसे प्रश्नों वाले परीक्षणों की वैधता अधिक प्राप्त होती है।

6- **प्रकरणों का अवांछित भार -** मापी जा रही योग्यता की सभी विषाओं को परीक्षण में सम्मिलित किया गया था नही तथा उनको वांछित भार दिया गया है या नही, जैसे बिन्दु भी परीक्षण की वैधता को प्रभावित करते हैं। यदि सम्पूर्ण विषयवस्तु के केवल कुछ प्रकरणों को ही परीक्षण में सम्मिलित किया गया हो या कुछ प्रकरणों को अवांछित भार दिया गया होता है तो परीक्षण परिणामों की वैधता कम हो जाती है।

7- **मापन का उद्देश्य -** परीक्षण निर्माता कुछ निश्चित उद्देश्य को ध्यान में रखकर परीक्षण की रचना करता है। परीक्षण उस निश्चित उद्देश्य की पूर्ति के लिए तो वैध हो सकता है, परन्तु किन्हीं अन्य उदेश्यों के लिए उसकी वैधता संदिग्ध हो सकती है। जैसे कोई उपलब्धि परीक्षण छात्रों को योग्यता के आधार पर कुछ समूहों में विभाजन के लिए वैध हो सकता है, परन्तु रोजगार के लिए उपयुक्त व्यक्तियों के चयन के लिए उसका वैध होना आवश्यक है।

8- **परीक्षण की लम्बाई -** परीक्षण की लम्बाई अर्थात उसमें सम्मिलित प्रश्नों की संख्या का भी परीक्षण वैधता से संबंधहोता है। परीक्षण के विस्तार से न केवल उसकी विश्वसनीयता बढ़ती है वरन उसकी वैधता भी बढ़ती है। छोटा परीक्षण बड़े परीक्षण की तुलना मे कम वैध होता है परन्तु यहाँ यह स्मरणीय है कि परीक्षण की लम्बाई बढ़ाते समय प्रश्नों के प्रकार, स्वरूप विषयवस्तु, कठिनाई स्तर आदि में कोई परिवर्तन नहीं आना चाहिए।

9- **सांस्कृतिक प्रभाव -** अनुसंधान कार्यों ने सिद्ध कर दिया है कि सांस्कृतिक कारको का परीक्षण की वैधता पर प्रभाव पड़ता है। समाज की सामाजिक संरचना तथा व्यक्ति के सामाजिक आर्थिक स्तर आदि के कारण परीक्षण की वैधता कम हो जाती है। विभिन्न सांस्कृतिक विरासत वाले छात्रों के अनुभव, परम्पराये व अवसर भिन्न-भिन्न होते हैं, जिसके फलस्वरूप कोई परीक्षण किसी एक समूह के लिए वैध हो सकता है तथा अन्य समूहों के लिए वैध नही हो सकता है।

10- **प्रतिक्रिया प्रवृति -** प्रतिक्रिया प्रवृत्ति से तात्पर्य परीक्षण देने की आदतों से है, जो परीक्षण प्राप्तांकों को प्रभावित करके उनकी वैधता को प्रभावित कर देती हैं। सहमति प्रवृत्ति से व्यक्ति बिन सहमत हुए भी अधिकांश प्रश्नों पर हो, सत्य या सहमति पर निशान लगाता है। अनिश्चय की प्रवृत्ति में व्यक्ति अनिश्चितता, उदासीनता, आदि पर निशान लगाता है। कुछ व्यक्तियों में अधिक गति से प्रश्न करने की प्रवृत्ति होती है, जबकि कुछ में शुद्धता से काम करने की प्रवृति होती है। ये प्रवृतियां परीक्षण की वैधता को प्राय: कम कर देती है।

11- **वैधता के मूल्य पर अधिक विश्वसनीयता -**कभी-कभी भी परीक्षण की विश्वसनीयता बड़ाने के उद्देश्य से परीक्षण की लम्बाई बढाई जाती है तथा परीक्षण की लम्बाई बढ़ाने के लिए उसमें ऐसे प्रश्न जोड़ दिये जाते हैं जो परीक्षण की वैधता को कम कर देते है। इसलिए

यह ध्यान रखना चाहिए कि परीक्षण की विश्वसनीयता बढ़ाते समय ऐसे ही प्रश्न जोड़े जाये जो परीक्षण की वैधता को भी बढ़ा सकें।

10.7 परीक्षण प्राप्तांकों से वैधता ज्ञात करने की विधियाँ

वैसे वैधता का निर्धारण इस बात पर निर्भर करता है कि वैधता का प्रकार क्या है, फिर भी वैधता के आंकलन हेतु निम्नलिखित विधियाँ प्रयोग में लायी जाती है।

10.7.1 सहसंबंधविधियाँ

परीक्षण की वैधता के निर्धारण या आंकलन के लिए अनेक सहसंबंधविधियों का उपयोग किया जाता है। वैधता आकलन की ये विधयां वैज्ञानिक मानी जाती है। आवश्यकतानुसार इन विधियों का उपयोग वैधता निर्धारण में बहुतायत से किया जाता है। यह सहसंबंध दो प्रकार के प्राप्तांकों या प्राप्तांकों के दो सेट से निकाला जाता है। उदाहरण के लिए, नवनिर्मित परीक्षण से प्राप्त प्राप्तांक एक ओर तथा दूसरी और परीक्षार्थियों के निष्पादन प्राप्तांक के मध्य सहसंबंधकी गणना करके वैधता गुणांक का अध्ययन किया जाता है। इसी प्रकार से प्राप्तांकों के सेट के एक भाग में नवनिर्मित परीक्षण से प्राप्त प्राप्तांकों के मध्य सहसंबंधकी गणना करके वैधता गुणांक का अध्ययन किया जाता है। जब उच्च सहसंबंधप्राप्त होता है तब वैधता उच्च मानी जाती है इसी प्रकार से जब सहसंबंधका मान निम्न स्तर का प्राप्त होता है तब परीक्षण की वैधता निम्न स्तर की मानी जाती है।

सह संबंधकी गणना की अनेक विधियाँ प्रचलित है। इसका प्रयोग आवश्यकता के अनुसार करके वैधता की गणना की जाती है।

1- स्पीयरमैन कोटि अन्तर विधि - इस विधि को स्थान क्रम विधि भी कहा जाता है। इस विधि का उपयोग छोटे प्रतिदशों और विषय जातीय प्रदत्तों में किया जाता है। प्राप्तांक इस प्रकार के होने आवश्यक है कि उन्हें कोटि या स्थान क्रम मे बदलना संभव हो। इस विधि का सूत्र है

$$p \approx 1\frac{6\times\sum D^2}{N(N^2-1)}$$

जबकिp = कोटिक्रम विधि ज्ञात सहसंबंध गुणांक

$\sum D^2$ = पदों के अन्तरों के वर्गों का कुल योग

N = कुल युग्म आवृत्तियों की संख्या

गैरेट (1980) के अनुसार यह एक सरल विधि है जिसमें श्रम, समय और धन की बचत होती है लेकिन इस विधि से प्राप्त निष्कर्ष अधिक शुद्ध नहीं होते हैं।

2 केण्डल कोटि अन्तर सहसंबंध विधि - इस अप्राचल सहसंबंध विधि के द्वारा प्राप्तांकों के दो सेट के मध्य सहसंबंध गुणांक की गणना निम्न सूत्र द्वारा की जाती है। बहुधा जब स्पीसरमैन की विधि का उपयोग नहीं हो पाता है तब इस विधि का उपयोग करते हैं

$T = 2S / N(n-1)$

जबकि $T =$ केण्डल कोटि अन्तर सहसंबंध

$S =$ वास्तविक योग

$N =$ प्राप्तांकों की संख्या जिसका श्रेणीकरण किया गया है।

3 प्रोडक्ट मोमेण्ट विधि - प्रोफेसर कार्ल पियर्सन द्वारा विकसित यह एक प्राचल सहसंबंधविधि है। यह व्यवस्थित और अव्यवस्थित दोनों ही तरह के आंकड़ों के लिए प्रयुक्त होता है। इसमें प्राप्तांक समान रूप से वितरित होते हैं तथा दो चरों के बीच रेखीय संबंधहोता है। यह सहसंबंधअधिक शुद्ध होता है। प्रोडक्ट मोमेण्ट की अनेक विधियाँ है। यहाँ पर केवल वास्तविक मध्यमान विधि और कल्पित मध्यमान विधि के सूत्र दिये जा रहे हैं।

वास्तविक मध्यमान विधि का सूत्र -

$$r = \frac{\sum xy}{\sqrt{\sum x^2 - \sum y^2}}$$

जबकि x & y = वास्तविक मध्यमान से विचलन

$\sum xy =$ मध्यमान से प्राप्तांकों के विचलन के वर्गों का योग

$\sum x^2 =$ मध्यमान से प्राप्तांकों के विचलन के वर्गों का योग

$\sum y^2 =$ कल्पित मध्यमान विधि का सूत्र

$$r = \frac{\frac{\sum xy}{N} - CxCy}{\sigma x \sigma y}$$

जबकि x= कल्पित मध्यमान से चर के प्राप्तांक का विचलन

y = कल्पित मध्यमान से चर से प्राप्तांक का विचलन

$\sum xy - x$ विचलन और विचलन के गुणनफल का योग

N= प्राप्तांकों की संख्या

Cx= x विचलन की अशुद्धि

Cx= y विचलन की अशुद्धि

$\sigma x = x$ वितरण कारक

$\sigma y = y$ वितरण कारक

4 द्वि-पंक्तिक सहसंबंधविधि - इस विधि द्वारा सहसंबंधकी गणना वहां करनी चाहिए जब दो चरों का वितरण सामान्य, निरन्तर और रेखी हो तथा का आकार बड़ा होना चाहिए। प्रोडक्ट मोमेण्ट विधि द्वारा प्राप्त सहसंबंधगुणांक अपेक्षाकृत इस विधि से अधिक शुद्ध होता है। इस विधि का सूत्र निम्नलिखित है -

$$r_{bis} = \frac{M_p - Mq}{\sigma t} \times \frac{P_q}{Y}$$

r_{bis} = जबकि द्वि-श्रेणिका सहसंबंध

M_p त्र द्विभागी चर के पहले समूह का

σt त्र द्विभागी चर के दूसरे समूह का

P= पूरे समूह का प्रामाणिक विचलन

q=पहले समूह में पूरे समूह का अनुपात

y =दूसरे समूह में पूरे समूह का अनुपात

सामान्य संभावना वक्र के उस की ऊँचाई जो और को अलग करती है।

5 बिन्दु द्वि-पंक्तिक सहसंबंध- इस विधि का उपयोग उस समय किया जाता है जब दो चरों में से एक द्विभाजी हो और दूसरा खण्डित हो। इस विधि का उपयोग उस समय करते हैं जब दोनों चरों के

प्राप्तांकों का विचलन सामान्य रूप से वितरित नहीं होता है । यह सहसंबंध गुणांक द्वि श्रेणिक सहसंबंध की अपेक्षा अधिक विश्वसनीय होता है । इसके लिए या प्रतिदर्श इस आकार बड़ा होना आवश्यक नहीं है। इसकी गणना का सूत्र निम्नलिखित है।

$$\frac{M_p - Mq}{\sigma t} \times \sqrt{P_q}$$

इस सूत्र के विभिन्न संकेतों के अर्थ उपरोक्त सूत्र की तरह से हैं।

कारक विश्लेषण विधि -

मनोवैज्ञानिक परीक्षणों की वैधता की गणना के लिए कारक विश्लेषण विधि एक उच्च सांख्यिकीय विधि है । परीक्षणों की वैधता की गणना में इस विधि का बहुत महत्तव है । इस विधि द्वारा एक परीक्षण के उपभागों और विभिन्न पदों के समानता और भिन्नता के अध्ययन के लिए कारक विश्लेषण विधि का उपयोग किया जाता है । कैटिल द्वारा निर्मित और मानकीकृत 16 पी.एफ. प्रश्नावली व्यक्तित्व कारको के मापन के लिए बहुत प्रचलित और लोकप्रिय हैं । इसका भारतीय संस्करण भी उपलब्ध है।

कारक विश्लेषण विधि के छ: रूप प्रचलित हैं - आर - प्रविधि, पी - प्रविधि, क्यू-प्रविधि, ओ-प्रविधि, टी-प्रविधि तथा एस प्रविधि।

कारको की गणना ओर कारको की व्याख्या के लिए सहसंबंध गुणांक की आवश्यकता होती है । इसके लिए सहसंबंध मैट्रिक्स बनाई जाती है । इस मैट्रिक्स और सांख्यिकीय सूत्रों की सहायता से सामान्य कारको की गणना की जाती है । चरों और प्रत्ययों को समझने में कारक विश्लेषण विधि बहुत उपयोगी सांख्यिकीय विधि है। आइए, हम लोग एक महत्वपूर्ण कारक विश्लेषण विधि ''क्यू प्रविधि'' की चर्चा करें।

क्यू प्रविधि - क्यू प्रविधि की व्याख्या सबसे पहले विलियम स्ओफेन्सन ने 1953 में मनोवृति, पसन्दों आदि के बारे मे दिए गए कथनों या अन्य कथनों का विश्लेषण करते हुए अध्ययन करने के लिए किया था। इस प्रविधि में व्यक्ति दिए गए कथनों या अन्य उद्दीपनों को विभिन्न भागों में छांटता है। इन भागों में क्यू सॉर्ट कहा जाता है।

क्यू प्रविधि में प्रयोज्य दिए गए वस्तुओं, जैसे तस्वीरों कथनों, शब्दों आदि को एक कोटिक्रम के रूप में दिए गए श्रेणियों में किसी निश्चित कसौटी के आधार पर छांटता है। प्रत्येक छांटे जाने वाले वस्तु जैसे कथन, शब्द या तस्वीर एक अलग कार्ड पर होता है और उन्हें प्रयोज्य या प्रयोज्यों का समूह दिये गये श्रेणियों में जिसकी संख्या सामान्यत: 9 या 11 होती है, में छांटता है। करलिंगर (1986) ने

अपना मत व्यक्त करते हुए कहा है कि किसी भी क्यू प्रविधि को विश्वसनीय होने के लिए तथा उसमें सांख्यिकीय स्थिरता पर्याप्त मात्रा में होने के लिए यह आवश्यक है कि छांटे जाने वाली वस्तुओं की संख्या 60 से कम नहीं तथा 140 से अधिक नहीं हो। प्रयोज्य को यह निर्देश दे दिया जाता है कि दिए गए श्रेणियों में से प्रत्येक श्रेणी में वह एक निश्चित संख्या में वस्तुओं की छांटे। इससे फायदा यह होता है कि छांटने से प्रापत वितरण सामान्य होगा या निश्चित रूप से अर्द्धसामान्य होगा जिससे सांख्यिकीय विश्लेषण में काफी सुविधा होती है। परन्तु यह कोई निश्चित नियम नहीं है। क्यू प्रविधि में कभी कभी प्रयोज्यों से यह भी आग्रह किया जाता है कि वे प्रत्येक श्रेणियों में छांटे गये वस्तुओं की संख्या बराबर बराबर रखें। इस तरह के सॉर्टिंग से मिलने वाले वितरण को आयताकार वितराण कहा जाता है।

क्यू प्रविधि की एक सबसे प्रमुख पूर्वकल्पना यह होती है कि जहां तक संभव हो छांटी जाने वाली वस्तु समजातीय हों। इसका प्रधान कारण यह हे कि इस तरह की प्रविधि में शोधकर्ता एक यथार्थ तुलनात्मक अनुक्रियाओं जो दिये गये वस्तुओं से उत्पन्न होती है, के अध्ययन में रूचि रखता है। अगर दिये गये उद्दीपन समजातीय नहीं होंगे तो इस ढंग से तुलनात्मक अनुक्रियाओं का कोई अर्थ नहीं रह जायेगा।

निरीक्षण विधि

परीक्षण की वैधता का निर्धारण निरीक्षण विधि द्वारा भी किया जाता है, खासकर अंकित वैध्ता और आन्तरिक वैधता के निर्धारण हेतु इसका उपयोग अधिक किया जाता है। परीक्षण निर्माता तथा विषय विशेषज्ञ द्वारा परीक्षण के पदों का अवलोकन कर परीक्षण वैधता का मूल्यांकन किया जाता है। इसी कारण से इस विधि को वैधता निर्धारण की एक अवैज्ञानिक विधि के रूप में माना जाता है। यह एक आत्मनिष्ठ विधि है तथा इसकी सहायता से सभी प्रकार की वैधता का निर्धारण नहीं किया जा सकता है।

विशेषज्ञ - पुनरावलोकन -

इस विधि के नाम से ही स्पष्ट है कि इस विधि में परीक्षण विशेषज्ञों से परीक्षण का पुनरावलोकन कराया जाता है। इस वैधता निर्धारण या आकलन विधि का उपयोग अनेक प्रकार की वैधता के आंकलन या निर्धारण में किया जाता हे। आभासी या अंकित वैधता, आन्तरिक वैधता, अन्तर्वस्तु वैधता, वृत्तीय वैधता, संसंगतवैधता आदि के आंकलन में इस विधि का उपयोग किया जाता है। वैधता आकलन की यह विधि निरीक्षण विधि की अपेक्षा अधिक उपयोगी है। विशेषज्ञ पुनरावलोकन विधि द्वारा वैधता निर्धारण करने में परीक्षण निर्माणकर्ता जो परीक्षण तैयार करता है। उस परीक्षण की तैयारी के समय वह परीक्षण में जो पद बनाता है, इन परीक्षण पदों को वह विशेषज्ञों के पास पुनरावलोकन के लिए देता है। परीक्षण विशेषज्ञ यह निश्चित करते हैं कि परीक्षण के पद

परीक्षण के उद्देश्यों की पूर्ति करते हैं अथवा नहीं। विशेषज्ञ प्रत्येक परीक्षण पद के संबंध में अपना निर्णय देते हैं। यदि परीक्षण विशेषज्ञों का निर्णय यह होता है कि परीक्षण के पद परीक्षण के उद्देश्यों की पूर्ति पूरा पूरा करते हैं तब इस अवस्था में परीक्षण की वैधता उच्च मानी जाती है।

जनली (1981) ने इस विधि की समीक्षा करते हुए लिखा है कि वैधता आकलन की यह विधि एक सफल विधि नहीं है क्योंकि यह एक आत्मनिष्ठ विधि है। वैधता के आंकलन में विशेषज्ञों के व्यक्तिगत पक्षपातों का प्रभाव पड़ता है। इन दोषों या सीमाओं के होते हुए इस विधि के संबंध में निष्कर्ष स्वरूप कहा जा सकता है कि वैधता आंकलन की यह विधि एक अवैज्ञानिक विधि है। इतना सब होते हुए भी यह एक उपयोगी विधि है। वास्तविकता यह है कि परीक्षण निर्माण की प्रारंभिक अवस्था में इस विधि का बहुत उपयोगी है।

वास्तविक निष्पादन विधि -

वैधता निर्धारण में इस विधि का बहुत अधिक उपयोग है। वास्तव में इस विधि का अकेले उपयोग नहीं किया जाता है। वास्तविक निष्पादन विधि का उपयोग तभी उपयुक्त और वैज्ञानिक होता है जब इस विधि के साथ् सहसंबंधविधियों में से किसी एक विधि का उपयोग किया जाता है।

इस विधि द्वारा वैधता का आंकलन करते समय यह देखा जाता है कि निर्मित परीक्षण पर परीक्षार्थियों की उपलब्धि प्राप्तांक क्या क्या है? नवनिर्मित परीक्षण पर विद्यार्थियों के प्राप्तांक जब प्राप्त हो जाते हैं तब उनके वास्तविक निष्पादन के प्राप्तांक प्राप्त किये जाते हैं। अन्त में परीक्षण निर्माणकर्ता दो सेट के प्राप्तांकों के मध्य सहसंबंध की गणना करता है। यदि सहसंबंध गुणांक का मान अधिक प्राप्त होता है तब परीक्षण की विश्वसनीयता कम मानी जाती है। वैधता निर्धारण की इस विधि के द्वारा उपलब्धि परीक्षणों की वैधता निर्धारित की जाती है। उपलब्धि परीक्षणों की वैधता आंकलन की यह एक उत्तम विधि है। समवर्ती वैधता के निर्धारण में भी वास्तविक निष्पादन विधि उपयोगी है।

10.8 विश्वसनीयता और वैधता में संबंध

किसी परीक्षण की विश्वसनीयता तथा वैधता एक ही सिक्के के दो पहलू हैं | परीक्षण के वैध होने के लिए उसका विश्वसनीय होना आवश्यक है | यदि किसी परीक्षण से प्राप्त अंक विश्वसनीय नहीं होते हैं, तो उनके वैध होने का प्रश्न ही नहीं उठता है | परन्तु इसके विपरीत विश्वसनीयता के लिए वैधता का होना कोई पूर्व शर्त (Pre-requirement) नहीं है | वैधता के अभाव में भी परीक्षण विश्वसनीय हो सकता है | उदाहरण के लिए यदि किसी इंचटेप से प्रारम्भ का 5 सेमी० का हिस्सा टूट गया है तब इस टूटे इंचटेप से बिना कोई ध्यान दिए नापी गई लम्बाई बार-बार एक समान आयेगी परन्तु प्राप्त मान

वास्तविक लम्बाई से 5 सेमी० अधिक होगा | स्पष्ट है कि इस प्रकार के त्रुटिपूर्ण इंचटेप से प्राप्त मान विश्वसनीय तो होंगे,परन्तु वैध नहीं होंगे | दूसरे शब्दों में कह सकते हैं कि विश्वसनीयता का होना वैधता के लिए तो आवश्यक शर्त है ,परन्तु पर्याप्त शर्त नहीं है | विश्वसनीय परीक्षण का वैध होना अपने आप में आवश्यक नहीं है, परन्तु वैध परीक्षण अवश्य ही विश्वसनीय होगा | सांख्यिकीय दृष्टिकोण से किसी भी परीक्षण की वैधता का अधिकतम सम्भाव्य मान उसकी विश्वसनीयता के वर्गमूल के बराबर ही हो सकता है | दूसरे शब्दों में परीक्षण का वैधता गुणांक उसके विश्वसनीयता गुणांक के वर्गमूल से अधिक नहीं हो सकता है | स्पष्ट है कि विश्वसनीयता गुणांक के घटने पर अधिकतम सम्भाव्य वैधता गुणांक का मान भी घट जायेगा | विश्वसनीयता गुणांक शून्य होने पर वैधता गुणांक स्वत: शून्य हो जायेंगे | अत: अविश्वसनीय परीक्षण किसी भी दशा में वैध नहीं हो सकता है , जबकि एक वैधता विहीन परीक्षण विश्वसनीय भी हो सकता है |

10.9 सारांश

वैधता किसी परीक्षण की वह विशेषता है जिसके अन्तर्गत यह देखा जाता है कि जिन गुण के मापन के लिए इसे बनाया गया है वह उस गुण की कितनी शुद्धता माप करता है।

वैधता की माप हेतु विभिन्न सांख्य विधियाँ प्रचलित है यह संबंधात्मक विधि, अवलोकन विधि, कारक विश्लेषण विधि, विशेषज्ञ पुनरावलोकन विधि इत्यादि।

10.10 शब्दावली

- **वैधता -** कोई परीक्षण जिस गुण के मापन के लिए बनाया गया है वह इस गुण की कितनी शुद्धता से माप करता है।
- **क्यू प्रविधि -** एक मापनी विधि जिसमें व्यक्ति दिये गये कथनों या उद्ीपनों को विभिन्न भागों या श्रेणियों में एक निश्चित कसोटी के आधार पर छांटता है।

10.11 स्वमूल्यांकनप्रश्न

अतिलघुरात्मक प्रश्न

1. परीक्षण वैधता का क्या अर्थ है?
2. वैधता ज्ञात करने की कारकीय विश्लेषणात्मक विधि का नाम बताइये।

लघुरात्मक प्रश्न

1 विश्वसनीयता पर वैध्ता की निर्भरता होती है स्पष्ट कीजिए।

2 विश्वसनीतता और वैधता में क्या संबंधहोते हैं स्पष्ट कीजिए।

10.12 निबंधात्मक प्रश्न

1 वैधता ज्ञात करने की सहसंबंधात्मकविधियों का उदाहरण सहित वर्णन कीजिए।

2 वैधता ज्ञात करने की कारकीय विश्लेषणात्मक विधियों का उदाहरण सहित स्पष्ट कीजिए।

3 वैधता ज्ञात करने की अवलोकनात्मक विधियों का वर्णन कीजिए।

10.13 संदर्भ ग्रंथ सूची

- अनिल कुमार (2008) शिक्षा के मापन मूल्याकंन एवं निर्देशन, राजस्थान नई दिल्ली
- भार्गव, महेश, भार्गव हरप्रसाद(1971) मनोवैज्ञानिक परीक्षा एवं मापन, शैक्षिक प्रकाशन आगरा।
- डी.एन. श्रीवास्तव सांख्यिकी एवं मापन- विनोद पुस्तक मंदिर, आगरा गैरिट एम.ई. (1996) मनोविज्ञान एवं शिक्षा में सांख्यिकी।
- रायजादा बी.एस. (1997) शिक्षा मे अनुसंधान के आवश्यक तत्व, राजस्थान हिन्दी ग्रन्थ अकादमी जयपुर
- गुप्ता, एस.पी. (2007) आधुनिक मापन एवं मूल्याकंन शारदा पुस्तक भवन इलाहाबाद
- भटनागर, आर.पी. (1995) शिक्षा अनुसंधान विधि एवं विश्लेषण ईगल बुक्स इंटरनेशनल मेरठ

इकाई 11

परीक्षण का मानकीकरण: अर्थ,महत्त्व एवं विशेषताएँ, प्रामाणिक प्राप्तांक के प्रकार एवं उपयोग

Standardizing tests: Meaning, Significance and Characteristics, Types and Uses of Standard Scores

इकाई की रूपरेखा

11.1 प्रस्तावना
11.2 उद्देश्य
11.3 मानकीकृत परीक्षण का अर्थ
11.4 मानकीकृत परीक्षणों की विशेषताएँ
11.5 मानकीकरण या प्रमापीकरण प्रक्रिया
11.6 मानकीकृत परीक्षणों के गुण
11.7 मानकीकृत परीक्षणों की सीमाएं
11.8 प्रतिमान अथवा प्रामाणिक प्राप्तांक का अर्थ
11.9 मूल प्राप्तांक तथा व्युत्पन्न प्राप्तांक
11.10 सिग्मा अथवा जेड प्राप्तांक
11.11 टी परिमापांक
11.12 H परिमापांक
11.13 C परिमापांक
11.14 स्टेन परिमापांक
11.15 स्टेनाइन परिमापांक
11.16 शतान्शीय परिमापांक
11.17 विचलन बुद्धि लब्धि परिमापांक
11.18 प्रतिमान प्राप्तांकों के प्रकार एवं उपयोग
11.19 सारांश
11.20 शब्दावली
11.21 निबन्धात्मक प्रश्न
11.22 सन्दर्भ ग्रन्थ सूची

11.1 प्रस्तावना

मनोवैज्ञानिकों ने वैज्ञानिक शोध के माध्यम से बौद्धिक योग्यता, व्यक्तित्व, शीलगुण, अभिवृत्तियों, रूचियों, अभिक्षमताऐं, अर्जित ज्ञान एवं कौशल, शैक्षिक उपलब्धियों आदि चरों का विस्तृत अध्ययन किया है | इन चरों के मापन के लिए बहुत सारी परीक्षणों का निर्माण करना होता है तथा इनको मानकीकृत करना होता है ताकि निष्कर्ष की वस्तुनिष्ठता बनी रहे | इस इकाई के अध्ययन के उपरान्त आप मानकीकृत परीक्षण बनाने की प्रक्रिया तथा इसके महत्व तथा विशेषताओं को समझ सकेंगे।

किसी भी मनोवैज्ञानिक परीक्षण को प्रशासित करने पर शोधकर्ता को मूल प्राप्तांक होते हैं जिसमें आत्मनिष्ठता रहती है अर्थात प्राप्त मूल प्राप्तांक प्रायः व्यक्तियों के विचारों से सम्बन्धित होते हैं जिनका अपना स्वयं में कोई अर्थ नहीं होता है या ये कोई सार्थक व्याख्या करने में सक्षम नहीं होते हैं । अतः इन मूल प्राप्तांकों का अर्थपूर्ण विवेचना तथा निष्कर्ष निकालने हेतु हमें किसी भी समूह पर प्राप्त उन प्राप्तांकों के मध्यमान, मानक विचलन, प्राप्तांकों का प्रसार तथा वितरण के स्वरूप के सम्बन्ध में जानना आवश्यक होगा। इस इकाई के अध्ययन के पश्चात आप प्रमाणित प्राप्तांक से सम्बंधित सभी तथ्यों को जान पायेंगे तथा अपने शोध में इसका उपयोग कर सकेंगे।

11.2 उद्देश्य

इस इकाई के अध्ययन के उपरांत आप-

- परीक्षण के मानकीकरण का अर्थ समझ सकेंगे |
- परीक्षण के मानकीकरण प्रक्रिया को समझ सकेंगे |
- मानकीकृत परीक्षण के महत्व को समझ सकेंगे |
- मानकीकृत परीक्षण के उपयोग को बता सकेंगे |
- मानकीकृत परीक्षण की विशेषताओं का उल्लेख कर सकेंगे |
- प्रतिमान प्राप्तांकों का अर्थ बता सकेंगे |
- प्रतिमान प्राप्तांकों के प्रकार को स्पष्ट कर सकेंगे |
- प्रतिमान प्राप्तांकों के महत्व को बता सकेंगे |
- विभिन्न प्रतिमान प्राप्तांकों में सम्बन्ध को बता सकेंगे |

11.3 मानकीकृत परीक्षण का अर्थ (Meaning of Standardized Test)

अध्यापक अपने छात्रों की शैक्षिक योग्यता का तुलनात्मक अध्ययन करने हेतु विभिन्न प्रकार की परीक्षाओं का निर्माण करता है। लेकिन, इस तुलनात्मक अध्ययन में केवल एक ही कक्षा के छात्रों की योग्यता की तुलना करना पर्याप्त नहीं बल्कि हम यहाँ तक भी देखना चाहेंगे कि एक कक्षा के छात्र दूसरी कक्षा के छात्रों से, एक आयु के छात्र दूसरी आयु समूह के छात्रों से, एक स्थान के छात्र दूसरे स्थान के छात्रों से अथवा एक विद्यालय के छात्र दूसरे विद्यालय के छात्रों की योग्यता में किस प्रकार भिन्न है अर्थात तुलनात्मक अध्ययन का स्वरूप विस्तृत होना चाहिये। अत: जिस प्रकार भार को हम ग्राम में प्रदर्शित करते हैं, लम्बाई को मीटर में प्रदर्शित करते हैं, उसी प्रकार छात्र की विभिन्न विषयों संबंधीयोग्यताओं एवं व्यक्तित्व संबंधीअनेक विशेषताओं एवं कौशलों का मूल्यांकन करने हेतु हमें एक प्रमाणिक पैमाने की आवश्यकता पड़ती है।

किसी भी प्रामाणिक पैमाने में विश्वसनीयता, वैधता, मानक, व्यापकता आदि गुणों का निहित होना अनिवार्य है, लेकिन शिक्षण कार्य में प्रयुक्त कठिनाई निर्देश बिन्दु (Reference point)को निश्चित करने की होती है। यह पैमाना भौतिक निरीक्षणों संबंधीपैमाने (Physical observation) जैसे - लम्बाई, चौड़ाई, ऊँचाई से भिन्न होता है, क्योंकि भौतिक निरीक्षण के कार्य में हमारा निर्देश बिन्दु (Referece point) परम शून्य (Absolute Zero) होता है, जबकि शिक्षण कार्य में प्रदत्त किसी भी अंक को हम निर्देश बिन्दु नहीं मान सकते। व्यक्तित्व संबंधी विभिन्न गुणों, जैसे बुद्धि, रूचि, अभियोग्यता, निष्पादन (Achievement) आदि के बारे में यह नहीं कहा जा सकता है कि ये गुण किसी व्यक्ति में बिल्कुल नहीं है अथवा वह सर्वगुण सम्पन्न है। थोड़े बहुत गुण प्रत्येक व्यक्ति में उपस्थित रहते हैं। जिस प्रकार भौतिक जगत में मापन हम परम शून्य से करते हैं उसी प्रकार शैक्षणिक मापन में भी ऐसे ही निर्देश बिन्दु से मापन प्रारम्भ करते हैं। यह निर्देश बिन्दु ही प्रमाप (Standard) कहलाता है। एक प्रकार से निर्देश बिन्दु से मापन प्रारंभ करते हैं। यह निर्देश बिन्दु ही प्रमाप (Standard) कहलाता है। एक प्रकार से निर्देश बिन्दु अध्यापक द्वारा छात्रों की उत्तर पुस्तिकाओं का मूल्यांकन करने पर प्रदत्त कच्चे मूल्यांको (Raw Scores) का मध्यांकमान होता है। यदि कोई परीक्षा एक विशाल समूह पर प्रशासित की जायेऔर उनकी उत्तर पुस्तिकाओं का मूल्यांकन करने के पश्चात प्राप्त अंकों का मध्यांकमान निकाल लिया जाये तो यह औसत या मध्यांकमान उस समूह विशेष के लिये प्रमाप कहलायेगा। दूसरे शब्दों में, प्रमाप वह निर्देश बिन्दु है जिसका संबंधविशेष ढंग से चुने हुए समूह के प्राप्तांकों के अध्ययन से होता है। विशेष ढंग से चयनित यह समूह प्रमापी समूह (Standardization Sample) कहलाता है और वह परीक्षा जिसका प्रमाप निर्धारित किया जा चुका है वह प्रमापीकृत परीक्षा (Standardized Test) कहलाती है। संक्षेप में, मानकीकृत परीक्षाओं से तात्पर्य उन परीक्षाओं से है जिनका प्रमापीकरण कर दिया गया हो अर्थात जिसके लिये सामान्य स्तर (Norms) तैयार कर लिये गये हो।

अर्थात, परीक्षण मानकीकरण से आशय ऐसी प्रक्रिया से है जिसमें विषय-वस्तु, विधि एवं निष्कर्ष सभी सम रूप से निश्चित हो तथा जिसके लिए किन्हीं निश्चित मानको को निर्धारित किया जाता है। व्यक्तियों की अभिक्षमताओं, रूचियों, योग्यताओं, प्रतिभाओं आदि का सही मूल्यांकन केवल

मानकीकृत परीक्षणों द्वारा ही सम्भव होता है। मानकीकृत परीक्षण मितव्ययता, व्यापकता, सुगमता इत्यादि से परिपूर्ण होता है। मानकीकृत परीक्षणों में वस्तुनिष्ठता, वैधता, विश्वसनीयता के गुण पाये जाते हैं।

पिन्टर के (Pinter) अनुसार - ''परीक्षण मानकीकरण प्रक्रिया के अन्तर्गत परीक्षण देने के लिए निश्चित विधियों द्वारा निष्कर्षों के विवेचन करने के लिए उपयुक्त मानको को निर्धारित किया जाता है।''

("By Standardization we mean the establishment of a certain definite method of giving a test and the establishment of adequate norms for the interpretation of the results.")

सी .वी. गुड (C.V. Good) के शब्दों में - ''एक मानकीकृत परीक्षण वह परीक्षण है जिसमें विषय वस्तु का चयन अनुभव के आधार पर किया गया हो, जिसके मानक ज्ञात हों, जिसके प्रशासन एवं मूल्यांकन की समरूप विधियों को विकसित किया गया हो तथा मूल्यांकन को वस्तुनिष्ठ विधि से किया गया हो।''

("A standardized test is that for which content has been selected and checked empirically, for which norms have been established, for which uniform methods of administration and scoring have been development and which may be scored with a relatively high degree of objectivity.")

क्रौनबेक (Cronback) के अनुसार - ''किसी मानकीकृत परीक्षण में प्रक्रिया, फलांकन, मूल्यांकन आदि सभी निश्चित होते हैं, जिससे इसका प्रयोग विभिन्न अवसरों पर किया जा सके। इसमें मानको की सारणी तथा किसी समूह के प्रतिनिधित्वकारी विद्याथियों का संभावित प्राप्तांक ज्ञात रहता है।

("In the procedure, scoring and evaluation of a standardized test everything is definite so that it may be used at different occasions. In such a test the table of norms and the possible score of the representative students of any group is known.")

11.4 मानकीकृत परीक्षणों की विशेषताएं (Characteristics of Standardized Tests)

Adams and Torgerson के अनुसार - प्रमापीकृत मापन उपकरण (Standardized Measuring Instrument) को निम्नलिखित छ: विशेषतायें होती हैं -

1 प्रतिनिधि शीलगुण /पाठ्यक्रम का मापन (To measure important common outcomes of the representative traits/courses of study.)

2 परीक्षा देने के विषय में विशिष्ट सूचनायें (Specific directions of administering the test are stated in detail.)

क) विशिष्ट शब्दों में (Specific Words)

ख) समय सीमा (Time Limit)

3 जाँचने के लिए विशिष्ट सूचनायें (Specific directions for scoring)

क) जाँचने की कुंजी (Scoring Key)

ख) कुछ न्यादर्श दिये होते हैं (Seected samples of scored answer booklets)

4 परीक्षण की परिस्थितियाँ स्पष्ट होती हैं। (Situation are specified)

क) आयु वर्ग

ख) कक्षा

ग) स्थान

5 मानक दिये होते हैं (Norms are supplied to aid in interpreting the csores)

6 परीक्षण के महत्व को बताने वाले तथ्य (Information needed for judging the value of the test is provided)

परीक्षण का निर्माण किस प्रकार हुआ, उसके क्या उद्देश्य (Purposes) हैं, किस प्रकार उसका प्रशासन हो, किस प्रकार जाँचा जाये, परिणामें की व्याख्या (Interpretation) कैसे हो, मानकी की सारणियाँ आदि एक लघु पुस्तिका में दी होती हैं। इसे Manual of Test कहते हैं। प्रमापीकृत परीक्षण में इसका होना भी अनिवार्य है।

11.5 मानकीकरण अथवा प्रमापीकरण प्रक्रिया (The Standardization Procedure)

परीक्षणों के प्रमाणीकरण प्रक्रिया के प्रमुख सोपान निम्न प्रकार हैं -

1 परीक्षा के अभिप्राय निर्धारित करना (Determining purposes of the test).

2 उपयुक्त पाठ्यक्रम तथा उद्देश्यों का विश्लेषण करना (Analysis of objectives and contents).

3 प्रश्नों की रचना (Consruction of test items).

4 परीक्षा का प्रारंभिक प्रारूप तैयार करना (Preparation of Preliminary draft).

5 प्रश्नों का चयन (Selection of test items).

6 प्रश्नों की वैधता निश्चित करना (Establishing validity of test items).

7 समानान्तर परीक्षा प्रारूप तैयार करना (Preparation of parallel form of the test).

8 मानक निर्धारण (Determining test norms).

9 परीक्षा का अन्तिम प्रारूप (Final form of the test).

10 परीक्षण सामग्री छपाई (Printing test material).

यद्यपि किसी भी परीक्षा के प्रमापीकरण की प्रक्रिया उसी प्रकार होती है, जिस प्रकार वस्तुनिष्ठ परीक्षा के निर्माण में प्रयुक्त सोपान, फिर भी प्रमापीकरण परीक्षाओं के निर्माण के लिए परीक्षा की तैयारी, पाठ्य-वस्तु का चयन एवं विश्लेषण, प्रश्नों की रचना आदि अधिक सावधानीपूर्वक की जाती है। विषय-वस्तु के आलोचनात्मक विश्लेषण एवं प्रश्नों के निर्माण में यह भली भांति देख लिया जाता है कि ये विश्वसनीय (Reliable), वैध (Valid), वस्तुनिष्ठ (Objective) ,विभेदकारी (Discriminating) तथा उपयोगी (Usable) हैं अथवा नहीं। अध्यापक निर्मित परीक्षाओं में प्रश्न पत्र एवं परीक्षाफल का उतनी कठिन सांख्यिकीय विश्लेषण (Statistical Analysis) नहीं किया जाता जितना कि प्रमापीकृत परीक्षाओं के निर्माण में किया जाता है।

उपरोक्त सोपानों के अन्तर्गत परीक्षा के प्रमापीकरण की प्रक्रिया इस प्रकार की जाती है।

1 परीक्षण को अनुचित प्रयोग से बचाने के लिए यह आवश्यक है कि सर्वप्रथम परीक्षण से अभिप्राय (Purposes) निश्चित कर लिए जायें |

अभिप्राय (Purposes) उद्देश्यों (Objective) से भिन्न हैं। उद्देश्यों का संबंध पाठ्य-वस्तु से होता है जबकि अभिप्राय का अर्थ परीक्षण के प्रयोग से संबंधित है, यथा परीक्षण चयन (Selection Test) के लिये है या निदान के लिये (Diagonostic Test) अथवा कक्षोन्नति (Promotion) के लिए है। चयन परीक्षण की पाठ्य-वस्तु कठिन होगी क्योंकि हमे श्रेष्ठ 5 प्रतिशत की तुलना करनी होगी, जबकि निदानात्मक परीक्षण में किसी एक इकाई पाठ्य-वस्तु के प्रत्येक शिक्षण बिन्दु पर अनेक विश्लेषणात्मक प्रश्न और कक्षोन्नति परीक्षण में समस्त पाठ्यक्रम को चुना जाता है।

2 उपयुक्त पाठ्यक्रम तथा उद्देश्यों का विश्लेषण |

(क) उपयुक्त पाठ्यक्रम निर्धारित करना (Selectiong Appropriate Content) – परीक्षा संबंधी उद्देश्य निश्चित कर लेने के पश्चात परीक्षण निर्माता उपयुक्त पाठ्यक्रम का चयन करता है जिसके आधार पर वह परीक्षा का निर्माण कर सके एवं उन सभी उद्देश्यों की प्राप्ति कर सके जो उसने पूर्व निश्चित किये हैं। परीक्षण निर्माता का एक मात्र उद्देश्य उपयुक्त पाठ्यक्रम चयन की दृष्टि से यह होना चाहिये कि जिस विषय सामग्री का समावेश वह करना चाहता है वह अधिक से अधिक वैध (Valid) बन सके। अंकगणित, बीजगणित तथा रेखागणित आदि विषयों मे मानकीकृत परीक्षाओं का निर्माण अधिक आसानी से किया जा सकता है, क्योकि उनके शिक्षण के सामान्य अथवा विशिष्ट उद्देश्यों के विषय में कभी दो मत नहीं हो सकते। जिन विषयों में मात्र तथ्यों पर अधिक महत्व दिया जाता है उन विषयों में मानकीकृत परीक्षाओं का निर्माण आसानी से किया जा सकता है, लेकिन जिन विषयों के ज्ञान के अंश, दक्षतायें एवं परिणाम जिस सीमा तक अनिश्चित होते हैं उनमें प्रमापीकृत परीक्षाओं का निर्माण उतना ही कठिन हो जाता है क्योंकि उनका तन्मापीकरण (Validation) वैसा ही दुरूह एवं जटिल बन जाता है। परीक्षा के लिए चयनित पाठ्यक्रम

सामान्य प्रकृति का ही होना चाहिये, किसी विद्यालय अथवा प्रदेश विशेष के लिए नहीं, क्योंकि प्रमापीकृत परीक्षाएँ कहीं भी प्रयोग में लायी जा सकती हैं।

(ख) उद्देश्य निर्धारित करना (Determining Objectives) – किसी भी परीक्षा का निर्माण करने से पूर्व परीक्षण निर्माता का सबसे प्रमुखा उद्देश्य परीक्षा निर्माण का उद्देश्य निश्चित करना होता है ताकि उसी के अनुरूप उपयुक्त पाठ्यक्रम का चयन किया जा सके तथा प्रश्नों का निर्माण भी किया जा सके। उदाहरण के तौर पर यदि हम गणित में किसी परीक्षण का निर्माण करना चाहते हैं तो हमारे दो प्रमुख उद्देश्य हो सकते हैं - प्रथम, विद्यार्थी की तर्क शक्ति, निरीक्षण शक्ति, विचार शक्ति आदि का मापन अथवा विषय संबंधी अन्य कौशलों का ज्ञात तथा द्वितीय, गणित के मूल प्रत्ययों (Basic Fundamentals) संबंधी तथ्यों का ज्ञान। इसी प्रकार, विभिन्न विषयों के लिए अलग अलग उद्देश्य निर्धारित किये जा सकते हैं तथा परीक्षण निष्पत्ति के मापन (Achievement Test) हेतु अथवा निदान (Diagnostic Test) हेतु है, यह भी स्पष्ट होना चाहिए।

(ग) चयनित विषय-वस्तु का आलोचनात्मक विश्लेषण (Critical Analysis of the subject matter to be tested) - यह देखने के लिये कि चयनित पाठ्य-वस्तु उस कक्षा विशेष अथवा आयु समूह के छात्रों की दृष्टि से उपयुक्त है या नही जिनके लिए उस परीक्षा का निर्माण किया गया है, पाठ्य-वस्तु की वैधता स्थापित की जाती है। एक अध्यापक उन छात्रों की योग्यता का मापन तो आसानी से कर सकता है जिनको वह पढ़ाता है, लेकिन प्रमापीकृत परीक्षा का निर्माण करने वाला न तो यह जानता है कि जिन बालकों की योग्यता का मापन वह करना चाहता है उनके अध्यापको ने किन किन उद्देश्यों को लेकर उनका अध्यापन प्रारंभ किया था और न ही यह जानता है कि किस विद्यालय मे किस उप-विषय पर कितना समय दिया गया है। यहाँ यह कहने में तनिक भी संदेह नहीं कि यदि अध्यापक अपनी परीक्षा को वैध बनाना चाहता है तो उसे उन उद्देश्यो तथा महत्वपूर्ण उप-विषयों का ज्ञान होना ही चाहिये, लेकिन वह अपनी परिसीमाओं को ध्यान में रखकर विषय वस्तु के क्षेत्र का चुनाव उस कक्षा में पढ़ाई जाने वाली पुस्तको, अध्यापको द्वारा बनाये गये प्रश्न पत्रों एवं शिक्षा परिषदों द्वारा निर्धारित पाठ्यक्रमों का विश्लेषण करने के पश्चात ही करता है। यदि भाग्यवश विषय ऐसा हुआ जिसके उद्देश्यों एवं शिक्षण परिमाणों का विषय ऐसा हुआ जिसके उद्देश्यो एव शिक्षण परिणामों पर विषय के अधिकांश अध्यापक सहमत हों तो उस विषय वस्तु का चुनाव अपेक्षाकृत सरल हो जाता है। चयनित पाठ्य वस्तु का चुनाव अपेक्षाकृत सरल हो जाता है। चयनित पाठ्य वस्तु की वैधता तीन प्रकार की होती है -(a) पाठ्यक्रम की वैधता (b) सांख्यिकीय वैधता तथा (C) मनोवैज्ञानिक एवं तर्कसंगत वैधता। पाठ्यक्रम एवं तर्कसंगत वैधता। पाठ्यक्रम वैधता के अन्तर्गत यह देखा जाता है कि जिस कक्षा विशेष के पाठ्यक्रम उपलब्ध न हो तो उस विषय के विशेषज्ञों अथवा विषय समिति की रिपोर्ट को सहारा लिया जा सकता है। सांख्यिकीय वैधता के अन्तर्गत परीक्षार्थी के दो विषयो में प्राप्त अंकों के मध्य सह संबंधनिकाला जाता है। इसके दो उपाय हैं - प्रथम, परीक्षार्थियों द्वारा अपने विद्यालय मे उस विषय में प्राप्त अंकों के साथ सह-संबंधज्ञात करके तथा द्वितीय, विद्यालय में प्राप्त अंकों के उपलब्ध न होने पर उस विषय के विशेषज्ञों द्वारा

प्रदान किये गये अंकों के साथ सह-सबंध ज्ञात करके। तीसरी स्थिति में अर्थात, जब न तो उस विषय के लिये पाठ्यक्रम उपलब्ध हो और न ही उस विषय में विद्यालय में प्राप्त अंक उपलब्ध हो तब परीक्षा की पाठ्य वस्तु की वैधता तर्क-वितर्क एवं मनोवैज्ञानिक ढंग से जांची जाती है और यह देखा जाता है कि पाठ्य वस्तु एवं उसका कठिनाई स्तर छात्रों की आयु एवं कक्षा स्तर के अनुकूल है अथवा नहीं।

3 **प्रश्नों की रचना (Construction of Test-Items)** – परीक्षा के प्रश्नों की रचना करते समय यह ध्यान में रखना चाहिये कि प्रश्न पूरे पाठ्यक्रम का प्रतिनिधित्व करें। साथ ही, प्रश्नों में वे सभी विशेषताएं भी होनी चाहिये जो एक अच्छे प्रश्न में होती हैं । प्रश्न की सबसे प्रमुख विशेषता उसका वस्तुनिष्ठ एवं विभेदकारी होना माना जाता है । इसके अतिरिक्त प्रश्नों की रचना करते समय निम्न बातों को भी ध्यान में रखना चाहिये -

(a) प्रश्नों के विभिन्न रूपों का समावेश किया जाये
(b) प्रश्न पत्र के प्रारम्भिक रूप से प्रश्नों की संख्या पर्याप्त रखी जाये क्योंकि बाद में बहुत से प्रश्न कठिनाई स्तर एवं वैधता की दृष्टि से उचित न पाये जाने पर प्रश्न पत्र में से निकाल दिये जाते हैं ।
(c) प्रश्नों की भाषा सरल, संक्षिप्त एवं स्पष्ट होनी चाहिये। परीक्षार्थी को व्यर्थ में उलझाने का प्रयास न किया जाये ।
(d) ऐसे प्रश्नों को न रखा जाये जिनका उत्तर अनुमान से दिये जाने की संभावना हो ।
(e) प्रश्नों का स्वरूप इस प्रकार निश्चित किया जाये ताकि छात्र विशेष व्यक्तिगत तौर पर लाभ न उठा सके ।
(f) परीक्षा के अन्तिम प्रारूप में प्रश्नों की संख्या न तो बहुत अधिक रखी जाये और न ही बहुत कम। प्रश्नों की संख्या कम रखने से परीक्षा की विश्वसनीयता प्रभावित होती है और अधिक रखने से छात्र को उबाऊ प्रतीत होती है ।
(g) परीक्षा में प्रत्यास्मरण (Eecall) तथा पूर्ति (Completion) प्रश्नों की विशेष स्थान न दिया जाये, क्योंकि उनके उत्तर छात्र किसी भी प्रकार दे सकता है ।
(h) प्रश्नों में 'सदैव' , 'कभी नहीं' आदि शब्दों का प्रयोग यथा संभव न किया जाये, क्योंकि ये Specific Determiners प्रश्न को कम विश्वसनीय बना देते हैं ।
(i) प्रश्नों में किसी प्रकार का संदेह, व्याकरण संबंधीत्रृटि अथवा वाक्यों की अपूर्णता अक्षम्य मानी जाती जाये ।

4 **परीक्षण का प्रारम्भिक प्रारूप (Preliminary Form of the Test) -** प्रश्नो को प्रश्न पत्र के रूप में लिखकर उसे परीक्षण का रूप दिया जाता है । परीक्षार्थियों को निर्देश, परीक्षण की कुंजी आदि को तयार किया जाता है । अब यह परीक्षक प्रारंभिक Try-out के लिए तैयार है ।

5 **प्रश्नों का चयन (Selection of test Items) -** परीक्षा का प्रारंभिक प्रारूप (First Try out) तैयार हो जाने पर इस परीक्षा को प्रश्नो की छंटनी करने के लिए विद्यार्थियों के एक प्रतिनिधात्मक समूह (Representative sample) अथवा एक विशाल समूह पर प्रशासित किया जाता है । इस प्रारूप में यह निश्चित किया जाता है कि कौन से प्रश्न विभेदकारी हैं,

कौन से नहीं, संपूर्ण परीक्षा कहां तक विश्वसनीय? वैध, प्रयोज्य, व्यापक अथवा वस्तुनिष्ठ है । परीक्षा लेने के बाद परीक्षार्थियों की उत्तर-पुस्तिकाओं का मूल्यांकन किया जाता है तथा उनमें से उन प्रश्नों का छांट लिया जाता है जिन्हें 75 प्रतिशत या उससे अधिक परीक्षार्थियों ने सही हल किया है तथा जिन्हें 25 प्रतिशत भी हल नहीं कर पाये हैं । 75 प्रतिशत या उससे अधिक परीक्षार्थियों ने सही हल किया है तथा जिन्हें 25 प्रतिशत परीक्षार्थी भी हल नही कर पाये हैं,। 75 प्रतिशत वाले प्रश्न अत्यन्त सरल तथा 25 प्रतिशत वाले प्रश्न अत्यन्त कठिन समझे जाते हैं । इनके अतिरिक्त, शेष प्रश्नों को सरल से कठिन के क्रम में व्यवस्थित कर लिया जाता है ।

6 **प्रश्नों की वैधता निश्चित करना (Establishing Vailidity of Test-Items)** – प्रश्न की वैधता की जांच करने के लिए प्रश्न को तीन कसोटियां, यथा वस्तुनिष्ठता, कठिनाई - स्तर एवं विभेदकारिता पर परखा जाता है । वस्तुनिष्ठता की दृष्टि से प्रश्न में निम्न तीन गुण निहित होने चाहियें -

(a) प्रश्न का केवल एक ही उत्तर ठीक होना चाहिये

(b) प्रश्न का उत्तर प्रश्न में ही निहित नहीं होना चाहिये ।

(c) प्रश्न की भाषा सरल, संक्षिप्त एवं स्पष्ट होनी परीक्षार्थी व्यर्थ में उलझन में न पड़े। आयु समूह के मानसिक स्तर के अनुकूल हो । कहने का तात्पर्य यह है कि प्रश्न न तो बहुत सरल ही हो और न ही बहुत कठिन। विभेदकारिता की दृष्टि से प्रश्न इस प्रकार के होने चाहियें कि वे योग्य और अयोग्य बालक उन्हीं प्रश्नों का ठीक उत्तर न पायें। जिन प्रश्नों में उपरोक्त गुणों का अभाव होता है उन्हें परीक्षा से निकालन दिया जाता है अथवा उचित संशोधित या परिवर्तन कर दिया जाता है । बचे हुए प्रश्नों को फिर से क्रम में लिख लिया जाता है । अन्त में, जो संशोधित स्वरूप प्राप्त होता है वही प्रामाणिक परीक्षा कहलाती है ।

7 समानान्तर परीक्षा प्रारूप तैयार करना (Preparation of the Parallel Form of the Test) –

प्राय: सभी प्रमापीकृत परीक्षणों का एक समानान्तर प्रारूप भी तैयार किया जाता है जो आकार, रूप, कठिनाई स्तर एवं अन्य दृष्टियों से परीक्षण के मूल रूप के समरूप होता है । ऐसा इस उद्देश्य से किया जाता है कि यदि परीक्षार्थियों की पुन: परीक्षा लेने की आवश्यकता पड़े तो इस दूसरे समानान्तर प्रारूप का प्रयोग किया जा सके । एक ही परीक्षा का दो बार प्रशासित किया जाना मनोवैज्ञानिक दृष्टि से उचित प्रतीत नहीं होता। चूंकि, परीक्षा के मूल प्रारूप को तैयार करने में, इस दृष्टि से सुविधा हेतु परीक्षा के मूल रूप को ही दो भागों में विभक्त (Split) कर लिया जाता है । इस कार्य के लिए जो सिद्धान्त प्रयोग में लाया जाता है उसके अनुसार सम्पूर्ण परीक्षा के मूल प्रारूप को तैयार करने में, इस दृष्टि से सुविधा हेतु परीक्षा के मूल रूप को ही दो भागों में विभक्त (Split) कर लिया जाता है । इस कार्य के लिए जो सिद्धान्त प्रयोग में लाया जाता है उसके अनुसार सम्पूर्ण परीक्षा के सम प्रश्नों (Even Number Itemss) जैसे 2, 4, 6, 8 आदि को मूल प्रारूप या प्रथम प्रारूप तथा विषम प्रश्नों (Odd Number Items) जैसे 1,3,5,7 आदि को

परीक्षा के समानान्तर प्रारूप या द्वितीय प्रारूप में रख दिया जाता है। इस प्रकार परीक्षा के दोनों प्रारूप में एक ही कठिनाई स्तर के प्रश्न आ जायेंगे तथा उनका कठिनाई क्रम भी बना रहेगा।

8 मानक निर्धारण (Determining Test Norms) – जैसा कि प्रमाणीकरण की परिभाषा से स्पष्ट है कि एक प्रमापीकृत परीक्षा वह होती हे जिसके मानक निश्चित कर लिये जाते हों, इस दृष्टि से परीक्षा के प्रमापीकरण हेतु मुख्य मानक जैसे, आयु मानक (Age Norms), ग्रेड मानक (Grade Norms) तथा शतांशीय मानक (Percentile Norms) तैयार कर लिये जाते हैं। इन मानको के अतिरिक्त कभी कभी प्रमाणिक मानक (Standard Norms) स्थापित करने की भी आवश्यकता पड़ जाती है। प्रमाणीकृत परीक्षाओं में आयु मानक तथा उपलब्धि परीक्षणों (Achievement Test) में ग्रेड मानक तथा शतांशीय मानक तैयार किये जाते हैं। मानक तैयार करने के लिए किसी कक्षा विशेष अथवा आयु समूह के लिए एक परीक्षा की जाती है, फिर इस परीक्षा को उस कक्षा के समस्त विद्यार्थियों पर प्रशासित करके विद्यार्थियों द्वारा प्राप्त अंकों का मध्यमान ज्ञात कर लिया जाता है। यह मध्यांकमान ही उस कक्षा विशेष या आयु समूह के लिए सामान्य स्तर से या मानक मान लिया जाता है। अब यदि कोई छात्र इस सामान्य स्तर से अधिक अंग प्राप्त करता है तो हम उसे बुद्धिमान कहेंगे और यदि वह इस सामान्य स्तर से कम अंक प्राप्त करता है तो हम उसे मन्द बुद्धि छात्र कहेंगे। मानक एक प्रकार की तालिका होती है जिसमें एक ओर आयु के अनुसार प्राप्त अंक तथा दूसरी ओर उन प्राप्त अंकों से संबंधितबुद्धि लब्धि अथवा साफल्य आयु दी रहती है। अब, जब कभी हमें किसी बालक की बुद्धि अथवा योग्यता की परीक्षा करनी होती है तो उसे तत्संबंधितबुद्धि अथवा साफल्य परीक्षा दे दी जाती है और उसके द्वारा प्राप्त अंकों को इन मानको की सहायता से बुद्धि लब्धि अथवा साफल्य आयु आदि में बदल लिया जाता है। आजकल शतांशीय मानक (Percentile Norms) तैयार करना अधिक उपयुक्त समझा जाता है, क्योंकि इन मानको से यह आसानी से ज्ञात हो जाता है कि अमुक परीक्षार्थी की समूह में क्या स्थिति है।

9 परीक्षा का अन्तिम प्रारूप (Final Form of the Test) – परीक्षा को अन्तिम प्रारूप दिये जाने के बाद सम्पूर्ण परीक्षा की एक बार पुन: वैधता एवं विश्वसनीयता ज्ञात की जाती है। परीक्षा की वैधता किसी उपयुक्त कसौटी (Criterion) के आधार पर स्थापित की जाती है तथा विश्वसनीयता ज्ञात करने के लिए निम्न प्रविधियों का प्रयोग किया जाता है -

(a) परीक्षण पुनपरीक्षण विधि (Test-Retest Method)
(b) अर्द्ध विच्छेद विधि (Split-half Method)
(c) समानान्तर प्रारूप विधि (Parallel Form Method)
(d) कूडर-रिचर्डसन फार्मूला (K-R Formula)

10 परीक्षण सामग्री (Printing Test Material) - परीक्षण का अन्ति रूप निश्चित हो जाने पर समस्त संबंधितसामग्री छपवा ली जाती है। परीक्षण का विस्तृत ब्यौरा परीक्षण मैनुअल (Test=Manual)के रूप में प्रस्तुत किया जाता है। यह मैनुअल प्रत्येक प्रमाणिक परीक्षण का एक अभिन्न् तथा आवश्यक अंग समझा जाता है। इसके अन्तर्गत परीक्षा पुस्तिका की छपाई, मुख्य पृष्ठ पर आवश्यक निर्देश, परीक्षा की प्रकृति, उत्तर देने का ढंग, परीक्षा के लिए निर्धारित समय, फलांकन कुंजी, परीक्षक के लिये निर्देश पुस्तिका (परीक्षा

किस प्रकार लेनी है, परीक्षार्थियों को क्या क्या निर्देश देने हैं परीक्षा में क्या क्या सावधानियां बरतनी है, परीक्षा का मूल्यांकन किस प्रकार करना है, परीक्षाफल की व्याख्या किन प्रकार करनी आदि) तथा मानक आदि सम्मिलित किये जाते हैं। मानको को अलग से या निर्देश पुस्तिका में छपवा दिया जाता है।

11.6 मानकीकृत परीक्षणों के गुण (Merits of Standardized Tests)

मानकीकृत परीक्षाओं के प्रमुख गुण निम्न है -

- तुलनात्मक अध्ययन में इन परीक्षाओं का सफलतापूर्वक प्रयोग किया जाता है।
- ये परीक्षाएं छात्र का शैक्षिक एवं व्यावसायिक मार्ग दर्शन करने में सहायक होती है।
- इन परीक्षाओं के माध्यम से छात्र को अपनी कमजोरियों एवं क्षमताओं का आभास आसानी से हो जाता है।
- इन परीक्षाओं के आधार पर किसी छात्र की विभिन्न विषयों की उपलब्धियों में सह-संबंधस्थापित किया जा सकता है।
- ये परीक्षाएं विद्यार्थियों का वर्गीकरण करने मे सहायक होती है।
- ये परीक्षाएं कक्षा संबंधीविभिन्न समस्याओं के हल करने में अथवा विद्यार्थियों के बारे में जानकारी प्राप्त करने में अध्यापक की सहायता करती है।
- ये परीक्षाएं छात्र के व्यक्तित्व का पूर्ण रूप से परीक्षण करती है।
- ये परीक्षाएं विभिन्न विद्यालयों में पढने वालने विद्यार्थियों अथवा एक ही कक्षा में पढने वाले लड़के एवं लड़कियों की बुद्धि अथवा योग्यता में विभेद करने में सहायक होती है।
- इन परीक्षाओं की सबसे प्रमुख विशेषता यह है कि इन्हें कही भी किसी भी समय प्रशासित किया जा सकता है तथा प्राप्त परिणामों की विश्वसनीयता बनी रहती है।

11.7 मानकीकृत परीक्षणों की सीमाएं (Limitations of Standardized Tests)

उपरोक्त गुणों के होने के साथ साथ मानकीकृत परीक्षाओं की अपनी कुछ सीमाएं भी हैं, जो इस प्रकार हैं-

- इन परीक्षाओं में विषय का एक निश्चित क्षेत्र ही समाविष्ट किया जाता है। अत: इनके दिये जाने पर छात्र का अध्ययन पाठ्यक्रम के कुछ ही अंशों तक सीमित हो जाता है।
- ये परीक्षाएं उन प्राप्य उद्देश्यों का मापन नहीं करती जिनका मापन एक अध्यापक करना चाहता है।

- शैक्षिक मापन के अनेक क्षेत्रों में प्रमापीकृत परीक्षाएं तैयार करना इतना आसान नही हैं। उदाहरणार्थ - प्रमापीकृत बुद्धि परीक्षाएं तैयार करने के लिए प्रशिक्षण एवं अनुभव की आवश्यकता होती है। जो न तो साधारण अध्यापक के ही पास होता है और न ही मनोमीतिज्ञ (Psychometrician) के पास।
- ये परीक्षाएं किसी स्थान विशेष, प्रदेश अथवा विद्यालय विशेष में निर्धारित और पढाए गये पाठ्यक्रम पर आधारित नहीं होती, फलत: उस पाठ्यक्रम की योग्यता का मूल्यांकन भली प्रकार नहीं कर सकती।
- इन परीक्षाओं में प्राय: समानान्तर परीक्षा प्रारूप का अभाव रहता है।
- ये परीक्षाएं धन, समय एवं परिश्रम की दृष्टि से सुविधाजनक नहीं हैं, साथ ही, इनकी वैधता एवं विश्वसनीयता के बारे में भी हम अधिक आश्वस्त नहीं रहते।
- इन परीक्षाओं द्वारा पाठ्यक्रम में योग्यता के आधार पर छात्र को कक्षोन्नति नहीं दी जा सकती।
- ये परीक्षाएं छपाई की दृष्टि सेअत्यन्त महंगी है।

11.8 प्रतिमान अथवा प्रामाणिक प्राप्तांक का अर्थ (Meaning of Standard Score)

परीक्षाओं का उद्देश्य यह होता है कि उन पर प्राप्त अंकों के आधार पर परीक्षार्थियों की परस्पर तुलना की जा सके। सामान्यत: विद्यार्थी की विभिन्न विषयों में परीक्षा ली जाती है जिसके अन्तर्गत उसे अंक प्रदान किये जाते हैं। फिर प्रदत्त अंकों को जोड़कर विद्यार्थी का समूह विशेष स्थान निर्धारित किया जाता है कि कौन सा विद्यार्थी समूह में सबसे अधिक योग्यता रखता है और कौन सा विद्यार्थी सबसे कम। इस प्रकार का तुलनात्मक प्रक्रिया तथा ऐसे निर्णय कुछ मुख्य बिन्दुओं पर निर्भर करते हैं। प्रथम तो यह कि जिन मापक परीक्षाओं का प्रयोग किया जाय उनकी मापक इकाइयाँ (Units of scale) समान होनी चाहियें। उदाहरणार्थ, एक फुट का पैमाना जो छोटी छोटी इंचों (इकाइयों) में विभक्त हैं, उसी स्थिति में किसी वस्तु का मापन सही सही कर पायेगा यदि इस पैमाने के इंच समान है। परीक्षण की दृष्टि से इसी तथ्य को दूसरे शब्दों में हम यूं कह सकते हैं कि मानसिक परीक्षाओं के प्रश्नों का कठिनाई स्तर (Difficulty Level) एक समान होना चाहिए अर्थात प्रश्न 1 व 2 में जो अन्तर हैं, वही कठिनाई अन्तर प्रश्न 2 व 3 में भी होना चाहिए। इसी प्रकार जो कठिनाई अन्तर प्रश्न 5 व 6 में हैं, वही अन्तर प्रश्न 6 व 7 में होना चाहिये। दूसरे दोनों परीक्षाएं समरूप हो। यदि किसी एक विषय में विद्यार्थियों के समूहों को कोई दो भिन्न परीक्षाएं दी गई हैं तो तुलना की दृष्टि से यह आवश्यक है कि दोनों परीक्षाएं समरूप (parallel forms) हों। प्राय: ऐसा होना कठिन ही होता है। यदि दोनों परीक्षाएं एक दूसरे बहुत भिन्न हैं तो दोनों समूहों की तुलना करनी असंभव होगी। जैसे यदि गणित की एक परीक्षा बहुत सरल तथा दूसरी बहुत कठिन है तो इनके आधार पर हम यह नही निश्चिय कर सकते हैं कि कौन सा समूह अधिक योग्यता रखता है। यदि एक समूह दूसरे से अधिक योग्यता रखता है और उसको कठिन परीक्षा दी जाती है तो ऐसी स्थिति में निश्चित ही इस समूह के प्राप्तांक दूसरे कम योग्यता वाले समूह से कम होंगे। अत: इस प्रकार की तुलना अर्थहीन समझी

जायेगी। तीसरे, परीक्षको के मूल्यांकन के मानदंड (norms) भी समान होने चाहिये। प्राय: लिखित परीक्षाओं में ऐसा होता है कि विभिन्न परीक्षको के मूल्यांकन तथा निर्णय (Judgements) के मानदण्ड अलग अलग होते हैं। अत: दो ऐसे विद्यार्थी समूह की तुलना नहीं की जा सकती जिनकी परीक्षाओ का मूल्यांकन भिन्न भिन्न परीक्षको ने किया है।

11.9 मूल प्राप्तांक तथा व्युत्पन्न प्राप्तांक (Raw Scores and Derived Scores)

मूल प्राप्तांक अपने में अर्थहीन होते हैं। उनकी कोई उपयोगिता नहीं होती। साधारणतया: एक परीक्षा द्वारा प्राप्त परिमापांक की दूसरी परीक्षा द्वारा प्राप्त परिमापांक से तुलना नहीं की जा सकती। उदाहरणार्थ, एक विद्यार्थी की स्टेनफोर्ड बिने परीक्षा द्वारा I.Q. 120 है और प्रोग्रेसिव मैट्रिसेज द्वारा प्राप्त परिमापांक 85 है तो यह नहीं कहा जा सकता कि किसमें उसकी बुद्धि प्रखर है, क्योकि दोनों परीक्षाओं की मापन इकाइयां भिन्न हैं। इसी प्रकार, हम उपरोक्त दोनों प्राप्त परिमापांको (obtained scores) की जोड़ भी नहीं सकते। यह समस्या ठीक वैसी ही है, जैसी गणित में 3/4, 2/3, 1/5 को जोड़ने की, जिनको बिना सबका हर समान किये सीधे नही जोड़ा जा सकता। सबका हर कर लेने पर उनको इन परिवर्तित अथवा व्युत्पन्न भिन्नों 45/60, 40/60, 12/60 के रूप में लिखा जा सकता है। ऐसा कर लेने पर फिर उनको सीधे जोड़ा नहीं जा सकता है और उनकी परस्पर तुलना भी की जा सकती है। ऐसे ही समान हर (common denominator) की आवश्यकता मानसिक परीक्षाओं के परिमापांको की तुलना करने तथा उनको परस्पर जोड़ने में भी पड़ती है। अत: ''व्युत्पन्न परिमापांक किसी व्यक्ति के कार्य संपादन का संख्यात्मक वितरण है, जो सामान्यक पर आधारित होता है।'' किसी समूह विशेष के कार्य सम्पादक का संख्यात्मक विवरण ही उसके सामान्यक होते हैं जिनको कई ढंगों में व्यक्त किया जाता है। इस प्रकार, व्युत्पन्न परिमापांक इस बात की ओर संकेत करता है कि सम्पूर्ण समूह में किसी व्यक्ति की क्या स्थिति (position) है।

व्युत्पन्न परिमापांको की क्रिया को सांख्यिकी में अनुमापन (Scaling) अथवा परिमापांको का रूपान्तर (transformation of scores) भी कहा जाता है। फर्ग्यूसन के अनुसा, ''परिमापांको का रूपान्तरण संख्यात्मक निरीक्षण फलों की राशियों में ऐसा क्रमबद्ध परिवर्तन कर देना है कि जिससे उनकी कुछ विशेषताओं में परिवर्तन हो जाता है तथा कुछ अपरिवर्तित रहती है।''"A transformation is any systematic alteration in a set of observations whereby certain characteristics of the set are changed and other characteristics remain unchanged."

इस संबंध में अनुमापन (Scaling) अथवा परिमापांको के रूपान्तरण को प्रामाणिक/प्रतिमान/व्युत्पन्न अंक में व्यक्त किया जाता है जिनके मुख्यत : निम्नलिखित प्रकार हैं –

11.10 सिगमा या जैड प्राप्तांक (Sigma or Z- Scores)

ये परिमापांक मौलिक परिमापाकों (original scores) को सिग्मा अनुपात (σ Scale) की इकाइयों में परिवर्तित कर देने पर प्राप्त होते हैं। सिग्मा स्केल का औसत (Mean) सदैव शून्य होता है तथा वह

स्केल के ठीक बीच में स्थित रहता है। वह शून्य (Zero) ही स्केल की इकाइयों का सन्दर्भ बिन्दु (point of reference) होता है। इसके ऊपर नीचे दोनों और σ इकाइयाँ रहती हैं जो नीचे ऋणात्मक (negative) तथा ऊपर धनात्मक (positive) चिन्हों द्वारा व्यक्त की जाती हैं। सम्पूर्ण स्केल की लम्बाई $\pm 3\ \sigma$ सदैव जिसकी दूरी को मानक विचलन तथा इसे (unity) अर्थात 1.0 में व्यक्त किया जाता है। अग्र के चित्र से यह स्पष्ट हो जायेगा -

---

$3\sigma \quad 2\sigma \quad -1\sigma \quad 0 \quad +1\sigma \quad +2\sigma \quad +3\sigma$

Mean

σ अंक (σ scores) को Z परिमापांक (Z-scores) अथवा संक्षिप्त परिमापांक (reduced scores) भी कहते हैं। Z परिमापांक वितरण के मानक विचलन (SD) के आधार पर मध्यमान से व्यक्ति किसी वितरण के मध्यमान से कितने मानक विचलन (SD) की दूरी पर स्थित है। Z प्राप्तांक ज्ञात करने के लिये निम्न सूत्र का प्रयोग किया जाता है -

$$Z = \frac{X - M}{\sigma}$$

जहां

X = मूल प्राप्तांक

M = मूल प्राप्तांक का मध्यमान

σ = मूल प्राप्तांक का मानक विचलन

उदाहरणार्थ, मान लिजिये मीनू को गणित की 8 वीं कक्षा की परीक्षा में 55 अंक प्राप्त होते हैं और विद्यार्थियों के पूरे समूह अथवा कक्षा का मानक विचलन (SD) 10 है तथ औसत 40 है तो σ स्केल के अनुसार स्केल पर उसकी स्थिति औसत से $Z = \frac{X-M}{\sigma} = \frac{55-40}{10} = Z = \frac{X-M}{\sigma} = \frac{15}{10} = 1.5\sigma$ ऊपर होगी, अर्थात वह मध्य स्थिति से 1.5 σ की दूरी पर दायें स्थित है। इसी प्रकार, मोहिनी को गणित की किसी दूसरे स्कूल की 8 वीं कक्षा की परीक्षा में 65 अंक प्राप्त होते हैं, जबकि उस स्कूल की पूरी कक्षा के प्राप्तांकों का औसत 50 तथा (SD) 15 है। देखने पर लगता है कि माहिनी के प्राप्तांक मीनू के प्राप्तांकों से अधिक है, लेकिन मोहिनी को गणित का परिमापांक 65-50/15 = 1 σ अर्थात मोहिनी मध्य स्थिति से मात्र 1 σ की दूरी पर दायें स्थित है। अत: मीनू की गणितीय योग्यता मोहिनी से अधिक अच्छी है।

परिभाषा के रूप में, सिग्मा प्राप्तांक को जेम्स ड्रेवर (James Drever) के शब्दों में इस प्रकार व्यक्त किया जा सकता है -"Z प्राप्तांक σ के रूप में व्यक्ति का वह प्राप्तांक है जहां मूल प्राप्तांक में से

मध्यमान को घटाकर व्यक्ति का विचलन प्राप्तांक ज्ञात कर लिया जाता है एवं फिर मानक विचलन (SD) से उस विचलन प्राप्तांक को भाग देकर Z प्राप्तांक या σ प्राप्तांक ज्ञात कर लिया जाता है। (Sigma score in terms of sigma is that deviation from the mean divided by σ with sign plus or minus according as it is above or below the mean) इसी तथ्य को नुनली (Nunnally) महोदय इस प्रकार व्यक्त करते हैं - ''व्यावहारिक उद्देश्यों के लिये यह बहुधा उपयोगी होता है कि परीक्षक प्राप्तांकों को Z प्राप्तांकों में रूपान्तरित कर व्यक्त करें।'' (Fore practical purposes it is usually advantageous that the test scores may be expressed in converting Z-scores)

11.11 टी -परिमापांक (T-Scores)

Z परिमापांको की एक सीमा यह होती है कि इनमें दशमलव चिन्हों तथा ऋणात्मक पूर्व धनात्मक चिन्हों की असुविधा के कारण तुलनात्मक अध्ययन करना कठिन हो जाता है। साथ ही σ स्केल इस उपकल्पना (Hypothesis) पर आधारित है कि जिस अंक वितरण को σ स्केल में परिवर्तित किया गया है वह सम वितरित (normally-distributed) है। परन्तु अधिकांशतः ऐसा नहीं होता। अत: उस सामग्री में जिसका वितरण सम नहीं है, σ स्केल यथार्थ नहीं होता। इन सीमाओं के कारण ऐसी स्थिति में टी परिमापांको का प्रयोग अधिक उपयोगी रहता है। टी स्केल में इस दोष को दूर करने के लिये पहले आवृत्ति वितरण को समनिष्ठ लिया जाता है, फिर उनका अनुमापन किया जाता है। इसलिए टी परिमापांको को प्रसामान्यीकृत परिमापांक कहते हैं, जिनका मापनी पर औसत = 50 तथा मानक विचलन S.D. = 50 होता है। टी स्केल की खोज मैककाल (MC Call) ने की थी। उन्होंने प्रारंभिक कक्षाओं के लिये पढ़ने का मनोवैज्ञानिक परीक्षाओं के बनाने में सबसे पहले टी स्केल का प्रयोग किया था। प्रथम टी स्केल का आधार 12 वर्षीय 500 विद्यार्थियों के अर्जित पठन-परिमापाक पर आधारित था। उनके पश्चात टी स्केल का प्रयोग भिन्न भिन्न प्राप्तांकों, कक्षाओं तथा अवस्थाओं को लेकर किया गया है।

टी स्केल का प्रयोग सामान्यत: तुलनात्मक अध्ययन की दृष्टि से किया जाता है, जिसका संबंधितसूत्र अग्र प्रकार है -

$$T = 50 + 10\frac{(X - M)}{\sigma}$$

Or T = 50+10Z

X = व्यक्ति का मूल प्राप्तांक

जहां M = समूह का औसत प्राप्तांक

σ = प्राप्तांकों के वितरण का मानक विचलन

उदाहरणार्थ, मान लिजिये किन्हीं दो परीक्षणों के मध्यमान तथा मानक विचलन इस प्रकार है -

	Test A	Test B
मध्यमान	65	50
मानक विचलन	15	10

अब मान लिजिये मीनाक्षी को A परीक्षण में 70 अंक तथा B परीक्षण में 60 अंक मिलते है तो उसके टी -प्राप्तांक निम्न होंगे -

Test A

$$T = 50 + 10\frac{(70-65)}{15}$$
$$= 50 + 10 \times .3$$
$$= 50 + 3$$
$$= 53$$

Test B

$$T = 50 + 10\frac{(60-50)}{10}$$
$$= 50 + 10 \times 1$$
$$= 50 + 10$$
$$= 60$$

उपरोक्त दोनों T-Scores की तुलना के आधार पर हम कह सकते हैं कि मानाक्षी की योग्यता परीक्षण B में अधिक है।

टी परिमापांको की शैक्षिक परिमाप के क्षेत्र में बड़ी उपयोगिता है। वास्तव में टी परिमापांक प्राप्तांकों (raw scores) के

शतांशीय मान ही है। यदि 75 प्राप्तांक का टी परिमापांक 60 हो तो इसका अर्थ होगा कि 60 प्रतिशत विद्यार्थी 75 से कम तथा 40 प्रतिशत विद्यार्थी 75 से अधिक अंक प्राप्त करते हैं।

टी -परिमापांको का प्रयोग बहुत सी परिस्थितियों में किया जा सकता है । टी-परिमाप मानक (measurement) की एक अत्यन्त सुविधाजनक एवं उपयुक्त इकाई है। उसके द्वारा योग्यता अथचा क्षेत्र का विस्तार 0 से 100 तक रहता है।

विभिन्न परीक्षाओं के प्राप्तांकों को टी-परिमापांको में बदल देने पर वे एक ही स्केल तथा समान इकाई में बदल जाते हैं। अत: उनकी परस्पर तुलना की जा सकती है और उनको जोड़ा भी जा सकता है।

11.12 H प्राप्तांक (Hull Scores)

H प्राप्तांक, T प्राप्तांक के समान हैं। अन्तर केवल यह है कि T- प्राप्तांक में जहां Z – प्राप्तांकों को 10 से गुणा किया जाता है, वहां H- प्राप्तांक के लिये Z – प्राप्तांक में 14 से गुणा की जाती है। इस प्रकार H- प्राप्तांक ज्ञात करने का रूपान्तरित सूत्र निम्न हो जाता है -

$$H = 50 + 14Z$$

जहां $Z = \frac{X - M}{\sigma}$

11.13 C प्राप्तांक (C-Scores)

C – परिमापांक भी T- परिमापांक भी भांति सामान्यीकृत मानक प्राप्तांक (standard normalization Scores) हैं। इनका प्रतिपादन जे.पी. गिलफर्ड (J.P. Guilford) ने किया। इस C – स्केल के मापनी के प्राप्तांकों का प्रसार 0 से 10 तक होता है। कहने का तात्पर्य यह है कि मूल परिमापांको प्रसार (Range) कुल 11 इकाइयों में विभक्त होता है, जिसका औसत (M) = 5 तथा मानक विचलन (SD) = 2 होता है।

C तथा T – परिमापांक निम्न के रूप में एक दूसरे से संबंधितरहते हैं -

T = 5C+25

11.14 स्टेन प्राप्तांक (Sten-Scores)

मौलिक परिमापांको (original scores) को स्टेन परिमापांको में रूपान्तरित करने कर श्रेय आर. बी. कैटिल हो जाता है। इस स्टेन-मापनी पर व्यक्ति 1 से 10 तक अंक प्राप्त कर सकता है जिसका औसत प्राप्तांक 5.5 होता है। सूत्र रूप में, स्टेन परिमापांक निम्न प्रकार व्यक्त किये जा सकते हैं -

$$\text{स्टेन प्राप्तांक} = 5.5 + 2\,\frac{X - M}{\sigma}$$

$$\text{Or} = 5.5 + 2Z$$

स्टेन परिमापांको को शतांशीय (percentiles) में भी रूपान्तरित किया जा सकता है जिससे यह ज्ञात हो सके कि अमुक व्यक्ति का 100 व्यक्तियों में क्या स्थान है?

11.15 स्टेनाइन - प्राप्तांक (Stanine Scores)

स्टेनाइन परिमापांक स्टेनाइन स्केल द्वारा होते हैं। स्टेनाइन, स्टेन्डर्ड नाइन STABDARD NINE का ही संक्षिप्त रूप है। टी-स्केल की इकाइयां 0 से 100 तक होती हैं, स्टेनाइन में 1 से 9 तक। अत: स्टेनाइन एक प्रकार से टी-स्केल का ही संक्षिप्त रूप है। दोनों के निर्माण का आधार सम-संभावना वक्र (NPC) है। स्टेनाइन स्केल में एक इकाई $.5\sigma$ होती है। स्टेनाइन अनुमाप में समवक्र (normal curve) के क्षेत्रफल को 9 श्रेणियों में बांट देते हैं। प्रत्येक श्रेणी में क्षेत्रफल के भिन्न भिन्न प्रतिशत आंकड़े आते हैं। कहने का तात्पर्य यह है कि स्टेनाइन का प्रसार 1 (निम्नतर) से 9 (उच्चतर) तक होता है तथा इस स्केल का औसत (M) सदैव 5 होता है। न्यूनतम स्टेनाइन का अर्थ है वे व्यक्ति जो इस स्टेनाइन में सम्मिलित हैं, समूह में निम्नतम अंक पाने वाले व्यक्ति हैं। इसी प्रकार उच्चतम स्टेनाइन का अर्थ है वे व्यक्ति जो इस स्टेनाइन में सम्मिलित हैं, समूह में उच्च्तम अंक पाने वाले व्यक्ति हैं। यह मापनी सम-इकाइयों (equal units) को व्यक्त करती है, उदाहरणार्थ - स्टेनाइन 6 एवं 7 में वही अन्तर होगा जो कि 3 व 4 में है।

सूत्र रूप में, स्टेनाइन प्राप्तांक को निम्न प्रकार व्यक्त किया जा सकता है -

$$\text{स्टेनाइन प्राप्तांक} = 5 + 2\frac{(X-M)}{\sigma}$$
$$or, 5 + 2Z$$

स्टेनाइन 9 एवं स्टेनाइन 1 को छोडकर सभी स्टेनाइन .50 σ के बराबर होते हैं, स्टेनाइन 5 में वे व्यक्ति आयेंगे जो M व $\pm .25\sigma$ के बीच आते हैं। मल प्राप्तांकों को स्टेनाइन में रूपान्तरित करने की सरल विधि यह है कि प्राप्तांकों को उनके विस्तार के अनुसार व्यवस्थित किया जाता है तथा NPC में निम्न प्रतिशत के आधार पर उन्हें स्टेनाइन प्रदान किया जाता है।

तालिका

प्रतिशत	1	7	12	17	20	17	12	7	7
स्टेनाइन	4	2	3	4	5	6	7	8	9

1 व्यक्ति को 4 स्टेनाइन प्राप्त होगा, उससे ऊपर के 7 व्यक्तियों को 2, उससे ऊपर 12 व्यक्तियों को 3, उससे ऊपर 17 व्यक्तियों को 4 आदि आदि।

स्टेनाइन स्केल की मुख्य विशेषताएं निम्न हैं -

- स्टेनाइन स्केल का निर्माण आसान होता है तथा उसमें अधिक समय भी नहीं लगता।
- स्टेनाइन को समझना तथा उनकी व्याख्या करना सरल होता है।
- स्टेनाइन, योग्यता अथवा क्षमता की समान इकाइयों का प्रतिनिधित्व करते हैं। उनका पारस्परिक अन्तर आरंभ से अन्त तक बराबर होता है, अर्थात $9-8=8-7=7-6=6-5=5-4=4-3=3-2=2-1$ अत: उनको जोड़ा जा सकता है और भिन्न भिन्न् परीक्षाओं के स्टेनाइन की परस्पर तुलना भी की जा सकती है।
- स्टेनाइन अधिक विश्वसनीय होते हैं।
- टी-स्केल की अपेक्षा स्टेनाइन स्केल काफी सक्षिप्त होता है।

उपरोक्त विशेषताओं का निश्चित शब्दों में ऐडम्स (Admas) ने इस प्रकार व्यक्त किया है ''परीक्षा प्रदत्त के विवेचन में स्टेनाइन के प्रयोग को बहुधा प्राथमिकता दी जाती है। इस विधि का प्रयोग व्यक्ति चयन तथा शैक्षिक निर्देशन में भी उपयोगी होता है।''

11.16 शतांशीय परिमापांक (Percentiles)

8 शतांशीय, मापनी पर एक ऐसा बिन्दु है जिसके नीचे वितरण का एक निश्चित प्रतिशत अंक... है। उदाहरणार्थ, यदि किसी व्यक्ति को एक परीक्षण पर 35 वां 8 शतांशीय क्रम (percentile rank) प्राप्त होता है तो इसका अर्थ है कि वह व्यक्ति समूह में 35 प्रतिशत व्यक्तियों से ऊपर है। दूसरे शब्दों में, 8 शतांशीय क्रम वितरण में किसी विशेष प्राप्तांक की 8 शतांशीय स्थिति को दर्शाता है। इसी प्रकार यदि 60 प्रतिशत विद्यार्थी 33 से कम अंक प्राप्त करते हैं तो 33 मूल प्राप्तांक को 60 वां शतांश p_{60} के रूप में प्रदर्शित किया जा सकता है।

अनास्तेसी (Anastasi) के शब्दों में " Not only do percentiles shown where the individual stands in the normative sample but they are also useful in comparing the individual's own performance on different tests.

आता हैं उदाहरणार्थ, यदि किसी NPC में M = 100 तथा $\sigma = 10$ हो तो इस स्थिति में p_{70} की गणना का मान निम्न होगा -

शतांशीय क्रम ज्ञात करने के लिये निम्न सूत्र का प्रयोग में लाया जाता है

$$Xp = L + \frac{1}{f}\left(\frac{PN}{100} - T\right)$$

$Xp =$ शतांशीय क्रम के समान परीक्षण प्राप्तांक

$L = Xp$ = पड़ने वाले वर्गान्तर की भिन्न सीमा

i= आवृत्ति विवरण में वर्गान्तर का आकार

f Xp पड़ने वाले वर्गान्तर में आवृत्तियां

N= प्राप्तांक योग

T= निम्न सीमा तक आवृत्तियों का योग

सामान्यत: संभावना वक्र (NPC) की सहायता से भी शंताश बिन्दु (percentile point) में प्रति ..दिया होत है तथा यह ज्ञात किया जाता है कि निम्नतम अमुक प्रतिशत किस बिन्दु या प्राप्तांक या प्राप्तांक पर

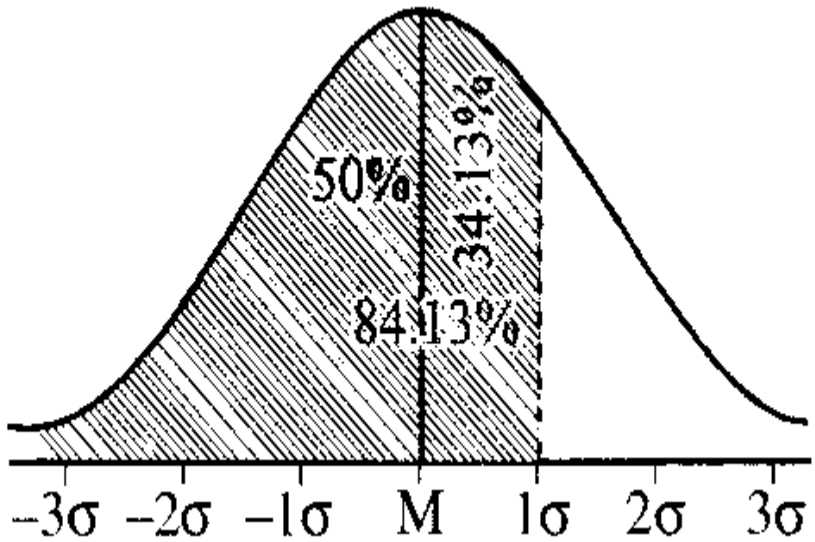
आता है। उदाहरणार्थ, यदि किसी NPC में M = 100 तथा σ = 10 हो तो इस स्थिति में P_{70} की गणना का मान निम्न होगा -

$$p_{70} \quad = M + .52\sigma(70 means\, 50 + 20 i.e. 2000\sigma\ value)$$
$$= 100 + .52 \times 10$$
$$= 100 + 5.20$$
$$= 105.20$$

अत: हम कह सकते हैं कि 105.20 वह प्राप्तांक है जिसके नीचे वितरण के 70 प्रतिशत विद्यार्थी आते हैं। इसी प्रकार p_{40}, p_{60}, p_{80} आदि की गणना भी इसी आधार पर की जा सकती है।

शतांश बिन्दु की भांति शतांशीय क्रम में भी अंक दिया होता है तथा यह ज्ञात करना होता है कि उस अंक के नीचे कितने प्रतिशत व्यक्ति आते हैं। उदाहरणार्थ, यदि किसी NPC में M = 65 तथा SD = 10 हो तो इस स्थिति में PR 75 की गणना निम्न प्रकार की जायेगी -

$$Z = \frac{(X - M)}{\sigma}$$



$$= \frac{75 - 65}{10}$$

$$= \frac{10}{10}$$

$= 1\sigma$ = 34.13%

अर्थात 50+34.13%

अत: हम कह सकते हैं कि वह व्यक्ति जो 75 अंक प्राप्त करता है, अपने समूह में 84.13 प्रतिशत अर्थात लगभग 84 प्रतिशत विद्यार्थियों से ऊपर है।

संक्षेप में, शततमक स्केल की प्रमुख विशेषताएं निम्न हैं -

- शतांशीय प्राप्तांकों की गणना सरलता से की जा सकती है।
- इन्हें समझने के लिये किसी विशेष प्रशिक्षण की आवश्यकता नहीं पड़ती।
- ये प्राप्तांक बच्चों एवं वयस्कों दोनों के लिये समान रूप से उपयोगी हैं।
- ये प्राप्तांक अन्य प्राप्तांकों की तुलना में प्रशिक्षण के क्षेत्र में बहुलता से प्रयो किये जाते हैं।
- इन प्राप्तांकों का प्रयोग विद्यार्थी की उसके समूह में सापेक्षिक स्थिति ज्ञात करने में किया जाता है।

11.17 विचलन बुद्धि-लब्धि प्राप्तांक (Deviation I.Q. Scores)

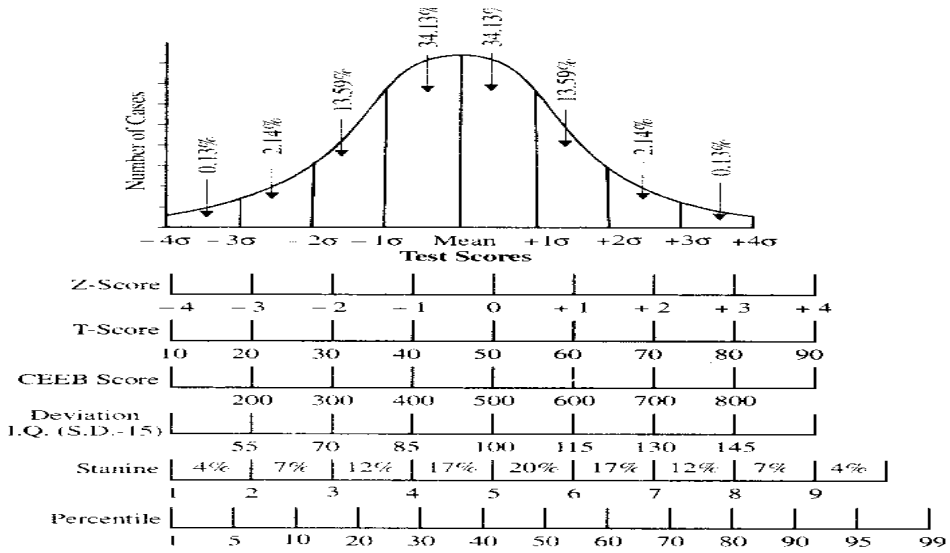
विचलन बुद्धि लब्धि प्राप्तांक (Deviation I.Q. Scores)के प्रत्यय का सर्वप्रथम प्रयोग वैश्लर (Wechsler) ने अपनी बालक एवं वयस्क बुद्धि मापनी में किया। स्अेनफोर्ड बिने मापनी (Stanford Binet Scale) 1960 में भी इस स्केल का प्रयोग किया गया था। इस स्केल को I.Q. Equivalent के नाम से भी संबोधित किया जाता है। जिसका M = 100 तथा S.D. = 15माना जाता है। इसके प्रयोग के पीछे यह मान्यता निहित है कि व्यक्ति की बुद्धि लब्धि का विश्लेषण करते समय यह ध्यान रखना आवश्यक है कि व्यक्ति का अंक अपनी आयु समूह के मध्यमान से कितना विचलित होता है।

सामान्यत: सभी आयु स्तरों पर I.Q. का मानक विचलन (SD) हमें शा समान नहीं होता। इसके मानक विचलन क्रमश: 12,16 तथा 18 हैं तथा I.Q. क्रमश: 88ए 84 तथा 82 हैं। इन तथ्यों के आधार पर एक सामान्य व्यक्ति बिना मानक विचलन को ध्यान में रखें यह निष्कर्ष निकालेगा कि पहला व्यक्ति जिसकी I.Q. 88 है, शेष दो व्यक्तियों से श्रेष्ठ हैं। दूसरी स्थिति में, यदि मानक विचलन को ध्यान में रखकर I.Q. का विश्लेषण किया जाय तो निष्कर्षत: हम कहेंगे कि तीनों व्यक्ति ही अपने अपने आयु समूह में समान योग्यता रखते हैं, क्योकि NPC में तीनों की स्थिति . 1σ होगी तथा तीनों के ही शतांशीय क्रम (PR) का मान 16 होगा।

$$Z = \frac{X - M}{\sigma} = \frac{88 - 100}{12} = \frac{-12}{12} = -1\sigma$$

$$and, Z = \frac{82 - 100}{18} = \frac{18}{18} = -1\sigma$$

क्योंकि -1σ पर 34.13 प्रतिशत विद्यार्थी आते हैं अत: उससे नीचे 50-34.13 = 15.87% अर्थात, 16 प्रतिशत व्यक्ति होंगे।



सामान्य वितरण में विभिन्न प्रकार के प्रतिमान अंकों के मध्य सम्बन्ध

11.18 अभ्यास प्रश्न

1. वैधता से आपका क्या तात्पर्य है ?
2. मानकीकृत परीक्षण के निर्माण हेतु पदों को लिखिए |
3. विश्वसनीयता से आप क्या समझते हैं ?
4. मानकीकृत परीक्षण की सीमाओं को लिखिए |
5. मानकीकृत परीक्षण के गुण को लिखें |
6. मानकीकृत परीक्षण की तकनीकी विशेषताओं को लिखि ए|
7. Z प्राप्तांक निकालने का सूत्र क्या है ?
8. T-प्राप्तांक प्राप्त करने के सूत्र बताइये ?
9. C प्राप्तांक प्राप्त करने के सूत्र क्या है ?
10. स्टेनाइन का न्यूनतम एवं उच्चतम प्रसार कितना होता है।

11.19 सारांश

प्रस्तुत इकाई में एक मनोवैज्ञानिक शोध उपकरण के रूप में परीक्षण निर्माण के प्रमुख चरणों को स्पष्ट किया गया है| इसके अतिरिक्त अन्य शोध उपकरणों के निर्माण में भी यही सामान्य सिद्धांत को ध्यान में रखा जाता है| मनोवैज्ञानिक शोध उपकरण के रूप में परीक्षण निर्माण के प्रमुख चरणों का विस्तृत विवरण दिया गया |इस इकाई में आपने प्रामाणिक अंक के बारे में भी अध्ययन किया | किसी भी परीक्षण से प्राप्त मूल प्राप्तांकों की व्याख्या व विवेचन करने के लिए प्रतिमान प्राप्तांकों की आवश्यकता होती है । प्रतिमान प्राप्तांकों का मुख्य उद्देश्य विभिन्न व्यक्तियों व समूहों में परस्पर तुलना करना होता है । प्रतिमान प्राप्तांक मुख्यतया सिग्मा प्राप्तांक, हल-प्राप्तांक, स्टेन, स्टेनाइन प्राप्तांक, शतांशीय व विचलन बुद्धि-लब्धि प्राप्तांक आदि प्रकार के होते हैं।

Z या सिग्मा प्राप्तांक यह बताते हैं कि वास्तविक मूल-प्राप्तांक किसी वितरण के मध्यमान से कितने मानक-विचलन विचलित होते हैं। प्राप्तांक व्यवहारिक उद्देश्यों के लिये बहुत उपयोगी होता है।

T- प्राप्तांक, सामान्यीकृत प्राप्तांक है, जिसका प्रयोग प्रत्यक्ष रूप से तुलना करने में उपयोगी होता है। प्राप्तांक निम्न सूत्र द्वारा ज्ञात किया जाता है, T-प्राप्तांक = 50 + 14 (X – M)/σ] Hull-प्राप्तांक भी T-प्राप्तांक की तरह ही ज्ञात किया जाता है जिसका सूत्र H = 50 + 14 (X– M)/σ होता है।

C- प्राप्तांक का प्रतिपादन गिल्फोर्ड ने किया यह भी T-प्राप्तांक की तरह सामान्यीकृत होते हैं व निम्न समीकरण द्वारा सहसम्बन्धित होते हैं : T= 5C + 25 या C = -2T – 5

प्रतिमान प्राप्तांकों का पांचवा प्रकार स्टेन-प्राप्तांक है। इसमें व्यक्ति 1 से 10 तक प्राप्तांक पा सकता है व औसत प्राप्तांक 5.5 होता है। इसके अतिरिक्त मूल प्राप्तांकों को अधिक सुगमता से विवेचन करने के लिये स्टेनाइन प्राप्तांकों का प्रयोग सर्वाधिक उपयोगी है। स्टेनाइन प्राप्तांकों का प्रसार 1 (निम्नतम) से 9 (उच्चतम) तक होता है तथा जिसका औसत सदैव 5 होता है। स्टेनाइन ग्रेड अपेक्षाकृत अधिक स्थिर व विश्वसनीय होते हैं। इन प्राप्तांकों का प्रयोग व्यक्तिगत चयन व शैक्षिक निर्देशन में उपयोगी होता है।

स्टेनाइन प्राप्तांकों के पश्चात मूल प्राप्तांकों का विवेचन शतांशीय प्राप्तांकों द्वारा भी किया जाता है। शतांशीय क्रम किसी परीक्षण प्राप्तांक में उस प्रतिशत को इंगित करता है जो उनके नीचे होते हैं। उदाहरणार्थ, यदि किसी परीक्षण पर व्यक्ति का प्राप्तांक 28 है तो यह माना जायेगा कि समूह के 27 प्रतिशत व्यक्ति उस व्यक्ति से नीचे है। उपरोक्त प्रतिमान प्राप्तांकों की भांति ही बुद्धि-लब्धि ज्ञात करने के लिये विचलन बुद्धि-लब्धि प्राप्तांक का प्रयोग किया जाता है। इस पद्धति से प्रत्येक आयु-समूह के व्यक्तियों के वितरण में 100 मध्यमान तथा 15 मानक विचलन के साथ मानकीकृत तथा सामान्यीकृत किये जाते हैं तथा फिर किसी निश्चित आयु वाले प्रत्येक बच्चे के निष्पादन से उन्हीं मानको की तुलित किया जाता है।

उपरोक्त सभी प्रतिमान प्राप्तांकों के आधार पर ही परीक्षण-प्राप्तांकों का विवेचन किया जाता है।

11.20 शब्दावली

- **एकांश:** एकांश एक ऐसा प्रश्न या पद होता है जिसे छोटी इकाईयों में नहीं बॉटा जा सकता है।
- **कठिनाई सूचकांक:** कठिनाई सूचकांक से यह पता चल जाता है कि एकांश व्यक्ति के लिए कठिन है या आसान | विभेदन सूचकांक: विभेदन सूचकांक से यह पता चल जाता है

कि एक एकांश कहाँ तक उच्च उपलब्धि तथा निम्न उपलब्धि वाले व्यक्तियों में अंतर करता है।

- एकांश विश्लेषण प्रतिक्रया देने वाले व्यक्तियों का प्रत्येक एकांश के उत्तर के रूप में दिए गए : विकल्पों की प्रभावशीलता।

- **मूल प्राप्तांक:** कोई भी परीक्षण को प्रशासित करने के उपरांत परीक्षार्थी द्वारा प्राप्त अंक।
- **प्रामाणिक प्राप्तांक:** प्रामाणिक प्राप्तांक सामान्य तथा वह व्युत्पन्न प्राप्तांक (Derived Score) है जो प्रामाणिक विचलन पर आधारित होता हैं।
- **व्युत्पन्न प्राप्तांक:** परीक्षण के वे प्राप्तांक जिन्हे कोटि, वर्गीकरण या किसी अन्य रूप में परिवर्तित कर लिया गया और इस प्रकार के वास्तविक प्राप्तांकों से भिन्न हो, जिनका अर्थ है- परीक्षण में वास्तविक प्रतिक्रियाओं की संख्या।

11.21 निबंधात्मक प्रश्न

1. परीक्षण को निर्माण एवं मानकीकृत करने हेतु प्रयुक्त प्रमुख पदों का मूल्यांकन कीजिए |
2. मानकीकरण परीक्षण की प्रक्रिया के लिये प्रयुक्त विधियों का नाम बताइयें।
3. विभिन्न प्रतिमान प्राप्तांकों के सम्बन्धों का संक्षेप में वर्णन कीजिये।
4. हल-प्राप्तांक व प्राप्ताक के अर्थ व प्रयोग को स्पष्ट करें।
5. प्राप्तांक व T-प्राप्तांक के विस्तार से उदाहरण सहित व्याख्या कीजिये।
6. स्टेनाइन- प्राप्तांक की अवधारणा तथा महत्व का विश्लेषण करें।
7. प्रतिमान प्राप्तांकों से आप क्या समझते हैं? विभिन्न प्रकार के प्रतिमान प्राप्तांकों के प्रकार का विस्तार से वर्णन कीजिये।

11.22 संदर्भ ग्रन्थ

- Koul, Lokesh (2002). Methodology of Educational Research New Delhi, Vikas Publishing Pvt. Ltd.
- Karlinger, Fred N. (2002). Foundations of Behavioural Research, New Delhi, Surjeet Publications.
- Ebel, Robert L. (1966) Measuring Educational Achievement, New Delhi, PHI.
- Garret, H.E. (1972). Statistics in Psychology and Education, New York, Vakils, Feffers and Simans Pvt. Ltd.

- सिंह, ए०के० (2007). : मनोविज्ञान, समाजशास्त्र तथा शिक्षा में शोध विधियॉं, नई दिल्ली, मोतीलाल बनारसी दास |
- गुप्ता, एस०पी (2008). मापन एवं मूल्यांकन, इलाहाबाद, शारदा पब्लिकेशन|
- राय, पारसनाथ (2001). : अनुसंधान परिचय, आगरा, लक्ष्मी नारायण अग्रवाल पब्लिकेशन्स

इकाई 12

परीक्षण : अर्थ, विशेषताएं, उपयोगिता, प्रकार एवं परीक्षण निर्माण के सोपान

Test : Meaning , Characteristics, utilities of test, types of test, general steps of test Instraction

इकाई की रूपरेखा

12.1 प्रस्तावना

12.2 उद्देश्य

12.3 व्यवहार परीक्षण एवं परीक्षण का अर्थ

12.4 परीक्षण की विशेषताएं एवं उपयोगिता

12.5 परीक्षण के प्रकार

12.6 परीक्षण निर्माण के सोपान

12.7 सारांश

12.8 शब्दावली

12.9 स्वमूल्यांकन प्रश्न

12.10 संदर्भग्रंथसूची

12.1 प्रस्तावना

विभिन्न प्रकार की मनोवैज्ञानिक परीक्षाओं का निर्माण करना शैक्षिक अनुसंधान का एक महत्वपूर्ण अंग है। प्रत्येक शेधकर्ता को कोई न कोई परीक्षा तो स्वयं बनानी ही पड़ती है क्योंकि बनी बनाई परीक्षाएं एवं मापनियाँ प्राय: उपलब्ध नहीं होती है। मनोवैज्ञानिक विशेषताएँ एवं चर इतने अधिक है कि उन सबका मापन करने वाली परीक्षाएं कभी उपलब्ध होने की संभावना नहीं हो सकते। अत: प्रत्येक शोधकर्ता को यह अच्छी तरह जानना एवं समझना चाहिए कि इन परीक्षाओं का निर्माण

किस प्रकार किया जाता है। प्रस्तुत अध्याय में यही प्रयास किया गया है कि परीक्षण निर्माण की प्रक्रिया को समझा जाए। पदों के लेखन,चयन व पद विश्लेषण तकनिकी को भी समझा जाये |

12.2 उद्देश्य

इस इकाई के अध्ययन के पश्चात आपको :

- विभिन्न व्यवहार परीक्षणों की जानकारी प्राप्त हो सकेगी |
- उत्तम परीक्षण की विशेषताओं के बारे में जान सकेंगे।
- परीक्षण निर्माण के विभिन्न पदों की जानकारी हो सकेगी।
- पद विश्लेषण की विस्तृत प्रक्रिया की जानकारी प्राप्त हो सकेगी।
- एकांशों के चयन एवं प्रमाणीकरण से परिचित हो सकेंगे।

12.3 व्यवहार परीक्षण एवं परीक्षण का अर्थ (Behavioural Testing)

मानव का व्यवहार वातावरण से बहुत प्रभावित होता है जो कुछ वह अपने परिवेश में सीखता है वह उसके व्यक्तित्व का अंग बनता है व्यवहार औपचारिक, अनौपचारिक, उद्देश्यपूर्ण अनेक तरीकों से सीखता है लेकिन हम जो उसे उद्देश्यपूर्ण व्यवहार देते हैं उसका मापन भी करना चाहते है उसके लिए हमें परीक्षण रचना करनी होती है | व्यवहार के तीन पक्ष होते हैं संज्ञानात्मक, भावात्मक एवं क्रियात्मक। साधारणतय इनके लिए उपलब्धि परीक्षण, मनोवैज्ञानिक परीक्षण एवं निष्पादन परीक्षण बनाये जाते हैं जिसको निम्नलिखित रूप में समझा जा सकता है -

(a) संज्ञानात्मक व्यवहार का परीक्षण

इस हेतु कक्षा कक्ष में निर्धारित उद्देश्यों के अनुरूप जो शिक्षण कार्य किया गया उसके फलस्वरूप जो बालक ने अर्जित किया वह कितना किया इसके मापन हेतु उपलब्धि परीक्षण का निर्माण किया जाता है। आवश्यकतानुसार निदानात्मक परीक्षण का निर्माण भी किया जाता है अत: उपयोग के आधार पर इन्हें और अनेक भागों में बाँटा जा सकता है :

1. उपलब्धि परीक्षण 2. अध्यापक निर्मित परीक्षण

3. मौखिक परीक्षण लिखित परीक्षण 4. निबन्धात्मक परीक्षण 5. वस्तुनिष्ठ परीक्षण

(b) भावात्मक व्यवहार परीक्षण - भावात्मक व्यवहार के मापन हेतु साधारणतया मानवीकृत परीक्षकों का उपयोग किया जाता है जो मनोवैज्ञानिक परीक्षणें के रूप में उपलब्ध हेतु इनकी विश्वसनीयता एवं वैधता व्यापक स्तर पर प्रशासित कर उच्च स्तर की ज्ञात की हुई होती है उसके

अलावा सीमित उद्देश्यों के लिए छोटे न्यादर्शो की उपयोगिता हेतु स्वनिर्मित व्यवहार परीक्षण बनाये जाते हैं |

(c) क्रियात्मक व्यवहार परीक्षण - क्रियात्मक व्यवहार के परीक्षण हेतु प्रायोगिक परीक्षणों का निर्माण किया जाता है और आवश्यकतानुसार कुछ मानकीकृत निदानात्मक परीक्षण भी उपलब्ध होते हैं।

12.3.1 वस्तुनिष्ठ परीक्षण के प्रारूप - पाठ्यक्रम निर्माण के बाद उसका क्रियान्वयन विद्यालय में होता है। पाठ्यक्रम की विषयवस्तु पर तो अध्यापक प्रश्नों का निर्धारण करता ही है किन्तु यथावश्यक मूल्यांकन के अन्य पक्षों को ध्यान में रखते हुए वह मूल्यांकन प्रक्रिया में संलग्न रहता है। उद्देश्याधारित वस्तुनिष्ठ प्रश्नों का निर्माण करता है जो कई प्रकार से प्रस्तुत किये जा सकते हैं। निम्नांकित रेखाचित्र के माध्यम से वस्तुनिष्ठ प्रश्नों के प्रारूप को स्पष्ट कर सकते है।

वस्तुनिष्ठ प्रश्न

1. प्रत्यास्मरण रूप (Recall Type) - इस वर्ग के अन्तर्गत ऐसे प्रश्न रखे जाते हैं जिनकी सहायता से सीखे हुए तथ्य की पुनरावृति या प्रत्यास्मरण किया जा सके। ये प्रश्न परीक्षार्थी की धारणशक्ति (Power of retention) का मापन करने में सहायक होते हैं। ये प्रश्न मात्र रटने पर बल देते हैं। बालक कितना समझ सका है, इस प्रकार का परीक्षण इन प्रश्नों द्वारा नहीं किया जा सकता। ये प्रश्न दो प्रकार के होते हैं-

(अ) साधारण प्रत्यास्मरण रूप (Simple recall) - सूचनात्मक ज्ञान के परीक्षण हेतु इस प्रकार के प्रश्नों का अधिकांशत: प्रयोग किया जाता है। ये प्रश्न एक लघु वाक्य के रूप में होते हैं एवं इनका उत्तर भी स्पष्ट रूप से एक छोटे वाक्य या कुछ निश्चित शब्दों के रूप में होता है।

उदाहरणार्थ -

(1) राजस्थान की राजधानी कहां है? (.....)

(2) भारत के तीसरे राष्ट्रपति कौन थे? (.....)

(3) लोक सभा में विपक्ष के नेता कौन हैं? (.....)

(4) शिक्षा में बी0एस0 ब्लूम का योगदान किस दृष्टि से है? (.....)

(5) रघुवंश किस कवि की रचना है? (.....)

(ब) रिक्त स्थान पूर्ति रूप (Completion Type) - इस प्रकार के प्रश्न अपूर्ण कथनों अथवा वाक्य के रूप में दिये जाते हैं। परीक्षार्थी को इस अपूर्ण (रिक्त) स्थान की पूर्ति करनी होती है। रिक्त स्थान के लिए केवल एक ही शब्द सही होता है। यह प्रश्न पूछने का एक स्वाभाविक तरीका है। इस प्रकार के प्रश्न ऐसी सामग्रियों से पूछे जा सकते हैं जिनके उत्तर बिल्कुल निश्चित होते हैं।

उदाहरणार्थ -

(1) बहुलांक= 3 मध्यांक.... 2 .....

(2) ताजमहल का निर्माण ..... ने करवाया।

(3) भारत में केन्द्र शासित राज्यों की संख्या.... है।

प्रत्यास्मरण प्रश्नों की विशेषाएं –

1. ऐसे प्रश्नों का निर्माण सरलता से किया जा सकता है।
2. इनको अनुमान से नहीं किया जा सकता।
3. एक प्रश्न से मात्र एक तत्व का ही मापन होता है।
4. मुख्यत: ऐसे प्रश्नों की सहायता से ज्ञानात्मक उद्देश्यों की पूर्ति होती है।

सावधानियां –

1. प्रश्नों का पाठ्यक्रम से यथा तथ्य वाक्य के रूप में नहीं उतारना चाहिए।

2. रिक्त स्थान अधिक नहीं देने चाहिए।

3. खाली जगह में एक सामान्य निश्चित उत्तर अपेक्षित होना चाहिए जैसे शाहजहां ने ताजमहल का निर्माण ..... में करवाया। यह प्रश्न उपयुक्त नहीं क्यों कि परीक्षार्थी इनमें स्थान तथा वर्ष दोनों ही भरने के लिए सोच सकता है।

4. अति सामान्य बातों को भरने के लिए रिक्त स्थान न छोड़े।

5. अपूर्ण वाक्यों की पूर्ति कराने के बजाय सीधा प्रश्न पूछना अधिक अच्छा होता है, जैसे ..... न्यूयार्क की राजधानी है। इसके स्थान पर साधारण प्रत्यास्मरण रूप यह प्रश्न पूछना अधिक अच्छा होगा न्यूयार्क राज्य की राजधानी क्या है?

अभिज्ञान रूप (Recognition Type) - जैसा कि शब्द से ही स्पष्ट है अभिज्ञान अर्थात पहचानना। इस प्रकार के प्रश्नों का उद्देश्य है कि छात्रों ने जो सूचनात्मक ज्ञान प्राप्त किया है यदि उसे उनके सामने पुन: प्रस्तुत कर दिया जाय तो वे उसे यथातथ्य पहचान जायेंगे। ऐसे प्रश्नों में प्रश्नों के बाद कई उत्तर कथनों, शब्दों आदि के रूप में दिये होते हैं। परीक्षार्थी को उन उत्तरों मेंसे सही उत्तर का चयन करना होता है। ऐसे प्रश्न स्वरूपात्मक दृष्टि से कई प्रकार के होते हैं।

(अ) एकान्तर प्रत्युत्तर या सत्य असत्य रूप (Alternate Response or True-false Type) - इस प्रकार के प्रश्नों में दिये गये कथन के बारे में छात्रों को यह बताना होता है कि कथन

सत्य है या असत्य, सही है या गलत। इनका उत्तर 'हां' एवं 'न' तथा अन्य इसी प्रकार के रूप में दिया जा सकता है। सादे तथ्यों, विचारों और अवधारणाओं के परीक्षण में इस ढंग के प्रश्न प्रयोग किये जाते हैं। सही गलत वाले प्रश्नों के उत्तरों पर अंक देना आसान एवं वस्तुनिष्ठ होता है।

उदाहरणार्थ -

(1) त्रिभुज के तीनों कोणों का योग दो समकोण होता है। T/F

(2) रवीन्द्रनाथ टैगोर को विज्ञान में नोबल पुरस्कार मिला था। T/F

(3) लिटमस पत्र तेजाब के घोल में नीला हो जाता है। T/F

(4) तत्पुरूष समास में और शब्द का लोप होता है। T/F

विशेषताएं - ऐसे प्रश्नों की रचना एवं अंकन सरल होता है। कम समय में अधिक प्रश्नों को हल किया जा सकता है। सम्पूर्ण पाठ्यसामग्री का प्रश्नों में समावेश होता है। इन विशेषताओं के बावजूद इनमें सबसे बड़ी कमी यह है कि 50 प्रतिशत प्रश्नों को परीक्षार्थी अनुमान से सही कर सकता है। अनुमान को कम करने के लिए निम्नलिखित सूत्र का प्रयोग कर हैं। S = R - W जहाँ S = वास्तविक अंक, R = सही उत्तरों की संख्या, W = गलत उत्तरों की संख्या

सावधानियाँ - इस प्रकार के प्रश्न बनाते समय कुछ विशेष बातों का ध्यान रखना आवश्यक है:

1- विस्तृत ज्ञान के परीक्षण से बचना चाहिए।
2- लम्बे एवं जटिल कथनों से बचना चाहिए।
3- दोहरे कथनों को प्रस्तुत नहीं करना चाहिए।
4- सही एवं गलत कथनों का आकार लगभग समान हो।

(ब) बहुनिर्वचन या बहु-विकल्प रूप प्रश्न (Multy Choice Type Item)

बहु विकल्प प्रश्नों में किसी प्रश्न के बहुत से उत्तर या किसी वाक्य की पूर्ति के बहुत से विकल्प दिये जाते हैं और उनमें से सबसे उत्तम उत्तर या विकल्प का चयन करने के लिए छात्र से कहा जाता है। बहु विकल्प प्रश्न रिक्त स्थान पूर्ति प्रश्नों से भिन्न होते हैं। रिक्त स्थान पूर्ति प्रश्नों में छात्रों को केवल रिक्त स्थान दिया जाता है और उसमें भरने के लिए शब्द उसे स्वयं सोचना पड़ता है परन्तु बहु-विकल्प प्रश्नों में उसके सामने बहुत से विकल्प उत्तर देने या वाक्य पूर्ति करने के लिए रख दिये जाते हैं। बहु विकल्प प्रश्नों के कई प्रकार होते हैं। संभवत: सबसे अधिक सामान्य प्रकार के बहु विकल्प प्रश्नों के ऊपर एक वाक्य दे दिया जाता है और नीचे उसके कुछ उत्तर सुझाए जाते हैं, जिनमें से सर्वोत्तम उत्तर को छांटने के लिए कहा जाता है। यह स्तम्भ (Stem) किस्म कहलाती है।

उदाहरणार्थ -

1. भारत के प्रथम राष्ट्रपति थे -

(अ) डा0 जाकिर हुसैन (ब) डा0 राजेन्द्र प्रसाद
(स) सरदार पटेल (द) डा0 राधाकृष्णन

2- 27 का घनमूल होता है -

(अ) 9 (ब) 27
(स) 3 (द) 729

विशेषताएँ -

इस प्रकार के प्रश्नों का निर्माण कठिन किन्तु अंकन सरल होता है। इसलिए ये अधिक वस्तुनिष्ठ होते हैं। इनका उत्तर परीक्षार्थी तर्क एवं चिन्तन से ही दे पाता है। उत्तर में विकल्प अधिक होने के कारण अनुमान से उत्तर ज्ञात करना आसान नहीं है। मानदण्ड परीक्षा (criterian test) के लिए इस प्रकार के प्रश्न उत्तम होते हैं। इनमें कोई एक निश्चित एवं निरपेक्ष उत्तर नहीं होता बल्कि उनमें यथासम्भव सर्वोत्तम विकल्प को छाँटा जाता है। मानकीकरण के सन्दर्भ में अनुमान से हुई त्रुटि से बचने के लिए निम्नलिखित सूत्र का प्रयोग प्राप्तांकों के शुद्धिकरण के लिए किया जाता है।

जहाँ S = शुद्ध किया गया फलांक

R= सही प्रत्युत्तरों की संख्या

W= गलत प्रत्युत्तरों की संख्या

N=विकल्पों की संख्या

(स) तुल्य या मिलान रूप प्रश्न (Matching Type Item)

इस प्रकार के प्रश्नों में शब्दों, वाक्यांशों या वाक्यों के दो समान्तर कॉलम होते हैं। प्रथम कॉलम के शब्दों या वाक्यांशों के साथ क्रमविहिन तद्तुल्य दूसरे कॉलम के शब्दों या वाक्यांशों को मिलाना होता है। हर तुलित जोड़े पर अलग-अलग अंक दिये जाते हैं। इसमें ध्यान रखा जाता है कि एक स्तम्भ में दूसरे स्तम्भ से पद अधिक हों। परीक्षण विशेषज्ञों का विचार है कि तुल्य पदों का एक लम्बा अभ्यास बनाने की अपेक्षा सन्तुलित रखा जाये। इसके लिए विशेषज्ञों ने प्रथम कॉलम में पाँच एवं दूसरे कॉलम में तीन पद रखना सबसे अच्छा है।

उदाहरणार्थ -

स्तम्भ -A		स्तम्भ -B
(1)	कालिदास	(1) कर्मकाण्ड
(2)	रामायण	(2) महाकाव्य
(3)	उपनिषद	(3) ज्ञानकाण्ड

(4) रघुवंश

(5) खण्डकाव्य

विशेषताएँ -

ऐसे प्रश्न अंकन एवं रचना की दृष्टि से सरल होते हैं। ज्ञानात्मक उद्देश्यों के मापन के लिए अधिक उपयोगी होते हैं। लिडक्विष्ट के अनुसार ये प्रश्न 'कब' 'क्या' तथा 'कौ' परिस्थितियों के लिए अधिक उपयोगी होते हैं। अनुमान से प्रश्न हल करने की सम्भावना कम रहती है। अनुमान को कम करने के लिए ही दूसरे स्तम्भ में पदों की संख्या अधिक रखी जाती है। जिससे स्वत: मिलान को रोका जा सके। इन सब विशेषताओं के होते हुए भी इस प्रकार के प्रश्नों का उपयोग अपेक्षाकृत कम ही है क्योंकि जटिल विचारों या अवधारणाओं के परीक्षण में इन्हें नहीं अपनाया जा सकता।

(द) वर्गीकरण रूप प्रश्न (Classification Type Item)

इस प्रकार के प्रश्नों के अन्तर्गत कुछ ऐसे शब्दों का समूह दिया जाता है जिसमें एक शब्द असंगत या बेमेल होता है। परीक्षार्थी उस असंगत शब्दा का चयन करके रेखांकित करता है। प्रश्न बनाते समय वर्ग निर्धारण की उपयुक्तता पर ध्यान देना अपरिहार्य है। वर्ग बनाते समय आयु स्तर को नकारा नहीं जा सकता।

उदाहरणार्थ -

(1) 1,4,9,16,25,27 उत्तर - 27

(2) राम,मोहन,संजय,मालती,विजेन्द्र। उत्तर - मालती

(3) मध्यमान, मध्यांक, बहुलांक, परीक्षण, सहसम्बन्ध। उत्तर -सहसम्बन्ध

विशेषताएँ -

इस प्रकार के प्रश्नों को बोध उद्देश्य तथा विभेदीकरण की क्षमताओं के लिए प्रयुक्त करते हैं। निष्पत्ति तथा बुद्धि परीक्षण में ऐसे प्रश्नों का प्रयोग किया जाता है। रचना एवं अंकन की दृष्टि से ये सरल होते हैं। अनुमान से उत्तर देने की सम्भावना बहुत कम होती है। इस प्रश्नों के माध्यम से छात्रों की तार्किक क्षमता का भी अनुमान लगाया जा सकता है।

(य) सादृश्य अनुभव रूप प्रश्न (Analogy Type Item)

इस प्रकार के प्रश्नों में दो समान परिस्थितियों को प्रस्तुत किया जाता है। पहली परिस्थिति पूर्ण होती है जबकि द्वितीय परिस्थिति को अपूर्ण रखा जाता है। पहली परिस्थिति के आधार पर समान सम्बन्ध स्थापित करते हुए दूसरी परिस्थिति की पूर्ति की जाती है। ऐसे प्रश्न प्रत्यास्मरण एवं अभिज्ञान दोनों ही प्रकार के होते है। ऐसे प्रश्नों की रचना एवं अंकन सरल होते हुए भी इनका प्रयोग सूझ तथा तार्किक

क्षमताओं के मापन के लिए किया जाता है। इनकी सहायता से विश्लेषण उद्देश्यों का मापन किया जाता है।

उदाहरणार्थ -

(i) राजस्थान : जयपुर : : उत्तरप्रदेश :.....

(ii) 27 : 3 : : 64 : .....

(iii) समकोण : 90^0 : : सरलकोण : .....

(iv) जायसी : भक्तिकाल : : धनानन्द : .....

12.4 उत्तम परीक्षण की विशेषताएं (Characteristics of a good test)-

एक उत्तम परीक्षण आवश्यक रूप से एक प्रयोजन पूर्ण एवं मानकीकृत यन्त्र है जो परीक्षार्थी का वस्तुनिष्ठ एवं व्यापक निरीक्षण करता है। उत्तम परीक्षण, धन, समय, शक्ति, फलांकन, प्रशासन आदि में मितव्ययी एवं उत्तम होता है। ऐसा परीक्षण विश्वनीय, वैध, अधिक भेद-बोधक शक्ति वाला एवं निर्धारित मानकों पर खरा उतरता है। उत्तम परीक्षण की विशेषताओं की निम्न रेखाचित्र के आधार पर दो कसौटियों के आधार पर विभाजित कर प्रस्तुत किया जा सकता है।

उत्तम परीक्षण
(Good test)

व्यावहारिक कसौटियाँ (Practical Criteria)	तकनीकी कसौटियाँ (Technical Criteria)
1- सोद्धेश्यता (Proposivness)	1. मानकीकृत (Standardized)
2- व्यापकता (Comprehensiveness)	2. वस्तुनिष्ठता (Objectivity)
3- मितव्ययता (Economical)	3. विभेदकारिता (Discriminative)
4- सर्वमान्यता (Acceptability)	4. विश्वसनीयता (Reliability)
5- उपयोगिता (Utility)	5. वैधता (Validity)
6- प्रतिनिधित्वता (Reprentativeness)	6. मानक (Norms)

(अ) उत्तम परीक्षण की व्यावहारिक कसौटियां (Practical criteria of a good test)

1 सोद्धेश्यता (Proposivness) - कहा जाता है कि बिना उद्देश्य के कोई भी व्यक्ति किसी कार्य की ओर प्रवृत्त नहीं होता है । इस कथन के आधार पर कोई भी कार्य करने से पूर्व उसके उद्देश्य निर्धारित करने होते हैं । जिनके आधार पर कार्य के निर्गत का परीक्षण किया जा सके । इसलिए परीक्षण निर्माण से पूर्व परीक्षण के विशिष्ट उद्देश्य निर्धारित करना अपरिहार्य है । यदि परीक्षण के उद्देश्य पूर्व निर्धारित नहीं है तो वह परीक्षण उत्तम परीक्षण नहीं हो सकता एवं न उसके परिणाम ही यथेष्ठ रूप से विश्लेषित किये जा सकते हैं क्योंकि मूल्यांकन के समय हम यह देखते है कि हमारे उद्देश्यों की प्राप्ति कहां तक हुई है ।

2. व्यापकता (Comprehensiveness) - व्यापकता से तात्पर्य परीक्षण में इस प्रकार के प्रश्नों को स्थान दिये जाने से है जो उस क्षेत्र के समस्त पहलुओं का मापन कर सके अन्य शब्दों में निर्धारित वांछित व्यवहार का विस्तृत रूप से अध्ययन कर सके । उदाहरणार्थ यदि उपलब्धि परीक्षण बनाया गया है तो यह आवश्यक है कि उसके माध्यम से सम्पूर्ण पाठ्यक्रम के ज्ञान का परीक्षण किया जा सके न कि परीक्षण पाठ्यक्रम के कुछ भाग का ही परीक्षण कर सके ।

3 मितव्ययता (Economical) - मितव्ययता एक उत्तम परीक्षण का आवश्यक गुण है । वही परीक्षण उत्तम परीक्षण कहा जा सकता है जो धन, समय, शक्ति आदि की दृष्टि से मितव्ययी हो। इसके लिए परीक्षण की विषय सामग्री ऐसी होनी चाहिए जिसमें अत्यधिक धन एवं शक्ति की आवश्यकता न हो। परीक्षण व्यापक आवश्यक हो किन्तु ध्यान रहे कि प्रशासन में समय अनावश्यक रूप से अधिक नहीं लगना चाहिए ।

4 सर्वमान्यता (Acceptability) - परीक्षण की सर्वमान्यता से तात्पर्य जिस स्तर एवं दृष्टिकोण को ध्यान में रखकर परीक्षण का निर्माण किया गया था उस पर सर्वदा वह खरा उतरे। अन्य शब्दों में परीक्षण का उन समस्त व्यक्तियों एवं परिस्थितियों में सदैव प्रयोग अहं होना है जिन पर उनका मानकीकरण किया गया है । उदाहरणार्थ बिने साइमन बुद्धि मापनी का प्रयोग प्रत्येक व्यक्ति एवं स्थिति में किया जा सकता है । इस मापनी को कहीं भी यथावश्यक प्रशासित किया जा सकता है ।

5 उपयोगिता एवं प्रतिनिधित्वता (Utility and Representativeness) - परीक्षण को निर्माण, प्रशासन एवं फलांकन की दृष्टि से सरल होना चाहिए । एक परीक्षण जिसके निर्माण में कठिनाई न हो सम्भवत: अधिक श्रम एवं धन व्यय साध्य भी नहीं होता। यदि परीक्षण में प्रशासन के निर्देश स्पष्ट होंगे तो परीक्षण को आसानी से समझा जा सकेगा। परीक्षण फलांकन के लिए परीक्षण निर्माण के समय ही फलांकन कुंजी बनानी चाहिए जिससे फलांकन वस्तुनिष्ठ एवं विश्वसनीय हो। उपर्युक्त तथ्यों या गुणों से युक्त परीक्षण निश्चित रूप से उपयोगी होगा। परीक्षण जिन गुणों के मापने के

लिए बनाया जा रहा है। उन सभी का परीक्षण में प्रतिनिधित्व हो अर्थात उन सभी गुणों से सम्बन्धित यथावश्यक पद परीक्षण में समाहित किये गये हों जिससे वांछित एवं यथेष्ठ परिणाम प्राप्त हो सकें।

(ब)उत्तम परीक्षण की तकनीकी कसौटियाँ (Technical Criteria of a good test) -

1 मानकीकरण (Standardization)- परीक्षण के मानकीकरण से अभिप्राय उसके मानक स्थापित करने से है। परीक्षण में दिये जाने वाले प्रश्नों, निर्देशों, परीक्षण प्रशासन एवं फलांकन प्रक्रिया को पहले ही निश्चित कर लिया जाता है जिससे मूल्यांकन वस्तुनिष्ठ हो सके। सी.के. गुड़ ने परीक्षण के मानकीकरण के सम्बन्ध में कहा है - ''मानकीकृत परीक्षण से हमारा तात्पर्य ऐसे परीक्षण से है जिसमें अनुभवों के आधार पर विषय वस्तु का चयन किया गया हो, जिसके मानक निर्धारित हों, जिसके प्रशासन एवं फलांकन में समरूप विधियों का प्रयोग हुआ हो तथा जिसके फलांकन में सापेक्षतया वस्तुनिष्ठ विधि का प्रयोग किया गया हो।'' जिस परीक्षण का मानकीकरण नहीं हुआ हो वह किसी भी दृष्टि से यथेष्ट परिणाम नही दे सकता। अत: यह उत्तम परीक्षण की अपरिहार्य कसौटी है।

2 वस्तुनिष्ठता (Objectivity) - वस्तुनिष्ठता से आशय परीक्षण में सम्मिलित सभी प्रश्नों के निश्चित उत्तर होने एवं एक से अधिक परीक्षकों द्वारा अंकन करने पर परीक्षार्थी के निश्चित प्राप्तांक आने से है। जैसा कि शब्द से ही स्पष्ट है इस प्रकार के परीक्षण में वस्तु (विषय वस्तु) प्रधान होती है व्यक्ति का अपना निर्णय उसमें समाहित नहीं किया जा सकता। जैसा कि निबन्धात्मक प्रश्न के अंकन के समय परीक्षक अपनी दृष्टि से अंकन करता है इसी कारण उस प्रश्न के परीक्षण में विभिन्न परीक्षणों के फलांकन में भिन्नता पायी जाती है। वस्तुनिष्ठता के अभाव में परीक्षण विश्वसनीय एवं वैध भी नहीं हो सकता।

3 विभेदकारिता (Discriminative) - उत्तम परीक्षण विभेदकारी होता है। विभेदकारी होने का आश्य परीक्षण द्वारा उच्च योग्यता एवं निम्न योग्यता वाले परीक्षार्थियों में विभेद किया जा सके। अर्थात परीक्षण में उच्च बुद्धि लब्धि या योग्यता वाले एवं निम्न बुद्धि लब्धि या योग्यता वाले परीक्षार्थियों को ध्यान में रखकर ही पदों को समाहित किया गया हो जिससे जो कठिन पद है उन्हें मात्र उच्च योग्यता वाले परीक्षार्थी ही हल कर पाये। यदि सभी पद सामान्य छात्रों को ध्यान में रखकर बना दिये जाएं तो परीक्षण द्वारा स्तर निर्धारित कर पाना सम्भव नहीं होगा क्यों हर परीक्षार्थी प्रश्नों के सही उत्तर देने में समर्थ होंगे? इसकी विपरीतावस्था में भी परीक्षण विभेदकारी नहीं हो सकता। इसलिए परीक्षण में विभेदकारिता का गुण लाने के लिए जटिल एवं सरल दोनों ही प्रकार के प्रश्नों या पदों को समाहित किया जाना आवश्यक है।

4 विश्वसनीयता (Reliability) - विश्वसनीयता से आशय परीक्षण के बार बार प्रयोग करने या प्रशासित करने पर प्राप्त निष्कर्षों की समानता से है। दूसरे शब्दों में कहा जा सकता है कि परीक्षण के

परिणाम पुन: परीक्षण में भी समान बने रहे तो परीक्षण विश्वसनीय होगा। उदाहरण के लिए यदि प्रथम परीक्षण में परीक्षार्थी ने 60 अंक प्राप्त किए हैं यदि उसी परीक्षण को या तत्समान परीक्षण को कुछ समय बाद उसी छात्र पर प्रशासित करने पर परीक्षार्थी के लगभग 60 अंक आते हैं तो यह परीक्षण विश्वसनीय कहलाएगा। लगभग शब्द का प्रयोग इसलिए किया गया है कि द्वितीय परीक्षण के समय कोई परीक्षण कई कारक परीक्षण को प्रभावित कर सकते हैं। अत: यदि 58 या 62 अंक तक भी परीक्षार्थी प्राप्त करता है तो भी विश्वसनीयता गुण कायम रहता है यदि द्वितीय परीक्षण में 45 या 72 आदि अंक जो पूर्व परीक्षण से अधिक विचलित है परीक्षार्थी प्राप्त करता है तो वह परीक्षण विश्वनीय नहीं कहा जा सकता।

5 वैधता (Validity)- परीक्षण की तकनीकी कसौटी के सन्दर्भ में वैधता भी अपरिहार्य है। परीक्षण की व्यावहायिक कसौटी में उसी सोद्देश्य के विषय में चर्चा की गयी है। स्पष्ट है कि परीक्षण किसी न किसी उद्देश्य को लेकर बनाया जाता है। यदि परीक्षण पूर्व निर्धारित उद्देश्य की की परीक्षा या जाँच नहीं की गयी तो परीक्षण की उपादेयता ही समाप्त हो जाती है। वैधता भी उद्देश्यों के सन्दर्भ में आंकी जाती है परीक्षण तभी वैध कहलाएगा जब वह उन्हीं उद्देश्यों की परीक्षा करे जिनके लिए उसे बनाया गया है। यदि पूर्व निर्धारित उद्देश्यों के अलावा अन्य उद्देश्यों की परख करता भी है तो वह परीक्षण वैध नहीं कहा जा सकता। ज्ञानात्मक पक्ष की परख करने वाला परीक्षण ज्ञानात्मक पक्ष की ही परख करे भावात्मक एवं क्रियात्मक की नहीं। इसी प्रकार अन्य क्षेत्रों के बारे में समझना चाहिए।

6 मानक (Norms) - शैक्षिक मापान में प्राप्तांकों का स्वयं कोई विशेष (standarads) की आवश्यकता पड़ती है इन्हीं प्रतिमानों को मानक कहा जाता है। किसी व्यक्ति की समूह में स्थिति जानने के लिए या उसकी अन्य व्यक्तियों से तुलना करने के लिए मानक आवश्यक है। मानक विशेष समूह में व्यक्तियों के औसत निष्पादन की इकाई है। परीक्षण के मानकों को बड़े समूह पर प्रशासित करके ज्ञात किया जाता है। इन मानकों की सहायता से किसी परीक्षण पर प्राप्त व्यक्ति के मूल प्राप्तांकों (Raw Scores) की व्याख्या की जाती है।

12.5 परीक्षण के प्रकार

शिक्षा एवं मनोविज्ञान में जिन अनेक प्रकार की मापन प्रविधियों या परीक्षणों का प्रयोग होता है। उन्हें विभिन्न दृष्टिकोणों से और विभिन्न आधारों पर वर्गीकृत किया जा सकता है। इन विभिन्न दृष्टिकोणों को प्रस्तुत करने से पूर्व हम एक सरल एवं अपेक्षाकृत स्पष्ट वर्गीकरण प्रस्तुत करेंगे -

परीक्षणों का वर्गीकरण

1- प्रश्न रचना के आधार पर

(अ) निबन्धात्मक या मुक्त उत्तर प्रश्न

(ब) वस्तुनिष्ठ या सीमित उत्तर पद

(स) क्रियात्मक या अशाब्दिक परीक्षण

2- प्रशासन के आधार पर

(अ) व्यक्तिगत और सामूहिक परीक्षण

(ब) मौखिक और लिखित परीक्षण

(स) गति और शक्ति परीक्षण

3- प्रमापीकरण के आधार पर

(अ) अनौपचारिक, अप्रमाणीकृत या अध्यापक निर्मित परीक्षण

(ब) औपचारिक या प्रमापीकृत परीक्षण

4- फलांकगणना के आधार पर

(अ) गुणात्मक मूल्यांकन से संबंधित

(ब) स्टैन्सिल की गणना पर आश्रित

(स) मशीनों की गणना पर आश्रित

5- मापित आयाम के आधा पर

(अ) बुद्धि परीक्षण

1- शाब्दिक एवं अशाब्दिक

2- व्यक्तिगत एवं सामूहिक

(ब) विशिष्ट अभियोग्यता परीक्षण

1- कलात्मक

2- क्लैरीकल

3- भाषात्मक

4- यंत्रात्मक

5- व्यवसायात्मक

6- अन्य

(स)निष्पति परीक्षण

1- सामान्य या सर्वे परीक्षण

2- नैदानिक परीक्षण

3- व्यवसाय चयन परीक्षण

(द) व्यक्तिगत एवं समायोजन परीक्षण

1- व्यक्तिगत तालिकाएं

2- सक्षात्कार प्रविधियां

3- प्रक्षेपण विधियां

4- पारिस्थितिक परीक्षण

5- रूचि परीक्षण

6- अभिवृत्ति परीक्षण

1- प्रश्न रचना के आधार पर

(अ) निबंधात्मक या मुक्त उत्तर प्रश्न - निबंधात्मक परीक्षाओं में विद्यार्थी को कुछ निश्चित प्रश्न दिये जाते हैं और उनका उत्तर उसे देना होता है। इस प्रकार के परीक्षणों का निर्माण करना सरल होता है लेकिन यदि विद्यार्थियों की संख्या अधिक हो तो इसके आधार पर उन्हें श्रेणी देना कठिन कार्य होता है। इन परीक्षाओं में न केवल परीक्षार्थियों के उत्तर पर ही ध्यान दिया जाता है, वरन् उसकी भाषा, शैली, परीक्षक का दृष्टिकोण उसकी मन: स्थिति आदि सभी आयामों का अंकों पर प्रभाव पड़ता है।

निबंधात्मक परीक्षण अधिक विश्वसनीय नहीं होते। इनकी अविश्वसनीयता के मुख्यत: दो कारण होते हैं - प्रथम परीक्षण पर अंक देने की विधि, और पाठ्य सामग्री का न्यादर्श। कुछ परीक्षण में अपनी पसन्द के पाठों से ही अधिक प्रश्न देते हैं अत: परीक्षण पूरे पाठ्यक्रम का प्रतिनिधित्व नहीं होता। प्राय: अध्यापक एक ही उत्तर पर भिन्न भिन्न अंक देते है। इसके अतिरिक्त इन अंकों के प्रदान करने में कोई स्थिरता नहीं होती। एक ही अध्यापक आज किसी उत्तर पर जितने अंक देता है कुछ काल बाद उसी उत्तर पर उससे भिनन अंक देता है। अध्यापकों की इस अस्थिरता के कारण ही इस प्रकार के परीक्षण अधिक विश्वसनीय नहीं होते है। पाठ्य सामग्री से अनपुपयुक्त न्यादर्श के कारण भी इन परीक्षणों में त्रुटि की मात्रा काफी अधिक होती है। प्रथम तो इनमें प्रश्नों की संख्या बहुत कम होती है, दूसरे अध्यापक की पसन्द। इन कारणों से इस प्रकार के परीक्षणो पर विद्यार्थी की श्रेणी किसी सीमा तक भाग्य पर ही निर्भर करती है।

इन परीक्षणो का सबसे बड़ा लाभ यह है कि पूर्ण रूप से स्मृति पर ही निर्भर नहीं करते। इनके द्वारा परीक्षार्थी की सृजनात्मक योग्यता का भी पता लगता है। इन परीक्षणों द्वारा परीक्षार्थियों के सामान्य ज्ञान का भी अच्छा आभास प्राप्त होता है।

इन परीक्षणों का उपयोग उन परिस्थितियों में सर्वोत्तम होता है जहां विद्यार्थी की सृजनात्मक योग्यता तथा विचारों को संगठित करने की क्षमता ज्ञान प्राप्त करना अपरिहार्य हो।

परिवर्तनशील क्षेत्र से संबंधित परीक्षाओं में निबंधात्मक परीक्षण ही अधिक प्रभावकारी होते है। ऐसी परिस्थितियों में होशियारी से तैयार किये गये निबंधात्मक प्रश्न व्यावहारिक हल प्रदान करने में सफल रहते हैं। यदि निबंधात्मक और वस्तुगत पदों को मिलाकर मिश्रित परीक्षण तैयार किया जाये तो अधिक उत्तम रहता है।

निबंधात्मक परीक्षणों की कमियों को दूर करन के लिए यह अधिक उत्तम हो यदि पहले से उत्तर में वांछित बिन्दुओं को अंकित कर लिया जाये और उसी के अनुसार अंक प्रदान किये जायें। नमूने के तौर पर कुछ उत्तरों को लिनख लेना भी काफी सहायक होता है, विशेष रूप से अनेक लोगों को अंक प्रदानप करने हों।

(ब) वस्तुनिष्ठ या सीमित उत्तर पद - इन परीक्षणों में अनेक प्रश्न दिये रहते हैं। यह प्रश्न छोटे छोटे पदों के रूप में होते हैं। हर पद का निश्चित उत्तर होता है। इन परीक्षणों में कम समय में अनेक प्रश्नों का उत्तर देतना होता है। ये पद कई प्रकार के होते है। कुछ परीक्षणों में पद के सामने हो या नहीं अथवा सत्य व असत्य लिखा रहता है। उत्तरदाता को इनमें से किसी एक पर चिह्न लगाना होता है। इसके अतिरिकत कुछ पदों के अनेक उत्तर लिखे रहते हैं और परीक्षार्थी को उनमें से सही उत्तर को इंगित करना होता है। मिलान पद और पूर्ति पद के रूप मे भी इन परीक्षणों में पदों को सम्मिलित किया जाता है।

(स) क्रियात्मक या अशाब्दिक परीक्षण - इस परीक्षण सामूहिक और व्यक्तिगत दोनों ही प्रकार के होते है। परन्तु इस प्रकार के परीक्षणों में अधिकांश परीक्षण

12.6 परीक्षण निर्माण के सोपान (Steps of test construction)

सामान्य रूप से सभी प्रकार की वस्तुनिष्ठ परीक्षाओं के निर्माण की प्रक्रिया के निम्नलिखित चरण होते हैं

12.6.1 नियोजन (Planning)
12.6.2 निर्माण (Preparation)
12.6.3 मूल्यांकन (Evaluation or Try-out or Item-analysis)
12.6.4 एकांशों का चयन
12.6.5 प्रमापीकरण (Standardization)

12.6.1 नियोजन (Planning)- किसी भी परीक्षा का निर्माण करने से पहले उसकी एक विस्तृत योजना तैयार करनी होती है। इसका अर्थ यह है कि परीक्षा संबंधीबहुत से निर्णय इस स्तर पर लेने होते हैं। उन्हीं के अनुसार बाद में सम्पूर्ण कार्य करना होता है। यदि यह निर्णय पहले से नहीं लिये जाते तो सम्पूर्ण कार्य की रूपरेखा अस्पष्ट रहती है तथा बाद में कई प्रकार की कठिनाईयां काम में बाधा डालती है। नियोजन के अन्तर्गत जो निर्णय शोधकर्ता को लेने होते हैं तथा जो अन्य कार्य इस स्तर पर करने होते हैं, ये इस प्रकार हैं -

i. परीक्षा के उद्देश्य का निर्धारण अर्थात किस उद्देश्य की उपलब्धि हेतु परीक्षा का निर्माण किया जाना है। उद्देश्य के अनुसार परीक्षा के निर्माण की प्रक्रिया में कभी कभी अन्तर हो जाता है, यथा यदि परीक्षा का उद्देश्य चयन (selection) है तो उसके एकांशों (items) की कठिनाई का स्तर सीमित एवं ऊँचा रखना पड़ेगा, अर्थात परीक्षा कठिन बनानी होगी। यदि परीक्षा का उद्देश्य किसी समूह की विशेषता का वर्णन भर करना है तो उसके एकांशों की कठिनता का विस्तार अधिक रखना होगा, अर्थात उसमें सरल एवं कठिन सभी प्रकार के प्रश्न रखने होंगे।

ii. जिस विशेषता, चर (variable) अथवा तत्त्व (factor) का मापन करना है उसे व्यवहारों (behavioural terms) के रूप में परिभाषित करना। इसका अर्थ है उन माध्यमों को खोजना एवं परिभाषित करना जिनमें उस चर अथवा विशेषता की अभिव्यक्ति होती है और जिसका मापन संभव है। किसी भी मनोवैज्ञानिक विशेषता को हम सीधे सीधे नहीं देख सकते हैं और न सीधे उसका मापन कर सकते हैं क्योंकि वे अमूर्त होती हैं, यथा 'क्रोध'। केवल व्यक्ति का प्रत्यक्ष व्यवहार ही हमें इस बात का ज्ञान कराता है कि व्यक्ति क्रोध में है। ठीक वैसे ही जैसे जब पंखा चलता है तभी हमें पता लगता है कि बिजली आ रही है। अत: परीक्षा के निर्माण हेतु इन माध्यमों को खोजना एवं परिभाषित करना अत्यंत आवश्यक होता है और ये माध्यम मनोवैज्ञानिक परीक्षाओं की स्थिति में सामान्यत: व्यक्तियों के व्यवहार ही होते हैं।

iii. यह निर्धारित करना कि परीक्षा किस आयु, किस कक्षा, किन व्यक्तियों के लिए बनानी है।

iv. यह निर्धारित करना कि परीक्षा में कितने एवं किस प्रकार के एकांश होंगे।

v. परीक्षा की भाषा क्या होगी, यह निर्धारित करना।

vi. यह निर्धारित करना कि परीक्षा का मूल्यांकन (try-out) एवं प्रमापीकरण (standardization) के न्यादर्श पर किया जाएगा, उसका आकार (size) क्या होगा ?

vii. यह निर्धारित करना कि परीक्षा की समरूप दूसरी परीक्षा का निर्माण करना भी आवश्यक है अथवा नहीं। यदि निर्माणकर्त्ता परीक्षा की समरूप विश्वसनीयता स्थापित करना चाहता है तो उसे परीक्षा के दो समान रूप तैयार करने होंगे।

viii. अधिक से अधिक कितने समय की परीक्षा होगी, यह निर्धारित करना।

ix. यह निर्धारित करना कि परीक्षा कब तक तैयार हो जानी चाहिए।

उपरोक्त सारे निर्णय परीक्षा निर्माण का कार्य आरंभ करने से पहले ही लेने होते हैं। ये निर्णय लेने में संबंधितविषयों एवं क्षेत्रों की पुस्तकों का अध्ययन भी करना पड़ता है। जो परीक्षाएं उस क्षेत्र में पहले से उपलब्ध हैं उनका भी अध्ययन करना पड़ता है। यह सब कार्य परीक्षा के नियोजन के ही अन्तर्गत आता है।

12.6.2 निर्माण (Preparation)- नियोजन का कार्य पूरा हो जाने के बाद परीक्षा के निर्माण का कार्य आरंभ होता है। इस स्तर पर निर्माता बहुत से एकांशों (items) को बनाता है। जिस प्रकार के एकांश परीक्षा में रखने का निर्णय लिया जा चुका है उसी प्रकार के तथा वांछनीय संख्या के दुगने अथवा तिगुने एकांश बनाता है। इन एकांशों का स्रोत निर्माता का अपना अनुभव, अपना ज्ञान, पूर्व में बनी हुई उसी प्रकार की परीक्षाएं एवं संबंधित पुस्तकें होती है। एकांशों के उत्तर किस प्रकार से प्राप्त होंगे इस दृष्टिकोण से एकांश कई प्रकार के होते हैं, यथा (i) हाँ न विकल्प वाले, (ii) सत्य असत्य विकल्प वाले (iii) पूर्ति प्रकार के (completion type) (iv) बहु विकल्पीय (multiple

choice type) (v) तुलनात्मक (vi) मिलान करने वाले, (matching type) (vii) सादृश्यात्मक (analogy type) (viii) शब्द खला (verbal series) (ix) संख्या खला (number series) आदि। सभी परीक्षाओं में इन सबका प्रयोग नहीं होता। अधिकांश में बहुविकल्पीय एंकाशों का प्रयोग होता है। बुद्धि परीक्षाओं एवं सम्प्राप्ति परीक्षाओं में ही कई प्रकार के एकांशों का प्रयोग होता है।

इस प्रकार जब वांछनीय संख्या में एकांश बन जाते हैं तो उन्हें निर्माता एक एक करके पुन: पढ़ता है और सोचता है कि क्या प्रत्येक एकांश उसी विशेषता, उसी उद्देश्य का मापन करता है जिसके मापन हेतु उसे बनाया गया था। आवश्यकतानुसार उन्हें काँट-छाँट कर सुधार संवार कर पुन: साफ साफ लिखता है तथा अपने शोध मार्गदर्शक (research-guide) अथवा/एवं उस क्षेत्र के एक दो विशेषज्ञों के साथ बैठकर विचार विमर्श करता है। प्राय: टाइप कराकर अथवा फोटो कापी कराकर एक-एक कापी उनके पास छोड़ दी जाती है जिससे वे समय मिलने पर उनको पढ़कर उनमें संशोधन की सकें। इस स्तर पर प्रत्येक एकांश के उत्तरों की कुंजी भी एकांशों के साथ ही बनाई जाती है। साधारणतया जो उत्तर सही स्वीकार किया जाता है उस पर सही का चिन्ह लगा दिया जाता है ताकि विशेषज्ञ को पता चल सके कि निर्माता ने किसे सही उत्तर माना है और यह जाँच कर सके कि वही एक उत्तर सही है अथवा कोई दूसरा उत्तर भी सही हो सकता है। इस प्रकार की परीक्षाओं में यह अत्यंत आवश्यक होता है कि केवल एक ही उत्तर सही होना चाहिए। साथ ही इस स्तर पर एकांशों की भाषा, शब्दों के विशेषतापरक व्यवहारों की पर्याप्तता आदि की भी अच्छी तरह जाँच की जाती है। यह भी पुन: विचार किया जाता है कि जिस आयु स्तर, शैक्षिक स्तर के लिए परीक्षा का निर्माण किया गया है वह उसके लिए उपयुक्त है अथवा नहीं।

इसी के साथ इसी स्तर पर परीक्षा को प्रशासित करने के निर्देश भी लिखने चाहिए। परीक्षा को किस प्रकार प्रशासित किया जाएगा तथा परीक्षार्थी किस प्रकार, कहाँ अपने उत्तर लिखेंगे आदि सूचनाएं परीक्षा के प्रथम पृष्ठ पर ही लिखी जाती है। इनको भी कई कई बार पढ़कर सुधारा संवारा जाता है तथा यह प्रयास किया जाता है कि ये निर्देश संक्षिप्त होते हुए भी पूर्णतया स्पष्ट हो।

इस प्रकार निर्माण के स्तर पर निम्नलिखित कार्य निर्माता को करने होते हैं -

- **i.** वांछनीय संख्या में तथा वांछनीय प्रकार के एकांशों को निर्माण करना।
- **ii.** सही उत्तरों का निर्धारण करना।
- **iii.** प्रशासन के निर्देश तैयार करना।
- **iv.** विशेषज्ञों से उनका जाँच कराना।
- **v.** एकांशों का पुन: सम्पादन करना तथा उनकी अधिक संख्या में फोटो कापियाँ कराना।

इस प्रकार परीक्षा का प्रथम प्रारूप तैयार हो जाता है।

12.6.3 एकांशों का मूल्यांकन(Item-analysis or Try-out)/पद विश्लेषण - निर्माण के स्तर पर परीक्षा का प्रथम प्रारूप (prelimirary form) तैयार हो जाता है, परन्तु यह निश्चित नहीं हो पाता है कि उसके एकांश कितने उपयुक्त एवं वैध हैं। अत: एकांशों की उपयुक्तता एवं वैधता ज्ञात करने हेतु उनकी सघन जाँच इस स्तर पर की जाती है। इस जाँच के साधारणतया दो चरण होते हैं -

(क) पूर्व -अन्वीक्षा (Pre-try-out)

(ख) अन्वीक्षा (Try-out)

अन्वीक्षा के स्तर पर यह जाँच की जाती है कि परीक्षा का जो प्रथम प्रारूप तैयार किया गया है उसके कितने एकांश अत्याधिक उपयुक्त एवं वैध हैं। इस प्रकार अन्वीक्षा का उद्देश्य परीक्षा के प्रथम प्रारूप के एकांशों में से अच्छे अर्थात उपयुक्त एवं वैध एकांशें को छांटना होता है। इसीलिए प्रथम प्रारूप में वांछनीय संख्या के लगभग दुगने एकांश रखे जाते हैं। इस स्तर पर प्राय: बहुत से एकांश अस्वीकृत हो जाते हैं। अनेकों एकांश चयन की कसौटी पर खरे नहीं उतरते।

(क) पूर्व -अन्वीक्षा (Pre-try-out)

इस स्तर पर मोटे तौर पर से यह जाँच की जाती है कि परीक्षा का प्राथमिक प्रारूप भाषा के दृष्टिकोण से, समझने के दृष्टिकोण से, समय एवं उत्तरांकन (scoring) के दृष्टिकोण से, कहाँ तक उपयुक्त है। इसके लिए पहले एक छोटा न्यादर्श जिसमें लगभग 15-20 परीक्षार्थी हों, छाँटा जाता है। यह न्यादर्श उन्हीं बालकों, छात्रों, व्यक्तियों आदि के समूह का प्रतिनिधि रूप होना चाहिए जिनके लिए परीक्षा का निर्माण किया जा रहा है।

इन 15-20 परीक्षार्थियों को जब परीक्षा दी जाती है तो यह पता चल जाता है कि कोई एकांश ऐसा तो नहीं है जिसकी भाषा अथवा उसका कोई शब्द इतना कठिन हो कि बहुत से परीक्षार्थियों की समझ में न आता हो। उसे नोट कर के बाद में उसमें परिवर्तन कर लेते हैं। इसी प्रकार कितना समय परीक्षा को पूर्ण करने में लगता है, इसका भी अनुमान लग जाता है। इस प्रकार प्राथमिक जाँच अथवा पूर्व अन्वीक्षा एक प्रकार से परीक्षा के प्रथम प्रारूप का पूर्व अध्ययन होता है। इसके बाद इसके एकांशों की सघन अन्वीक्षा की जाती है। वास्तविक अन्वीक्षा (try-out) उसी को कहते हैं। इस स्तर पर प्रत्येक एकांश का विश्लेषण किया जाता है। इसीलिए इसे एकांश विश्लेषण (Item-analysis) भी कहते हैं। एकांशों का मूल्यांकन (Item-evaluation)भी कहा जाता है।

(ख) वास्तविक अन्वीक्षा अथवा एकांश विश्लेषण (Item-Analysis)- प्रत्येक वस्तुनिष्ठ परीक्षा के निर्माण का एकांश विश्लेषण एक अत्यंत महत्त्वपूर्ण पक्ष है। इस सम्पर्ण प्रक्रिया के प्रमुख चरण इस प्रकार हैं -

i. एक प्रतिनिधि न्यादर्श का चयन जो पर्याप्त रूप से बड़ा हो।

ii. इस न्यादर्श पर परीक्षा का प्रशासन।

iii. परीक्षा का उत्तरांकन (scoring) एवं मापांकों का तालिकाकरण।

iv. एकांशों के सांख्यिकीय मान (क) कठिन्य-स्तर (difficulty-level) एवं (ख) विभेदक सूचकांक (discrimination index) की गणना करना।

प्राय: परीक्षाओं के निर्माता यह प्रश्न पूछा करते हैं कि परीक्षा -अन्वीक्षा हेतु न्यादर्श कितना बड़ा होना चाहिए। इस संबंधमें कोई अपरिवर्तनीय नियम नहीं हो सकता। न्यादर्श जितना बड़ा होगा परिणाम उतने ही स्थायी होंगे। कुछ विशेषज्ञों का कहना है कि न्यादर्श का आकार 400 के आस पास होना चाहिए। यहएक आदर्श स्थिति है। कुछ परीक्षाओं के लिए सही ढंग से चुना गया। 100 का न्यादर्श भी पर्याप्त समझा जा सकता है। परन्तु इससे छोटा नहीं होना चाहिए। इस न्यादर्श पर परीक्षा की प्रशासित करके उस पर सभी परीक्षार्थियों के मापांकों को एक तालिका में प्रस्तुत किया जाता है। उकसे बाद उन मापांको के आधार पर प्रत्येक एकांश की कठिनता का स्तर तथा उसकी विभेदकारी शक्ति के सूचकांक की गणना की जाती है।

12.6.4 एकांशों का चयन -एकांशों की दोनों विशेषताओं को ज्ञात कर लेने के पश्चात् इनके आधार पर उन एकांशों का चयन किया जाता है जो सर्वोत्तम है। चयन का आधार एक कसौटी होती है। इस कसौटी में एकांश का काठिन्य सूचकांक 30-80 के बीच तथा वैधता सूचकांक 30 से ऊपर रखा जाता है। परन्तु यह कसौटी अत्यंत लचीली होती है। प्रत्येक प्रकार की परीक्षा के निर्माण में इसका प्रयोग नहीं किया जाता। यह कसौटी उस परीक्षा के लिए उपयुक्त समझी जाती है जिसका उद्देश्य किसी बड़े समूह की विशेषता का मापन करके उसकी इकाइयों को कवेल श्रेणियों में बाँटना हो, अर्थात उस विशेषता का समूहगत सर्वेक्षण करना हो। यदि परीक्षा का उद्देश्य कुछ बहुत उच्च योग्यता अथवा विशेषता वाले व्यक्तियों का चयन करना हो, अर्थात परीक्षा का उद्देश्य चयन हो तो प्राय: उन एकांशों को परीक्षा में सम्मिलित किया जाता है जिसका काठिन्य सूचकांक 50 अथवा उसके आसपास हो तथा वैधता सूचकांक भी .5 से ऊपर हो। इस प्रकार इन दो सांख्यिकीय मानों के आधार पर एकांशों का चयन किया जाता है। जितने एकांश इस कसौटी पर खरे उतरते हैं उन्हें लेकर पुन: परीक्षा का अन्तिम रूप तैयार किया जाता है। यह कर लेने के बाद परीक्षा अंतिम रूप से तैयार मान ली जाती है।

12.6.5 प्रमापीकरण (Standardization)- परीक्षा का अंतिम रूप तैयार हो जाने पर उसके प्रमापीकरण की प्रक्रिया आरंभ होती है। प्रत्येक परीक्षा का प्रमापीकरण आवश्यक नहीं होता। यदि परीक्षा एक अध्यापक द्वारा केवल अपनी कक्षा अथवा अपने विद्यालय के विद्यार्थियों के लिए बनाई है तो उसके प्रमापीकरण की आवश्यकता नहीं होती। ऐसी परीक्षा को 'अध्यापक द्वारा निर्मित' (teacher made) परीक्षा कहते हैं। यदि परीक्षा विभिन्न नगरों के, विभिन्न विद्यालयों के अनेकों

विद्यार्थियों के लिए बनाई गई है तो उसका प्रमापीकरण करना आवश्यक होता है । विशेषज्ञों के अनुसार एक प्रमापीकृत परीक्षा की निम्नलिखित विशेषताएँ होती हैं -

1. उसकी विषय वस्तु का चयन परीक्षण के आधार पर किया जाता है ।

2. उसके प्रशासन की विधि भी निश्चित एवं प्रमापीकृत होती है ।

3. उसके स्कोरिंग की विधि भी वस्तुनिष्ठ एवं प्रमापीकृत होती है ।

4. वह पर्याप्त रूप से विश्वसनीय होती है ।

5. वह पर्याप्त रूप से वैध होती है ।

6. उसके मानक उपलब्ध होते हैं ।

इनमें से पहली तीन विशेषताओं का निर्धारण तो परीक्षा का अन्तिम रूप तैयार हाने तक ही हो जाता है । विषय-वस्तु का चयन एकांशों के विश्लेषण के आधार पर किया जाता है । उसी स्तर पर प्रशासन के निर्देश, प्रशासन की समयाविधि, उत्तरों के अंकन आदि का भी प्रमापीकरण हो जाता है । परीक्षा की विश्वसनीयता, वैधता एवं उसके मानकों का निर्धारण बाद में किया जाता है ।

12.7 सारांश

इस प्रकार उपरोक्त अध्ययन से यह जानकारी मिलती है किसी भी परीक्षण निर्माण में बनने वाले पदों की भाषा शब्दों का चयन पद की भावना पद में संदेश कठिनाई सार इत्यादि का पता लगाने से पदों की छँटनी हो जाती है और विद्यार्थियों की आवश्यकता के अनुरूप उद्देश्यों की पूर्ति करने वाला परीक्षण उपलब्ध होता है ।

12.8 शब्दावली

1- **पद विश्लेषण -** वह प्रक्रिया जिसमें किसी परीक्षण के विभिन्न पदों की सापेक्षिक कठिनाई सतर एवं विभेदनकारी शक्ति का पता लगाया जाता है ।
2- **विभेदकारी -** कक्षा के उत्तम, मध्यम एवं मध्यम से नीचे वाले विद्यार्थियों में विभेद कर सके।

12.9 स्वमूल्यांकनहेतु प्रश्न

अति लघुरात्मक प्रश्न

1- पद किसे कहते हैं ?
2- परीक्षा निर्माण के कितने सोपान होते हैं ?

लघुरात्मक प्रश्न

1- पद विश्लेषण किसे कहते हैं ?
2- विभेदनकारी शक्ति का क्या अर्थ है ?
3- कठिनाई स्तर का क्या अर्थ है ?
4- व्यवहार परीक्षणों की व्याख्या कीजिए ?

निबन्धात्मक प्रश्न

1- परीक्षण निर्माण की सम्पूर्ण प्रक्रिया का वर्णन कीजिए ?
2- परीक्षण निर्माण में पद विश्लेषण प्रक्रिया क्या है उसे विस्तार से समझाइये।

12.10 संदर्भ ग्रंथ सूची

- अनिल कुमार (2008) शिक्षा के मापन मूल्याकंन एवं निर्देशन, राजस्थान नई दिल्ली
- भार्गव महेश (1971) मनोवैज्ञानिक मूल्यांकन एवं मापन, हर प्रसाद भार्गव शैक्षिक प्रकाशन आगरा।
- डी.एन. श्रीवास्तव सांख्यिकी एवं मापन- विनोद पुस्तक मंदिर, आगरा गैरिट एम.ई. (1996) मनोविज्ञान एवं शिक्षा में सांख्यिकी।
- रायजादा बी.एस. (1997) शिक्षा मे अनुसंधान के आवश्यक तत्व, राजस्थान हिन्दी ग्रन्थ अकादमी जयपुर
- गुप्ता, एस.पी. (2007) आधुनिक मापन एवं मूल्याकंन शारदा पुस्तक भवन इलाहाबाद
- भटनागर, आर.पी. (1995) शिक्षा अनुसंधान विधि एवं विश्लेषण ईगल बुक्स इंटरनेशनल मेरठ |
- अग्रवाल, वाई. पी. (1990) स्टेस्टिकल मेथड, स्टर्लिंग पब्लिशर्स, प्रा.लि., नई दिल्ली |
- गेरेट, हेनरी (2007) शिक्षा और मनोविज्ञान में सांख्यिकी , पैरागन इंटरनेशनल पब्लिशर्स, नई दिल्ली |

इकाई 13

पद का अर्थ एवं विशेषताएँ, पदों के प्रकार, पद लेखन हेतु सामान्य निर्देश, निबंधात्मक एवं वस्तुनिष्ठ परीक्षा का तुलनात्मक अध्ययन

Meaning and Cheracteristics of an item, types of items, general guidelines for item writing, a comparative study of essay test and objective test

इकाई की रूपरेखा

13.1 प्रस्तावना

13.2 उद्देश्य

13.3 पद का अर्थ

13.4 पद की विशेषताएं

13.5 पदों के प्रकार

13.6 पद लेखन हेतु सामान्य नियमावली

13.7 वस्तुनिष्ठ परीक्षा

13.8 निबंधात्मक परीक्षा

13.9 निबंधात्मक एवं वस्तुनिष्ठ परीक्षा की तुलना

13.10 सारांश

13.11 शब्दावली

13.12 स्वमूल्यांकन प्रश्न

13.13 संदर्भ ग्रंथ सूची

13.1 प्रस्तावना

बालक के व्यवहार का हम निरन्तर अवलोकन करते है परिवर्तन देखते है सतत् मूल्यांकन भी करते हैं यह व्यवहार विषय वस्तु संबंधितभी हो सकते है। व्यक्तित्व के कुछ अन्य पक्षों से संबंधितभी हो सकते हैं | इसके मापन हेतु हम परीक्षणों का निर्माण करते हैं इन परीक्षणों की गुणवत्ता तभी अच्छी मानी जा सकती है जब इनके परीक्षण पदों की गुणवत्ता हो प्रस्तुत अध्याय इन्हीं परीक्षण पदों के प्रकार, विशेषताओं, पद लेखन प्रणाली पर प्रकाश डाला जा रहा है।

13.2 उद्देश्य

इस इकाई के अध्ययन के पश्चात आप -

- परीक्षण पदों का अर्थ समझ पायेंगे |
- परीक्षण पदों की विशेषताओं की जानकारी प्राप्त कर सकेंगे।
- पदों के प्रकार की जानकारी प्राप्त हो सकेगी।
- पद लेखन हेतु सामान्य नियमावली की जानकारी प्राप्त हो सकेगी।
- निबंधात्मक एवं वस्तुनिष्ठ परीक्षाओं में विभिन्न विशेषताओं के आधार पर तुलना कर सकेंगे।

13.3 पद का अर्थ

परीक्षण की रचना हेतु लिखा जाने वाला पद, प्रश्न या कथन के रूप में लिखा जाता है। बीन 1953 के अनुसार पद से तात्पर्य एक ऐसा प्रश्न या पाठ से होता है जिसे प्राय: छोटी इकाइयों में नहीं बांटा जाता है। जैसे क्या आपको अक्सर घबराहट होती है, एक पद का उदाहरण है जिसे छोटी इकाइयों में नहीं बाटा जा सकता है। पदो के लेखन सरल और सीधी भाषा में किया जाना चाहिए। ऐसे शब्दों का प्रयोग नहीं करना चाहिए जिसके एक से अधिक अर्थ हो। जहां तक संभव हो सके कम से कम शब्दों में पदों की रचना की जानी चाहिए।

परीक्षण पदों को एकत्रित करने के साथ ही परीक्षण निर्माता को पदो के प्रत्युत्तर के प्रकार को निर्धारित करना होता है। जैसे कि सत्य/असत्य, हां /नहीं तुलनात्मक, पांच बिन्दु मापनी या अन्य कोई प्रकार।

13.4 पद की विशेषताएं

कोई पद प्रभावी माना जाता है जब उसमें निम्नलिखित विशेषताएं हो -

1- पद की भाषा, विषयवस्तु उत्तरदाता के मानसिक स्तर के अनुरूप हो।
2- पद निर्धारित समयावधि में हल किया जा सकने वाला हो।
3- पद का प्रकार सुस्पष्ट हो।
4- पद का कठिनता स्तर का निर्धारण कर लिया गया हो।
   जो पद समूह के 50 प्रतिशत व्यक्तियों द्वारा हल कर लिया जाता है वह उपर्युक्त कठिनता स्तर का स्मरण किया जाता है।
5- पद की विभेदन शक्ति का निर्धारण कर लिया गया हो। 0.25 से कम वैधता गुणांक वाले पदों को कमजोर पद माना जाता है।
   एक अच्छे परीक्षण की यह विशेषता होनी चाहिए कि वह व्यक्तियों की योग्यता की मात्रा के आधार पर भेद या अन्तर को स्पष्टकर सके अत: इस उद्देश्य को पूरा करने के लिए पदो के भीतर विभेदन करने की क्षमता पाया जाना अत्यन्त आवश्यक है पदों की इसी क्षमता को विभेदन शक्ति कहा जाता है।

13.5 पदों के प्रकार

सामान्य रूप से सभी प्रकार की वस्तुनिष्ठ परीक्षाओं के निर्माण की प्रक्रिया के निम्नलिखित चरण होते हैं

13.5.1 नियोजन (Planning)
13.5.2 निर्माण (Preparation)
13.5.3 मूल्यांकन (Evaluation or Try-out or Item-analusis)
13.5.4 एकांशों का चयन
13.5.5 प्रमापीकरण (Standardization)

13.5.1 नियोजन (Planning)- किसी भी परीक्षा का निर्माण करने से पहले उसकी एक विस्तृत योजना तैयार करनी होती है। इसका अर्थ यह है कि परीक्षा संबंधीबहुत से निर्णय इस स्तर पर लेने होते हैं। उन्हीं के अनुसार बाद में सम्पूर्ण कार्य करना होता है। यदि यह निर्णय पहले से नहीं लिये जाते तो सम्पूर्ण कार्य की रूपरेखा अस्पष्ट रहती है तथा बाद में कई प्रकार की कठिनाईयां काम में बाधा डालती है। नियोजन के अन्तर्गत जो निर्णय शोधकर्ता को लेने होते हैं तथा जो अन्य कार्य इस स्तर पर करने होते हैं, ये इस प्रकार हैं -

i. परीक्षा के उद्देश्य का निर्धारण अर्थात किस उद्देश्य की उपलब्धि हेतु परीक्षा का निर्माण किया जाना है। उद्देश्य के अनुसार परीक्षा के निर्माण की प्रक्रिया में कभी कभी अन्तर हो जाता है, यथा यदि परीक्षा का उद्देश्य चयन (selection) है तो उसके एकांशों (items) की कठिनाई का स्तर सीमित एवं ऊँचा रखना पड़ेगा, अर्थात परीक्षा कठिन बनानी होगी। यदि परीक्षा का उद्देश्य किसी समूह की विशेषता का वर्णन भर करना है तो उसके एकांशों की कठिनता का विस्तार अधिक रखना होगा, अर्थात उसमें सरल एवं कठिन सभी प्रकार के प्रश्न रखने होंगे।

ii. जिस विशेषता, चर (variable) अथवा तत्त्व (factor) का मापन करना है उसे व्यवहारों (behavioural terms) के रूप में परिभाषित करना। इसका अर्थ है उन माध्यमों को खोजना एवं परिभाषित करना जिनमें उस चर अथवा विशेषता की अभिव्यक्ति होती है और जिसका मापन संभव है। किसी भी मनोवैज्ञानिक विशेषता को हम सीधे सीधे नहीं देख सकते हैं और न सीधे उसका मापन कर सकते हैं क्योंकि वे अमूर्त होती हैं, यथा 'क्रोध'। केवल व्यक्ति का प्रत्यक्ष व्यवहार ही हमें इस बात का ज्ञान कराता है कि व्यक्ति क्रोध में है। ठीक वैसे ही जैसे जब पंखा चलता है तभी हमें पता लगता है कि बिजली आ रही है। अत: परीक्षा के निर्माण हेतु इन माध्यमों को खोजना एवं परिभाषित करना अत्यंत आवश्यक होता है और ये माध्यम मनोवैज्ञानिक परीक्षाओं की स्थिति में सामान्यत: व्यक्तियों के व्यवहार ही होते हैं।

iii. यह निर्धारित करना कि परीक्षा किस आयु, किस कक्षा, किन व्यक्तियों के लिए बनानी है।

iv. यह निर्धारित करना कि परीक्षा में कितने एवं किस प्रकार के एकांश होंगे।

v. परीक्षा की भाषा क्या होगी, यह निर्धारित करना।

vi. यह निर्धारित करना कि परीक्षा का मूल्यांकन (try-out) एवं प्रमापीकरण (standardization) के न्यादर्श पर किया जाएगा, उसका आकार (size) क्या होगा ?

vii. यह निर्धारित करना कि परीक्षा की समरूप दूसरी परीक्षा का निर्माण करना भी आवश्यक है अथवा नहीं। यदि निर्माणकर्त्ता परीक्षा की समरूप विश्वसनीयता स्थापित करना चाहता है तो उसे परीक्षा के दो समान रूप तैयार करने होंगे।

viii. अधिक से अधिक कितने समय की परीक्षा होगी, यह निर्धारित करना।

ix. यह निर्धारित करना कि परीक्षा कब तक तैयार हो जानी चाहिए।

उपरोक्त सारे निर्णय परीक्षा निर्माण का कार्य आरंभ करने से पहले ही लेने होते हैं। ये निर्णय लेने में संबंधितविषयों एवं क्षेत्रों की पुस्तकों का अध्ययन भी करना पड़ता है। जो परीक्षाएं उस क्षेत्र में पहले से उपलब्ध हैं उनका भी अध्ययन करना पड़ता है। यह सब कार्य परीक्षा के नियोजन के ही अन्तर्गत आता है।

13.5.2 निर्माण (Preparation)- नियोजन का कार्य पूरा हो जाने के बाद परीक्षा के निर्माण का कार्य आरंभ होता है। इस स्तर पर निर्माता बहुत से एकांशों (items) को बनाता है। जिस प्रकार के एकांश परीक्षा में रखने का निर्णय लिया जा चुका है उसी प्रकार के तथा वांछनीय संख्या के दुगने अथवा तिगुने एकांश बनाता है। इन एकांशों का स्रोत निर्माता का अपना अनुभव, अपना ज्ञान, पूर्व में बनी हुई उसी प्रकार की परीक्षाएं एवं संबंधित पुस्तकें होती है। एकांशों के उत्तर किस प्रकार से प्राप्त होंगे इस दृष्टिकोण से एकांश कई प्रकार के होते हैं, यथा (i) हाँ न विकल्प वाले, (ii) सत्य असत्य विकल्प वाले (iii) पूर्ति प्रकार के (completion type) (iv) बहु विकल्पीय (multiple choice type) (v) तुलनात्मक (vi) मिलान करने वाले, (matching type) (vii) सादृश्यात्मक (analogy type) (viii) शब्द श्रेणी (verbal series) (ix) संख्या श्रेणी (number series) आदि। सभी परीक्षाओं में इन सबका प्रयोग नहीं होता। अधिकांश में बहुविकल्पीय एंकाशों का प्रयोग होता है। बुद्धि परीक्षाओं एवं सम्प्राप्ति परीक्षाओं में ही कई प्रकार के एकांशों का प्रयोग होता है।

इस प्रकार जब वांछनीय संख्या में एकांश बन जाते हैं तो उन्हें निर्माता एक एक करके पुन: पढ़ता है और सोचता है कि क्या प्रत्येक एकांश उसी विशेषता, उसी उद्देश्य का मापन करता है जिसके मापन हेतु उसे बनाया गया था। आवश्यकतानुसार उन्हें काँट-छाँट कर सुधार संवार कर पुन: साफ साफ लिखता है तथा अपने शोध मार्गदर्शक (research-guide) अथवा/एवं उस क्षेत्र के एक दो विशेषज्ञों के साथ बैठकर विचार विमर्श करता है। प्राय: टाइप कराकर अथवा फोटो कापी कराकर एक-एक कापी उनके पास छोड़ दी जाती है जिससे वे समय मिलने पर उनको पढ़कर उनमें संशोधन की सकें। इस स्तर पर प्रत्येक एकांश के उत्तरों की कुंजी भी एकांशों के साथ ही बनाई जाती है। साधारणतया जो उत्तर सही स्वीकार किया जाता है उस पर सही का चिन्ह लगा दिया जाता है ताकि विशेषज्ञ को पता चल सके कि निर्माता ने किसे सही उत्तर माना है और यह जाँच कर सके कि वही एक उत्तर सही है अथवा कोई दूसरा उत्तर भी सही हो सकता है। इस प्रकार की परीक्षाओं में यह अत्यंत आवश्यक होता है कि केवल एक ही उत्तर सही होना चाहिए। साथ ही इस स्तर पर एकांशों की भाषा, शब्दों के विशेषतापरक व्यवहारों की पर्याप्तता आदि की भी अच्छी तरह जाँच की जाती है। यह भी पुन: विचार किया जाता है कि जिस आयु स्तर, शैक्षिक स्तर के लिए परीक्षा का निर्माण किया गया है वह उसके लिए उपयुक्त है अथवा नहीं।

इसी के साथ इसी स्तर पर परीक्षा को प्रशासित करने के निर्देश भी लिखने चाहिए। परीक्षा को किस प्रकार प्रशासित किया जाएगा तथा परीक्षार्थी किस प्रकार, कहाँ अपने उत्तर लिखेंगे आदि सूचनाएं परीक्षा के प्रथम पृष्ठ पर ही लिखी जाती है। इनको भी कई कई बार पढ़कर सुधारा संवारा जाता है तथा यह प्रयास किया जाता है कि ये निर्देश संक्षिप्त होते हुए भी पूर्णतया स्पष्ट हों।

इस प्रकार निर्माण के स्तर पर निम्नलिखित कार्य निर्माता को करने होते हैं -

1. वांछनीय संख्या में तथा वांछनीय प्रकार के एकांशों को निर्माण करना।
2. सही उत्तरों का निर्धारण करना।
3. प्रशासन के निर्देश तैयार करना।
4. विशेषज्ञों से उनका जाँच कराना।
5. एकांशों का पुन: सम्पादन करना तथा उनकी अधिक संख्या में फोटो कापियाँ कराना।

इस प्रकार परीक्षा का प्रथम प्रारूप तैयार हो जाता है।

13.5.3 एकांशों का मूल्यांकन(Item-analysis or Try-out)/पद विश्लेषण - निर्माण के स्तर पर परीक्षा का प्रथम प्रारूप (prelimirary form) तैयार हो जाता है, परन्तु यह निश्चित नहीं हो पाता है कि उसके एकांश कितने उपयुक्त एवं वैध हैं। अत: एकांशों की उपयुक्तता एवं वैधता ज्ञात करने हेतु उनकी सघन जाँच इस स्तर पर की जाती है। इस जाँच के साधारणतया दो चरण होते हैं -

(क) पूर्व -अन्वीक्षा (Pre-try-out)

(ख) अन्वीक्षा (Try-out)

अन्वीक्षा के स्तर पर यह जाँच की जाती है कि परीक्षा का जो प्रथम प्रारूप तैयार किया गया है उसके कितने एकांश अत्याधिक उपयुक्त एवं वैध हैं। इस प्रकार अन्वीक्षा का उद्देश्य परीक्षा के प्रथम प्रारूप के एकांशों में से अच्छे अर्थात उपयुक्त एवं वैध एकांशें को छांटना होता है। इसीलिए प्रथम प्रारूप में वांछनीय संख्या के लगभग दुगने एकांश रखे जाते हैं। इस स्तर पर प्राय: बहुत से एकांश अस्वीकृत हो जाते हैं। अनेकों एकांश चयन की कसौटी पर खरे नहीं उतरते।

(क) पूर्व -अन्वीक्षा (Pre-try-out)

इस स्तर पर मोटे तौर पर से यह जाँच की जाती है कि परीक्षा का प्राथमिक प्रारूप भाषा के दृष्टिकोण से, समझने के दृष्टिकोण से, समय एवं उत्तरांकन (scoring) के दृष्टिकोण से, कहाँ तक उपयुक्त है। इसके लिए पहले एक छोटा न्यादर्श जिसमें लगभग 15-20 परीक्षार्थी हों, छाँटा जाता है। यह न्यादर्श उन्हीं बालकों, छात्रों, व्यक्तियों आदि के समूह का प्रतिनिधि रूप होना चाहिए जिनके लिए परीक्षा का निर्माण किया जा रहा है।

इन 15-20 परीक्षार्थियों को जब परीक्षा दी जाती है तो यह पता चल जाता है कि कोई एकांश ऐसा तो नहीं है जिसकी भाषा अथवा उसका कोई शब्द इतना कठिन हो कि बहुत से परीक्षार्थियों की समझ में न आता हो। उसे नोट कर के बाद में उसमें परिवर्तन कर लेते हैं। इसी प्रकार कितना समय परीक्षा को पूर्ण करने में लगता है, इसका भी अनुमान लग जाता है। इस प्रकार प्राथमिक जाँच अथवा पूर्व अन्वीक्षा एक प्रकार से परीक्षा के प्रथम प्रारूप का पूर्व अध्ययन होता है। इसके बाद

इसके एकांशों की सघन अन्वीक्षा की जाती है। वास्तविक अन्वीक्षा (try-out) उसी को कहते हैं। इस स्तर पर प्रत्येक एकांश का विश्लेषण किया जाता है। इसीलिए इसे एकांश विश्लेषण (Item-analysis)भी कहते है। एकांशोंका मूल्यांकन (Item-evaluation)भी कहा जाता है।

(ख) वास्तविक अन्वीक्षा अथवा एकांश विश्लेषण (Item-Analysis)- प्रत्येक वस्तुनिष्ठ परीक्षा के निर्माण का एकांश विश्लेषण एक अत्यंत महत्त्वपूर्ण पक्ष है। इस सम्पर्ण प्रक्रिया के प्रमुख चरण इस प्रकार हैं -

- **v.** एक प्रतिनिधि न्यादर्श का चयन जो पर्याप्त रूप से बड़ा हो।
- **vi.** इस न्यादर्श पर परीक्षा का प्रशासन।
- **vii.** परीक्षा का उत्तरांकन (scoring) एवं मापांकों का तालिकाकरण।
- **viii.** एकांशों के सांख्यिकीय मान (क) काठिन्य-स्तर (difficulty-level) एवं (ख) विभेदक सूचकांक (discrimination index) की गणना करना।

प्राय: परीक्षाओं के निर्माता यह प्रश्न पूछा करते हैं कि परीक्षा -अन्वीक्षा हेतु न्यादर्श कितना बड़ा होना चाहिए। इस संबंधमें कोई अपरिवर्तनीय नियम नहीं हो सकता। न्यादर्श जितना बड़ा होगा परिणाम उतने ही स्थायी होंगे। कुछ विशेषज्ञों का कहना है कि न्यादर्श का आकार 400 के आस पास होना चाहिए। यह एक आदर्श स्थिति है। कुछ परीक्षाओं के लिए सही ढंग से चुना गया। 100 का न्यादर्श भी पर्याप्त समझा जा सकता है। परन्तु इससे छोटा नहीं होना चाहिए। इस न्यादर्श पर परीक्षा की प्रशासित करके उस पर सभी परीक्षार्थियों के मापांकों को एक तालिका में प्रस्तुत किया जाता है। उसके बाद उन मापांको के आधार पर प्रत्येक एकांश की कठिनता का स्तर तथा उसकी विभेदकारी शक्ति के सूचकांक की गणना की जाती है।

13.5.4 एकांशोंका चयन -एकांशोंकी दोनों विशेषताओं को ज्ञात कर लेने के पश्चात् इनके आधार पर उन एकांशोंका चयन किया जाता है जो सर्वोत्तम है। चयन का आधार एक कसौटी होती है। इस कसौटी में एकांश का काठिन्य सूचकांक 30-80 के बीच तथा वैधता सूचकांक 30 से ऊपर रखा जाता है। परन्तु यह कसौटी अत्यंत लचीली होती है। प्रत्येक प्रकार की परीक्षा के निर्माण में इसका प्रयोग नहीं किया जाता। यह कसौटी उस परीक्षा के लिए उपयुक्त समझी जाती है जिसका उद्देश्य किसी बड़े समूह की विशेषता का मापन करके उसकी इकाइयों को कवेल श्रेणियों में बाँटना हो, अर्थात उस विशेषता का समूहगत सर्वेक्षण करना हो। यदि परीक्षा का उद्देश्य कुछ बहुत उच्च योग्यता अथवा विशेषता वाले व्यक्तियों का चयन करना हो, अर्थात परीक्षा का उद्देश्य चयन हो तो प्राय: उन एकांशों को परीक्षा में सम्मिलित किया जाता है जिसका काठिन्य सूचकांक 50 अथवा उसके आसपास हो तथा वैधता सूचकांक भी .5 से ऊपर हो। इस प्रकार इन दो सांख्यिकीय मानों के आधार पर एकांशोंका चयन किया जाता है। जितने एकांश इस कसौटी पर खरे उतरते हैं उन्हें लेकर पुन:

परीक्षा का अन्तिम रूप तैयार किया जाता है। यह कर लेने के बाद परीक्षा अंतिम रूप से तैयार मान ली जाती है।

13.5.5 प्रमापीकरण (Standardization)- परीक्षा का अंतिम रूप तैयार हो जाने पर उसके प्रमापीकरण की प्रक्रिया आरंभ होती है। प्रत्येक परीक्षा का प्रमापीकरण आवश्यक नहीं होता। यदि परीक्षा एक अध्यापक द्वारा केवल अपनी कक्षा अथवा अपने विद्यालय के विद्यार्थियों के लिए बनाई है तो उसके प्रमापीकरण की आवश्यकता नहीं होती। ऐसी परीक्षा को 'अध्यापक द्वारा निर्मित' (teacher made) परीक्षा कहते हैं। यदि परीक्षा विभिन्न नगरों के, विभिन्न विद्यालयों के अनेकों विद्यार्थियों के लिए बनाई गई है तो उसका प्रमापीकरण करना आवश्यक होता है। विशेषज्ञों के अनुसार एक प्रमापीकृत परीक्षा की निम्नलिखित विशेषताएँ होती हैं -

1. उसकी विषय वस्तु का चयन परीक्षण के आधार पर किया जाता है।

2. उसके प्रशासन की विधि भी निश्चित एवं प्रमापीकृत होती है।

3. उसके स्कोरिंग की विधि भी वस्तुनिष्ठ एवं प्रमापीकृत होती है।

4. वह पर्याप्त रूप से विश्वसनीय होती है।

5. वह पर्याप्त रूप से वैध होती है।

6. उसके मानक उपलब्ध होते हैं।

इनमें से पहली तीन विशेषताओं का निर्धारण तो परीक्षा का अन्तिम रूप तैयार हाने तक ही हो जाता है। विषय-वस्तु का चयन एकांशों के विश्लेषण के आधार पर किया जाता है। उसी स्तर पर प्रशासन के निर्देश, प्रशासन की समयाविधि, उत्तरों के अंकन आदि का भी प्रमापीकरण हो जाता है। परीक्षा की विश्वसनीयता, वैधता एवं उसके मानकों का निर्धारण बाद में किया जाता है।

13.6 पद लेखन हेतु सामान्य नियमावली

सामान्यत: पदो के निर्माण में निम्नांकित बातों का ध्यान रखना चाहिए -

1- पदो के निर्माण की प्रारंभिक प्रारूप में अनेक पदों को सम्मिलित करना चाहिए ताकि प्रारंभिक प्रारूप रूचिकर बन सके।
2- पदों के निर्माण के प्रारंभिक प्रारूप में पदों की संख्या अन्तिम प्रारूप से अधिक होनी चाहिए। सामान्यत: यह दो गुणा रखी जाती है।

3- प्रश्नों की भाषा स्पष्ट होनी चाहिए ताकि उसकी विषय वस्तु के आधार पर उत्तर प्राप्त हो सके, अन्यथा इस बात का खतरा बना रहता है कि प्रश्न के प्रारूप के आधार पर उत्तर प्राप्त हो जाये। सदैव कभी नहीं निश्चित रूप से यदि शब्दों का प्रयोग पदों में जहां तक संभव हो, नहीं करना चाहिए।

4- एक प्रकार के पद एक ही साथ लिए जाने चाहिए। जैसे सत्य/असत्य तथा वैकल्पिक प्रकार के पद।

5- अनुक्रियाओं का कोई क्रम नहीं होना चाहिए। उन्हें संयोग के आधार पर लिखा जाना चाहिए जिससे एक अनुक्रिया दूसरी अनुक्रिया के लिए मार्ग प्रशस्त न कर सके।

6- स्मृति या प्रत्यावाहन की अपेक्षा अधिगम पर अधिक बल दिया जाना चाहिए।

7- कोई भी पद ऐसा नहीं होना चाहिए कि उसका उत्तर किसी अन्य पद या पद समूह के आधार पर दिया जा सके।

8- जहां तक संभव हो, प्रत्येक पद का अंक समान होना चाहिए।

9- पदों में कठिनाई के आधार पर आरोही क्रम में रखा जाना चाहिए।

10- पदों की भाषा इस प्रकार होनी चाहिए कि उत्तर पूरे प्रश्न द्वारा निर्धारित हो, उसके किसी अंश द्वारा नहीं।

1- पदों का व्यवस्थापन

पदों के परीक्षण में व्यवस्थित करने के अनेक रूप हैं -

13.7 वस्तुनिष्ठ परीक्षा

यह नवीन प्रकार की परीक्षायें होती हैं। यह अधिक वस्तुनिष्ठ, वैध तथा उपयोगी होती है। इन्हें प्रमाणिक भी बनाया जाता है। सम्पूर्ण पाठ्यवस्तु पर प्रश्न पूछे जाते हैं। यह दो प्रकार की होती है - प्रत्यास्मरण तथा अभिज्ञान। इसमें कम समय में अधिक प्रश्न हल करने को दिये जाते हैं।

वस्तुनिष्ठ परीक्षाओं का उपयोग संकेत अधिगम श्रृंखला अधिगम तथा बहुभेदीय अधिगम के मापन के लिये सफलता पूर्वक किया जा सकता है। इन्हें प्रत्यय अधिगम के लिये भी प्रयुक्त कर सकते हैं। परन्तु अच्छे प्रश्न बनाना कठिन होता है।

13.8 निबंधात्मक परीक्षा

निबंधात्मक परीक्षायें तथा अधिगम के उद्देश्य

निबंधात्मक परीक्षायें विश्वसनीय तथा वैध नहीं होती है फिर भी शिक्षा के क्षेत्र में इनका अधिक प्रयोग होता है । उच्च अधिगम उद्देश्यों के मापन के लिये निबंधात्मक परीक्षायें ही सफलतापूर्वक प्रयुक्त की जा सकती है । निबंधात्मक परीक्षाओं की सीमायें होते हुए भी इनको हटाया नहीं जा सकता है । अपितु इनके सुधार की आवश्यकता है । निबंधात्मक परीक्षाओं में तीन प्रकार के सुधारोंकी आवश्कयता है ।

1- प्रश्नों में सुधार
2- प्रश्न पत्रों में सुधार , तथा
3- उत्तर पुस्तकों के मूल्यांकन में सुधार

1- **प्रश्नों में सुधार -** निबंधात्मक प्रश्नों के सुधार के लिये निम्नलिखित बातों को ध्यान में रखना चाहिये ।प्रत्येक प्रश्न को किसी अधिगम के विशेष उद्देश्य का मापन करना चाहिये। प्रश्नों की रचना में पाठ्य वस्तु के साथ उद्देश्य को भी महत्व देना चाहिए । प्रश्नों में सम्मिलित की गई पाठ्य वस्तु शुद्ध तथा वास्तविक होनी चाहिये। प्रश्नों की भाषा स्पष्ट तथा सरल होनी चाहिये। प्रश्नों का स्वरूप ऐसा होना चाहिये जिसके लिये निश्चित उत्तर हो । प्रश्नों का कठिनाई स्तर छात्रों के अनुकूल होना चाहिये । प्रश्नों का स्वरूप भी विविध प्रकार का होना चाहिये ।

2- **प्रश्नों पत्रों में सुधार -** प्रश्न पत्र ऐसे होने चाहिये जिनके द्वारा सभी अधिगम उद्देश्यों का मूल्यांकन किया जा सके । पाठ्य वस्तु के साथ उद्देश्यों को विशेष महत्च दिया जाना चाहिये। एक ही पाठ्य वस्तु विभिन्न उद्देश्यों के लिए प्रयुक्त की जा सकती है । प्रश्न पत्र के निर्देश स्पष्ट तथा सरल भाषा में होने चाहिये । अंकों का वितरण प्रश्न के साथ ही देना चाहिये। मूल्यांकन हेतु उत्तरों के नमूने भी देने चाहिये ।

3- **उत्तर पुस्तकों का मूल्यांकन में सुधार -** निबंधात्मक परीक्षा को उत्तर पुस्तकों के मूल्यांकन में सुधार करना चाहिये । मूल्यांकन के लिये योग्य व्यक्तियों को परीक्षक नियुक्त करना चाहिये। मूल्यांकन निर्देश सरल तथा स्पष्ट भाषा में होने चाहिये । उत्तरों के नमूने परीक्षकों को भेजने चाहिये। प्रश्न के प्रत्येक खण्ड को अलग अलग अंक देने चाहिये । अंकों के स्थान पर रेंक अथा ग्रेड दिये जाने चाहिए । केन्द्रीय मूल्यांकन की व्यवस्था होनी चाहिये और परीक्षकों को उत्तर पुस्तक बांटने की बजाय प्रश्न बांटने चाहिए । एक ही परीक्षक द्वारा सभी उत्तर पुस्तकों के प्रश्न का अंकन करना चाहिए ।

अधिगम के उच्च उद्देश्यों के मूल्यांकन में निबंधात्मक प्रश्न सफलतापूर्वक प्रयुक्त किये जाते हैं ।

13.9 निबंधात्मक एवं वस्तुनिष्ठ परीक्षा की तुलना

निबंधात्मक तथा वस्तुनिष्ठ परीक्षाओं का तुलनात्मक अध्ययन

बिन्दु	वस्तुनिष्ठ परीक्षा	निबंधात्मक परीक्षा
1 उद्देश्य	निष्पत्ति परीक्षा, साफल्य तथा निदान, बुद्धि तथा प्रवीणता परीक्षा में प्रयुक्त किये जाते हैं।	निष्पत्ति परीक्षा, साफल्य, वर्गीकरण, चयन में प्रयुक्त होते हैं।
2 रचना	रचना कठिन होती है समय, धन तथा शक्ति अधिक व्यय होती है।	रचना सरल होती है । समय भी कम लगता है।
3 अंक	अंकन सरल होता है । कुंजी की सहायता से कोई भी अंकन कर सकता है।	अंकन कठिन होता ह। विषय का स्वामित्व होने पर अंकन किया जा सकता है।
4 विश्वसनीयता	यह अधिक विश्वसनीय होते हैं। विश्वसनीयता गुणक ज्ञात किया जाता है।	यह विश्वनीय नहीं होते हैं । विश्वसनीयता गुणक ज्ञात करना कठिन होता है।
5 वैधता	यह अधिक वैध होते हैं । वैधता गुणक की गणना की जाती है।	यह वैध नहीं होते हैं वैधता गुणक भी ज्ञात करना कठिन होता है।
6 मानक	इनका मानक विकसित किया जाता है तथा इन्हें प्रमाणित बना लिया जाता है।	मनक विकसित करना कठिन है, प्रमाणिक नहीं बनाया जा सकता है ।
7 अनुमान का प्रभाव	इनमें प्रश्नों को अनुमान से भी सही किया जा सकता है । जिसके लिये अनुमान सूत्र प्रयुक्त करते है।	अनुमान से सही नहीं कर सकते है । परन्तु धोखा दिया जा सकता है।
8 भाषा या सुलेख	इनमें भाषा तथा सुलेख का प्रभाव नहीं होता है और न भाषा तथा सुलेख के संबंधमें जानकारी होती है।	भाषा तथा सुलेख का प्रभाव अधिक होता है । भाषा तथा सुलेख का भी मापन किया जा सकता है।
9 अधिगम उद्देश्य	ज्ञानात्मक पक्ष के ज्ञान, बोध तथा प्रयोग उद्देश्य के लिये अधिक उपयोगी होते हैं ।	ज्ञानात्मक पक्ष के प्रयोग सृजनात्मक उच्च उद्देश्यों के मापन के लिये अधिक उपयोगी होते ह।

	भावात्मक तथा क्रियात्मक पक्ष के उद्देश्यों के लिये प्रयुक्त नहीं कर सकते है।	भावात्मक पक्ष के उद्देश्यों के लिये भी प्रयोग किये जाते हैं।
10 प्रशासन	प्रशासन में विशिष्ट निर्देशों को प्रयुक्त किया जाता है । प्रशासन कठिन होता है।	प्रशासन सरल होता है । कोई विशिष्ट निर्देश प्रयुक्त नहीं किये जाते हैं।
11 थकान	छात्रों को थकान अधिक होती है। विशिष्ट निर्देश प्रयुक्त होते हैं।	अपेक्षाकृत कम थकान होती है। सामान्य निर्देश प्रयुक्त किये जाते है ।
12 प्रशिक्षण	इन परीक्षाओं की रचना में प्रशिक्षण आवश्यकता होती है । चार विशिष्ट सोपानों का अनुसरण किया जाता है।	इनकी रचना मे ंकिसी प्रशिक्षण की आवश्यकता नहीं होती है । पुराने प्रश्नों की सहायता मे ंरचना की जाती है।
13 पाठ्य वस्तु	इन परीक्षाओं की रचना में पाठ्य वस्तु का सूक्ष्म रूप में विश्लेषण करना होता है।	पाठ्य वस्तु का व्यापक रूप ही पर्याप्त होता है।
14 छात्रों की तैयारी	छात्रों को पाठ्य वस्तु के तत्वों का सूक्ष्म रूप में अध्ययन करना होता है।	छात्र पाठ्य वस्तु के महत्वपूर्ण तत्वों का व्यापक रूप में अध्ययन करता है।

13.10 सारांश

उपरोक्त अध्ययन से यह ज्ञात होता है किसी भी उत्तम परीक्षण निर्माण में पद रचना का कितना महत्व होता है पद रचना के लिए क्या आवश्यक सावधानियां रखनी पड़ती है। पद रचना के क्या आवश्यक मापदण्ड होते है पदों की कठिनाई स्तर एवं विभेदन क्षमता ज्ञात करना एक महत्वपूर्ण कार्य होता है। साथ ही इस अध्ययन के अध्ययन से हमें वस्तुनिष्ठ एवं निबंधात्मक प्रश्नों की उनकी विशेषताओं एवं अंतर की जानकारी मिल सकी है।

13.11 शब्दावली

1. **पद विश्लेषण -** वह प्रक्रिया जिसमें किसी परीक्षण के विभिन्न पदों की सापेक्षिक कठिनाई सतर एवं विभेदनकारी शक्ति का पता लगाया जाता है।

2. **विभेदकारी -** कक्षा के उत्तम, मध्यम एवं मध्यम से नीचे वाले विद्यार्थियों में विभेद कर सके।

13.12 स्वमूल्यांकन हेतु प्रश्न

1. पद का अर्थ बताये और इनकी क्या विशेषताएँ होती है ?
2. पद लेखन हेतु क्या आवश्यक है ? समझाइए |
3. निबंधात्मक एवं वस्तुनिष्ठ परीक्षा में अंतर लिखें |

13.13 संदर्भ ग्रंथ सूची

- अनिल कुमार (2008) शिक्षा के मापन मूल्याकंन एवं निर्देशन, राजस्थान नई दिल्ली
- भार्गव महेश (1971) मनोवैज्ञानिक शिक्षा एवं मापन, हर प्रसाद भार्गव शैक्षिक प्रकाशन आगरा।
- डी.एन. श्रीवास्तव सांख्यिकी एवं मापन- विनोद पुस्तक मंदिर, आगरा गैरिट एम.ई. (1996) मनोविज्ञान एवं शिक्षा में सांख्यिकी।
- रायजादा बी.एस. (1997) शिक्षा मे अनुसंधान के आवश्यक तत्व, राजस्थान हिंद ग्रन्थ अकादमी जयपुर
- गुप्ता, एस.पी. (2007) आधुनिक मापन एवं मूल्याकंन शारदा पुस्तक भवन इलाहाबाद
- भटनागर, आर.पी. (1995) शिक्षा अनुसंधान विधि एवं विश्लेषण ईगल बुक्स इंटरनेशनल मेरठ |

इकाई -14

पद विश्लेषण, पदों का कठिनाई स्तर, विभेदन क्षमता एवं उनमें संबंध

Item Analysis, difficulty level of items and discrimination power of an item

इकाई की रूपरेखा

14.1 प्रस्तावना

14.2 उद्देश्य

14.3 पद विश्लेषण का अर्थ

14.4 पद विश्लेषण के प्रमुख कार्य

14.5 पद विश्लेषण की प्रणालियाँ

14.6 पद विश्लेषण में कठिनाई सूचकांक और विभेदीकरण सूचकांक ज्ञात करने की प्रविधियाँ

14.7 पद कठिनाई स्तर

14.8 पद कठिनता स्तर का निर्धारण

14.9 पद की विभेदन शक्ति

14.10 पद विभेदन शक्ति का निर्धारण

14.11 पद विश्लेषण प्रक्रिया के चरण

14.12 सारांश

14.13 शब्दावली

14.14 स्वमूल्यांकन प्रश्न

14.15 संदर्भ ग्रंथ सूची

14.1 प्रस्तावना

पद विश्लेषण एक प्रौद्योगिकी है जिससे परीक्षण के लिए अपेक्षित पदों का चयन,अनुप्रयुक्त पदों को निरस्त करना व पदों की संरचना में सुधार का कार्य किया जाता है | इस पद्धति द्वारा परीक्षण को और अधिक सार्थक व उपयोगी बनाया जाता है | समांतर परीक्षणों की रचना में भी यह बहुत अधिक महत्वपूर्ण होती है | इस अध्याय में हम पद विश्लेषण के कार्य, प्रणालियाँ, पद कठिनाई स्तर का अध्ययन करेंगे |

14.2 उद्देश्य

इस इकाई के अध्ययन के बाद आप-

- पद विश्लेषण का अर्थ समझ सकेंगे |
- पद विश्लेषण के प्रमुख कार्य जान पाएंगे |
- पद विश्लेषण की प्रणालियों की जानकारी प्राप्त हो सकेगी |
- पद विभेदन शक्ति का निर्धारण जान पाएंगे |

14.3 पद विश्लेषण का अर्थ

यह एक ऐसी प्रौद्योगिकी है जिसके द्वारा सफल परीक्षण का चयनित, निरस्त या सोपान में सुधारात्मक स्थिति लायी जा सकती है । प्रयोग हेतु पद विश्लेषण प्रणाली के माध्यम से चुने गये सोपानों द्वारा उनके उद्देश्यों को पूरा किया जा सकता है । इसलिए कि चुने हुए पदों की एक विशेषता होती है, जिससे प्रयोग के प्रमुख लक्ष्यों को पा सके । इस प्रयोग व परीक्षण के निम्न मुख्य लक्ष्य है -

1- अभ्यार्थियों को चयनित करना |
2- अभ्यार्थियों का वर्गीकरण करना |
3- अभ्यार्थियों को आगे बढ़ाना |
4- अभ्यार्थियों को अनुस्थितियाँ प्रदान करना |
5- अभ्यार्थियों के भविष्य के व्यवहारों के संबंधमें पूर्व कथन करना | तथा
6- अभ्यार्थियों में व्यक्तिगत मित्रता स्थापित करना |

परीक्षण के उपर्युक्त प्रयोजनों को हासिल करने हेतु निम्न प्रकार के जांच परीक्षण आयोजित करने होते हैं । इनमें शामिल पदों की विशिष्टताएँ अलग प्रकृति की होती है । उदाहरणार्थ - अभ्यार्थियों का चयन करने के लिए जिस परीक्षण की रचना की जायेगी उसमें सम्मिलित

पदों का समस्या स्तर ज्यादा होना चाहिए, जबकि शेष उद्देश्यों की प्राप्ति के लिए परीक्षण के पदों का कठिनाई स्तर सामान्य होना चाहिए।

पद विश्लेषण पद्धति द्वारा एक परीक्षण को अधिक सार्थक और उपयोगी बनाया जा सकता है। पदों की विशेषताएं और उनका चयन इस तकनीक द्वारा ही संभव होता है। इस प्रकार पद विश्लेषण की क्रिया मापन के तहत महत्वपूर्ण होती है।

14.4 पद विश्लेषण के प्रमुख कार्य

पद विश्लेषण के तीन प्रमुख कार्य निम्नलिखित हैं -

1- परीक्षण के लिए अपेक्षित पदों का चयन करना
2- अनुपयुक्त पदों को निरस्त करना, तथा
3- पदों की संरचना में सुधार करना

इससे पदों के मूल्यांकन की जानकारी हो जाती है कि बहुविकल्प सवालों में से किस प्रकार का सवाल ज्यादा मजबूत है और कौन सा बेजान व शक्तिहीन है। ऐसा ज्ञात हो जाने पर इस प्रकार के विकल्पों को परिवर्तन करने से पदों को सुधारा जा सकता है।

इन कार्यों के अलावा पद विश्लेषण की अधोलिखित कार्यों को कराना संभव होता है, जिससे परीक्षण की सार्थकता और उपादेयता बढ़ती है।

(क) परीक्षण बनाने वाले को सभी पद के संबंध में सांख्यिकीय द्वारा समस्या स्तर सूचकांक और विभेदीकरण सूचकांक प्राप्त हो जाता है, जिससे पदों की जांच वस्तुनिष्ठ रूप से की जाती है।

(ख) शक्ति परीक्षण के तहत विजातीय को शामिल किया जाता है। शक्ति परीक्षण को सामान्यत: गत्यात्मक परीक्षण के रूप में प्रयुक्त करती है। अतएव परीक्षणों को विजातीय बनाने के लिए पद विश्लेषण पद्धति को प्रयुक्त किया जाता है। गति परीक्षण में पद विश्लेषण का विशेष प्रयोग नहीं है और गत्यात्मक परीक्षण के पदों की व्यवस्था कठिनाई स्तर के आधार पर की जाती हैं सबसे आसान सवाल सबसे पूर्व सर्वाधिक मुश्किल सवाल अंत में रखा जाता है।

(ग) किन्हीं परिस्थितियों में दो समान्तर परीक्षणों की रचना करने की जरूरत होती हैं। दोनों परीक्षणों की पाठ्यवस्तु एक ही होती है, किन्तु पदों की विशिष्टताएं अलग होती है। अतएव पदों के समान सूचांको को अलग अलग दो परीक्षणों में रखने से परीक्षण के समानान्तर रूप से निर्मित किए जा सकते हैं।

14.5 पद विश्लेषण की प्रणालियाँ

मापन के साहित्य का अवलोकन करने पर यह विदित होता है कि पद विश्लेषण की कई पद्धतियों को विकसित किया गया है, परन्तु उनमे से दो पद्धतियां ज्यादा प्रचलित है -

1 चरिता विश्लेषण प्रणाली द्वारा पद विश्लेषण -

पद विश्लेषण हेतु सांख्यिकीय चरिता विश्लेषण की तकनीक को प्रयुक्त करते हैं। इसके लिए द्विभुजी तालिका निर्मित की जाती है। पंक्ति में पद और स्तम्भ में परीक्षार्थी को व्यवस्थित करके परीक्षार्थियों के सही उत्तरों को अंकित करते हैं, जिससे दो प्रकार के प्रदत्त निकलते हैं कि परीक्षार्थियों ने कुल कितने पद सही किये हैं, और दूसरे प्रत्ये पद को कितने परीक्षार्थियों ने सही किया। इस प्रकार परीक्षार्थी चरिता और पद चरिता दोनों को ज्ञात कर पदों के सूचकांक की गणना की जाती है। उस तरह की तालिका को विश्वसनीयता के अध्याय में दिया गया है। इसका प्रयोग विश्वसनीयता गुणांक ज्ञात करने के लिए किया गया, जो सबसे शुद्ध विधि मानी जाती है।

14.6 पद विश्लेषण में कठिनाई सूचकांक और विभेदीकरण सूचकांक ज्ञात करने की प्रविधियाँ

पद विश्लेषण में कठिनाई सूचकांक और विभेदीकरण सूचकांक मालूम करने में भिन्न भिन्न प्रविधियों को प्रयुक्त करते हैं '

1 समस्या सूचकांककी प्रणाली

आमतौर पर दो प्रणालियों को प्रयोग में लाते हैं -

अ) डेविस तथा हार्पर की अनपात प्रविधि

ब) प्रमाणिक प्राप्तांक अथवा सामान्य संभाव्यता चक्र

2 विभेदीकरण अथवा पद वैधता की प्रणाली

अ) डेविस तथा हार्पर की अनपात प्रविधि

ब) सह संबंधप्रविधियाँ निम्नलिखित हैं -

1- टेट्राकोरिक सह संबंधप्रणाली
2- फ्लनागन सह संबंधप्रणाली
3- सामण्ड प्रणाली

4- द्विपांक्तिक सह संबंधप्रणाली

5- बिन्दु द्विपांक्तिक सह संबंधप्रणाली

6- फाई सह संबंधप्रणाली

14.7 पद कठिनाई स्तर

किसी प्रश्न के कठिनाई स्तर से तात्पर्य विद्यार्थियों की दृष्टि में प्रश्न की कठिनाई से है। परीक्षण में जितने पद होंगे उतने ही स्वतंत्र रूप से कठिनाई स्तर होंगे। किसी भी समूह के समस्त व्यक्तियों द्वारा हल करने वाले अत्यन्त सरल पद या हल न करने वाले अत्यन्त कठिन पदों को परीक्षण में सम्मिलित नहीं किया जाता है। सामान्यत: ऐसा माना जाता है कि किसी समूह में 50 प्रतिशत लोगों द्वारा किसी पद को हल कर लिया जाता है तो वह पद उपयुक्त कठिनाई स्तर का माना जायेगा। लेकिन इसका अर्थ कतई यह नहीं हो सकता कि किसी परीक्षण में सभी पद उपरोक्त विशेषताएं लिए हो। ऐसे पद भी होने चाहिए जिन्हें समूह के श्रेष्ठतम एवं न्यूनतम व्यक्तियों द्वारा हल किया हो।

परीक्षण में जितने पद होगें उतने ही स्वतंत्र रूप से कठिनाई स्तर होंगे। परीक्षण के पदों में कठिनता स्तर इंगित करने के लिए किसी पद का सही व गलत उत्तर देने वाले व्यक्तियों का प्रतिशत ज्ञात किया जाता है। किसी समूह के समस्त व्यक्तियों द्वारा हल करने वाले तथा हल न करने वाले पद को परीक्षण में सम्मिलित नहीं किया जाता है। जो पद समूह के पचास प्रतिशत ज्ञात किया जाता है। वह उपयुक्त कठिनता स्तर को समझा जाता है। यह जरूरी नहीं है कि परीक्षण में केवल ऐसे पद ही सम्मिलित किये जाए जिन्हें पचास प्रतिशत व्यक्तियों ने हल किया है, बलिक ऐसे पदों को भी शामिल किया जाता है जिन्हें समूह के श्रे"ठ तम व निम्नतम व्यक्तियों ने भी हल किया हो। कठिनता स्तर से पदों को क्रमिक रूप से व्यवस्थित किया जा सकता है। इससे यह भी संकेत मिलता है कि परीक्षण में कौन सा पद प्रथम, मध्य तथा अन्त में आयेगा। पदों का कठिनता स्तर ज्ञात करने की कोई निश्चित उपयुक्त विधि नहीं है। टोटे 1967 के अनुसार पद के कठिनता को ज्ञात करने की सबसे उपयोगी विधि पद को सही हल करने वाले परीक्षार्थियों का अनुपात है। अनुपात जितना कम होगा पद उतना ही कठिन होगा।

इस संबंधमें ब्रेडफील्ड तथा मोरडोक का विचार है ''विभेदन शीलता की मात्रा को पद कठिनता की सूची के रूप में लिया जा सकता है, समूह के 90 प्रतिशत व्यक्तियों द्वारा शुद्ध हल किये गये पद को अति सरल पद, 10 प्रतिशत व्यक्तियों द्वारा हल किये गये पद को अति कठिन पद तथा 50 प्रतिशत व्यक्तियों शुद्ध हल किये गये पद को अति सरल पद 10 प्रतिशत व्यक्तियों द्वारा हल किये गये पद को अति कठिनपद तथा 50 प्रतिशत व्यक्तियों द्वारा शुद्ध हल किये गये पद को उपयुक्त कठिनता स्तर का पद समझा जाता है।

14.8 पद कठिनता स्तर का निर्धारण

पद की कठिनता स्तर ज्ञात करने की प्रमुख विधियाँ निम्न है -

1- सामान्य सूत्र के माध्यम से पद के कठिनता स्तर को ज्ञान करने का सामान्य सूत्र इस प्रकार है -

$$I.D. = \frac{R}{N} \times 100$$

यहाँ

$I.D.$ = पद कठिनता

R = सही उत्तर देने वाले व्यक्तियों की संख्या

N = व्यक्तियों की कुल संख्या

यदि किसी समूह के 75 छात्रों में से 60 ने पद का सही उत्तर दिया तो इस पद का कठिनता स्तर

$$I.D. = \frac{60}{75} \times 100$$

$I.D. = 80\%$, होगा

2- 27 प्रतिशत उच्च तथा 27 प्रतिशत निम्न समूह के सही प्रत्युत्तर द्वारा - इस विधि द्वारा कठिनता स्तर ज्ञात करने के लिए सर्वप्रथम सभी उत्तरदाताओं के परीक्षण के कुल प्राप्तांक के आधार पर उच्चतम से निम्नतम की ओर व्यवस्थित करके उसमें से उपर 27 प्रतिशत तथा नीचे के 27 प्रतिशत व्यक्तियों का चयन किया जाता है। इसके बाद प्रत्येक पद के सही प्रत्युतरों की गणना का उच्च तथा निम्न समूहों का अलग अलग योग ज्ञात कर निम्नांकित सूत्र द्वारा कठिनता स्तर ज्ञात किया जाता है -

$$100 - \frac{U + L}{2}$$

उदाहरणार्थ, किसी पद को उच्च समूह के 50 व्यक्तियों तथा निम्न समूह के 27 व्यक्तियों ने हल किया तो उसका कठिनता स्तर 100 - 50 +20/2 = 65 होगा। इस विधि में कठिनता मूल्य का प्रसार 0 से 100 तक होता है। 90 से अधिक तथा 19 से कम कठिनता मूल्य वाले पद को कमजोर तथा अनुपयुक्त समझना चाहिए। अत्यन्त कठिन व अत्यन्त सरल पदों को परीक्षण में नहीं रखना चाहिए।

3- हार्पर की फैसीलिटी इन्डेक्स - 27 प्रतिशत उच्च तथा 27 प्रतिशत निम्न मूह के प्रत्युत्तर की विधि एक ऐसा प्रतिशत है जिसके द्वारा विश्वसनीय परिणाम प्राप्त किये जा सकते हैं। हार्पर की विधि में उच्च समूह तथा निम्न समूह के सही प्रत्युत्तरों को जोड़कर दोनों समूहों के अधिकतम योग से विभाजित कर दिया जाता है।

Facility Index सूत्र निम्न है।

$$\text{Facility Index (FI)} = \frac{R(U)+R(L)}{2E}$$

उदाहरणार्थ, यदि 400 में से किसी उच्च समूह के 70 तथा निम्न समूह के 50 व्यक्तियों ने सही प्रत्युतर दिया तो उनका

$$(FI) = \frac{70+50\times100}{2\times108}$$

FI = 120/216 = 56 % हुआ। अर्थात इस पद का कठिनता स्तर 56 प्रतिशत हुआ।

4- सामान्य वक्र के द्वारा परीक्षण पद के कठिनता को सामान्य वक्र के मानक विचलन द्वारा भी ज्ञात किया जा सकता है। यदि किसी परीक्षण पद को 84 प्रतिशत परीक्षार्थी सही रूप से हल कर लेते हैं तो सामान्य वक्र में उनका क्रम $-1\sigma(S.D.)$ होगा अर्थात मध्यमान से 1 मानक विचलन कम होगा। इसी तरह यदि पद को केवल 16 प्रतिशत विद्यार्थी ही हल कर पाते है तो उनका क्रम $-0.56\sigma(S.D.)$ या $+0.56\sigma(S.D.)$ है, तो इसका तात्पर्य यह होगा कि उस पद को क्रमश: 69 प्रतिशत तथा 31 प्रतिशत व्यक्तियों ने हल किया। अत: यहाँ पर कठिनता स्तर 31 प्रतिशत होगा।

14.9 पद विभेदन शक्ति

किसी मनोवैज्ञानिक परीक्षण के लिए लिखे गये पदों की एक महत्वपूर्ण विशेषता विभेदन शक्ति कहीं जाती है। यह माना जाता है कि मापी जाने वाली योग्यता समूह के सभी व्यक्तियों में समान मात्रा में नहीं पायी जाती। कुछ व्यक्ति योग्यता में अधिक तथा कुछ कम योग्यता वाले होंगे। उदाहरणार्थ? यदि हम बुद्ध को मापन कर रहे है तो कुछ व्यक्ति औसत से नीचे पाये जायेगें। एक अच्छे परीक्षण की यह विशेषता होनी चाहिए कि वह व्यक्तियों की योग्यता की मात्रा के आधार पर भेद या अन्तर को स्पष्ट कर सके। अत: इस उद्देश्य को पूरा करने के लिए पदों के भीतर विभेदन शक्ति कहा जाता है। बी 1953 के अनुसार मापे जाने वाले शीलगुण या शीलगुणों के समूह के रूप में श्रेष्ठ व्यक्तियों से अलग करने की किसी पद की क्षमता को विभेदन देशनांक कहा जाता है।

14.10 पद विभेदन शक्ति का निर्धारण

पदों की विभेदन शक्ति की गणना हेतु अनेक विधियों का विकास किया जाता है। इनमें से मुख्य विधियाँ निम्न है -

1 फ्लानागन का प्रोडक्ट मोमेन्ट सहसंबंध गुणांकविधि

फ्लानागन ने तालिका में कठिनता स्तर और विभेदनशक्ति संबंधी देशनांको के विभिन्न मूल्यों को व्यवस्थित किया है। उनके द्वारा दिये गये निर्देशों की सहायता से कठिनाई और विभेदनशीलता के

देशनांको को सीधे सीधे तालिका से देखा जा सकता है। गिलफोर्ड ने फेलनागन विधि को किसी पद की वैधता ज्ञात करने की सबसे प्रभावशाली विधि बताया है। इस विधि के चार मुख्य चरण है -

क) सम्पूर्ण प्रतिदर्श से 27 प्रतिशत उच्च तथा 27 प्रतिशत निम्न व्यक्तियों को छांटना।

ख) प्रत्येक पद के सही प्रत्युतरों की गणना का उच्च तथा निम्न समूह का अलग अलग योग ज्ञात करना

ग) दोनों समूहों - उच्च U तथा निम्न L के मध्य सही प्रत्योत्तरों का अन्तर ज्ञात करना।

घ) फ्लैगन की सारणी द्वारा प्रोडक्ट मोमेण्ट सह संबंधज्ञात करना।

इस विधि में देशनांको को प्रसार 0 से $\pm .93$ के बीच आता है। निम्न सहसंबंधवाले पदों को परीक्षण से छांट दिया जाता है, चाहे व धनात्मक या ऋणात्मक कुछ भी हो। शून्य या ऋणात्मक देशनांकों वाले पदों को अनुपयुक्त तथा 0.25 से कम वैधता गुणांक वाले पदों को कमजोर पद माना जाता है।

2 डेविस विभेदनकारी सूची

डेविस के चार्ट से भी दिये गये निर्देशों की सहायता से भी देशनांको की जानकारी प्राप्त की जा सकती है। डेविस की विधि पदों का विभेद मूल्य ज्ञात करने की एक महत्वपूर्ण विधि है। इस चार्ट में विभेदनकारी देशनांक प्रतिशत तथा सह संबंधोंपर आधारित होते हुए भी ये प्रतिशत तथा सह संबंध् के रूप मे नहीं पढ़े जाते हैं। यह चार्ट सीधी रेखा मापनी है। क्योंकि इसमें मापनी के समस्त बिन्दुओं पर देशनांको के मध्य की दूरी एक समान होती है। ये बिन्दु Z प्राप्तांक होते हैं, इनको जोड़ा तथ औसत किया जाता है। इस विधि के चार चरण होते हैं।

क) किसी समूह के 27 प्रतिशत उच्च तथा 27 प्रतिशत निम्न व्यक्तियों को छांटना|

ख) प्रत्येक पद के सही प्रत्यतरों की गणना कर उच्च तथा निम्न समूहों को अलग अलग योग करना।

ग) दोनों समूहों के सही प्रत्यत्तरों के मध्य अन्तर ज्ञात करना।

घ) चार्ट के माध्यम से विभेदनकारी सूची को देखना।

3. सायमण्ड विधि

यह विधि उच्च तथा निम्न समूहों पर आधारित होती है तथा जिसकी यह मान्यता है कि किसी परीक्षण के श्रेष्ठ पद वे हैं जिन्हें उच्च समूह के व्यक्ति हल कर सकें तथा कमजोर पद वे हैं जिन्हें केवल कमजोर द्वारा ही हल किया जा सके। इस विधि के तीन मुख्य चरण है।

क) श्रेष्ठ व कमजोर व्यक्तियों के दो समूह 'अ' एवं 'ब' बना लिये जाते हैं।

ख) प्रत्येक पद के सही प्रत्युतर की गणना कर ली जाती है तथा दोनों अ व ब समूहों को अलग अलग योग कर लिया जाता है।

ग) दोनों समूहों के सही प्रत्यतरों के मध्य अन्तर प्रत्येक पद की वैधता की मात्रा को व्यक्त करता है।

सायमण्ड विधि द्वारा विभेदन देशनांक की गणना

पद क्रम	उच्च वर्ग	निम्न वर्ग	विभेदन शक्ति	व्याखा
1	18	05	13	उत्तम
2	17	15	02	निर्बल
3	10	10	00	निरर्थक
4	06	09	03	अवैध
5	09	06	03	साधारण
6	15	11	04	साधारण
7	19	07	12	उत्तम
8	08	08	00	निरर्थक
9	16	05	11	उत्तम
10	12	11	01	निर्बल

उक्त तालिका के अध्ययन से स्पष्ट होता है कि कुछ विभेदन देशनांक शून्य है। ऐसे पदों की निरर्थक माना जाता है क्योंकि ये विभेदन शक्ति नहीं रखते है। जिन पदों पर दोनों समूहों का अन्तर अधिक है उन्हें उत्तम कहा जायेगा। किन्तु जिनमे यह अन्तर कम है उन पदों को निर्बल माना जायेगा। जिस पद का देशंनाक ऋणात्मक है वह अवैध होता है। निरर्थक व अवैध परीक्षण के लिये नहीं चुने जाते हैं।

4 कैली विधि

कैली विधि भी किसी समूह के उच्चतम एवं निम्नतम 27 प्रतिशत पर आधारित है परन्तु दोनों समूहों के सही प्रत्युत्तीरों के अनुपान से संबंधितन होकर सामान्य संभवना वक्र की सिगमा इकाई(σ *unit*) के आधार पर पदों के अन्तरों को प्रदर्शित करती है। इस विधि के चार चरण होते हैं -

क) 27 प्रतिशत उच्च तथा 27 प्रतिशत निम्न व्यक्तियों को छांटना

ख) प्रत्येक पद के सही प्रत्युतर की गणना करके उच्च तथा निम्न समूहों का अलग अलग योग ज्ञात करना।

ग) सामान्य संभावना वक्र की उपयुक्त तालिका से उच्च तथा निम्न समूहों के प्रत्युतरों के योग के आधार पर सिगमा मूल्य ज्ञात करना।

घ) उच्च समूह द्वारा प्राप्त सिग्मा मूल्य मे से निम्न समूह के सिगमा मूल्य को घटाना।

कैली विधि के अनुसार देशनांक का प्रसार 0 से ± 5.18 के मध्य होता है। ऋणात्मक या शून्य देशनांक वाले पद अवैध तथा 0.40 गुणांक से कम वाले पदों को दुर्बल समझा जाता है।

5- गिलफोर्ड का काई वर्ग परीक्षण विधि

गिलफोर्ड 1954 ने पदों की विभेदन शक्ति ज्ञात करने के लिये काई वर्ग परीक्षण विधि का सुझाव दिया है। काई वर्ग परीक्षण का प्रयोग करने के लिए यह आवश्यक है कि उच्च समूह तथा निम्न समूह में व्यक्तियों की संख्या एक समान हो। काई वर्ग का सूत्र इस प्रकार है -

$$x^2 = \frac{N(p\mu - PI)}{4PQ}$$

$x^2 =$ Chi-suquare काई वर्ग

N = उत्तरदाताओ की कुल संख्या

$p\mu =$ उच्च समूह में सफल व्यक्तियों का अनुपात

(Proporition of succersful individuals in upper group)

P = निम्न समूह मेंसफल व्यक्तियों का अनुपात

(Proporition of succersful individuals in lower group)

P = $p\mu$ तथा PI का अंकागणितीय माध्य

(Airthmatic means of $p\mu$ and PI)

Q = 1- P

काई वर्ग के सार्थक आने पर पद को धनात्मक विभेदन शक्ति से पूर्ण माना जाता है। और ऐसे पदों का चयन अंतिम रूप से परीक्षण के लिए कर लिया जाता है।

फलस्वरूप हम यह कह सकते हैं कि, पद विश्लेषण की सहायता से किसी निम्न कोटि के पद की गुणवत्ता को बढ़ाया नहीं जा सकता। हम सिर्फ अवैध, निरर्थक और दुर्बल पदों को परीक्षण के अंतिम प्रारूप में सम्मिलित किए जाने से रोक सकते हैं।

14.11 पद विश्लेषण प्रक्रिया के मापन

पद विश्लेषण प्रक्रिया के निम्नलिखित महत्वपूर्ण चरण होते हैं -

क) सबसे पहले परीक्षण के प्रत्येक पद का अंकन किया जाता है तथा सही प्रत्युत्तरों को गिन लिया जाता है।

ख) प्रत्येक व्यक्ति के योग अंक के आधार पर 27 प्रतिशत उच्च (पक्तियों उच्च समूह) तथा 27 प्रतिशत निम्न व्यक्तियों (निम्न समूहों) को ज्ञात करना।

ग) फिर यह देखा जाता है कि उच्च व निम्न समूह के कितने किने व्यक्तियों ने प्रत्येक पद को सही रूप से हल किया या गलत किया। इसी तरह से प्रत्येक पद पर निम्न तथा उच्च समूह के सही प्रत्युतरों के अन्तरों को ज्ञात कर लिया जाता है। फिर इन अन्तरों को आरोही क्रम में व्यवस्थित करते हैं - उच्चतम ऋणात्मक अंक से प्रारंभ कर उच्चतम धनात्मक अंक तक समाप्त कर देते है। अधिक धनात्मक अन्तर अधिक विभेदी पदों को इंगित करता है। जबकि अलप धनात्मक अन्तर या ऋणात्मक अन्तरों वाले पद विभेद नहीं करते हैं।

घ) पदों को कठिनता स्तर ज्ञात करने हेतु उच्च तथा निम्न समूह द्वारा हल किये गये पदों की संख्या के योग को 2 से विभाजित कर 100 में से घटा देते हैं।

उदाहरण के लिये, किसी समूह के उच्च तथा निम्न वर्ग द्वारा किये गये 5 प्रत्युत्तरों को निम्न तालिका में अंकित किया जा रहा है –

पद विश्लेषण तालिका

समूह	विकल्प					नहीं किया	परीक्षण संख्या	मूल्य स्तर	
	अ	ब	स	छ	य				
उच्च वर्ग	1	12	2	1	0	x	16	4	78
निम्न वर्ग	2	8	3	3	0	x	16		
योग	3	20	5	4	0		32		

प्रस्तुत उदाहरण में पद 'ब' का उत्तर ही शुद्ध प्रत्युतर है। अत: विभेदन मूल्य तथा कठिनता स्तर ज्ञात करने के लिए उसी प्रत्युतर के अंकों का प्रयोग किया जायेगा। इस चार्ट का प्रयोग आवश्यकता पड़ने पर किया जाता है।

14.12 सारांश

कठिनता स्तर के समान ही पदों को विभेदन शक्ति की जांच की जाती है। विभेदन शक्ति से तात्पर्य मापे जाने वाले शीलगुण के आधार पर व्यक्तियों या उनके समूह में भेद करने की क्षमता से है। जिन पदों की विभेदनशक्ति 20 या उससे अधिक पायी जाती है उसे ही परीक्षण के अन्तिम रूप में शामिल किया जाता है। पद की विभेदन शक्ति का निर्धारण निम्न विधियों द्वारा किया जाता है - फलेनागन प्रोडक्ट मोमेण्ट सह संबंधगुणांक विधि, डेविस विभेदनकारी सूची, सांयमण्ड विधि, कैली विधि एवं गिलफोर्ड की काई वर्ग परीक्षण विधि इत्यादि है।

पद कठिनत व विभेदन शक्ति की जांच के पश्चात उत्तम व उचित पदों के द्वारा परीक्षण के अन्तिम रूप की रचना की जाती है। पद विश्लेषण प्रक्रिया कुछ चरणों के माध्यम से पूरी की जाती है जिसका वर्णन प्रस्तुत इकाई में किया गया है।

14.13 शब्दावली

- **पद विभेदन शक्ति -** प्रश्न पद का वह गुण, जिससे वह किसी वस्तु का अधिक एवं कम ज्ञान वाले व्यक्तियों में विभेद या अन्तर करने में समर्थ हैं।
- **सह संबंध-** जब दो या दो से अधिक पदों तथा घटनाओं में चार्मात्मक संबंधपाया जाता है, तब ऐसे पारस्परिक संबंधकको सह संबंधकहते हैं।
- **पद कठिनता -** परीक्षार्थियों का वह प्रतिशत, जिन्होंने प्रश्न या पद को ठीक हल किया हो। 50 प्रतिशत कठिनता का अर्थ है कि प्रश्न को प्रतिक्रिया करने वाले परीक्षार्थियों के आधे ने ठीक किया गया है।

14.14 स्वमूल्यांकनप्रश्न

1 पद के कठिनता स्तर को ज्ञात करने के सामान्य सूत्र क्या है।

2 फेसिलिटि इन्डेक्स का सूत्र क्या है

14.15 संदर्भग्रंथसूची

- अनिल कुमार (2008) शिक्षा के मापन मूल्याकंन एवं निर्देशन, राजस्थान नई दिल्ली
- भार्गव महेश (1971) मनोवैज्ञानिक मूल्यांकन एवं मापन, हर प्रसाद भार्गव शैक्षिक प्रकाशन आगरा।
- डी.एन. श्रीवास्तव सांख्यिकी एवं मापन- विनोद पुस्तक मंदिर, आगरा गैरिट एम.ई. (1996) मनोविज्ञान एवं शिक्षा में सांख्यिकी।
- रायजादा बी.एस. (1997) शिक्षा मे अनुसंधान के आवश्यक तत्व, राजस्थान हिन्दी ग्रन्थ अकादमी जयपुर
- गुप्ता, एस.पी. (2007) आधुनिक मापन एवं मूल्याकंन शारदा पुस्तक भवन इलाहाबाद
- भटनागर, आर.पी. (1995) शिक्षा अनुसंधान विधि एवं विश्लेषण ईगल बुक्स इंटरनेशनल मेरठ |
- अग्रवाल, वाई. पी. (1990) स्टेस्टिकल मेथड, स्टर्लिंग पब्लिशर्स, प्रा.लि., नई दिल्ली |
- गेरेट, हेनरी (2007) शिक्षा और मनोविज्ञान में सांख्यिकी , पैरागन इंटरनेशनल पब्लिशर्स, नई दिल्ली |